

НІЖИНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ МИКОЛИ ГОГОЛЯ

# Фізико-математичний збірник

*Збірник наукових праць*

Ніжин – 2009

Збірник друкується за рішенням Вченої ради  
Ніжинського державного університету імені Миколи Гоголя  
Протокол №3 від 30.10.09 р.

***Редакційна колегія:***

к. фіз.-мат. н. Аніщенко В.О. (відп. ред.), к. фіз.-мат. н. Ковальчук Ю.О. (відп. секретар), д. фіз.-мат. н. Казачков І.В., д. фіз.-мат. н. Мельничук О.В., к. пед. н. Руденко М.П., к. пед. н. Стрельнікова Н.М., к. фіз.-мат. н. Циганок Л.В.

***Рецензенти:***

чл.-кор. НАН України, докт. фіз.-мат. н., проф.  
(Інститут фізики напівпровідників НАН України) ***Венгер Є.Ф.***;  
чл.-кор. АПН України, докт. пед. н., проф.  
(Інститут педагогіки АПН України) ***Бурда М.І.***

*До збірника включені наукові статті викладачів, наукових співробітників та аспірантів кафедр вищої математики, прикладної математики та інформатики, фізики Ніжинського державного університету ім. Миколи Гоголя з актуальних питань вищої математики, фізики, методики викладання дисциплін фізико-математичного циклу, загальних проблем педагогіки.*

*Для фахівців у галузі математики, фізики, педагогіки вищої та середньої школи.*

*На обкладинці зображено герб фізико-математичного факультету НДУ ім. Миколи Гоголя*

## 1

## Математика

УДК 517.9

ЛІНІЙНІ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНІ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ  
З ОСОБЛИВОЮ ТОЧКОЮ У ВИПАДКУ ПРОСТОГО СПЕКТРА ГОЛОВНОГО  
ОПЕРАТОРА

Чорненька О.В.

Розглянемо систему диференціальних рівнянь

$$\varepsilon^h \frac{dz}{dx} = x^g A(x, \varepsilon) z \quad (1)$$

з іррегулярною особливою точкою  $x = \infty$ , де  $z(x, \varepsilon)$  – шуканий  $n$ -вимірний вектор,  $\varepsilon$  – малий комплексний параметр:  $\varepsilon \in \pi_\varepsilon = \{0 < |\varepsilon| < \varepsilon_0, \gamma \leq \arg \varepsilon \leq \delta\}$ ,  $x$  – комплексна змінна:  $x \in S = \{|x| \geq a, \alpha \leq \arg x \leq \beta\}$ ,  $h > 0$  і  $g \geq 0$ ;  $A(x, \varepsilon)$  – квадратна матриця  $n$ -го порядку, яка в областях  $S$  та  $\pi_\varepsilon$  допускає асимптотичне розвинення

$$A(x, \varepsilon) = \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k x^{-s} A_{sk} \quad (2)$$

Дослідження таких систем зустрічається в роботах [1], [2], де здійснено асимптотичне розщеплення відповідної однорідної системи на підсистеми меншої розмірності та вказано деякі особливості побудови асимптотичних розв'язків у випадку простого спектра граничного оператора. Проте цих результатів не достатньо, щоб знайти вигляд подвійних розвинень шуканих розв'язків та визначити умови, за виконання яких така побудова можлива. Для проведення детального дослідження цих питань застосуємо просторовий аналог діаграм Ньютона [3], [4] та деякі результати [5].

Будемо припускати, що гранична матриця  $A_{00}$  системи (1) має простий спектр. Власним значенням  $\lambda_i^{(0)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , даної матриці,  $\lambda_i^{(0)} \neq \lambda_j^{(0)}$ ,  $i \neq j$ , відповідають власні вектори  $\varphi_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Розв'язки системи (1), будемо шукати у вигляді

$$z_i(x, \varepsilon) = u_i(x, \varepsilon) \exp\left(\varepsilon^{-h} \int_0^x s^g (\lambda_i^{(0)} + \lambda_i(s, \varepsilon)) ds\right), \quad i = \overline{1, n}, \quad (3)$$

де  $u_i(x, \varepsilon)$  –  $n$ -вимірний вектор,  $\lambda_i(x, \varepsilon)$  – скалярна функція, які підлягають визначенню.

Підставивши вектор (3) у систему (1), дістанемо

$$\varepsilon^h x^{-g} \frac{du_i}{dx} + \varepsilon^h x^{-g} u_i \varepsilon^{-h} x^g (\lambda_i^{(0)} + \lambda_i) = A u_i \quad (4)$$

Враховуючи розвинення (2), рівняння (4) можна подати у вигляді

$$(A_{00} - \lambda_i^{(0)} E) u_i = \left( \lambda_i(x, \varepsilon) - \sum_{r+s=1}^{\infty} x^{-r} \varepsilon^s A_{rs} + \varepsilon^h x^{-g} \frac{d}{dx} \right) u_i, \quad (5)$$

де  $E$  – одинична матриця.

Таким чином, задача визначення функції  $\lambda_i(x, \varepsilon)$  і вектора  $u_i(x, \varepsilon)$  звелась до задачі про збурення власного значення  $\lambda_i^{(0)}$  та відповідного власного вектора  $\varphi_i$  оператора  $A_{00}$  під дією збурення  $\Gamma(x, \varepsilon) = \sum_{r+s=1}^{\infty} x^{-r} \varepsilon^s A_{rs} - \varepsilon^h x^{-g} \frac{d}{dx}$ .

Вектор  $u_i(x, \varepsilon)$  буде розв'язком рівняння (5) тоді і тільки тоді, коли

$$((\lambda_i E - \Gamma) u_i, \psi_i) = 0, \quad (6)$$

де  $\psi_i$  – елемент нуль-простору матриці  $(A_{00} - \lambda_i^{(0)} E)^*$ . За виконання цієї умови матимемо

$$u_i = (\lambda_i H_i - H_i \Gamma) u_i + c \varphi_i,$$

або

$$(E - \lambda_i H_i + H_i \Gamma) u_i = c \varphi_i,$$

де  $c$  – довільний скалярний множник,  $H_i$  – напівобернена матриця до матриці  $(A_{00} - \lambda_i^{(0)} E)$ .

Поклавши  $c = 1$ , розглянемо рівняння

$$(E - \lambda_i H_i + H_i \Gamma) u_i = \varphi_i, \quad (7)$$

яке формально задовольняє вектор

$$u_i = \varphi_i + \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_i H_i - H_i \Gamma)^k \varphi_i. \quad (8)$$

Підставивши (8) у (6), отримаємо рівняння розгалуження

$$L(\lambda_i, x, \varepsilon) \equiv \left( (\lambda_i E - \Gamma) \sum_{k=0}^{\infty} (\lambda_i H_i - H_i \Gamma)^k \varphi_i, \psi_i \right) = 0. \quad (9)$$

Щоб записати операторний вираз  $L(\lambda_i, x, \varepsilon)$  у вигляді формального розвинення

$$L(\lambda_i, x, \varepsilon) = \sum_{k+r+s=0}^{\infty} x^{-r} \varepsilon^s L_{krs} [\lambda_i^k],$$

де  $k, r, s$  – відповідно сумарний степінь функції  $\lambda_i$ , змінної  $x^{-1}$  та параметра  $\varepsilon$ , розглянемо добуток

$$(\lambda_i H_i - H_i \Gamma)^k = \left( \lambda_i H_i - \sum_{r+s=1}^{\infty} x^{-r} \varepsilon^s H_i A_{rs} + \varepsilon^h x^{-g} H_i D \right)^k,$$

де  $D$  – оператор диференціювання по змінній  $x$ . Використовуючи результати досліджень [5], маємо

$$\begin{aligned}
 & \left( \lambda_i H_i - \sum_{r+s=1}^{\infty} x^{-r} \varepsilon^s H_i A_{rs} + \varepsilon^h x^{-g} H_i D \right)^k = \\
 & = \sum_{r+s=k}^{\infty} (-1)^k x^{-r} \varepsilon^s \left( P_{0k}^{r,s}(H_i, H_i A) + \sum_{p=1}^{k-1} R_{p,k-p}^{r-p(g+1),s-ph}(H_i, H_i A) \right) + \\
 & + \sum_{i_1=0}^{k-1} \sum_{j_1=1}^{k-i_1} \sum_{r+s=k-(i_1+j_1)}^{\infty} (-1)^{k+i_1+j_1} x^{-r-i_1g} \varepsilon^{s+i_1h} D^{i_1} [\lambda_{i_1}^{j_1}] \left( P_{i_1+j_1, k-(i_1+j_1)}^{r,s}(H_i, H_i A) + \right. \\
 & \quad \left. + \sum_{p=1}^{k-(i_1+j_1+1)} R_{i_1+j_1+p, k-(i_1+j_1+p)}^{r-p(g+1),s-ph}(H_i, H_i A) \right) + \\
 & + \varepsilon^h x^{-g} \left( \lambda_i H_i - \sum_{r+s=1}^{\infty} x^{-r} \varepsilon^s H_i A_{rs} + \varepsilon^h x^{-g} H_i D \right)^{k-1} H_i D, \tag{10}
 \end{aligned}$$

де  $P_{i_1, j_1}^{r,s}(H_i, H_i A)$  – суми всіх можливих добутоків  $i_1$  множників  $H_i$  та  $j_1$  множників  $H_i A_{r_k s_k}$ ,  $k = \overline{1, j_1}$ , таких, що  $r_1 + r_2 + \dots + r_{j_1} = r$ ,  $s_1 + s_2 + \dots + s_{j_1} = s$ .  $P_{i_1, j_1}^{r,s}(H_i, H_i A) = 0$ , якщо  $i_1, j_1$  – від'ємні;  $s + r < j_1$ ;  $n = 0$ ,  $s, r \neq 0$ . Вирази  $P_{i_1, j_1}^{r,s}(H_i, H_i A)$  визначаються за формулами

$$P_{i_1, j_1}^{r,s}(H_i, H_i A) = H_i P_{i_1-1, j_1}^{r,s}(H_i, H_i A) + \sum_{r_1+s_1=1}^{r+s-(j_1-1)} H_i A_{r_1 s_1} P_{i_1, j_1-1}^{r-r_1, s-s_1}(H_i, H_i A).$$

Символом  $D^{i_1}[\lambda_{i_1}^k]$  позначимо суму всіх можливих добутоків  $i_1$  "множників"  $D_s$  і  $k$  множників  $\lambda_{i_1}$ , у яких останнім множником в усіх доданках має бути  $\lambda_{i_1}$ ,  $D_s = (-sgx^{-1} + D)$ , і в кожному доданку цієї суми індекс  $s$  пробігає значення від  $i_1 - 1$  до нуля починаючи зліва, наприклад

$$\begin{aligned}
 D^1[\lambda_{i_1}] &= D\lambda_{i_1} = D_0\lambda_{i_1}, \\
 D^2[\lambda_{i_1}] &= (D - gx^{-1})D\lambda_{i_1} = D_1D^1[\lambda_{i_1}], \\
 D[\lambda_{i_1}^2] &= D\lambda_{i_1}^2 + \lambda_{i_1}D\lambda_{i_1} = D_0\lambda_{i_1}^2 + \lambda_{i_1}D^1[\lambda_{i_1}], \\
 D^2[\lambda_{i_1}^2] &= (D - gx^{-1})D\lambda_{i_1}^2 + (D - gx^{-1})\lambda_{i_1}D\lambda_{i_1} + \lambda_{i_1}(D - gx^{-1})D\lambda_{i_1} = D_1D^1[\lambda_{i_1}^2] + \lambda_{i_1}D^2[\lambda_{i_1}] \\
 D^i[\lambda_{i_1}^k] &= D_{i-1}D^{i-1}[\lambda_{i_1}^k] + \lambda_{i_1}D^i[\lambda_{i_1}^{k-1}].
 \end{aligned}$$

Вираз  $R_{i_1+p, j_1-p-i_1}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A)$  – це сума добутоків  $i_1 + p$  множників  $H_i$  та  $j_1 - p - i_1$  множників  $H_i A_{r_k s_k}$ ,  $k = \overline{1, j_1 - p - i_1}$ ,  $i_1 \geq 0$ ,  $j_1 \geq 2$ ,  $1 \leq p \leq j_1 - i_1 - 1$ ,  $r_1 + \dots + r_{j_1-p-i_1} = r - p(g+1)$ ,  $s_1 + \dots + s_{j_1-p-i_1} = s - ph$ , який обчислюється за рекурентними формулами:

при  $p = 1$

$$\begin{aligned}
 & R_{i_1+p, j_1-p-i_1}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A) = (1 - \delta_{i_1, 0}) H_i R_{i_1+p-1, j_1-i_1-p}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A) + \\
 & + \sum_{r_1+s_1=1}^{r+s-(j_1-i_1-1)} H_i A_{r_1 s_1} R_{i_1+p, j_1-(i_1+p)-1}^{r-r_1-p(g+1), s-s_1-ph}(H_i, H_i A) + (r - (g+1)) H_i P_{i_1+p-1, j_1-(i_1+p)}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A),
 \end{aligned}$$

при  $2 \leq p \leq j_1 - i - 1$

$$R_{i+p, j_1-p-i}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A) = (1 - \delta_{i,0}) H_i R_{i+p-1, j_1-i-p}^{r-p(g+1), s-ph}(H, HA) + \\ + \sum_{r_1+s_1=1}^{r+s-(j_1-i-1)} H_i A_{r_1 s_1} R_{i+p, j_1-(i+p)-1}^{r-r_1-p(g+1), s-s_1 ph}(H_i, H_i A) + (r - (g+1)) H_i R_{i+p-1, j_1-(i+p)}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A).$$

Крім того, будемо покладати, що  $R_{0, j_1-p-i}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A) = 0$ ,  $R_{i+p, 0}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A) = 0$ .

Підставивши (10) у (9), врахувавши умову

$$(\varphi_i, \psi_i) = 1, (H_i^k \varphi_i, \psi_i) = 0, k \geq 1, \quad (11)$$

та позначивши

$$P_{0q}^{r,s}(H_i, H_i A) = H_i \tilde{P}_{0q}^{r,s}(H_i, H_i A), \\ P_{i+k,q}^{r,s}(H_i, H_i A) = H_i \tilde{P}_{i+k,q}^{r,s}(H_i, H_i A), \\ R_{p,q-p}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A) = H_i \tilde{R}_{p,q-p}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A), \\ R_{i+k+p,q-p}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A) = H_i \tilde{R}_{i+k+p,q-p}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A)$$

отримаємо рівняння розгалуження

$$\lambda_i + \sum_{r+s=1}^{\infty} x^{-r} \varepsilon^s L_{0rs} + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{r+s=1}^{\infty} x^{-r} \varepsilon^s L_{krs} [\lambda_i^k] = 0, \quad (12)$$

де

$$L_{0rs} = \sum_{q=1}^{r+s} (-1)^q \left( \tilde{P}_{0q}^{r,s}(H_i, H_i A) + \sum_{p=1}^{q-1} \tilde{R}_{p,q-p}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A) \right) \varphi_i, \psi_i, \quad r+s \geq 1, \quad (13)$$

$$L_{krs} [\lambda_i^k] = \sum_{i=0}^{\left[ \frac{r+s}{g+h} \right]} D^i [\lambda_i^k] \left[ \sum_{q=0}^{r+s-i(h+g)} (-1)^q \left( \tilde{P}_{i+k,q}^{r-i g, s-i h}(H_i, H_i A) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{p=1}^{q-1} \tilde{R}_{i+k+p,q-p}^{r-i g-p(g+1), s-(p+i)h}(H_i, H_i A) \right) \varphi_i, \psi_i \right], \quad r+s \geq 1, k \geq 1. \quad (14)$$

Відповідне розвинення (8) для вектора  $u_i(x, \varepsilon)$  матиме вигляд

$$u_i(x, \varepsilon) = \varphi_i + \sum_{r+s=1}^{\infty} x^{-r} \varepsilon^s \tilde{L}_{0rs} \varphi_i + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{r+s=0}^{\infty} x^{-r} \varepsilon^s \tilde{L}_{krs} [\lambda_i^k] \varphi_i, \quad (15)$$

де

$$\tilde{L}_{0rs} = \sum_{q=1}^{r+s} (-1)^q \left( P_{0q}^{r,s}(H_i, H_i A) + \sum_{p=1}^{q-1} R_{p,q-p}^{r-p(g+1), s-ph}(H_i, H_i A) \right) \varphi_i, \psi_i, \quad r+s \geq 1, \quad (16)$$

$$\tilde{L}_{krs} [\lambda_i^k] = \sum_{i=0}^{\left[ \frac{r+s}{g+h} \right]} D^i [\lambda_i^k] \left[ \sum_{q=0}^{r+s-i(h+g)} (-1)^q \left( P_{i+k,q}^{r-i g, s-i h}(H_i, H_i A) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{p=1}^{q-1} R_{i+k+p,q-p}^{r-i g-p(g+1), s-(p+i)h}(H_i, H_i A) \right) \varphi_i, \psi_i \right], \quad r+s \geq 1, k \geq 1. \quad (17)$$

Цим самим доведено таку теорему.

**Теорема.** Для того, щоб вектори (3) були формальними розв'язками системи (1), необхідно і достатньо, щоб функції  $\lambda_i(x, \varepsilon)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , формально задовольняли рівняння (12), де операторні функції  $L_{krs}[\mathcal{L}^k]$  визначаються виразами (13), (14), а відповідні вектор-функції  $u_i(x, \varepsilon)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , зображується у вигляді розвинення (15), коефіцієнти яких визначаються за формулами (16), (17).

Щоб знайти вигляд розвинень розв'язків  $\lambda_i(x, \varepsilon)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , рівняння (11) у подвійний степеневий ряд, проаналізуємо вирази  $L_{0rs}$ ,  $r + s \geq 1$ .

Застосуємо просторовий аналог діаграм Ньютона [4]. У прямокутній системі координат  $Okr$ s простору  $R^3$  кожному операторному виразу  $L_{krs}[\mathcal{L}^k]$ ,  $k \geq 0$ , поставимо у відповідність точку  $(k, r, s)$ .

Припустимо, що

$$L_{001} = -(A_{01}\varphi, \psi) \neq 0. \quad (18)$$

Позначимо  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  оператори ортогонального проектування множини точок  $Q_0 = \{(0, r, s) | L_{0rs}\}$  на площини  $Okr$  та  $Oks$  відповідно. Для множини точок  $\pi_1(Q_0)$  будемо діаграму Ньютона  $D_1$ , яка згідно з (18) складається з однієї ланки – відрізка  $[0; 1]$  осі  $Ok$ . Далі за точками  $\pi_2(\pi_1^{-1}(D_1) \cap Q_0)$  у площині  $Oks$  будемо діаграму  $D_2$  – відрізок, який з'єднує точки  $(0; 1)$  та  $(1; 0)$  (рис.1). Щоб підняти точки множини  $\pi_2(Q_0)$ , які

знаходяться під діаграмою  $D_2$ , застосуємо заміну

$$\frac{1}{x} = \mu_1 \varepsilon^m, \quad m=1, \quad \text{тобто} \quad \mu_1 = \frac{1}{x\varepsilon}.$$

Легко переконатися, що в результаті цього перетворення діаграма  $D_2$  не зміниться.

Оскільки нахили діаграм  $D_1$ ,  $D_2$  дорівнюють відповідно 0 та 1, то згідно з [4] розв'язки рівняння (12) необхідно будувати у вигляді розвинення

$$\lambda_i(x, \varepsilon) = \sum_{i+j_1=0}^{\infty} \left(\frac{1}{x\varepsilon}\right)^{i_1} \varepsilon^{j_1+1} \lambda_{i,j_1}^{(i)}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (19)$$

Визначальні рівняння мають вигляд

$$\lambda_{00}^{(i)} - (A_{01}\varphi_i, \psi_i) = 0, \quad i = \overline{1, n}.$$

Тоді

$$\lambda_{00}^{(i)} = (A_{01}\varphi_i, \psi_i), \quad i = \overline{1, n}. \quad (20)$$

Відповідні вектор-функції  $u_i(x, \varepsilon)$  можна подати у вигляді

$$u_i(x, \varepsilon) = \varphi_i + \sum_{i+j_1=1}^{\infty} \left(\frac{1}{x\varepsilon}\right)^{i_1} \varepsilon^{j_1} u_{i,j_1}^{(i)}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (21)$$

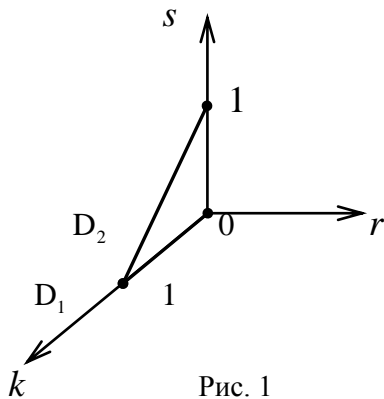


Рис. 1

Щоб знайти решту коефіцієнтів  $\lambda_{i_1 j_1}^{(i)}$ ,  $u_{i_1 j_1}^{(i)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , розвинень (19), (21), підставимо вектор (3) в систему (1) та прирівняємо коефіцієнти при однакових степенях відношення  $\frac{1}{x\mathcal{E}}$  та параметра  $\mathcal{E}$ . Дістанемо систему алгебраїчних рівнянь

$$(A_{00} - \lambda_i^{(0)} E) u_{i_1 j_1}^{(i)} = b_{i_1 j_1}^{(i)}, \quad i_1 \geq 0, \quad j_1 \geq 1, \quad (22)$$

де

$$b_{i_1 j_1}^{(i)} = \lambda_{i_1 j_1}^{(i)} \varphi_i + \sum_{i_2=0}^{i_1} \sum_{j_2=1}^{j_1-1} \lambda_{i_2 j_2}^{(i)} u_{i_1-i_2, j_1-j_2}^{(i)} - a_{i_1 j_1}^{(i)}, \quad i_1 + j_1 \geq 1, \quad (23)$$

$$a_{i_1 j_1}^{(i)} = \sum_{i_2=0}^{i_1} \sum_{j_2=1}^{j_1-i_2} A_{i_2 j_2} u_{i_1-i_2, j_2-(i_1+j_1)}^{(i)} + \sum_{i_2=1}^{i_1} A_{i_2 0} u_{i_1-i_2, j_1-i}^{(i)} +$$

$$+ A_{i_1, j_1-i} \varphi_i + (s - (g+1)) u_{i_1-(g+1), j_1-(h+g+1)}^{(i)}, \quad i_1 \geq 1, \quad j_1 \geq 0.$$

Крім того,  $u_{i_1 j_1} = 0$ , якщо  $i_1 < 0$  або  $j_1 < 0$  чи  $i_1^2 + j_1^2 = 0$ .

Якщо виконується умова розв'язності системи (22)

$$(b_{i_1 j_1}^{(i)}, \psi_j) = 0, \quad (24)$$

то вектори  $u_{i_1 j_1}^{(i)}$ ,  $i_1 \geq 0$ ,  $j_1 \geq 1$ , можна визначати за формулами

$$u_{i_1 j_1}^{(i)} = H_j b_{i_1 j_1}^{(i)}, \quad i_1 + j_1 \geq 1. \quad (25)$$

Здійснюючи взаємну підстановку формул (25), (23), дістанемо

$$b_{i_1 j_1} = \sum_{r=1}^{j_1} P_r^{i_1, j_1}(\lambda_i) H_i^{r-1} \varphi_i - \sum_{i_2=0}^{i_1} \sum_{j_2=1}^{j_1-1} \sum_{r=1}^{j_2} P_r^{i_2, j_2}(\lambda_i) H_i^r a_{i_1-i_2, j_1-j_2}^{(i)} - a_{i_1 j_1}^{(i)}, \quad i_1 + j_1 \geq 1, \quad (26)$$

де

$$P_j^{s, k}(\lambda) = \sum_{\substack{s_1+s_2+\dots+s_j=s \\ k_1+k_2+\dots+k_j=k}} \lambda_{s_1 k_1} \lambda_{s_2 k_2} \dots \lambda_{s_j k_j}.$$

Користуючись формулою (26) та умовою (11), визначимо коефіцієнти розвинення (19). При  $k=1, s=0$  маємо

$$\lambda_{00}^{(i)} - (A_{01} \varphi_i, \psi_i) = 0,$$

звідки

$$\lambda_{00}^{(i)} = (A_{01} \varphi_i, \psi_i).$$

Отриманий результат співпадає з формулами (20).

Знаючи  $\lambda_{00}^{(i)}$ , визначимо відповідні вектори  $u_{01}^{(i)}$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Використовуючи умову (11) при  $i_1 \geq 0$ ,  $j_1 > 1$ , знайдено рекурентні формули для обчислення коефіцієнтів  $\lambda_{i_1 j_1}^{(i)}$

$$\lambda_{i_1 j_1}^{(i)} = \left( \sum_{i_2=0}^{i_1} \sum_{j_2=1}^{j_1-1} \sum_{r=1}^{j_2} P_r^{i_2, j_2}(\lambda_j) H_i^r a_{i_1-i_2, j_1-j_2}^{(i)} + a_{i_1, j_1}^{(i)}, \psi_i \right). \quad (27)$$

Отримані рекурентні формули (20), (25), (27) дозволяють послідовно визначити будь-які коефіцієнти розвинень (19), (21). Таким способом будується  $n$  формальних розв'язків системи (1) при виконанні умови (18).

Побудовані формальні розв'язки системи (1) є асимптотичними розвиненнями відповідних точних розв'язків, якщо виконуються наступні умови



- 1)  $\left| \frac{1}{x\varepsilon^{h+g+2}} \right| < 1,$
- 2)  $\operatorname{Re} \left( (x\varepsilon)^{-g} \varepsilon^{-(h+g+1)} \lambda_i^{(0)} + \sum_{r=0}^{g+1} \sum_{s=1}^{((h+g+1)(g+2-r)+1)} (x\varepsilon)^{g-r} \varepsilon^{s-(h+g+1)} \lambda_{rs}^{(i)} \right) \leq 0, i = \overline{1, n}.$

Має місце асимптотична оцінка

$$\left\| z_{m_1 m_2}^{(i)}(x, \varepsilon) - \tilde{z}^{(i)}(x, \varepsilon) \right\| < \left( c_1 |\varepsilon|^{m_2 - (h+g)} |x\varepsilon|^{g+1} + c_2 |x\varepsilon|^{g-m_1} |\varepsilon|^{-(h+g)} \right),$$

де  $c_1, c_2$  – деякі сталі, які не залежать від  $\varepsilon$ .

У випадку, коли умова (18) не виконується, необхідно аналізувати наступні коефіцієнти рівняння розгалуження (12) та застосовувати просторовий аналог діаграм Ньютона.

### Література

1. Сотниченко Н.А., Фещенко С.Ф. Асимптотическое интегрирование дифференциальных уравнений. – К., 1980. – 48 с. (Препр. / АН УССР. Ин-т математики; 80.3).
2. Давидюк Г.П. Асимптотическое интегрирование сингулярно возмущенных систем дифференциальных уравнений с иррегулярной особой точкой. Дисс. ... канд. физ.-мат. наук – Киев, 1983. – 136 с.
3. Айзенгендлер П.Г. Метод диаграм Ньютона для уравнений с несколькими малыми параметрами и его приложения. – Псков, 1989. – 52 с. – Деп. в ВИНТИ, №6852-89.
4. Яковец В.П. Методы возмущений в задаче асимптотического интегрирования вырождающихся сингулярно возмущенных линейных систем с двумя малыми параметрами. – К., 1992. – 52 с. – (Препр./ АН УССР. Ин-т. Математики; 92.34).
5. Головченко О.В. Побудова загального розв'язку сингулярно збуреної лінійної системи диференціальних рівнянь з іррегулярною особливою точкою // Науковий часопис Національного педагогічного університету ім.М.П.Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. – 2007. – Вип. 8. – С. 66–81.

УДК 517.2

## КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНОЇ СИСТЕМИ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Старун І.І.

Розглянемо систему

$$\varepsilon^2 A(t, \varepsilon) \ddot{x} + B(t, \varepsilon) \dot{x} = 0, \quad (1)$$

де  $n \times n$  матриці

$$A(t, \varepsilon) = \sum_{s \geq 0} \varepsilon^s A_s(t), B(t, \varepsilon) = \sum_{s \geq 0} \varepsilon^s B_s(t), 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_0 < 1 \quad (2)$$

і крайові умови

$$x(0, \varepsilon) = a, x(1, \varepsilon) = b. \quad (3)$$

Будемо шукати ненульовий розв'язок задачі (1), (3) при умові, що  $\det A_0(t) \neq 0$ . Надалі будемо припускати, що  $A_s(t), B_s(t) \in C_{[0,1]}^\infty$ , а характеристичне рівняння

$$\det(B_0(t) + \omega A_0(t)) = 0 \quad (4)$$

має  $n$  простих коренів.

Теорема 1. Якщо рівняння (4) має  $n$  коренів  $\omega_k(t)$ ,  $k = \overline{1, n}$ , то загальний формальний розв'язок системи (1) має вигляд

$$x(t, \varepsilon) = U(t, \varepsilon)u + V(t, \varepsilon)v, \quad (5)$$

$$\varepsilon \dot{u} = \Lambda(t)u, \quad \varepsilon \dot{v} = -\Lambda(t)v, \quad (6)$$

де матриці  $U(t, \varepsilon)$ ,  $V(t, \varepsilon)$  мають розклад

$$U(t, \varepsilon) = \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon^s U_s(t), \quad V(t, \varepsilon) = \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon^s V_s(t),$$

а

$$\Lambda(t) = \text{diag}\{\sqrt{\omega_1(t)}, \dots, \sqrt{\omega_n(t)}\}. \quad (7)$$

Доведення. Підставивши (5) в (1) та прирівнявши коефіцієнти при  $u$  та  $v$ , отримаємо

$$A(t, \varepsilon)U(t, \varepsilon)W(t) + B(t, \varepsilon)U(t, \varepsilon) = -\varepsilon(\varepsilon A(t, \varepsilon)\ddot{V}(t, \varepsilon) + 2A(t, \varepsilon)\dot{U}(t, \varepsilon)\Lambda(t) + A(t, \varepsilon)U(t, \varepsilon)\dot{\Lambda}(t)), \quad (8)$$

$$A(t, \varepsilon)V(t, \varepsilon)W(t) + B(t, \varepsilon)V(t, \varepsilon) = -\varepsilon(\varepsilon A(t, \varepsilon)\ddot{V}(t, \varepsilon) - 2A(t, \varepsilon)\dot{V}(t, \varepsilon)\Lambda(t) + A(t, \varepsilon)V(t, \varepsilon)\dot{\Lambda}(t)), \quad (9)$$

де  $W(t) = \Lambda^2(t) = \text{diag}\{\omega_1(t), \dots, \omega_n(t)\}$ .

Метод розв'язання кожної з систем (8), (9) один і той же (вони відрізняються лише тим, що в (9) замість  $\Lambda(t)$  взято  $-\Lambda(t)$ ), тому розглянемо, наприклад, (8). Оскільки, за припущенням, рівняння (4) має  $n$  коренів, то в'язка  $B_0(t) + \omega A_0(t)$  (10) регулярна, а тому, згідно [1], існують неособливі матриці  $P_1(t)$ ,  $P_2(t)$ , які приводять в'язку (10) до канонічного вигляду

$$P_1(t)(B_0(t) + \omega A_0(t))P_2(t) = W(t) - \omega E, \quad (11)$$

тобто

$$P_1(t)B_0(t)P_2(t) = W(t), \quad P_1(t)A_0(t)P_2(t) = -E. \quad (12)$$

Прирівняємо в(8) коефіцієнти при однакових степенях  $\varepsilon$ , отримаємо систему

$$A_0 U_0 W + B_0 U_0 = 0, \quad (13)$$

$$A_0 U_1 W + B_0 U_1 = -A_1 U_0 W - B_1 U_0 - 2A_0 \dot{U}_0 \Lambda - A_0 U_0 \dot{\Lambda}, \quad (14)$$

$$A_0 U_s W + B_0 U_s = F_s, \quad (15)$$

де

$$F_s = -\left( \sum_{k=1}^s (A_k U_{s-k} W + B_k U_{s-k}) + \sum_{k=0}^{s-2} A_k \ddot{U}_{s-k-2} + 2 \sum_{k=0}^{s-1} A_k U_{s-k-1} \Lambda + \sum_{k=0}^{s-1} A_k U_{s-k-1} \dot{\Lambda} \right), \quad (16)$$

$s=2, 3, \dots$

Оскільки з (12)

$$B_0(t) = P_1^{-1}(t)W(t)P_2^{-1}(t), A_0(t) = -P_1^{-1}(t)P_2^{-1}(t), \quad (17)$$

то підставивши ці значення в (13)-(15) та ввівши в розгляд матриці

$$Q^{(k)}(t) = P_2^{-1}(t)U_k(t), k = 1, 2, \dots, \quad (18)$$

прийдемо до системи

$$WQ^{(0)} - Q^{(0)}W, \quad (19)$$

$$WQ^{(1)} - Q^{(1)}W = -A_1P_2Q^{(0)}W - (B_1P_2 + 2A_0\dot{P}_2)Q^{(0)} + 2P_1^{-1}\dot{Q}^{(0)}\Lambda + P_1^{-1}Q^{(0)}\dot{\Lambda} \quad (20)$$

$$WQ^{(s)} - Q^{(s)}W = -A_1P_2Q^{(s-1)}W - (B_1P_2 + 2A_0\dot{P}_2)Q^{(s-1)} + 2P_1^{-1}\dot{Q}^{(s-1)}\Lambda + P_1^{-1}Q^{(s-1)}\dot{\Lambda} + L_s, \quad (21)$$

де  $L_s = P_1(F_s - A_1U_{s-1}W - B_1U_{s-1} - 2A_0U_{s-1}\Lambda - A_0U_{s-1}\dot{\Lambda})$ .

З (19) випливає, що

$$Q^{(0)} = \text{diag}\{q_{11}, \dots, q_{nn}\}, \quad (22)$$

де  $q_{ii}^{(0)}$  – невизначені елементи, які знайдемо з (20) використавши умову сумісності цієї неоднорідної алгебраїчної системи, яка полягає (див. [2] теорема 2.2) в рівності нулю діагональних елементів матриці, що стоїть справа в (20) (аналогічно і в (21)). Оскільки матриця  $Q^{(0)}$  – діагональна, то вона комутує з діагональними матрицями  $W, \Lambda, \dot{\Lambda}$ , тому рівняння (20) можна записати так:

$$WQ^{(1)} - Q^{(1)}W = C\dot{Q}^{(0)} - DQ^{(0)}, \quad (23)$$

де

$$C = 2P_1^{-1}\Lambda, D = -P_1^{-1}\dot{\Lambda} + A_1P_2W + B_1P_2 + 2A_0\dot{P}_2. \quad (24)$$

Умова сумісності системи (23) є

$$c_{ii}\dot{q}_{ii}^{(0)} - d_{ii}q_{ii}^{(0)} = 0, i = \overline{1, n},$$

звідки

$$q_{ii}^{(0)} = \exp\left(\int_0^t c_{ii}^{-1}(\tau)d_{ii}(\tau)d\tau\right), i = \overline{1, n}. \quad (25)$$

(Сталі інтегрування взяли рівними одиниці). Тоді з (23) однозначно визначаються недіагональні елементи матриці  $Q^{(1)}(t)$ :

$$q_{ij}^{(1)} = (\omega_i - \omega_j)^{-1}h_{ij}^{(1)}, i, j = \overline{1, n}, i \neq j \quad (26)$$

$$(H^{(1)} = C\dot{Q}^{(0)} - DQ^{(0)}).$$

Діагональні ж елементи  $q_{ii}^{(1)}$  залишаються невизначеними, вони знаходяться з (21) при  $s = 2$  з умови сумісності, що має вигляд

$$c_{ii} \dot{q}_{ii}^{(1)} - d_{ii} q_{ii}^{(1)} + l_{ii}^{(2)} = 0, i = \overline{1, n}. \quad (27)$$

Аналогічно знаходяться і всі наступні матриці  $Q^{(s)}(t)$ .

Теорема доведена.

Наслідок. Загальний формальний розв'язок системи (1) має вигляд

$$x(t, \varepsilon) = U(t, \varepsilon) \exp(\varepsilon^{-1} \int_0^t \Lambda(\tau) d\tau) C_1 + V(t, \varepsilon) \exp(-\varepsilon^{-1} \int_0^t \Lambda(\tau) d\tau) C_2, \quad (28)$$

де  $C_1, C_2$  – довільні  $n$ -вимірні сталі вектори. Припустимо тепер, що всі корені рівняння (4) від'ємні. Тоді всі функції  $\lambda_k(t) = i\sqrt{\omega_k(t)}, k = \overline{1, n}$ , а тому матриці  $\exp(\varepsilon^{-1} \int_0^t \Lambda(\tau) d\tau), \exp(-\varepsilon^{-1} \int_0^t \Lambda(\tau) d\tau)$  обмежені за нормою при всіх  $t \in [0, 1], \varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$ .

Більш того, розв'язок (28) можна подати так:

$$x(t, \varepsilon) = X_1(t, \varepsilon) C_1 + X_2(t, \varepsilon) C_2, \quad (29)$$

де

$$X_1(t, \varepsilon) = (u_k(t, \varepsilon) \cos(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \lambda_k(\tau) d\tau)), X_2(t, \varepsilon) = (v_k(t, \varepsilon) \sin(\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \lambda_k(\tau) d\tau)). \quad (30)$$

(Тут  $u_k, v_k$  – стовпці матриць  $U, V$ ). Підставивши (28) в (3), отримаємо наступну систему алгебраїчних рівнянь відносно  $C_1, C_2$ :

$$\begin{cases} U(0, \varepsilon) C_1 + V(0, \varepsilon) C_2 = a \\ U(1, \varepsilon) \exp(\varepsilon^{-1} \int_0^1 \Lambda(\tau) d\tau) C_1 + V(1, \varepsilon) \exp(-\varepsilon^{-1} \int_0^1 \Lambda(\tau) d\tau) C_2 = b. \end{cases} \quad (31)$$

Взявши в матрицях  $U(t, \varepsilon), V(t, \varepsilon)$  головні матриці  $U_0(t) = V_0(t) = P_2(t) Q^{(0)}(t)$ , знаходимо, що визначник

$$\begin{aligned} \Delta_0 &= \begin{vmatrix} U_0(0) & V_0(0) \\ U_0(1) \exp(\varepsilon^{-1} \int_0^1 \Lambda(\tau) d\tau) & V_0(1) \exp(-\varepsilon^{-1} \int_0^1 \Lambda(\tau) d\tau) \end{vmatrix} = \\ &= \det P_2(0) \cdot \det P_2(1) \cdot \det Q^{(0)}(1) \neq 0. \end{aligned} \quad (32)$$

Тому при досить малих  $\varepsilon$  відмінним від нуля буде і визначник

$$\Delta(\varepsilon) = \begin{vmatrix} U(0, \varepsilon) & V(0, \varepsilon) \\ U(1, \varepsilon) \exp(\varepsilon^{-1} \int_0^1 \Lambda(\tau) d\tau) & V(1, \varepsilon) \exp(-\varepsilon^{-1} \int_0^1 \Lambda(\tau) d\tau) \end{vmatrix},$$

а тоді система (31) однозначно розв'язна відносно  $C_1, C_2$ , тобто задача (1),(3) має єдиний розв'язок при довільних заданих векторах  $a$  і  $b$ .

Нехай тепер маємо однорідні крайові умови

$$x(0, \varepsilon) = x(1, \varepsilon) = 0. \quad (33)$$

Тоді можна розглянути питання про знаходження власних значень  $\mu = \frac{1}{\varepsilon}$  заданої крайової задачі (1), (33). Для цього використаємо розв'язок (29), (30). Оскільки  $X_1(0, \varepsilon) \neq 0, X_2(0, \varepsilon) = 0$ , то з першої умови з (33) випливає, що  $C_1 = 0$ . Тому

$$x(t, \varepsilon) = X_2(t, \varepsilon)C_2. \quad (34)$$

Використавши другу умову з (33), одержимо

$$X_2(1, \varepsilon)C_2 = 0. \quad (35)$$

Ця система має нетривіальний розв'язок тоді і тільки тоді, коли

$$\det X_2(1, \varepsilon) = \left| v_k(1, \varepsilon) \sin\left(\mu \int_0^1 \lambda_k(\tau) d\tau\right) \right| = 0,$$

звідки маємо

$$\sin\left(\mu \int_0^1 \lambda_k(\tau) d\tau\right) = 0, k = \overline{1, n},$$

або

$$\mu \int_0^1 \lambda_k(\tau) d\tau = n_k \pi, n_k = 1, 2, \dots$$

А звідси знаходимо власні значення

$$\mu_k = \frac{\pi n_k}{\int_0^1 \lambda_k(\tau) d\tau}, n_k = 1, 2, \dots$$

### Література

1. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
2. Шкиль Н.И., Старун И.И., Яковец В.П. Асимптотическое интегрирование линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. – К.: Вища шк., 1989. – 287 с.

## 2

## Інформатика

УДК 519.7(075/8)

ПІДБІР АНАЛІТИЧНОГО ВИРАЗУ ФУНКЦІЇ  
ЗА ДОПОМОГОЮ ПРОГРАМИ FINDGRAPH


Фетісов В.С.

Програма FindGraph надає користувачеві потужні та водночас зручні можливості побудови графіків. Але програма дозволяє набагато більше. Я не розповідатиму про численні способи аналізу даних, які можна виконати за допомогою програми, оскільки це саме по собі є темою окремої статті. А ось на одну чудову особливість програми хочу звернути увагу читачів. Вона дозволяє здійснити за фактичними даними підбір аналітичного виразу функції, яка найкращим чином описуватиме дані. Поки ще мені не доводилося працювати з програмою, яка так просто здійснює такі дії. Природно, існують надпотужні статистичні пакети, наприклад, Statistica, які дозволяють це робити. Але такі пакети є в буквальному розумінні "монстрами", їх встановлення на комп'ютері займає на диску сотні мегабайт, а вартість взагалі робить їх легальне використання проблематичним. У нашому ж випадку – це буквально программа-"малюк", яка займає на диску всього 15 Мб.

Програма надає різні можливості підбору функції. Я зупинюся тільки на двох.


**Лінійна регресія (вирівнювання за прямою лінією)**

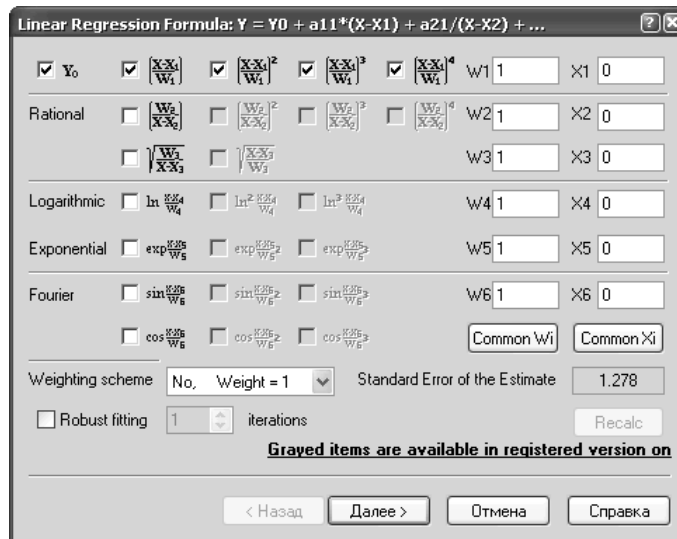
Такий механізм призначений для вирівнювання фактичних даних способом найменших квадратів за рівнянням прямої лінії. Для цього слід здійснити наступні дії.

1. Виконати команду **Fit ▶ Linear Regression** або клацнути кнопку  на лівій бічній панелі. З'явиться майстер підбору лінійної функції "Linear Regression Formula". Процес підбору функції здійснюється за кілька кроків.


2. *Крок 1.* Визначається порядок функції регресії. За замовчуванням вона містить тільки один многочлен, тобто описує функцію за рівнянням прямої лінії:  $y = a_0 + a_1x$ . Але можна дуже просто змінити склад функції, встановивши прапорці в полях-мітках з відповідним степенем. Наприклад, для вирівнювання за параболою слід встановити позначку біля поля-

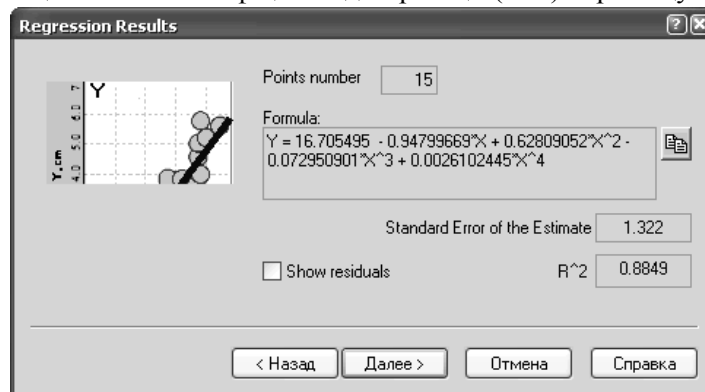
мітки  $\left(\frac{X - X_1}{W_1}\right)^2$ . За кожною зміною автоматично змінюється і форма теоретичної кривої, що

дозволяє візуально визначити міру відповідності теоретичної кривої емпіричним даним.   
Ще краще орієнтуватися за показником "Standard error of estimate" – стандартна помилка оцінки (рівняння): чим менше значення цього показника, тим краще теоретична лінія описує фактичні дані.



3. Крок 2. Відображається аналітичний вираз функції. Установка відмітки в полі-мітці "Show residuals" ("Показати різниці") приведе до відображення в нижній частині графіка

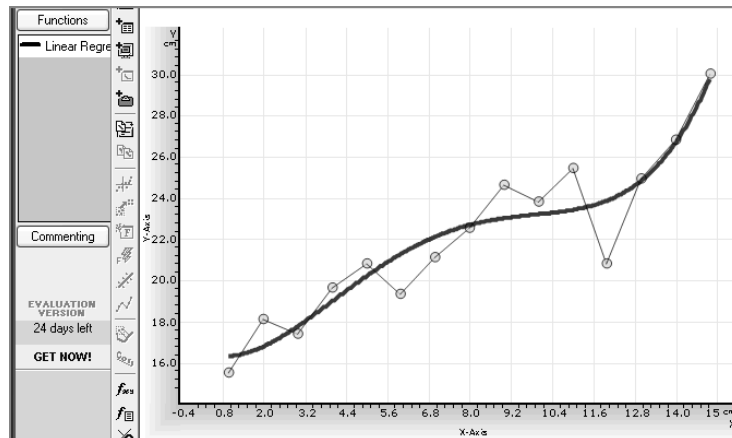
відхилень між теоретичними і фактичними даними.  Це вікно містить ще один показник, який характеризує наскільки добре теоретична лінія описує фактичні дані. Це – коефіцієнт детермінації ( $R^2$ ). Чим більше його значення, тим краще підібраний аналітичний вираз функції. Взагалі існують строгі критерії визначення того, наскільки добре підібраний аналітичний вираз функції описує фактичні дані, проте, це знову-таки тема окремої спеціалізованої статті. Для "звичайного" користувача досить знати, що підібрана функція добре описує фактичні дані, якщо значення коефіцієнта детермінації ( $R^2$ ) перевищує "0,8".




4. Крок 3. Змінюються такі параметри функції, як її колір, ширина і спосіб відображення ліній. Встановлення прапорця в полі-мітці "Lines of standard deviation" приведе до появи на графіку ліній-меж для стандартної помилки оцінки рівняння.

5. Крок 4. Вікно "Data" відображає фактичні і розраховані (теоретичні) значення, а також відхилення між ними. Така інформація є достатньо цінною, тому програма дозволяє скопіювати ці результати в буфер обміну.

Побудована функція відображається на графіку, а її назва (за замовчуванням Linear Regression) – на панелі об'єктів в групі Functions.



### Підбір якнайкращої функції

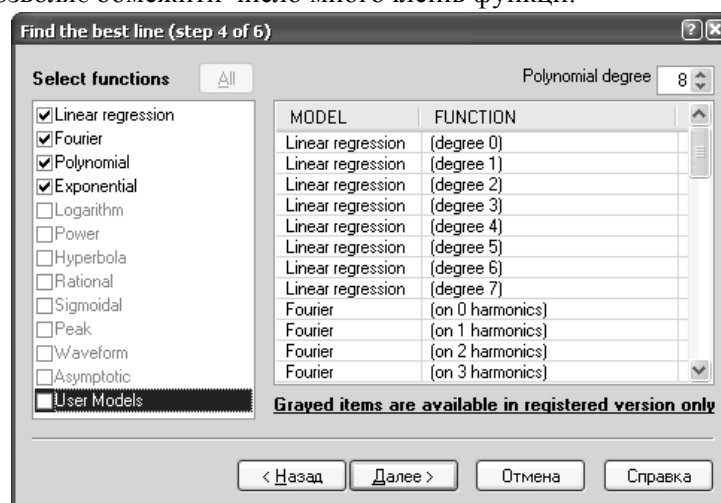
Але програма виконує операції і значно складніше за просте вирівнювання. Вона "здатна" самостійно підібрати функцію, яка описує фактичні дані. Для цього слід виконати команду **Fit ► Best Function** (Підбір кращої функції) або клацнути кнопку  на лівій бічній панелі. З'явиться перше вікно майстра підбору якнайкращої функції "Find the best line" ("Знайти якнайкращу функцію"). Процес підбору функції здійснюється за кілька кроків.

1. *Крок 1.* "Select X and Y ranges and weighting scheme". Встановлюється діапазон для змінних і схема надання коефіцієнтів зважування. Цей крок можна і пропустити.

2. *Крок 2.* "Select X and Y formulas". Погоджуємося з установкою перемикача "Find equation  $Y=f(X)$ " ("Знайти рівняння  $Y=f(X)$ ").

3. *Крок 3.* "Select condition on fit function  $Y=f(X)$ ". Дозволяє у разі необхідності додати додаткові умови для підбору функції. Цей крок також можна пропустити.

4. *Крок 4.* "Select function" ("Вибір функції"). Найважливіший етап, на якому визначається перелік типів функції, форми яких може набувати теоретична крива, наприклад, лінійна регресія (linear regression), крива Фур'є (Fourier) і так далі. Для цього слід встановити прапорці біля їх назв. Для недосвідчених користувачів можна просто вибрати всі можливі типи. При виборі типу функції з'являється перелік її моделей. При цьому поле-лічильник "degree" ("ступінь") дозволяє обмежити число многочленів функції.



5. *Крок 5.* На цьому етапі за допомогою поля-лічильника "View best curves" ("Відображення кращих функцій") можна обмежити число функцій, що відображаються, які будуть найкращим чином описуватиме фактичні дані (за замовчуванням їх кількість обмежується трьома). Клацання на кнопці **"Start"** ініціює процес підбору. У вікні відображається перелік



функцій, які у порядку убування найадекватніше описують емпіричні дані. Поряд з назвою функції знаходиться розрахована стандартна помилка оцінки рівняння. При клацанні на назві функції відображається її аналітичний вигляд.

Таким чином, складний процес підбору функції для фактичних даних за допомогою програми відбувається дуже просто навіть для недосвідчених в математиці користувачів.

### Література

1. Фетісов В.С. Працюємо з графіками: FINDGRAPH. – В зб.: Фізико-математичні записки. – Ніжин: Видавництво НДУ ім. М. Гоголя, 2008, с. 48-53.
2. Фетісов В.С., Герасименко В.І. Використання програми FindGraph компанії Uniphiz Lab для побудови аналітичної функції на прикладі даних моніторингу якості електроенергії. – У зб.: Науковий вісник Ніжинського агротехнічного інституту. – Ніжин: В-во "Міланік" 2009, с. 107-113.

УДК 519.7(075/8)

## ПРОГРАМА ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ДАНИХ SciDAVis

**Фетісов В.С.**

Людині притаманно краще сприймати інформацію у графічному вигляді, ніж у вигляді таблиць, а тим більше у вигляді незгрупованих первинних даних. Тому при виконанні математичних обчислень, статистичного аналізу даних нам досить часто доводиться будувати графіки та діаграми. Усі математичні системи мають гарні засоби візуалізації даних. Разом із тим, існує велика група програмного забезпечення, що чітко орієнтується саме на роботу з графікою, тобто на те, що називається візуалізацією даних.

Серед таких програм найбільш популярними вважають *Origin* – пакет програм фірми OriginLab Corporation для чисельного аналізу даних і наукової графіки, *SigmaPlot*.

*Origin* підтримує створення двовимірної і тривимірної наукової графіки, що створюється за допомогою готових шаблонів, доступних для редагування користувачем. Також можливо створювати нові власні шаблони. Після створення графіка його може змінювати. Можна експортувати одержані графіки і таблиці в кілька графічних форматів: PDF, EPS, WMF, TIFF, JPEG, GIF і та ін. За допомогою *Origin* можна проводити чисельний аналіз даних, включаючи різні статистичні операції, здійснювати оброблення сигналів і т.п.

Разом із тим, існує велика група безкоштовних програм для роботи з графіками, наприклад, *QtiPlot*, *Labplot* і *Gnuplot*, *SciDAVis*. Багато користувачів та фахівців вимелють серед них *SciDAVis* (Scientific Data Analysis and Visualization). Це програма для аналізу та візуалізації наукових даних, що орієнтована в першу чергу на високоякісну побудову графічних зображень цих даних. Її вважають непоганою альтернативою *Origin*. Серед інших безкоштовних програм вона має перевагу завдяки орієнтації на створення відкритого середовища, надаючи докладну документацію на всіх рівнях використання програми. Програма фактично є безкоштовним клоном *Origin*, тому її інтерфейс максимально наближений до інтерфейсу *Origin*.

У статті розглядається версія 0.2.3 від 5 липня 2009 р.

Програма має російську локалізацію, хоч слід зауважити, що досить багато інформації, навіть пунктів меню, залишається не перекладеною і подається англійською мовою.


### Робота з програмою

Робота із системою передбачає роботу з об'єктами різних типів: таблицями, графіками, матрицями та нотатками. Всі вони об'єднуються в межах спільного *проекту*. На початку роботи з системою новий проект автоматично створюється і відображається таблиця для введення вихідних даних. Відкриття вже існуючого проекту здійснюється звичайним способом, за командою **Файл ► Открыть** або **Файл ► Недавние проекты**.

#### Введення даних

Таблиці – це об'єкт, що є носієм даних для побудови графіка. Вікно таблиці складається з двох частин. Ліва частина призначена безпосередньо для введення даних, у правій частині вікна можна ввести коментар до таблиці, змінити тип даних, ввести формулу тощо. Кожний стовпчик містить дані однієї з координат, при цьому дані для однієї координати можуть бути різними і розташовані у кількох стовпчиків. Назва координати відображається у заголовку стовпчика, наприклад, 1[X1], 2[X2], де початкова цифра є порядковим номером стовпчика у таблиці. Надалі така нумерація дозволяє визначати, за якими даними побудований певний




графік, оскільки і кожна таблиця також має свій унікальний числовий номер. Назва стовпчика має принципове значення, оскільки побудова графіка здійснюється за даними тільки у стовпчиках з назвами [Y] або [Z]. За замовчуванням таблиця містить 30 рядків і 2 стовпчики для координат  $x$  та  $y$ , але під час введення при заповненні останнього 30-го рядка система автоматично додає новий. Якщо викликати контекстне меню на *заголовку* стовпчика, то з нього також можна додати або вставити новий рядок. До того ж, розмірність таблиці можна у будь-який час змінити, натиснувши на панелі інструментів таблиці кнопку зміни розмірів  і встановивши після цього нові розміри таблиці.

При роботі з таблицею застосовують стандартні клавіші навігації. Виділення певних частин таблиці здійснюється за правилами, що застосовуються з цією метою в електронних таблицях. *Наприклад, для вибору всіх даних таблиці можна застосувати стандартну комбінацію клавіш <Ctrl>+<A> або натиснути на пусту клітинку у заголовку таблиці.*

З таблицею можна здійснювати різноманітні дії: змінювати кількість стовпчиків, тип даних і та ін. Усі дії з таблицею містить пункт головного меню **Таблица**. Можна сформулювати дані з інших стовпчиків таблиці, застосувавши відповідну формулу. Наприклад,  $\cos(\text{col}("1"))$  – це дані, що розраховуються як косинус від даних, розташованих у першому стовпчику. Формула створюється у текстовому полі на вкладці "Formula". Сама формула може створюватися як вручну, шляхом її набирання з клавіатури, так і вибором та підстановкою з двох списків, розташованих у нижній частині вікна. Один із цих списків містить перелік вбудованих математичних функцій, інший – назви стовпчиків таблиці. Для додавання їх елементів до формули застосовують кнопку **"Add"**. Кожна функція обов'язково повинна мати аргумент, що подається у круглих дужках в якості якого, як правило є стовпчик. Функції можуть вкладатися одна в одну, а кількість відкриваючих дужок має дорівнювати кількості закриваючих. У протилежному випадку буде видаватися повідомлення про помилку "Missing parenthesis". Формула може також містити загально прийняті математичні оператори: +, -, /, \*, ^, . Після створення формули слід натиснути кнопку **"Apply"** (Застосувати). Якщо формула була змінена, то для її застосування до даних слід виконати команду **Таблица ► Пересчитать**.

Система також надає можливість автоматичного формування даних у вигляді числової послідовності або випадковими величинами. *На жаль, числова послідовність є чітко визначеною: вона починається з "1" і змінюється також з кроком "1". У математиці досить часто виникає необхідність мати початкове значення "0", застосувати інший крок приросту. У такому випадку доводиться застосовувати формулу. Наприклад, потрібно сформулювати числову послідовність від "0" до "4" з приростом "0,01". Алгоритм розв'язання проблеми буде мати такий вигляд:*

1. Змінимо розмірність матриці, змінивши кількість рядків на "400".
2. За командою **Таблиця ▶ Fill Selection with ▶ Row Numbers** заповнимо перший стовпчик числовою послідовністю.
3. Викликавши контекстне меню на заголовку першого рядка, вставимо перед ним ще один рядок. Зверніть увагу, що за відсутності даних в клітинки таблиці пропоставляється символ "-".
4. Заповнимо клітинки цього рядка "0".

5. Для другого стовпчика застосуємо формулу  $col("1")/100$ .  При виконанні таких дій для таблиць великої розмірності система інколи поводить себе неадекватно, значно збільшуючи кількість рядків. Зрозуміло, що поява несанкціонованої кількості рядків буде спотворювати вигляд графіка. Тому бажано переглянути одержані результати та за необхідності вилучити зайві рядки.


6. Додамо третій стовпчик, що буде містити координату для  $y$ , оскільки перші два стовпчики містять дані для  $x$ .

7. Визначимо, що другий стовпчик також містить дані для  $x$ . Для чого слід виділити цей стовпчик і виконати команду **Таблиця ▶ Set Column(s) As ▶ X**.

Описаний алгоритм дозволяє будувати графіки параметричних кривих. Вони описуються функціями  $x = f(t)$  і  $y = g(t)$ , де  $t$  (theta) – деякий параметр, а  $f(t)$  і  $g(t)$  – деякі функції від  $t$ . Наприклад, потрібно побудувати графік функції Архімеда, для якої  $x = t \cdot \sin(t)$ ,  $y = t \cdot \cos(t)$  на діапазоні від 1 до 6,28. Для цього виконаємо такі дії:

1. Встановимо розмірність  $628 \times 4$ .
2. Визначимо у заголовках, що перші три стовпчики містять дані для  $x$ , а 4-й – для  $y$ .
3. Заповнимо перший стовпчик числовою послідовністю.
4. Сформуємо у другому стовпчику дані за формулою  $col("1")/100$ . Це і буде наш параметр  $t$ , на який будуть посилалися функції від  $x$  і  $y$ .
5. Сформуємо у третьому стовпчику дані за формулою  $col("2") * \sin(col("2"))$ .
6. Сформуємо у четвертому стовпчику дані за формулою  $col("2") * \cos(col("2"))$ .

Кількість таблиць в одному документі не обмежується, що дозволяє будувати зовсім різні графіки за зовсім різними даними. Створюється нова таблиця за командою **Файл ▶ Новий ▶ Новая таблиця**. При цьому непотрібні в даний момент таблиці, графіки можна тимчасово приховати, для цього слід натиснути кнопку **"Закрити"** у заголовку вікна, і у діалоговому вікні закриття вибрати пункт **"Сховати"**. Для їх відображення слід виконати команду **Вид ▶ Обозреватель проекта** і у вікні оглядача для прихованих об'єктів (вони мають

статус "Схований") вибрати з контекстного меню пункт **"Сделать окно активным"**.  Деякі таблиці взагалі створюються як приховані, що притаманно операціям аналізу графіка.

Ще одним варіантом введення координат точок безпосередньо з програми шляхом їх нанесення в робочій області графіка за допомогою миші. Але такий варіант слід визнати децю екзотичним, оскільки за ним дуже важко або повністю неможливо забезпечити чітку відповідність координат точок наявним даним.

Взагалі ж, гарна програма для роботи з графіками повинна надати користувачеві різні можливості введення початкових даних. Але, як правило, ми використовуємо такі програми для візуалізації вже існуючих даних. Тому важливе значення має імпорт даних. Програма надає кілька варіантів імпорту даних:

1. Текстовий файл (.TXT), в якому числа записані стовпчиками. При відкритті текстових файлів в SciDAVis є можливість вказати роздільник між стовпцями, роздільник дробової частини і символ, що відокремлює у великих числах тисячі, мільйони і т.д. для більш наочного вигляду.

2. Текстовий файл, в якому числа відокремлюються сомою (SCV).
3. Файл даних у форматі .DAT.

*Досить часто потрібні дані містить якась інша прикладна програма, наприклад, електронна таблиця, тому бажано мати можливість експорту з такої програм. Разом з тим, слід зауважити, що таких програм дуже багато, тому розробники програм візуалізації даних мають, на перший погляд, дуже непросте завдання: визначити перелік програм, з яких слід здійснити імпорт даних, а, по-друге, підготувати для цього відповідний конвертер. Але це проблема розв'язується досить просто: прикладні програми, як правило, мають засоби для імпорту в текстовий файл. Але існує ще й простіший варіант:*

4. Вставлення з буфера обміну.

### **Збереження інформації**

*Збереження проекту здійснюється звичайним способом, за командою **Файл ► Сохранить проект або Файл ► Сохранить проект как...***

### **Настроювання**

Доступ до загальних настроювань здійснюється за командою **Правка ► Настройки**. У вікні "Настройки" настроювання згруповані в 5 груп за функціональним призначенням. Наприклад, настроювання за замовчуванням для двовимірних графіків дозволяють відмінити автоматичне масштабування, встановити стиль кривої, її ширину, застосувати елементи форматування заголовків, осей. Але всі ці елементи можна змінити для конкретного графіка після його побудови.

*Завжди слід пам'ятати про можливість збою роботи комп'ютера, системи або програми, тому потрібно періодично зберігати дані. Але існує простий та ефективний спосіб автоматичного збереження змін у проекті. Для цього потрібно у групі настроювань "Общие" на вкладці "Приложение" встановити прапорець біля дії "Сохранять каждые..." і задати кількість хвилин для виконання автоматичного збереження.*

### **Робота з двовимірними графіками**

#### **Типи графіків, що дозволяє будувати система**

- Звичайний графік по точкам (полігон), коли точки з'єднуються прямими лініями (самі точки (вузли) не виділяються), (Line). *Ще такий графік називають графіком залежності X-Y.*
- Звичайний графік по точкам (полігон), коли точки не з'єднуються (Scatter).
- Звичайний графік по точкам (полігон), коли точки з'єднуються прямими лініями, а точки виділяються, (Line+Symbol).
- Графік по крапках (полігон), коли крапки з'єднуються сплайном. *Під сплайном (від англ. spline – планка, рейка) зазвичай розуміють агрегатну функцію, співпадаючу з функціями простішої природи на кожному елементі розбиття своєї області визначення.*
- Точки з'єднуються тільки горизонтальними і вертикальними лініями, виходять сходишки.
  - Графік у вигляді вертикальних ліній.
  - Графіки, що є вертикальними стовпчиками, зазвичай їх називають Bar.
  - Графіки, що є горизонтальними стовпчиками.
  - Область під графіком закрашується або заштриховується.
  - Секторна діаграма (круговий графік), Pie Chart.
  - Набір векторів з можливістю задавати координати почала і кінця вектора, а можна задавати координати почала, його довжину і кут повороту.
  - "Ящик з вусами", Box Plot. Використовується для відображення статистичних даних.
  - Гістограма (статистичний).

#### **Створення графіка**

Для побудови графіка слід виконати такі дії:

1. Виділити область даних у стовпчику таблиці з назвою координати [У]. При цьому це може бути не тільки всі дані стовпчика, але й його певна частина.


2. Створити графік. Це можна зробити кількома варіантами.

- Викликати контекстне меню в області стовпчика з результативною ознакою [У], вибрати з нього послідовно пункти **Графік** і тип графіка.


- Ще швидше виконати цю дію можна з пункту головного меню **Графік**.



- За наявності панелі Plot натиснути кнопку із зображенням певного типу графіка.

Після побудови графік розташовується у новому вікні. Він містить кілька елементів: загальний заголовок, заголовки осей, масштабні координати та графічний образ. Легенда зазвичай розташовується у верхній частині графіка. Вона відображає за якими даними побудовано графік та яким кольором подані ці дані. Наприклад, текст "Table9\_4" вказує на те, що графік побудовано за даними з четвертого стовпчика дев'ятої таблиці проекту. У лівому

куті вікна розташована кнопка на зразок .

В одному вікні можна розташувати кілька графіків:

1. Здійснити подвійне натискання кнопки . Це призведе до появи вікна "Добавить/Удалить кривые".


2. Це вікно складається з двох списків: "Доступные данные" та "Содержимое диаграммы". Використовуючи кнопку  слід додати потрібні графіки з другого до першого списку. За необхідністю, навпаки, вилучити графік, застосовують кнопку . У списках побудовані графіки подаються назвою таблиці, за даними якої вони побудовані.

3. Після додавання нового графіка змінюється і легенда, до якої додається інформація про дані, за якими побудовано графік та його кольорова інтерпретація.

### Інструменти для роботи з графіком

Система має кілька інструментів, що можна застосовувати під час роботи з графіками.


Для наближення або віддалення фрагменту графіка застосовуються однойменні інструменти з таким алгоритмом:

1. Виконати команду **Інструменти** ▶ **Приблизить (Отодвинуть)** або застосувати відповідні кнопки  на панелі інструментів "Графік", після чого курсор набуває вигляду лупи.

2. За допомогою миші виділити фрагмент графіка.

3. Кожне наступне виділення при включеному відповідному інструменті буде наближати або віддаляти виділений фрагмент.

Інструменти зчитування надають можливість визначити координати окремих точок на графіка. Для їх застосування слід здійснити такі дії:

1. Виконати команду **Інструменти** ▶ **Считывание с экрана (Считывание данных)** або застосувати відповідні кнопки  на панелі інструментів "Графік",.

2. При переміщенні курсору на графіка автоматично відображаються значення змінних  $x$  і  $y$ .

### Редагування графіка

Команди пункту головного меню **Формат** дозволяють змінювати стиль графіка, масштаби, осі, координатну сітку, назву заголовка, здійснювати форматування легенди. Для звернення до дій, що можна виконати з певним елементом графіка, достатньо на ньому здійснити подвійне натискання. Наприклад, якщо зробити це на елементах легенди (заголовках), то відкриється вікно з назвою легенди, в якому можна її змінювати, а також застосовувати до неї різні елементи форматування.

Основні дії редагування самого графіка здійснюється за командою **Формат** ▶ **Графік** або з пункту контекстного меню "Свойства", якщо викликати його на графічному зображенні.

Користувач має можливість змінити спосіб з'єднання точок графіку, стиль вузлів, товщину та колір лінії. Він також має можливість застосувати градієнтне заповнення простору під графіком. Кнопка "**Таблиця**" забезпечує швидкий перехід до таблиці, за якими побудовано графік, а за допомогою кнопки "**Асоціації графіка**" визначають які саме дані з таблиці було застосовано для побудови графіка.

Деякі дії можуть бути виконані з контекстного меню, якщо його викликати на *масштабній шкалі*.

1. *Перерисовать и отобразить все*. Дозволяє змінити у цьому ж вікні графік у разі зміни початкових даних.

2. *Скрыть оси*. Після застосування цієї дії для відображення осі слід виконати команду **Формат ▶ Осі**, у вікні "Основные опции построения" перейти на вкладку "Ось" і встановити прапорець для поля-мітки "Показать".

3. *Показать сетку*. У розширених можливостях настроювання користувач має можливість застосувати як основну (для  $x$ ), так і допоміжну сітку (для  $y$ ), визначити для них колір, товщину лінії. При цьому вибір з меню цього пункту відображає сітку, а повторне натискання – вилучає її.

4. *Масштаб*. У розширених можливостях настроювання система дозволяє змінити тип відображення даних: лінійний або логарифмічний; їх діапазон (але тільки у фактичних межах даних таблиці); напрямок масштабною шкали – за спаданням або зростанням.

5. *Свойства*. Відкриває доступ до розширених можливостей усіх попередніх пунктів.

#### **Аналіз даних таблиць**

Під час роботи з таблицями система надає користувачеві низку аналітичних можливостей.

Система може розраховувати за даними таблиць кілька статистичних показників: середнє значення, стандартне відхилення, дисперсія, сума, максимальне та мінімальне значення тощо. При цьому вони можуть розраховані для як таблиці у цілому, так і для стовпчиків або для рядків таблиці. Для виконання такої дії слід під час роботи з таблицею виділити потрібний стовпчик, рядок

або повністю таблицю і виконати команду **Аналіз ▶ Статистика по колонкам (строкам)** або натиснути відповідну кнопку, наприклад,  (Статистика по стовпчикам) на панелі таблиць.

Програма має також функції для розрахунку кореляції, автокореляції, *згортання і деконволюції*.

Має SciDAVis також функції прямого і зворотного швидкого перетворення Фур'є (БПФ, FFT) і функції для роботи із спектрами і сигналами. *Наприклад, можна завантажити одновимірний сигнал, і при використанні швидкого перетворення Фур'є (на жаль, немає звичайного дискретного перетворення Фур'є) можна вказати крок дискретизації, і тоді SciDAVis побудує спектр, де по горизонтальній осі буде відкладена правильно розрахована частота, а не відліки. Причому, спектр можна залишити в тому вигляді, як він виходить при використанні FFT, тобто спочатку йдуть гармоніки позитивної частоти, а потім негативної, а можна автоматично переставити половинки спектрів, щоб негативні частоти йшли до позитивних. Спектр також можна автоматично пронормувати до максимального значення. Над спектрами і сигналами можна проводити різну обробку. Наприклад, можна продиференціювати сигнал, або навпаки розрахувати інтеграл в заданих межах. До сигналів можна застосовувати різні частотні фільтри.*

#### **Аналіз графіка**

Під час роботи з графіками система надає користувачеві низку аналітичних можливостей. Всі вони містяться в пункті **Аналіз**.

1. *Транслировать. (Транслявати)*. Переміщення графіка по вертикалі або горизонталі. Здійснюється так:



- Виконати команду **Анализ ▶ Транслировать ▶ Вертикально (Горизонтально)**.
- За допомогою інструментів зчитування здійснити подвійне натискання на лінії графіка.

- Здійснити подвійне натискання на вертикальній (або горизонтальній лінії). В результаті цього система розрахує різницю між двома значеннями на осі  $x$  або  $y$  і додасть його до всіх точок графіка, що спричинить його переміщення. Одночасно змінюються відповідні дані у таблиці.

2. *Диференціювання*. Після виконання команди **Анализ ▶ Дифференцирование...** (і вибору графіка якщо на рисунку їх відображено кілька) у новому вікні з'являється графік похідної. Одночасно для розрахованих даних створюється нова таблиця.

3. *Інтегрування*. Для інтегрування від базової нульової лінії у програмі застосовують метод трапецій. Після виконання команди **Анализ ▶ Интегрирование...** з'явиться вікно, в якому буде запропоновано ввести порядок, кількість ітерацій, допуск, верхню та нижню межу. Результати інтегрування, зокрема пікове значення  $x$  і  $y$ , площа відображаються у спеціальному вікні "Журнал результатів".


4. *Згладжування даних (Smoothing)*. *Згладжування є спеціальною операцією усереднення*. Програма має три варіанти згладжування даних, що доступні після виконання команди **Анализ ▶ Сглаживание ▶ ...**. Для згладжених даних створюється прихована таблиця, що має ім'я Smoothed і порядковим номер для такого роду таблиць.

- *Згладжування, що використовує фільтр Савицький-Голай (Savitzky-Golay)*. У вікні "Опции сглаживания" слід визначити ступінь полінома для згладжування (максимум "9"). Саме цей параметр дозволяє покращувати згладжування.

- *Ковзна середня*. Тут потрібний коментарій. Насправді, тут помилка у перекладі. Це не метод ковзних середніх, а метод збільшення періодів, суть його полягає в тому, що первинні дані змінюються середніми за інтервалами. Тому у вікні "Опции сглаживания" користувач задає тільки кількість точок в інтервалі, за якими розраховується середня. Прийнято застосовувати непарне значення інтервалу, як правило, "3" або "5".

- *БПФ-фільтр (Быстрое преобразование Фурье), FFT (швидке перетворення Фур'є)*. У вікні "Опции сглаживания" слід тільки визначити кількість точок для згладжування.

Слід відмітити, що при виконанні операції згладжування користувач може неодноразово застосовувати різні методи та (або) значення параметрів для них, доки не зупиниться на найбільш вдалому з його точки зору. Зрозуміло, що одержані проміжні графіки згладжування йому, як правило, будуть непотрібні. У цьому разі для видалення застосовується стандартна

команда **Правка ▶ Отменить** або кнопка відміни  зі стандартної панелі інструментів.

5. *Інтерполяція*. Процес знаходження відсутнього значення функції всередині графіка. Насправді система дає можливість здійснювати також *екстраполяцію*, тобто продовження графіка за його межі. Для виконання цієї дії здійснюються такі дії:

- Виконати команду **Анализ ▶ Интерполяция...**. З'явиться вікно "Опції інтерполяції".
- Задати у вікні параметри: вид слайна (інтерполяції): лінійна – сусідні точки з'єднуються відрізками прямих (лінійним сплайном); кубічна – сусідні точки з'єднуються відрізками кубічного полінома (кубічним сплайном), Акіма без округлення; початкове та кінцеве значення на осі  $x$ , кількість точок. При цьому координати на осі  $x$  не обмежуються значеннями з таблиці (екстраполяція).

- Результат відображається у вікні з початковим графіком. Одночасно для розрахованих даних створюється нова таблиця.

6. *Быстрое приближение (Швидке наближення) (Fit)*. Це – апроксимація, тобто опис даних за допомогою певної залежності. Система надає кілька варіантів побудови залежності: лінійну  $y = a + bx$ , поліноміальну  $y = a + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_kx^k$ , експотенційну і кілька інших.

При цьому деякі залежності будуються взагалі автоматично (лінійна), для деяких слід вказати низку параметрів. Наприклад, для поліноміальної залежності слід вказати значення ступеня. Дані наближення відображаються у вікні з графіком, а обчислені для нього статистичні показники – у журналі результатів. Серед статистичних показників, наприклад, *T-test*, що призначений для перевірки гіпотези про рівність математичного очікування змінної заданій величині.

### **Робота з трьохвимірними графіками**

#### **Типи графіків, що дозволяє будувати система**


- Поверхня рівня у вигляді стрічки.
- Стовпчики, положення на площині яких задається двома координатами, а третя координата визначає їх висоту.
- "Пузирчикові діаграми": точки не з'єднуються, Scatter Plot.
- Траєкторія.

#### **Створення графіка**

Для побудови графіка слід виконати такі дії:

1. Сформувати дані для координат [X] і [Y].
2. Сформувати дані для координати [Z] як похідну від координат x, y.
3. Виділити область даних у стовпчику таблиці з назвою координати [X]. При цьому це може бути не тільки всі дані стовпчика, але й його певна частина.
4. Викликати контекстне меню в області стовпчика з координатою [Z], вибрати з нього послідовно пункти **График**, **3D График** і тип графіка. Ще швидше виконати цю дію можна з пункта головного меню вибравши послідовно пункти **График**, **3D График**.
5. Графік після побудови розташовується у новому вікні. Одночасно з'являється панель інструментів "3D поверхня".

Після побудови графік містить заголовки осей, масштабні координати та графічний образ. Панель для роботи з 3D-графіком дозволяє максимально швидко застосувати до нього різноманітні дії: подати його у рамці або навпаки, ввімкнути або вимкнути сітку для будь-якої поверхні, застосувати режим обертання (анімація), змінити тип графіка і та ін.

Тривимірні графіки в SciDAVis можна обертати, наближати і видаляти мишкою. Після виконання дії обертання для повернення до початкового вигляду слід натиснути кнопку  ("Скинути обертання").

#### **Збереження**

Система надає можливість експорту графіка у формати BMP, PNG, PDF. Для цього слід виконати команду **Файл** ► **Экспортировать график** і вибрати тип і місце для збереження графіка.

УДК 519.7(075.8)

## **ОПРАЦЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ТЕСТУВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ТАБЛИЧНОГО ПРОЦЕСОРА OpenOFFICE.ORG Calc**

**Головіна Н.О.**

**OpenOffice.org Calc** – це сучасний табличний процесор, який входить до складу OpenOffice і використовується для організації розрахунків та аналізу ділових даних.

Електронні таблиці можуть бути широко використані для управління навчальним процесом. За їх допомогою можна створювати бланки результатів тестування та здійснювати їх опрацювання. Наприклад, у групі 13 студентів, які відповідають на 12 запитань. Необхідно створити бланк опитування групи (правильна відповідь – 1, неправильна – 0) та опрацювати отримані результати. Для цього створимо таблицю за зразком (рис.1). У діапазоні C3:N15 введемо результати тестування (нуль або одиниця).



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	<b>ТЕСТ 1</b>																	
2	№ п/п	Прізвище та ініціали	Питання №1	Питання №2	Питання №3	Питання №4	Питання №5	Питання №6	Питання №7	Питання №8	Питання №9	Питання №10	Питання №11	Питання №12	Кількість правильних відповідей	Відсоток правильних відповідей	Підсумки зарахування	Рейтинг
3	1	Бородавко Н.І.																
4	2	Білан Д.О.																
5	3	Брик В.С.																
6	4	Величко А.Л.																
7	5	Гнипа Д.Р.																
8	6	Завадовський П.В.																
9	7	Загородній Р.О.																
10	8	Ілляша О.Д.																
11	9	Іщенко Л.М.																
12	10	Ковтун С.М.																
13	11	Коломієць О.П.																
14	12	Кулик Н.І.																
15	13	Кунтиш Р.М.																
16	Кількість правильних відповідей на питання																	
17	Відсоток правильних відповідей на питання																	
18	Максимальна кількість правильних відповідей на питання тесту																	
19	Мінімальна кількість правильних відповідей на питання тесту																	

Рис. 1

**Здійснимо необхідні розрахунки:**

1. Обчислимо кількість правильних відповідей, які дав кожен опитуваний. Для цього потрібно:

- зробити активною комірку O3;
- викликати Асистент: функції (fx);

• у вікні, що з'явилося, на вкладці **Функції** (рис. 2), у полі *Категорія* обрати **Математичний**, а в полі **Функція** – **РАХ.ЯКЩО** і натиснути кнопку Далі>>;

- Заповнити поля **діапазон** та **критерій** у правій частині вікна (рис. 39):

в полі **діапазон** введіть діапазон комірок C3:N3 (діапазон комірок можна ввести інакше: натиснути кнопку (1) вікна Асистент:функції; після того, як вікно згорнеться, в таблиці виділити рядок C3:N3; повернутися у вікно, натиснувши на відповідну кнопку – максимізувати вікно).

- в полі **критерій** з клавіатури записати умову відбору "1";
- натиснути кнопку "Так";

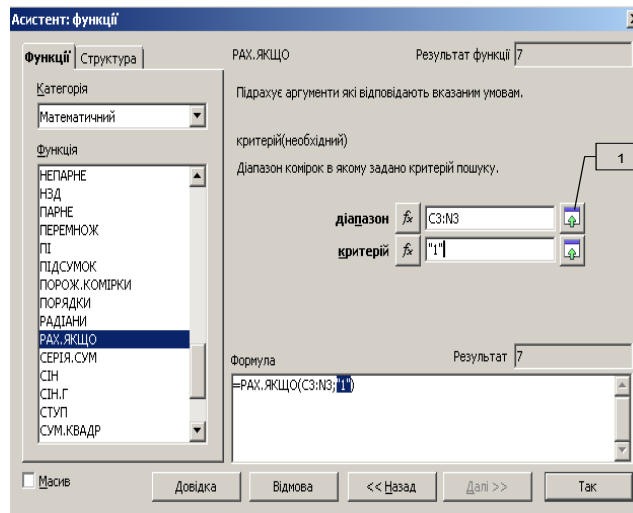


Рис. 2

Використовуючи авто заповнення, скопіювати функцію з комірки O3 в діапазон комірок O4:O15.

2. Обчислимо відсоток (%) правильних відповідей (відношення кількості правильних відповідей – стовпчик O3:O15 до загальної кількості питань – 12), помістивши формули у діапазон P3:P15.

3. Виконаємо аналогічні обчислення в рядках C16:N16 та C17:N17 (див. пп 1,2).

4. Заповнимо колонку "Підсумки зарахування". Для цього потрібно:

- виділити комірку Q3;
- викликати **Асистент:функції**; у вікні, що з'явилося, на вкладці **Функції**, в полі *Категорія* вибрати **Логічний**, а в полі **Функція** — **ЯКЩО** і натиснути кнопку "Далі>>";
- заповнити поля **Тест**, **Далі\_знач.**, та **Інакше\_знач.** як на рис. 3;
- натиснути кнопку "Так";
- скопіювати формулу з комірки Q3 в діапазон Q4: Q15.

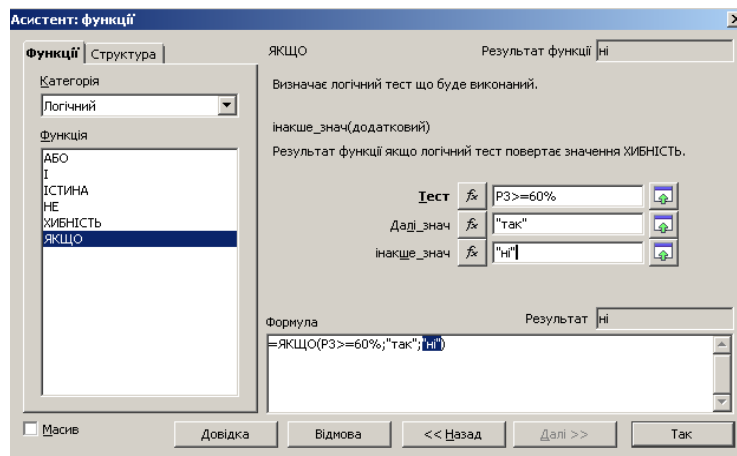


Рис. 3

5. Заповнимо стовпчик *Рейтинг*. Для цього:

- виділити комірку R3;
- відкрити **Асистент:функції**;
- знайти в полі *Категорія* **Статистичний**;
- відшукати функцію **ПОЗ.ЗНАЧ** і натиснути кнопку "Далі >>";
- у вікні (рис.4) ввести: в полі **значення** – адресу комірки, де знаходиться відсоток правильних відповідей; в полі **Дані** – весь діапазон комірок, де знаходяться відсотки правильних відповідей і в полі **Тип** ввести з клавіатури число 0 або 1 (рейтинг у порядку зростання або спадання), після чого натиснути "Так";

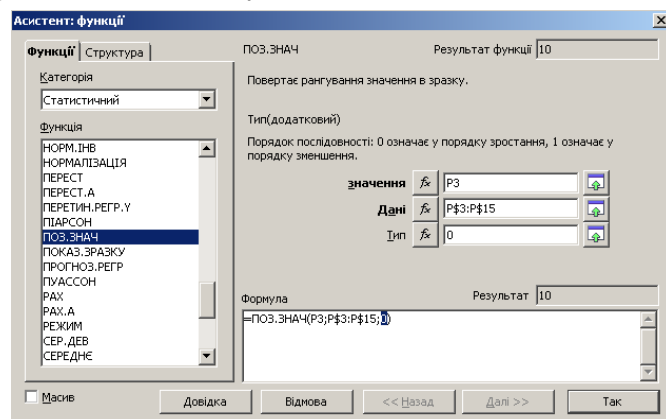


Рис. 4

Зробіть авто заповнення вміст комірки R3 у діапазон комірок R4:R15.

6. Знайдемо максимальну (комірка O19) та мінімальну (комірка O20) кількість правильних відповідей. Використаємо для цього статистичні функції **МИН** та **МАХ**.

В результаті виконання завдання, ви отримаєте необхідну таблицю (рис. 5).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	<b>ТЕСТ 1</b>																	
2	№ п/п	Прізвище та ініціали	Питання №1	Питання №2	Питання №3	Питання №4	Питання №5	Питання №6	Питання №7	Питання №8	Питання №9	Питання №10	Питання №11	Питання №12	Кількість правильних відповідей	Відсоток правильних відповідей	Підсумки зарахування	Рейтинг
3	1	Бородавко Н.І.	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	7	58%	ні	10
4	2	Білан Д.О.	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	8	67%	так	4
5	3	Брик В.С.	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	7	58%	ні	10
6	4	Величко А.Л.	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	10	83%	так	1
7	5	Гнипа Д.Р.	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	8	67%	так	4
8	6	Завадовський П.В.	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	5	42%	ні	13
9	7	Загородній Р.О.	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	8	67%	так	4
10	8	Ілюша О.Д.	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	9	75%	так	2
11	9	Іценко Л.М.	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	7	58%	ні	10
12	10	Ковтун С.М.	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	8	67%	так	4
13	11	Коломієць О.П.	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	8	67%	так	4
14	12	Кулик Н.І.	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	8	67%	так	4
15	13	Кунтиш Р.М.	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	9	75%	так	2
16		Кількість правильних відповідей	11	8	8	7	6	8	10	11	6	10	9	8				
17		Відсоток правильних відповідей	73%	53%	53%	47%	40%	53%	67%	73%	40%	67%	60%	53%				
18																		
19			Максимальна к-ть правильних відповідей												10			
20			Мінімальна кількість правильних відповідей												5			

Рис. 5

7. Створимо другий аркуш, на якому відобразимо результати Тесту 2. Для цього необхідно зробити:

- Скопіювати Аркуш1 (контекстне меню на Аркуш1, вибрати дію *Пересунути/копіювати аркуш*, виставити прапорець *Копіювати*, вставити перед *Аркуш 2* і натиснути кнопку *Так*). Отримаємо Аркуш1\_2

- Переіменувати Аркуш1 на **Тест 1**, а Аркуш1\_2 на **Тест 2**.

- На аркуші **Тест 2** в діапазоні C3:N15 змінити значення (0 на 1 і навпаки), тобто ввести нові результати тестування.

8. Здійснимо узагальнюючий аналіз усього тестування на **Аркуші2**, який назвемо **Підсумок**. Для цього виконаємо наступні дії:

- На аркуші **Підсумок** створити таблицю за зразком (рис. 6).

- Заповнити колонку № п/п (автозаповнення).

- Виділити комірку B3 і ввести =; перейти на аркуш **Тест1**, виділити прізвище Бородавко Н.І., повернутись на аркуш **Підсумок** і натиснути Enter.

- Скопіювати B3 в діапазон комірок B4:B15.

- Заповніть комірки C3:C15 та D3:D15 значеннями стовпців "Відсоток правильних відповідей" з аркушів **Тест1** та **Тест2**.

- В графі *Середнє* використайте функцію **СЕРЕДНЄ**.

- В графі *Підсумки зарахування* використайте функцію **ЯКЩО**, а критерій  $\geq 50\%$ .

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>ПІДСУМКИ ТЕСТУВАННЯ</b>						
2	<b>№ п/п</b>	<b>Прізвище та ініціали</b>	<b>Тест 1</b>	<b>Тест 2</b>	<b>Середнє</b>	<b>Підсумки зарахування</b>	<b>Оцінка</b>
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							

Рис. 6

• Для заповнення графи *Оцінка* функцію **ЯКЩО** потрібно використати із кількома вкладеннями (рис. 7).

	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>ПІДСУМКИ ТЕСТУВАННЯ</b>						
2	<b>№ п/п</b>	<b>Прізвище та ініціали</b>	<b>Тест 1</b>	<b>Тест 2</b>	<b>Середнє</b>	<b>Підсумки зарахування</b>	<b>Оцінка</b>
3	1	Бородавко Н.І.	92%	92%	92%	зарах	5
4	2	Білан Д.О.	67%	67%	67%	зарах	3
5	3	Брик В.С.	58%	50%	54%	незарах	2
6	4	Величко А.Л.	83%	75%	79%	зарах	4
7	5	Гнипа Д.Р.	67%	58%	63%	зарах	3
8	6	Завадовський П.В.	42%	50%	46%	незарах	2
9	7	Загородній Р.О.	67%	67%	67%	зарах	3
10	8	Іллюша О.Д.	75%	92%	83%	зарах	5
11	9	Іценко Л.М.	58%	75%	67%	зарах	3
12	10	Ковтун С.М.	67%	67%	67%	зарах	3
13	11	Коломієць О.П.	67%	50%	58%	незарах	2
14	12	Кулик Н.І.	67%	67%	67%	зарах	3
15	13	Кунтиш Р.М.	75%	75%	75%	зарах	4

Рис. 7

Виконання таких завдань важливо застосовувати при вивченні курсу "Основи інформаційних технологій та ТЗН" студентами всіх спеціальностей. Вони формують інструментарій майбутнього вчителя, демонструють прикладну спрямованість застосування табличного процесора.

### Література

1. Головіна Н.О., Беліловець В.М., Рубан О.А. Основи інформаційних технологій на базі вільного програмного забезпечення: Методичний посібник. – Ніжин: Видавництво НДУ ім. М. Гоголя, 2009. – 100 с.
2. OpenOffice.org: Теорія і практика / И. Хахаев, В. Машков, Г. Губкина и др. – М.: ALT Linux; БИНОМ, 2008. – 318 с.
3. <http://ru.openoffice.org/about-documentation.html>

УДК 004.451

## ГОЛОВНІ АРХІТЕКТУРНІ ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ UNIX

Доліч О.В.

Головні компоненти UNIX-системи такі:

- **ядро**. Виконує всі системні функції. Воно постійно перебуває в оперативній пам'яті і завантажується туди після ввімкнення комп'ютера. Ядро оформлене як виконавчий файл. Воно може бути монолітним або (для новіших версій UNIX) мати модульну будову. Під час будь-якого перелаштування системи, введення нових драйверів, зміни параметрів генерації системи монолітне ядро перебудовують і зберігають у наново створеному файлі. У разі модульного ядра можна додавати нові драйвери для деяких типів пристроїв без перекомпіляції ядра. Функції ядра відображені на рис. 1;
- **інтерпретатор команд (shell)**. Призначений для сприйняття, інтерпретування та передавання ядру з метою виконання команд мови керування UNIX. Фактично виконує інтерфейсні, посередницькі функції між ядром та прикладними програмами;
- **прикладні програми**. Звертаються до інтерпретатора команд та ядра системи.



Рис. 1. Функції ядра UNIX

### Завантаження та зупинка UNIX

Процес завантаження UNIX передбачає такі етапи:

- завантаження та ініціалізація ядра;
- розпізнавання та конфігурування пристроїв;
- створення первинних системних процесів;
- виконання команд оператора;
- виконання командних файлів;
- перехід у багатокористувацький режим.

З диска читається програма-завантажувач, яка завантажує у пам'ять ядро, виконане у вигляді окремого файлу /unix (/vmlinix). Ядро має фіксований розмір (якщо не враховувати драйвери, що завантажуються). Воно тестує пам'ять та повідомляє про наявний обсяг вільної пам'яті.

Після тестування пам'яті ядро опитує всі відомі йому пристрої. Конкретне конфігурування пристроїв (та відповідних драйверів до них) задане до компіляції ядра. Ядро ще може опитувати шину, шукаючи приєднані пристрої. Пристрої, які не відповідають, будуть від'єднані.

Наступний етап – створення декількох спонтанних процесів. їх називають так тому, що вони породжені нестандартним для UNIX способом – без системного виклику fork. Найчастіше це процеси диспетчера (shed), організації сторінкового переписування (swapper, page-daemon). Конкретний набір процесів залежить від версії ОС, однак завжди запускається процес init (PID

1), який стає попередником (родоначальником) усіх інших процесів. Автоматично монтується коренева файлова система.

Якщо користувач вводить спеціальну команду, то систему можна запустити в однокористувацькому режимі. Процес `init` запускає інтерпретатор команд `shell`. Користувач може вводити свої команди. Вони виконуються від імені `root`. Після виходу з `shell` (`exit`, `^D`) процес початкового завантаження продовжується.

На наступному етапі відбувається виконання командних файлів. Ці файли можуть бути в різних каталогах (`etc/rc`, `etc/init.d`). Найчастіше в їхній назві є `rc`. Командні файли містять команди визначення імені ПК, перевірки цілісності файлових систем (`fsck`), монтування системних дисків, конфігурування мережевих параметрів та служб, запуск демонів та механізму квот.

У подальшому `init` запускає процеси `getty` по одному для кожного приєданого терміналу. Після цього система готова до роботи.

Зупинити систему та перезапустити її можна такими способами:

- вимкнути живлення (не рекомендують, бо порушується файлова система);
- командою `shutdown` (найкоректніший спосіб зупинки);
- командами `halt` та `reboot`;
- надіслати процесу `init` сигнал `TERM`;
- знищити процес `init` (некоректний спосіб);
- для систем UNIX AT&T перейти на новий рівень виконання (`telinit apr`) [1].

### Процеси в UNIX

Базовою концепцією організації обчислень в UNIX є поняття процесів. Процес – це програма, яка виконується. Під час створення нового процесу створюють і деяку віртуальну машину, що його виконує. Процеси в UNIX незалежні, але можуть взаємодіяти під час виконання. Ядро системи обслуговує багато незавершених процесів. Кванти часу процесора кожному процесу виділяє диспетчер UNIX по чергово.

У випадку перемикання системи між різними процесами, якщо в пам'яті не вистачає місця, відбувається переписування (`swapping`) найстаршого процесу на твердий диск і вивільнення місця в пам'яті для нового процесу. Сьогодні переписування поступилося ефективнішому пейджингу (`paging`), який на твердий диск переписує не весь процес, а тільки деякі його сторінки.

Система запам'ятовує активний стан програми та даних для всіх незавершених процесів і поновлює їх по черзі. Процеси можуть породжувати інші процеси. Кожен процес має свій ідентифікатор.

Інформація про процеси у вигляді відповідних дескрипторів зберігається в таблиці процесів. Сучасні версії UNIX дають змогу зберігати в такій таблиці кілька сотень процесів.

Один з процесів працює постійно. Він має ім'я `init` і є первинним. Якщо класифікувати процеси UNIX, то можна виділити користувацькі та системні, а також процеси-демони (`daemons`). Більшість процесів має статус користувацьких. Системні – це процеси, орієнтовані на виконання системних функцій, найчастіше звертання до ядра системи як до певної підпрограми. Якщо користувацькому процесу треба виконати системну функцію, він формує системний виклик. З моменту генерування системного виклику процес стає системним. Як бачимо, користувацький та системний процеси – це часто дві фази одного й того ж процесу. Процеси-демони є різновидом системних процесів, які виконуються у фоновому режимі. Вони виконують системні дії, пов'язані з обслуговуванням мережі (так звані `listener`'и, протоколи), адмініструванням ресурсів (фонове записування та оновлення даних) та ін.

Отже, архітектура UNIX дає змогу сформувати розподілену систему як сукупність процесів, що обмінюються даними. Для обміну інформацією між процесами UNIX пропонує використання:

- сигналів;

- семафорів;
- програмних каналів;
- черг повідомлень;
- сегментів пам'яті, що розділяється;
- спеціальних команд (write, cu, mail);
- засобів міжмашинної взаємодії (uucp, tcp/ip, nfs, rfs).

**Техніка передавання сигналів** між процесами формує реакцію системи на деякі події (натискання на клавіші, знищення процесу, зменшення напруги мережі електроживлення, деякі помилки та збої). Реакція системи на визначені події передбачена за замовчуванням, однак користувач може перехопити таке "переривання" і написати свою програму опрацювання переривання.

**Семафори** – це цілі числа або масиви цілих чисел, що дають змогу організувати коректний доступ до ресурсів системи, які треба використовувати в монопольному режимі. Семафор може тимчасово припинити процес, якщо потрібний йому ресурс зайнятий.

**Програмні канали (pipes)** – це засіб комунікації між процесами, який дає змогу процесам, що виконуються у системі, обмінюватись інформацією, синхронізувати роботу, працювати як одне ціле. Програмний канал – це деякий спеціальний файл, над яким дозволені операції читання та записування. Спроба записування в канал, для якого нема читання, призведе до затримки процесу-записувача, аж доки не з'явиться процес-читач і навпаки. Для введення-виведення з каналу використовують потокову модель даних. Дані не інтерпретуються і їхня довжина ніяк не обмежена. Визначено неіменовані та іменовані програмні канали. Неіменовані програмні канали налагоджують тільки між процесами-родичами. Іменовані канали можна налагоджувати між довільними процесами. Однак кожний канал є між парою процесів.

**Черги повідомлень**, як і програмні канали, є засобом взаємодії процесів, однак допускають гнучкішу організацію такої взаємодії. Для черг не обов'язкова наявність пари процесів записувач-читач, просто є деяка черга повідомлень, до якої у разі потреби звертаються процеси записувачі і читачі. Для формування черги не використовують потокової моделі даних. Кожне повідомлення має структуру (тип і дані). У ньому можуть бути довільні дані. Розмір повідомлення обмежений загальним розміром черги, заданим у момент її створення. Його можна читати з черги у довільному порядку. Багато процесів можуть працювати з однією чергою.

Техніка **пам'яті спільного використання** дає змогу значно пришвидшити обмін даними. У всіх попередньо розглянутих випадках обмін даними відбувався за посередництвом ядра системи. У разі використання спільної пам'яті обмін даними відбувається шляхом записування-читання даних у виділену частину віртуального адресного простору. Для синхронізації взаємодії багатьох процесів з пам'яттю спільного використання застосовують семафори.

У структурах даних ядра зберігається інформація про всі процеси, що виконуються у системі. Для кожного процесу зберігається

- ідентифікатор процесу PID;
- ідентифікатор процесу-попередника PPID;
- таблиця розподілу пам'яті процесу;
- статус процесу;
- відомості про ресурси, які він використовує;
- ідентифікатор власника.

Власником процесу є користувач, який його створив. Параметри PID та PPID – це послідовні номери-ідентифікатори процесів. Крім PID та PIDs, визначено й ефективні параметри – EPPID та EPIDs. Ефективні параметри – це реальні ідентифікатори користувача та групи з урахуванням можливості їхньої зміни.

Новий процес створюють методом клонування старого. Він отримує новий PID, а потім програму старого процесу замінюють програмою нового.

Диспетчер вибирає процес згідно з його пріоритетом. Пріоритет процесу залежить від значення `nice`, скільки часу він виконувався і скільки чекав у черзі.

Після закінчення процесу підпрограма `_exit` повертає процесу-попереднику код закінчення, який свідчить про його успішність або причину невдачі. Надалі диспетчер більше не запускає процесу, його адресний простір також вивільняється, однак запис про процес зберігається доти, доки процес-попередник системним викликом `wait` не запитає про код виходу. Такі процеси називають процесами-зомбі. В деяких випадках процес-попередник закінчується раніше, ніж процеси-наступники. Тоді ядро системи віддає зомбі-процеси процесу-попередника первинному процесу `init`, який, відповідно, повинен звільнити своїх зомбі.

Процесами можна керувати, надсилаючи їм сигнали. Сигнал (аналогічно до переривання в MS DOS) перериває роботу процесу та виконує призначену йому підпрограму опрацювання. Після виконання підпрограми опрацювання сигналу виконання процесу поновлюється. Можна створити свою програму опрацювання сигналу, відмінну від тої, що діє за замовчуванням. Деякі сигнали можна ігнорувати або блокувати.

У кожен момент часу процесові властивий певний стан. Визначено такі стани:

- виконання (диспетчер виконує процес відповідно до його пріоритету);
- чекання (процес чекає виконання якоїсь системної операції й отримання відповідного сигналу);
- зомбі;
- перебування у `swap`-пам'яті (це звичайний процес в одному з інших станів, тимчасово перенесений у зовнішню `swap`-пам'ять);
- зупинення (процес отримав сигнал `STOP`, не має права на продовження).

Пріоритетом виконання окремих процесів можна керувати за допомогою параметра `nice` (ввічливості). Чим менше значення `nice`, тим вищий пріоритет процесу. Новий процес успадковує пріоритет попередника. Власник процесу може тільки збільшити значення `nice`, зменшуючи пріоритет власного процесу. Привілейований користувач не обмежений у зміні параметра `nice` свого процесу.

Головна команда контролю наявних процесів у системі – `ps`. Команда `ps-aux` виводить такий список параметрів для кожного процесу. `USER` – користувач, `PID` – ідентифікатор, `%CPU` – відсоток часу ЦП, виділений для процесу, `%MEM` – відсоток фізичної пам'яті, зайнятої процесом; `VSZ` – віртуальний обсяг процесу, Кбайт; `RSS` – кількість кілобайтових сторінок; `TT` – ідентифікатор керівного терміналу; `STAT` – статус процесу; `START` – час запуску процесу; `TIME` – час ЦП, використаний процесом; `COMMAND` – ім'я та аргументи команди запуску процесу.

Якщо треба отримати не разовий відбиток усіх процесів, а статистику за певний проміжок часу, то можна використати програму `top` [2].

### Література

1. Дунаев С. UNIX System V. Release 4.2. Общее руководство. – М.: Диалог-МИФИ, 1995. – 287 с.
2. Немец Э., Сибасс С., Снайдер Г., Хейн Т. UNIX: руководство системного администратора. – СПб.: Питер, 2008. – 925 с.



УДК 681.3

## ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕРНЕТ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ НАВЧАННЯ ТА АНКЕТУВАННЯ

Казачков І.В., Колбасін М.І.

**Постановка задачі.** В автоматизації навчання за допомогою ЕОМ на всіх рівнях – від дитячих садків до вищої школи – основою служать так звані програмовані підручники і учбові курси. Дослідження психологів з аналізу застосувань електронних технологій з використанням мультимедіа в учбовому процесі показують, що такі технології дозволяють підвищити ефективність навчання на 20-30 %, тобто зменшити число помилок і час на засвоєння матеріалу, підвищити міцність засвоєння знань і навиків. Це досягається за рахунок цілого ряду чинників, серед яких:

1) індивідуалізація навчання завдяки використуванню електронних підручників, в яких освітні напрямки і темп учбового процесу вибирається самим навчаним

2) можливість використування інтенсивних методів активного навчання, ділові і імітаційні ігри, занурення в проблемні ситуації, моделювання реальних і віртуальних процесів і об'єктів.

Дослідження показують, що використування технологій мультимедіа дозволяє отримати абсолютно новий якісний рівень освіти і, по суті, змінити процес передачі і засвоєння знань, навиків і умінь. В даний час створюються повнофункціональні технології, що дозволяють уніфікувати і "поставити на потік" процес розробки інтерактивних моделей як наукового, так і учбового характеру [1-17], про що і йде мова у даній статті, яка також наводить приклад застосування подібних систем у навчанні у Королівському технологічному інституті (Стокгольм, Швеція), Національному технічному університеті України „КПІ”, Ніжинському університеті ім. М.В. Гоголя та ін.

Відмінність програмованого підручника від звичайного полягає, перш за все, в більш строгому дозуванні матеріалу, що вивчається. Кожна порція забезпечується добре продуманим набором контрольних питань і задач, на які завчасно готуються серії можливих відповідей. Неправильні відповіді підбираються відповідно до характерних помилок, які звичайно роблять студенти. Прочитавши чергову порцію матеріалу і осмисливши її, студент переходить до першого контрольного питання (або задачі), обдумує його (або вирішує задачу) і вибирає з приведених відповідей ту, яка представляється йому правильною. Здійснивши вибір, він заглядає в кінець підручника і при правильній відповіді переходить до наступного контрольного питання. У разі неправильної відповіді залежно від виду зробленої помилки підручник містить пояснення цієї помилки і, якщо необхідно, посилає студента до повторного вивчення (або перегляду) вже вивчених ним раніше порцій матеріалу [1, 5, 7, 8, 11, 14, 17].

Зі сказаного ясно, що самостійна робота з програмованим підручником вимагає досить суворої самодисципліни (потрібно утриматися від заглядання в кінець підручника до рішення контрольної задачі, строго виконувати вказівки про повернення до вже пройденого матеріалу і т.д.). Ми знаємо, що тепер автоматизація навчання практикується в багатьох вузах і навіть школах, як в Україні, так і за кордоном. При цьому комп'ютер автоматично реєструє помилки і за програмою, параметри якої визначені підручником (і, можливо, скореговані викладачем), виставляє оцінки учням. Під час самостійної роботи студентів викладач може за бажанням контролювати роботу, виконувану кожним студентом, і одержувати ним оцінки. Система автоматизації навчання передбачає автоматичне управління показом демонстраційних матеріалів і учбових кінофільмів [11, 14, 17].

**Використання інтернет технологій для забезпечення доступу до інформаційних ресурсів.** Використання технологій WWW для забезпечення доступу до інформаційних ресурсів припускає існування наступних компонент (див. рис. 1):

1. IP – мережі з підтримкою базового набору послуг по передачі даних із єдиною політикою нумерації і маршрутизації, що працює з сервісом імен DNS.
2. Виділеного інформаційного сервера – *WWW-сервера*, що забезпечує надання гіпертекстових документів через IP – мережу у відповідь на *запити WWW* – клієнтів.

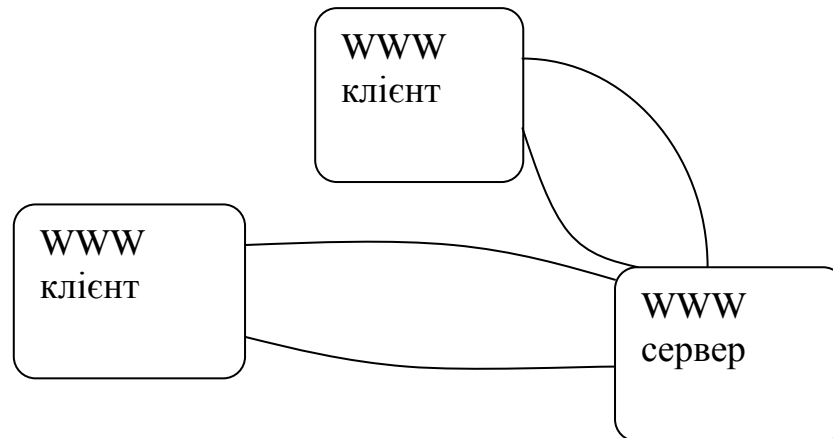


Рис. 1. Схема забезпечення доступу до інформаційних ресурсів (IP мережа).

Як відомо, в інтернет для діалогу використовується інтерфейс форм мови HTML (Hypertext Markup Language). У якості програми для виконання тестів може бути використана будь-яка програма для перегляду WWW (Web-броузер), що підтримує форми (Netscape Navigator, Microsoft Internet Explorer і ін.). Це дозволяє використовувати СДТ практично на будь-якій апаратній платформі. Серверна частина системи повинна бути написана на широко відомих мовах програмування C++ і Perl, що дозволяє з мінімальними змінами переносити ядро системи на інші апаратні і програмні платформи.

Мова Perl була створена для підвищення ефективності опрацювання текстових документів. В даний час мова одержала велике поширення як інструмент створення модулів, що виконуються WWW-сервером. Існуючі пакети забезпечують доступ до SQL-серверів безпосередньо з Perl-програми. Це дозволяє використовувати Perl для вирішення всіх задач, що виникають при забезпеченні WWW-доступу до баз даних. Perl ефективний також при опрацюванні довільних структур даних: існуючих звітів, списків, карток в електронному вигляді, тощо.

**Технології "клієнт/сервер".** Web використовує технологію "клієнт/сервер". Це означає, що десь існує комп'ютер, на якому працює програмне забезпечення Web-сервера. Різні користувачі є клієнтами, що працюють із Web-броузерами, що одержують інформацію з Web-сервера. Web-сервери забезпечують прийом і передачу інформації користувачам по усьому світі; вони підтримують з'єднання з іншими Web-серверами, а також відслідковують важливі статистичні дані, наприклад число відвідувачів визначеної Web-сторінки.

Мова HTML дає авторам Web-сторінок великі можливості для відображення текстової і графічної інформації. Але створювані за допомогою мови HTML сторінки залишаються статичними – користувачі не можуть змінити інформацію, розташовану на сторінці, а також використовувати більшість інтерфейсних елементів. Для того щоб зробити сторінку по-справжньому інтерактивною, нам потрібна ще одна мова, виконувана у контексті Web-броузера – мова скриптів.

Мова скриптів використовується для створення інтерактивних сторінок. Ця мова програмування надає засоби для керування броузером. Звичайно, вона не містить усіх

можливостей справжніх мов програмування, таких, наприклад, як робота з файлами або керування графікою. Створені за допомогою мови скриптів програми не можуть виконуватися самостійно – вони працюють тільки в контексті броузера, що підтримує виконання скриптових програм. Створювані на скриптових мовах програми називають сценаріями або скриптами. Вони включаються до складу Web-сторінок і розпізнаються й обробляються Web-броузером.

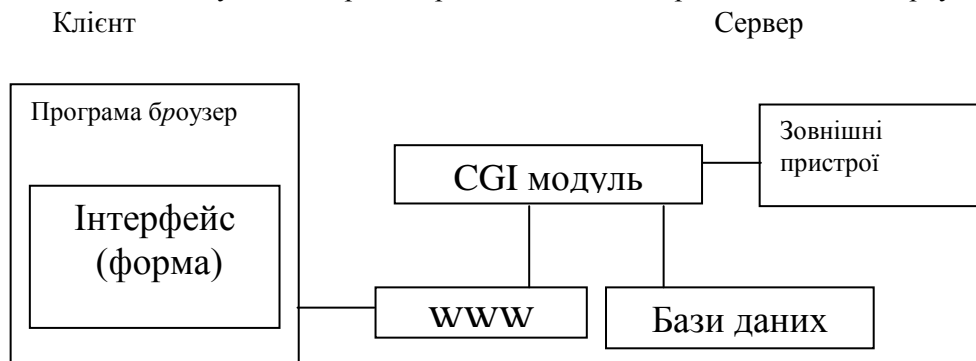


Рис. 2. Схема "клієнт-сервер"

У загальному випадку, інтерактивний інтерфейс користувача являє собою систему, що забезпечує взаємодію користувача і програми. Для WWW інтерактивний інтерфейс можна визначити як послідовність HTML-документів, що реалізують інтерфейс користувача. Можна також умовно розділити принципи побудови інтерфейсу по типу формування HTML-документа на статичний і динамічний. Практично будь-яка задача, що вирішує проблему одержання даних від клієнта, пов'язана з побудовою інтерфейсу. При цьому, найбільш цікавою проблемою є побудова інтерфейсів до різних баз даних, доступ до SQL-сервера, одержання інформації від периферійних пристроїв, створення клієнтських робочих місць. Все це можливо за допомогою CGI (Common Gateway Interface). CGI є стандартом інтерфейсу зовнішньої прикладної програми з WWW сервером. Задача побудови вищезгаданих інтерфейсів ділиться на клієнтська частину і серверну частину.

Для створення клієнтської частини необхідно створити HTML-документ, у якому реалізований інтерфейс із користувачем. У мові HTML це можливо за допомогою форм. Серверна частина складається з модуля, який виконує основні задачі опрацювання даних, що надходять від клієнтської частини, та формування відповіді у форматі HTML. Такий модуль називається CGI -модулем.

**Вимоги до програмного забезпечення системи тестування.** Система тестування, повинна бути захищена від несанкціонованого доступу. Вона повинна також передбачати можливість індивідуального тестування у будь-який зручний час. Система тестування повинна не займати багато часу (оптимально виконувати процес тестування) і, крім того, повинна блокувати можливість заміни результатів. До того ж важливим є те, що повинна бути виключена можливість несанкціонованого копіювання і наступного використання програмного забезпечення, що обслуговує систему тестування.

Далі, система тестування повинна мати можливість зміни питань від тесту до тесту. Повинна бути забезпечена простота створення нового тестового завдання. Повинна бути досягнута простота опитування випробовуваних. Система тестування повинна мати мінімальні системні вимоги до технічного і програмного забезпечення комп'ютерів. Система повинна дозволяти створювати тести закритого типу, відкритого типу і змішаного типу.

Системні вимоги.

Потрібна одна з перерахованих нижче операційних систем.

- Windows 9x/Me: MS Personal Web Server (поставляється разом із ліцензійною копією Windows 98) – версія з особистим диспетчером Web.

- Windows NT WorkStation: MS Peer Web Server із підтримкою ASP (поставляється разом із ліцензійною копією Windows NT Work Station).
- Windows NT Server: MS Internet Information Server 3 або більш старша версія (поставляється разом із ліцензійною копією Windows NT Server).
- Windows 2000: MS Internet Information Server 5 або більш старша версія (поставляється разом із ліцензійною копією Windows NT 2000).

Для всіх операційних систем потрібна наявність інтернет броузера Internet Explorer 4 або вище і процесора баз даних ODBC, що поставляється разом із Microsoft Office 2000.

#### Апаратні вимоги.

Процесор: Pentium або вище. ОЗУ: 32 або більше. Диск: для програмних частин: 4-5 Мб.

Автори приймали участь в розробці однієї з таких систем, CompEdu (Computerized educational system), яка використовується в начальному процесі у Королівському технологічному університеті у Стокгольмі. Приклади цієї системи наведені на рисунках 3,4:

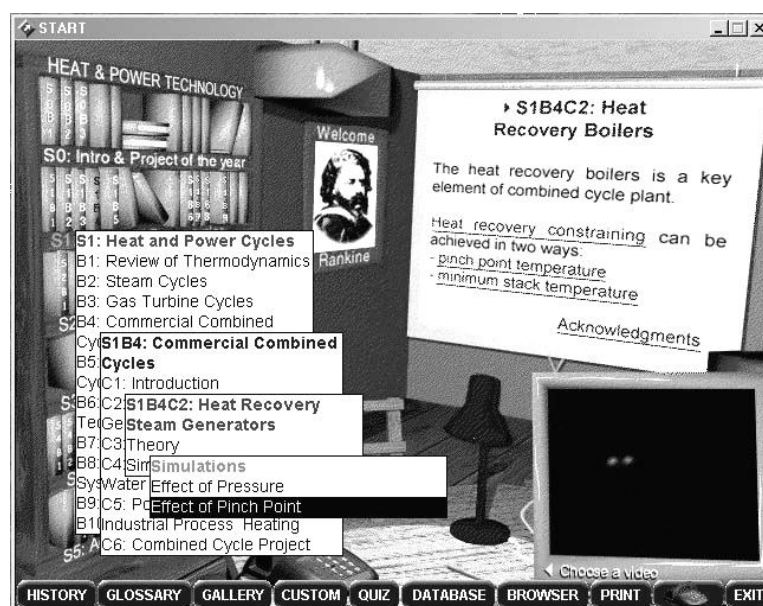


Рис. 3. Один із варіантів головної сторінки інтерактивної системи.

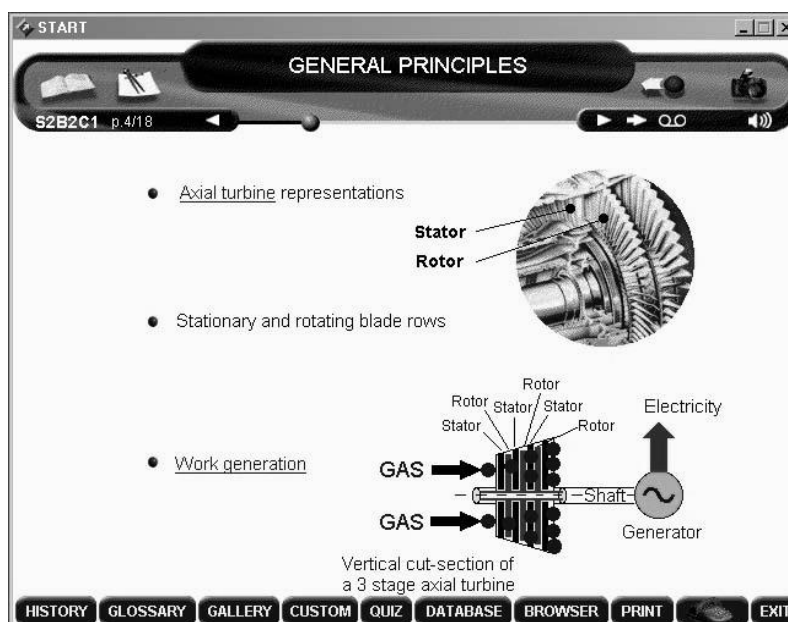




Рис. 4. Головні сторінки інтерактивних лекційних матеріалів

Для наповнення новими і коригування існуючих розділів CompEdu авторами даної статті на замовлення партнера з Королівського технологічного університету (факультет енергетичних технологій під керівництвом професора Торстена Франссона, керівника проекту CompEdu) була створена програма ChapterCreator, реалізована мовою Lingvo.

**Chapter Creator.** Chapter Creator – це спеціалізований редактор, розроблений для використання разом з CompEdu. Клієнт CompEdu може використовувати Chapter Creator для створення, поліпшення і збереження глав CompEdu. Глави є презентаціями на задані теми у форматі Macromedia Director (файли з розширенням <name.cst>). При цьому немає необхідності встановлювати на комп'ютері Macromedia Director.

Сам Chapter Creator не вимагає установки. Необхідно тільки скопіювати на комп'ютер каталог, що містить всі необхідні файли. Після цього ми можемо готувати нові розділи для CompEdu, використовуючи всі можливості Macromedia Director. Редактор складається з двох основних вікон. В одному вікні, зліва, відображений зміст розділу – всі назви сторінок і назви елементів на обраній сторінці: текстові елементи, малюнки, анімації і т.п. Центральне вікно є полем редагування і на ньому відображається поточна сторінка глави в такому вигляді, в якому вона буде демонструватися в CompEdu. Більшість команд дублюється у верхньому меню, по правій кнопці миші (контекстне меню) і у верхньому меню інструментів. Передбачено автоматичне збереження редагованого розділу. Таким чином, при аварійному виході з редактора тільки останні зміни зникнуть.

**Висновки.** Розглянуті сучасні системи навчання та анкетування, в розробці яких авторам доводилось приймати участь, та проаналізовано характеристики подібних сучасних систем, які застосовуються у системах мультимедійного навчання на факультетах енергетичного напрямку. Сформульовані принципи системного підходу побудови таких систем та вимоги до апаратних та програмних засобів для забезпечення їх функціонування частково вже знайшли свою реалізацію у системі Королівського технологічного інституту (КТІ, Стокгольм), тоді як інші є предметом подальших дискусій та наукової роботи. Навчальні системи все більше застосовують різноманітні інтернет технології, які є особливо вражаючими для заочного навчання та підвищення кваліфікації. Приведений приклад однієї з таких систем, розробленої та застосованої на енергетичному факультеті КТІ, можна було б пропонувати для університетів України, тим паче, що автори приймали участь у розробці даної системи, а один з них викладав довгий час у КТІ і зараз викладає також і у НТУУ "КПІ".

**Література**

1. Панченко А.А. Разработка тестов. Ч.1. Конструирование тестов. Методические указания для преподавателей ДВГУПС по конструированию и статистической обработке тестов: Хабаровск.- 2000.
2. <http://www.sbc.ane.ru>
3. <http://ito.i-connect.ru>
4. <http://www.microsoft.ru>
5. Bates A. Technology, Open Learning and Distance Education/ Routledge Studies in Distance Education. ISBN 0-415-12799-8.-1995.
6. Benson T.J., Trefny C.J., Walker J.F. Interactive Design Tool for Turbine Based Combine Cycle Engines.-1997.- AIAA 97-3160.
7. Benson T.J. Using Computers in Fluids Engineering Education.- 1998.- NASA TM-1998-208810.
8. Boyle T. Design for Multimedia Learning.- Prentice Hall Europe.- 1997.- ISBN 0-13-242215-8.
9. Davies C.H.J. Student Engagement with Simulations: a Case Study// Computers and Education. - Elsevier Science Ltd. - 2002.- Vol. 39.- P. 271-282.
10. EPF-Lausanne, Switzerland.- ASME papers 1999.
11. Fransson T.H., Hillion F.-X., Klein E. An international, electronic and interactive teaching and life-long learning platform for gas turbine technology in the 21<sup>st</sup> century/ ASME Turboexpo 2000 May 8-11, 2000.- Munich.- Germany.- Paper 2000-GT-0581.
12. Kurzke J. Gas Turbine Cycle Design Methodology: a Comparison of Parameter Variation with Numerical Optimization.- 1998.- ASME Paper 98-GT-343.
13. Laurillard. Program Design Checklist for Making the most of the medium.- 1993.- <http://iet.open.ac.uk/h802/2/sup/DesignCheckList.html>.
14. Léotard P., Roy S., Gaulard F., Fransson T.H. Computerized Educational Program in Turbomachinery.- 1998.- ASME Paper 98-GT-415.
15. Mattingly J.D. New Software to Support System Approach to Conceptual Design of Aircraft Engines.- 1999.- AIAA 99-2849.
16. Kazachkov I.V. and Kalion V.A. Numerical Continuum Mechanics. Lecture notes.- KTH.- Vol.1.- Stockholm.- 2002.- 273pp.
17. Kazachkov I.V., Fransson T.H., Salomón M. and Kalion V.A. Interactive teaching and learning platform for numerical methods in energy/ Proc. 41<sup>st</sup> Aerospace Sci. Meeting and Exhibit.- Reno, Nevada 6-9 Jan 2003.- Paper AIAA-2003-0943.

УДК 371.26:93

**ЕЛЕКТРОННИЙ ТЕСТ ЯК ЗАСІБ МОНІТОРИНГУ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ  
СТУДЕНТІВ ІСТОРИКО-ЮРИДИЧНОГО ФАКУЛЬТЕТУ**

**Сидоренко Т. М., Кавунник А. Л.**

Діагностика рівня знань студентів є складним процесом із навчально-методичного погляду. Головне завдання на цьому етапі роботи – максимально об'єктивно оцінити всіх слухачів.

На історико-юридичному факультеті викладаються суспільно-гуманітарні дисципліни, які передбачають постійний контроль знань студентів. Як правило, цей вид роботи відбувається у формі усної відповіді у вигляді колоквіумів, індивідуального опитування, які потребують або

значної затрати часу, або не всі студенти підлягають контролю, відповідно не всі знаходяться в однакових умовах. Слід звернути увагу на специфіку історичного профілю: по-перше, більшість студентів мають належний рівень знань із теми, але не завжди можуть швидко викласти свої думки, відповідно отримують занижкі бали; по-друге, фахові дисципліни вимагають запам'ятання великого обсягу дат, які необхідні, щоб успішно опрацювати наступні розділи історичної науки.

Окрім того, під час усних відповідей на оцінювання можуть впливати такі фактори: темп мовлення вихованця – чим швидший, відповідно складається враження, що кращі знання має студент; зовнішній вигляд доповідача; особисте ставлення викладача до студента тощо. Тобто оцінка викладача завжди містить суб'єктивно-емоційний аспект, який суттєво впливає на результат.

Часто проводиться *письмовий контроль знань*, недолік якого в тривалому опрацюванні та отриманні результатів; з погляду оцінювання вагому роль відіграють обсяг письмової продукції; почерк; послідовність, у якій оцінювались роботи; рівень успішності всієї групи тощо [3, с. 58].

Одним із шляхів оптимізації навчання та вдосконалення процесу перевірки й оцінювання знань студентів історико-юридичного факультету є конструювання і впровадження в навчальний процес електронних тестів успішності.

Актуальність дослідження зумовлена необхідністю цілісного аналізу впровадження електронних тестових форм під час вивчення суспільно-гуманітарних (історичних) дисциплін у вищих навчальних закладах.

Мета статті полягає у дослідженні специфіки комп'ютерних тестів, описі програми, яка дозволяє створювати електронні навчальні тести успішності, та з'ясування особливостей їх використання під час перевірки знань студентів історико-юридичного факультету.

За тлумаченням Л. Паращенко, тест (від англ. test) – це інструмент, що складається з кваліметрично вивіреної системи тестових завдань, стандартизованої процедури проведення і заздалегідь спроектованої технології обробки й аналізу результатів, призначений для вимірювання якостей і властивостей особи, зміна яких можлива в процесі систематичного навчання [5, с. 45].

Процес конструювання та оформлення навчальних електронних тестових завдань є досить складним явищем. М. Челишкова [6, с. 123 – 156] виділяє такі основні вимоги, яких слід дотримуватись розробникам тестів:

- зміст завдання повинен відповідати програмним вимогам;
- необхідно послуговуватися літературною мовою, не використовувати багатозначних термінів, рідко вживаних слів, сленгу, діалектизмів;
- слід уникати тривіальних завдань, які не викликають жодних складнощів;
- текст завдання формулюється гранично коротко, звільняється від усякого стороннього для розглядуваної проблеми матеріалу;
- тест не має передбачати вибір неправильної відповіді серед декількох правильних;
- відповідь на одне тестове завдання не повинна містити підказки на інші;
- обов'язково має бути вмотивована шкала оцінювання;
- бажано, щоб завдання формулювалось у вигляді розповідної стверджувальної конструкції з 5 – 20 слів;
- слід уникати неконкретних виразів типу: "чи можливо", "чи правда, що"; подвійних заперечень "чому не може не";
- у кожному завданні дистракторів (відповідей) повинно бути від 3 до 5;
- усі дистрактори добираються не довільно, а відповідно до типових помилок, які допускають студенти під час виконання цього завдання;
- тест не повинен з'ясовувати рівень знань, що виходять за межі навчального матеріалу;
- кількість завдань (довжина тесту) від 20 до 50;

- середній час тестування – 20 хв.;
- тестові завдання впорядковуються щодо зростання рівня складності;
- будь-яке тестування має передбачати не лише виставлення балів (оцінок), а й аналіз результатів;
- студенти незалежно від рівня знань мають перебувати в однакових умовах під час тестування;
- бажано створювати різнотипні тестові завдання, що унеможливить одноманітність у роботі, а відповідно дозволить уникнути втоми, звикання студентів працювати з одним видом тестів;
- складність тесту, зазначає Л. Парашенко, має відповідати такому рівню, щоб слухач із посередніми знаннями правильно відповів приблизно на половину завдань [5, с. 62].

Тестові завдання можуть містити не тільки текст, але й малюнки, схеми, символи, графіки тощо.

Окрім того, система електронного тестування має свої особливості порівняно з паперовою:

- кожне завдання повинно містити інструкцію з технології введення відповіді. Слід враховувати рівень володіння комп'ютерною грамотністю того, хто проходить тестування;
- відповідність формулювань тестових завдань можливостям комп'ютера. Електронне тестування дозволяє розширити, порівняно з паперовою технологією, спектр дій студентів. Напр., в одному завданні може поєднуватися як вибір однієї відповіді, так і відповідь, яка передбачає введення тексту чи цифр;
- завдання мають бути варіативними, тобто на кожній електронній машині бажано змінювати черговість розміщення дистракторів або навіть тестових завдань, таким чином зникає можливість підказки, запам'ятовування відповіді;
- комп'ютерні тести унеможливають списування, оскільки час на виконання одного завдання залежить від індивідуального рівня знань кожної дитини;
- зручна система управління базами тестових електронних завдань – видалення їх, додавання або ж об'єднання;
- передбачена система збору й обробки результатів тестування;
- налаштовані мультимедійні засоби;
- компактність (кілька сотень тестових завдань може вміститися на один диск) [2, с. 165].

Для підготовки та впровадження в навчальний процес електронних тестів успішності можуть бути використані такі програмні засоби, як MyTest, SunRay TestOfficePro тощо.

Проаналізуємо функціональні можливості програми MyTest, яку можна безкоштовно завантажити з веб-сайту [www.klyaksa.net](http://www.klyaksa.net) і яка не потребує постійного зв'язку з Інтернет. Кожен викладач може легко створити свої тести за допомогою програми MyTest і використовувати їх на заняттях.

Процес створення електронного тесту базується на роботі редактора тестів, який дозволяє додавати, вилучати, модифікувати запитання та варіанти відповідей; візуалізувати запитання графічним матеріалом.

Аналізована програма передбачає сім різновидів вправ: завдання з однією правильною відповіддю (однозначний вибір), із кількома правильними відповідями (багатозначний вибір), установлення черговості розміщення, установлення відповідності, введення числа з клавіатури, введення тексту з клавіатури, указівка на частину зображення.

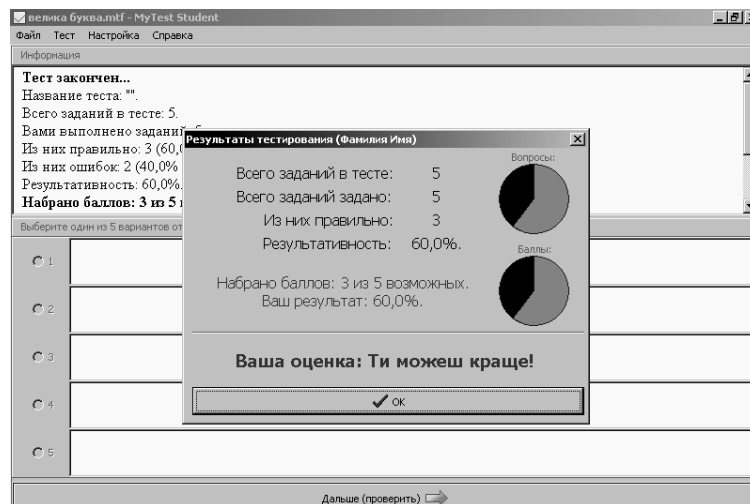
Можливість виставляти рівень складності кожного завдання дозволяє розраховувати оцінку (бали) не за співвідношенням кількості правильних та неправильних відповідей, а зважаючи на обсяг знань, необхідних для виконання кожного завдання, що, у свою чергу, покращує діагностичну цінність тесту та реалізує диференційований підхід.



Шкала оцінювання задається в редакторі тестів – від 2-бальної (залік або незалік) до 100-бальної. Програма виставляє отриманий результат позитивних відповідей у відсотках. Цифрову форму оцінки можна замінити альтернативною назвою (типу "відмінно", "добре", "задовільно", "молодець", "треба підучити" тощо) (Мал.1 ).

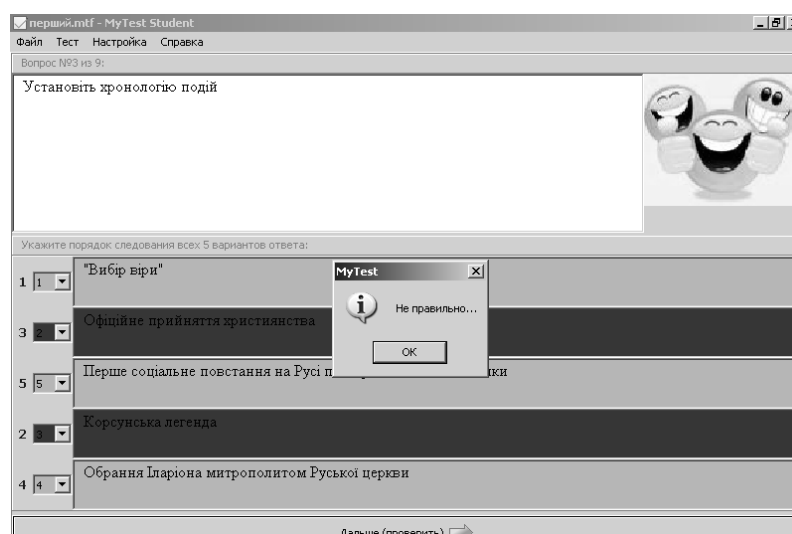
Виконання кожного завдання регламентовано в часі, перевищення якого знижує якісні показники тесту в цілому. У настройках указується час виконання або всього тесту, або отримання відповіді на окреме запитання.

Для зменшення випадків вгадування та запам'ятовування правильних відповідей можна скористатися послугою випадкового порядку запитань та розміщення дистракторів щоразу після нового запуску тестування.



Мал. 1. Альтернативна система оцінювання

З тестами, розробленими в програмі MyTest, можна працювати в навчальному режимі. Тобто в разі допущення помилки буде вказана правильна відповідь – обраний варіант виділяється одним кольором, а правильний – іншим (Мал. 2).



Мал. 2. Виведення відповіді у навчальному режимі виконання тестових завдань

Це дозволяє не лише проводити контроль знань студентів, але й ефективно застосовувати їх для самоперевірки без присутності викладача. Така можливість електронного тестування позитивно впливає на адекватне усвідомлення студентами рівня своїх знань, стимулює потребу в самоосвіті.

Результати виконаних завдань виводяться студентіві на екран, відправляються викладачу на комп'ютер та заносяться до журналу або зберігаються у вигляді текстового файлу (Мал. 3).

	PC	Имя	Оценка	Результат	Всего	Задано	+	-	*	Маска отв.	Маска в
11:26:21	PC03	Витонов Миша	5	100,0%	18	18	18	0	0	+++++	4;5;19;4;24;
11:26:28	PC08	Суворова Вика	4	77,8%	18	18	14	4	0	+++++	21;8;25;15;
11:27:35	PC07	Федорищенко Ира	5	94,4%	18	18	17	1	0	+++++	11;19;8;23;
11:27:40	PC10	Калмыков Андрей	5	100,0%	18	18	18	0	0	+++++	3;6;25;14;1;
11:27:52	PC02	Полуботко Влад	3	61,1%	18	16	11	5	2	+++*	16;4;10;20;
11:28:17	PC05	Семченко Марина	4	77,8%	18	18	14	4	0	+++++	11;9;28;24;
11:29:14	PC09	Кибальчич Паша	4	72,2%	18	16	13	3	2	+++*	18;11;9;12;
11:29:22	PC01	Гуенкова Евгения	5	100,0%	18	18	18	0	0	+++++	
11:29:24	PC06	Юрченко Наталья	5	94,4%	18	17	17	0	1	+++++	
11:29:53	PC04	Соколик Андрей	4	77,8%	18	17	14	3	1	+++*	28;16;20;19;

Мал. 3. Журнал реєстрації результатів тестування

Завдяки журналу можна перевіряти всі відповіді кожного слухача, а також у багатьох випадках не тільки фіксувати помилку, але й досить точно визначати її характер, що допомагає, відповідно, своєчасно усунути прогалину в знаннях.

Отже, тести – це якісний та об'єктивний засіб оцінювання навчальних досягнень студентів історико-юридичного факультету. Автоматизований тестовий контроль дозволяє викладачеві без зайвих затрат часу опитати студентів за всіма розділами навчального курсу і за сумою оцінок скласти рейтинг. Електронні тести приваблюють своєю незвичайністю порівняно з традиційними формами контролю, спонукають до систематичного опрацювання навчально матеріалу, створюють додаткову мотивацію під час навчання.

### Література

1. Аванесов В. С. Композиция тестовых заданий. – М.: Адепт, 1998. – 272 с.
2. Булах І. Є. Комп'ютерна діагностика навчальної успішності. – К.: ЦМК МОЗ України, УДМУ. – 1995. – 221 с.
3. Долинер Л. И. Компьютерные тесты успеваемости как средство оптимизации учебного процесса // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 20. Педагогическое образование. – 2004. – № 1. – С. 35 – 72.
4. Майоров А. Н. Теория и практика создания тестов для системы образования. – М.: Интеллект-центр, 2002. – 296 с.
5. Тестові технології у навчальному закладі: Метод, посібник / Л. І. Парашенко, В. Д. Леонський, Г. І. Леонська. – К.: ТОВ "Майстерня книги", 2006. – 217 с.
6. Чельшкова М. Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов: Учебное пособие. – М.: Логос, 2002. – 432 с.

# 3 Фізика

УДК 621.315 535.3:539.2

## ДОСЛІДЖЕННЯ МОНОКРИСТАЛІВ ОКСИДУ БЕРИЛІЮ МЕТОДАМИ СПЕКТРОСКОПІЇ ПОРУШЕНОГО ПОВНОГО ВНУТРІШНЬОГО ВІДБИВАННЯ

Венгер Є.Ф., Євтушенко А.І., Мельничук Л.Ю., Мельничук О.В.

BeO – безколірний кристал, який кристалізується в структурі вюртциту з просторовою групою  $S_6mc$ . Ширина забороненої зони BeO – 10,63 eВ. За температури, меншої 2100 °С оксид берилію представляє собою стійку  $\alpha$ -модифікацію з гексагональними решітками ( $a = 0,26979$  нм;  $c = 0,43772$  нм;  $z = 2$ ), а при температурах, що перевищують 2100 °С перетворюється в  $\beta$ -модифікацію з тетрагональними решітками ( $a = 0,475$  нм;  $c = 0,274$  нм). Завдяки своїм унікальним фізико-хімічним властивостям (висока теплопровідність і твердість, радіаційна і хімічна стійкість) монокристали BeO останнім часом набувають широкого практичного використання, найбільш вагомими серед яких є виготовлення тиглів, високотемпературних ізоляторів, труб, чохлів для термопар, спеціальної кераміки [1–3]. Крім того, монокристали BeO використовують в якості каталізатора дегідрогенізації, сповільнювача і відбивача нейтронів у ядерних реакторах, BeO є перспективний матеріал для матриць і компонент дисперсійного ядерного пального [4, 5]. Отже, актуальність і потреба подальших досліджень фізико-хімічних властивостей оксиду берилію, на думку авторів, є очевидна і своєчасна.

У попередніх роботах [6–8] нами було проведено дослідження BeO методами ІЧ-спектроскопії зовнішнього відбивання. За допомогою дисперсійного аналізу спектрів зовнішнього відбивання від поверхні гексагональних монокристалів оксиду берилію отримано такі фундаментальні характеристики, як частота поперечного  $\nu_T$  і поздовжнього  $\nu_L$  оптичного фонуна, високочастотна  $\epsilon_\infty$  і статична  $\epsilon_0$  діелектричні проникності за орієнтацій  $E \perp C$  і  $E \parallel C$ . Протягом останніх років у літературі появились низка публікацій інших авторів, які також вказують на перспективність використання оксиду берилію [9, 10]. Однак, відомості щодо дослідження оптичних властивостей монокристалів оксиду берилію неруйнівними методами спектроскопії порушеного повного внутрішнього відбивання (ППВВ) в літературі відсутні.

Метою даної роботи є дослідження гексагональних монокристалів оксиду берилію методами спектроскопії ППВВ в ІЧ-області спектра за нормальних умов.

Як відомо [11 – 18], модифікований метод порушеного повного внутрішнього відбивання (ППВВ) є одним із найпоширеніших неруйнівних методів експериментального дослідження оптично-анізотропних кристалів. Уперше метод ППВВ був використаний Отто в 1968 р. для вивчення поверхневих плазмонів у металах [13]. Руппін звернув увагу на можливість використання даного методу для дослідження поверхневих фоновів в іонних кристалах та плазмон-фононних мод у напівпровідникових та діелектричних кристалах [14]. Суть методу полягає в тому, що при взаємодії світлової хвилі з поверхнею твердого тіла виникає поверхнева електромагнітна хвиля, максимум якої знаходиться на поверхні твердого тіла й амплітуда поля зменшується по експоненціальному закону при віддаленні від межі розподілу середовищ. Взаємодія фотонів (квантів вільного електромагнітного поля) і фоновів (поперечних оптичних коливань середовища) особливо істотна, коли їх енергії і хвильові вектори майже рівні. Ці нові елементарні збудження були названі поляритонами [11], а поверхневі квазічастинки, які

відповідають коливанням, що мають змішаний електромагнітно-механічний характер, – поверхневими поляритонами (ПП) [12, 17].

Не зважаючи на екзотичну назву, ці хвилі можуть бути знайдені в рамках феноменологічної електродинаміки як розв'язки рівнянь Максвелла для межі двох середовищ [11]. Дисперсія таких поверхневих хвиль у кристалі визначається залежністю його діелектричної проникності від частоти падаючого світла [17]. Фізичною основою методу ППВВ є явище проникнення світла з оптично більш густого середовища в менш густе за умов повного внутрішнього відбивання. Повне внутрішнє відбивання виявляється "порушеним повним внутрішнім відбиванням", що і пояснює назву методу [12]. Слід відмітити, що на сьогоднішній день існує і низка інших неруйнівних методів дослідження поверхневих збуджень у твердих тілах (комбінаційне розсіювання світла, дифракція сповільнених електронів та ін. [11, 12]). Однак, метод ППВВ має ряд суттєвих переваг перед ними, особливо при дослідженні поверхневих фононних поляритонів у полярних одновісних діелектриках, а саме: можливість досліджувати зразки довільної форми з плоскою та шорсткою поверхнею; висока роздільна здатність; одночасне одержання інформації про дисперсію і затухання поляритонів [12].

У роботі [12] отримано та проаналізовано відносно прості вирази, які дозволяють досліджувати закон дисперсії ПП методом ППВВ, виключаючи спотворювання, зумовлені елементом ППВВ і скінченим значенням проміжку між елементом та досліджуваним кристалом. Теоретичний експеримент показує, що глибина мінімуму в спектрі ППВВ зменшується при зменшенні зазору (оскільки послаблюється взаємодія світла з поверхневим поляритоном), проте зберігає все ж таки значення, достатнє для надійних вимірювань частоти та ширини спектри ППВВ.

При дослідженні полярних діелектриків методом ППВВ в області залишкових променів з'являється мінімум, частота якого відповідає частоті ПП. Залежність частоти мінімуму в спектрі ППВВ від значень хвильового вектора визначає закон дисперсії ПП. Зміна кута дозволяє отримати дисперсійну залежність ПП. При цьому забезпечується паралельність світлового пучка всередині напівциліндра ППВВ [17]. При виході з напівциліндра пучок знову фокусується біля його поверхні, а потім за допомогою ряду дзеркал фокусується на вхідній щілині монохроматора (див. рис. 1.5 [17]).

Особливістю прояву різних типів фононних об'ємних, поверхневих і хвилевідних поляритонів, як показано в [17], є те, що вони проявляються в області смуги так званих "залишкових променів", яка представляє собою вузькі спектральні ділянки випромінювання, що утворюються за рахунок селективного відбивання в області смуг поглинання.

У роботі [18] автори "залишковими променями" називають потік випромінювання (в ІЧ-області спектра), який залишається після відбивання світла від полярних матеріалів у діапазоні сильних смуг поглинання речовини, пов'язаних із резонансною взаємодією випромінювання і речовиною. Історично термін "залишкові промені" раніше використовувався при побудові простих ІЧ-монохроматорів, а зараз використовується для попередньої монохроматизації випромінювання в спектрометрах для далекої ІЧ-області спектра.

У роботі [6] автори, використовуючи апробовану й опубліковану в монографії [17] методику дослідження оптично-анізотропних напівпровідників ZnO і 6H-SiC та експериментальні дані роботи [5], методом дисперсійного аналізу спектрів зовнішнього відбивання отримано взаємно узгоджені дані для монокристалів BeO, які представлені в табл. 1.

Таблиця 1

**Взаємноузгоджені об'ємні параметри монокристала BeO ( $T = 293$  К)**

BeO	$\epsilon_0$	$\epsilon_\infty$	$\nu_T, \text{cm}^{-1}$	$\nu_L, \text{cm}^{-1}$
$E \perp C$	6,94	3,01	724	1098
$E \parallel C$	7,65	3,02	680	1083

Як випливає з табл. 1, для гексагональних монокристалів оксиду берилію характерна наявність анізотропії частот поперечного та поздовжнього оптичних фононів:  $\nu_{L\parallel} - \nu_{T\parallel} = 403 \text{ см}^{-1}$ ;  $\nu_{L\perp} - \nu_{T\perp} = 374 \text{ см}^{-1}$ ;  $\nu_{L\perp} - \nu_{L\parallel} = 15 \text{ см}^{-1}$ ;  $\nu_{T\perp} - \nu_{T\parallel} = 44 \text{ см}^{-1}$ . Ці дані свідчать про те, що в BeO (аналогічно до ZnO) реалізується випадок, коли електростатична взаємодія між атомами гексагонального кристала домінує над ефектами анізотропії в межах близькодії [5, 6, 17, 18].

Смуга "залишкових променів" оксиду берилію визначається високочастотним оптичним фононом на частоті  $724 (680) \text{ см}^{-1}$ , а область існування поверхневих фононних поляритонів згідно [12, 17] розміщена в інтервалі між частотами  $\nu_T$  і  $\nu_L$ .

Спектр ППВВ поверхневих поляритонів можна одержати, використовуючи систему напівциліндр ППВВ – зазор – зразок, або при фіксованому куті падіння променя  $\alpha$  в елементі ППВВ і скануванні частоти, або при зміні кута  $\alpha$  при сталій довжині хвилі (див. рис. 1.5 [17]). При цьому дисперсійні залежності, отримані цими двома методами, істотно відрізняються. При скануванні по частоті дисперсійна залежність  $\nu_{\text{пп}}(K)$  прямує до граничного значення частоти ПП, а при скануванні по куту  $\alpha$  із збільшенням хвильового вектора частота не наближається до граничної частоти  $\nu_{\text{пп}}$ , а спостерігається загин дисперсійної кривої назад і затягування її в область вище  $\nu_{\text{пп}}$  (так звана "крива повертання"), де значення діелектричної проникності  $\epsilon(\nu) > -1$ .

При розрахунках спектрів порушеного повного внутрішнього відбивання в якості елемента ППВВ використано напівциліндр KRS-5 із  $\epsilon_{\text{п}} = 5,66$ . Спектри отримані при повітряному зазорі товщиною  $d_3 = 4,5 \text{ мкм}$  між елементом ППВВ і поверхнею BeO. У монографії [17] показано, що для високочастотної області спектра ( $\nu > 700 \text{ см}^{-1}$ ) впливом радіаційного розширення в спектрах ППВВ можна знехтувати при  $I/I_0 > 70 \%$  в області мінімуму спектрів. Для низькочастотної області спектра ( $\nu < 700 \text{ см}^{-1}$ ) розрахунки показали, що відсутність радіаційного розширення в спектрах спостерігається при  $I/I_0 > 95 \%$ .

Розрахунок спектрів ППВВ оксиду берилію проведено за формулами з урахуванням коефіцієнтів анізотропії фононної підсистеми. В роботі [6] авторами отримано залежності коефіцієнтів затухання оптичних фононів  $\gamma_{\phi\perp, \parallel}$  ZnO від частоти. Аналіз спектрів показав, що  $\gamma_{\phi\parallel} / \gamma_{\phi\perp} = 1,1$ .

Як показано в [17] при скануванні по частоті  $\nu$  ( $\alpha = \text{const}$ ) у спектрі ППВВ на довжині хвилі, що задовольняє рівняння дисперсії, появляється мінімум відбивання. Частота мінімуму пов'язана з частотою ПП, а ширина спектра ППВВ – із коефіцієнтом затухання ПП.

Теоретичний аналіз спектрів ППВВ для BeO проведено за математичною моделлю, описаною в [17]. Діелектрична проникність адитивно враховує вклад фононної підсистеми. Кути падіння ІЧ-випромінювання в елементі ППВВ змінювався від  $30$  до  $42^\circ$  при кроці  $2^\circ$  (рис. 1).

На рис. 1 подано залежності коефіцієнтів ППВВ від поверхні монокристала BeO. Сканування проводилось за частотою від  $800$  до  $1000 \text{ см}^{-1}$  при постійних значеннях кута падіння ІЧ-випромінювання в області "залишкових променів". Криві 1 – 7 (a, c, e) спектри ППВВ, розраховані з врахуванням анізотропії коефіцієнта затухання фононної підсистеми ( $\gamma_{\phi\perp} = 15 \text{ см}^{-1}$ ,  $\gamma_{\phi\parallel} = 16,5 \text{ см}^{-1}$ ) і кутах падіння ІЧ-випромінювання у призмі ППВВ відповідно  $30^\circ(1)$ ,  $32^\circ(2)$ ,  $34^\circ(3)$ ,  $36^\circ(4)$ ,  $38^\circ(5)$ ,  $40^\circ(6)$ ,  $42^\circ(7)$ . Криві 1 – 7 (b, d, f) спектри ППВВ, розраховані з врахуванням анізотропії коефіцієнта затухання фононної підсистеми ( $\gamma_{\phi\perp} = 30 \text{ см}^{-1}$ ,  $\gamma_{\phi\parallel} = 33 \text{ см}^{-1}$ ) і кутах падіння ІЧ-випромінювання у призмі ППВВ відповідно  $30^\circ(1)$ ,  $32^\circ(2)$ ,  $34^\circ(3)$ ,  $36^\circ(4)$ ,  $38^\circ(5)$ ,  $40^\circ(6)$ ,  $42^\circ(7)$ . Спектри ППВВ від поверхні монокристала оксиду берилію розраховано для орієнтацій  $C \square x$ ,  $K \perp C$ ,  $xy \square C$  ( $\varphi=90$ ,  $\Theta=90^\circ$ ) (a, b);  $C \square y$ ,  $K \square C$ ,  $xy \square C$  ( $\varphi=0$ ) (c, d);  $C \square z$ ,  $K \perp C$ ,  $xy \perp C$  ( $\Theta=0$ ) (e, f), представлених на рис. 2.

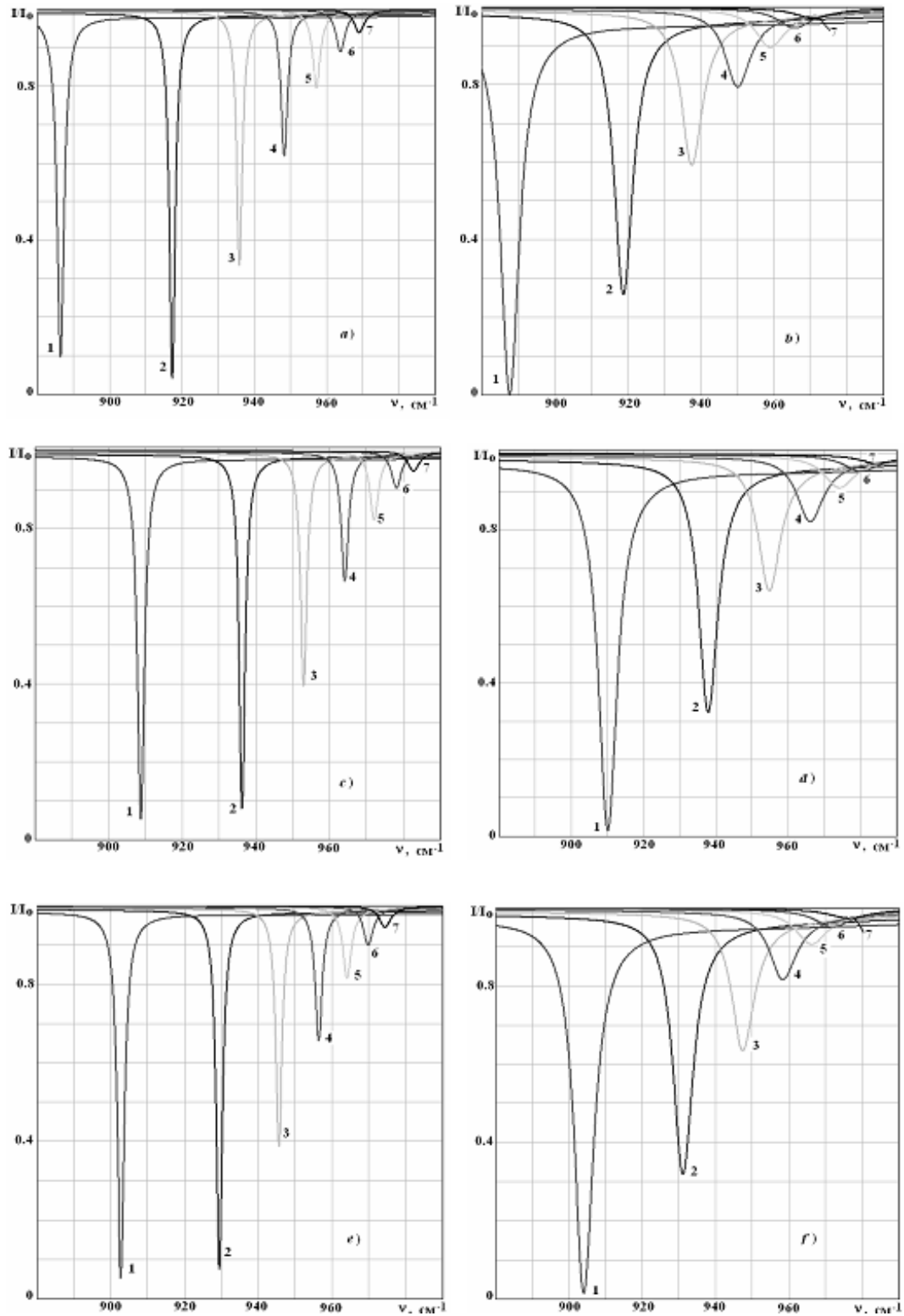


Рис. 1. Залежність коефіцієнта ППВВ  $I(\nu)/I_0(\nu)$  поверхні BeO від частоти, затування оптичного фону та орієнтації монокристала

$$k_y = k, k_z = 0$$

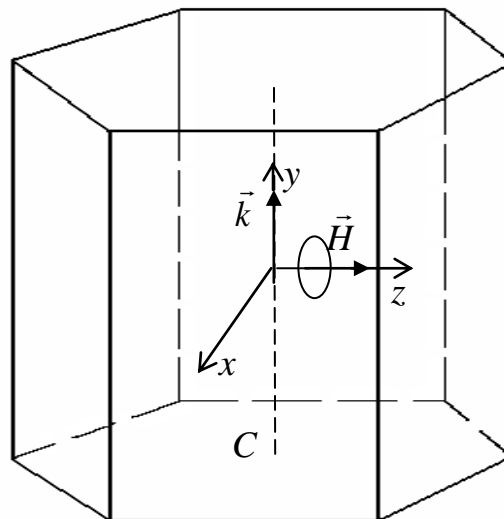


Рис. 2. Взаємне розміщення векторів  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{k}$  та координатних осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  у гексагональному BeO

Як показано вище, серед основних властивостей поверхневого поляритона є частота і коефіцієнт затухання ПП. В табл. 2, 3 представлено розрахункові частоти

Таблиця 2

**Результати розрахунку параметрів ПП при  $\gamma_{\perp} = 15 \text{ см}^{-1}$ ,  $\gamma_{\parallel} = 16,5 \text{ см}^{-1}$**

$\alpha, \text{ }^\circ$	$C \parallel x, K \perp C, xy \parallel C (\varphi=90, \Theta=90^\circ)$			$C \parallel y, K \parallel C, xy \parallel C (\varphi=0)$			$C \parallel z, K \perp C, xy \perp C (\Theta=0)$		
	$\nu_{\text{пп}}, \text{ см}^{-1}$	$I_{\text{мін}}/I_0$	$\Delta, \text{ см}^{-1}$	$\nu_{\text{пп}}, \text{ см}^{-1}$	$I_{\text{мін}}/I_0$	$\Delta, \text{ см}^{-1}$	$\nu_{\text{пп}}, \text{ см}^{-1}$	$I_{\text{мін}}/I_0$	$\Delta, \text{ см}^{-1}$
30	886,2	0,10	2,0	908,7	0,05	2,0	902,7	0,06	2,0
32	917,2	0,04	2,2	936,2	0,08	2,1	929,4	0,08	2,1
34	935,7	0,33	2,4	952,7	0,39	2,3	945,6	0,40	2,2
36	948,3	0,63	2,6	964,1	0,67	2,5	956,4	0,66	2,5
38	957,2	0,80	3,0	971,7	0,82	2,8	964,2	0,82	3,0
40	963,9	0,89	3,1	978,2	0,90	3,0	970,1	0,90	3,2
42	969,1	0,94	3,2	983,0	0,95	3,3	974,5	0,94	3,3

поверхневого поляритона  $\nu_{\text{пп}}(\text{см}^{-1})$ , ширини спектрів ППВВ  $\Delta(\text{см}^{-1})$  і коефіцієнта ППВВ  $I_{\text{мін}}$  при коефіцієнтах затухання фононної підсистеми за орієнтацій  $E \perp C$  і  $E \parallel C$  відповідно 15 (30) і 16,5 (33)  $\text{см}^{-1}$  в області "залишкових променів". У разі збільшення коефіцієнтів затухання фононної підсистеми та анізотропії BeO спостерігається збільшення ширини спектрів ППВВ, а отже, і затухання ПП.

В роботах [12, 17] показано, що в одновісному полярному кристалі можливе збудження ПП, число дисперсійних віток яких залежить від орієнтації оптичної осі кристала  $C$  відносно його поверхні  $xy$ .

Таблиця 3

Результати розрахунку параметрів ПП при  $\gamma_{\perp} = 30 \text{ см}^{-1}$ ,  $\gamma_{\parallel} = 33 \text{ см}^{-1}$ 

$\alpha, \text{ }^\circ$	$C \square x, K \perp C, xy \square C (\varphi=90, \Theta=90^\circ)$			$C \square y, K \square C, xy \square C (\varphi=0)$			$C \square z, K \perp C, xy \perp C (\Theta=0)$		
	$v_{\text{пп}}, \text{ см}^{-1}$	$I_{\text{мін}}/I_0$	$\Delta, \text{ см}^{-1}$	$v_{\text{пп}}, \text{ см}^{-1}$	$I_{\text{мін}}/I_0$	$\Delta, \text{ см}^{-1}$	$v_{\text{пп}}, \text{ см}^{-1}$	$I_{\text{мін}}/I_0$	$\Delta, \text{ см}^{-1}$
30	887,7	0,003	6,0	910,2	0,02	6,0	904,2	0,02	6,0
32	918,9	0,26	6,9	938,0	0,33	7,3	930,9	0,32	7,3
34	937,8	0,59	7,8	954,9	0,64	8,5	947,4	0,63	9,0
36	950,5	0,79	9,1	966,0	0,82	10,4	958,4	0,81	10,7
38	959,2	0,89	10,4	974,3	0,91	10,8	966,4	0,91	13,9
40	965,8	0,94	10,6	980,3	0,95	12,0	972,0	0,95	14,2
42	970,8	0,97	12,0	984,8	0,97	14,0	976,5	0,97	15,0

На рис. 3 показано високочастотні дисперсійні залежності  $v_{\text{пп}}$  (криві 1 – 3, *a, b*) при трьох орієнтаціях відповідно 1 –  $K \perp C, xy \parallel C$ ; 2 –  $K \perp C, xy \perp C$  і 3 –  $K \parallel C, xy \parallel C$ .

Розрахунок дисперсійних кривих ПП проведено за формулами роботи [17] при використанні даних табл. 1 для BeO. При розрахунку дисперсійних залежностей розглядалися тільки такі розв'язки рівнянь, для яких  $K > \omega/c$ , тобто нерадіаційні поверхневі фононні моди. Високочастотна дисперсійна гілка починається в точці  $v = v_{\perp}$ , що відповідає частоті поперечного оптичного фонона (див. табл. 1) і при збільшенні хвильового вектора асимптотично наближається до значення граничної частоти ПП  $v_{\text{пп}}$ .

При орієнтації  $K \perp C, xy \parallel C$  (криві 1, рис. 3, *a, b*) проявляються звичайні ПП, а при  $K \perp C, xy \perp C$  (криві 2) і  $K \parallel C, xy \parallel C$  (криві 3) – незвичайні ПП. ПП в BeO мають тільки одну гілку  $v_{\text{пп}}(K)$ .

При орієнтації  $K \perp C, xy \parallel C$  ПП характеризуються співвідношенням, в якому дисперсія поверхневих хвиль визначається діелектричною функцією  $\epsilon_{\perp}(v)$ . Осі  $x, y$  лежать на поверхні зразка,  $\epsilon_{\perp}(v)$  – складова діелектричної проникності BeO, перпендикулярна до оптичної вісі  $C$ .

Дисперсійні залежності  $v_{\text{пп}}(K)$  ПП BeO для трьох указаних вище орієнтацій мають граничні частоти ПП відповідно: рис. 3 *a* –  $v_{\text{пп}} = 983$  (1), 974 (2), 969 (3)  $\text{см}^{-1}$  при  $\gamma_{\perp} = 15 \text{ см}^{-1}$ ;  $\gamma_{\parallel} = 16,5 \text{ см}^{-1}$  і рис. 3, *b* –  $v_{\text{пп}} = 984$  (1), 976 (2), 970 (3) при  $\gamma_{\perp} = 30 \text{ см}^{-1}$ ;  $\gamma_{\parallel} = 33 \text{ см}^{-1}$ . Дисперсія  $v_{\text{пп}}(K)$  показує суттєву залежність частоти  $v_{\text{пп}}$  ПП в діапазоні малих хвильових векторів  $Kc/\omega_{\text{ТП}} < 2$ .

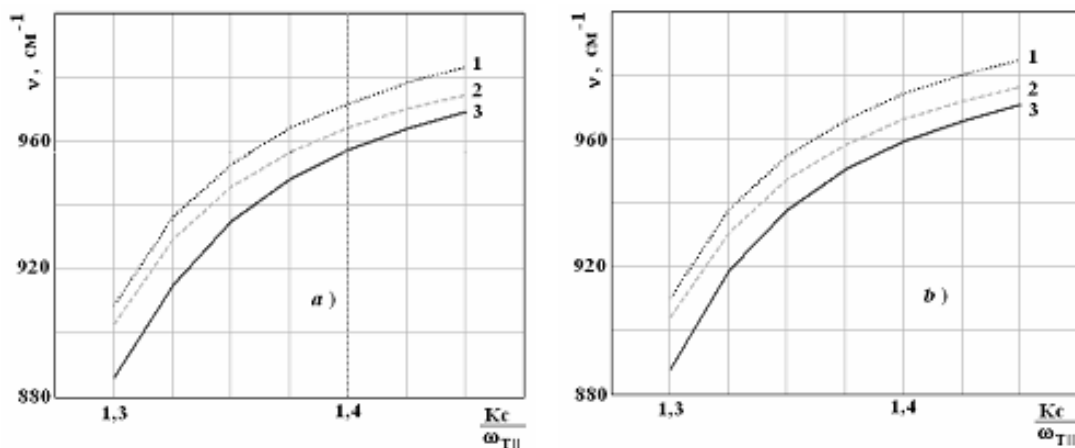


Рис. 3. Високочастотні дисперсійні залежності ПП  $v_{\text{пп}}(K)$  (криві 1 – 3) гексагональних монокристалів BeO): *a*)  $\gamma_{\perp} = 15 \text{ см}^{-1}$ ;  $\gamma_{\parallel} = 16,5 \text{ см}^{-1}$ ; *b*)  $\gamma_{\perp} = 30 \text{ см}^{-1}$ ;  $\gamma_{\parallel} = 33 \text{ см}^{-1}$ .



Метод визначення параметрів ангармонізму та оптичних сталих кристалів за спектрами модифікованого порушеного повного внутрішнього відбивання описано в роботі [17]. В області малих хвильових векторів, що характеризується сильною дисперсією, ширина смуги  $\Delta$  в спектрі ППВВ більша, ніж затування ПП  $\gamma_{\text{пп}}$ , і однозначно залежить від  $\Delta$ .

На рис. 4 показано розрахункові залежності  $\Delta$  одержані на основі оброблення спектрів ППВВ ПП в області існування ПП BeO в частотному діапазоні 680 – 1098  $\text{cm}^{-1}$ . Значення  $\Delta$  відповідають ширині спектрів ПП BeO. Порівняння даних рис. 4 свідчить про значне збільшення  $\Delta$  при збільшенні затування ПП в BeO.

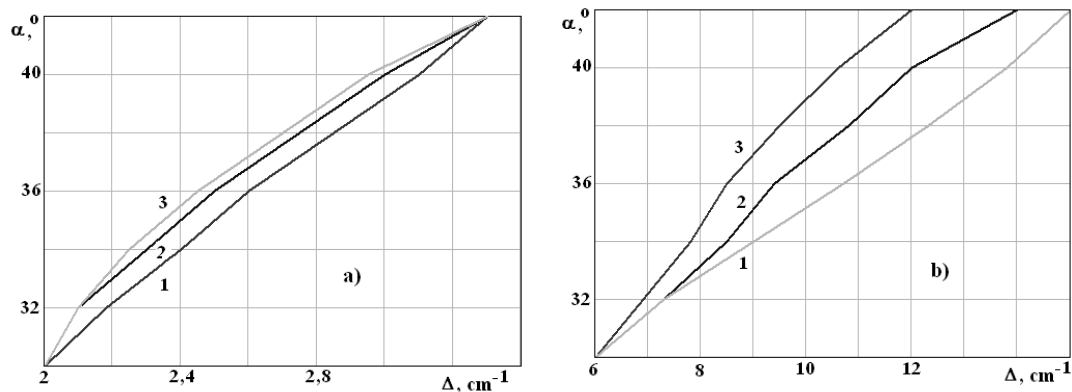


Рис. 4. Залежність ширини спектра ППВВ від частоти ПП в монокристалах BeO:

a) Лінії 1 – 3 – розрахунок  $\Delta$  при  $\gamma_{\text{ф}\perp} = 15 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\gamma_{\text{ф}\parallel} = 16,5 \text{ cm}^{-1}$ ; б) лінії 1 – 3 – розрахунок  $\Delta$  при  $\gamma_{\text{ф}\perp} = 30 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\gamma_{\text{ф}\parallel} = 33 \text{ cm}^{-1}$ .

В діапазоні від 30 до 42° для BeO з  $\gamma_{\text{ф}\perp} = 15 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\gamma_{\text{ф}\parallel} = 16,5 \text{ cm}^{-1}$  ширина спектра ППВВ  $\Delta$  змінюється від 2 до 3,3  $\text{cm}^{-1}$ , а для  $\gamma_{\text{ф}\perp} = 30 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\gamma_{\text{ф}\parallel} = 33 \text{ cm}^{-1}$  – від 6 до 15  $\text{cm}^{-1}$ . Збільшення затування фононів призводить до збільшення коефіцієнта затування  $\gamma_{\text{пп}}$ . Розрахунки для монокристалів оксиду цинку показують, що ширина спектра  $\Delta$  ППВВ значно більша "істинного" коефіцієнта затування  $\gamma_{\text{пп}}$  [12, 17]. Очевидно ця тенденція збережеться і для монокристалів оксиду берилію. Проте до цього часу фізичний механізм додаткового розширення спектрів та зсуву кривих дисперсії ПП до кінця не досліджений. У реальних кристалах ПП розсіюються на поверхневих і об'ємних коливаннях решітки приповерхневого шару та шорсткостях його поверхні [17]. Ширина спектрів ПП може визначатися радіаційним розширенням, пов'язаним із малим зазором [12], величиною нахилу тощо.

Таким чином, у даній роботі нами вперше виявлено області існування ПП в гексагональних монокристалах оксиду берилію. За допомогою отриманих в [17] математичних виразів розраховано спектри порушеного повного внутрішнього відбивання та їх напівширина. Показано, що при  $I(\nu)/I_0(\nu) > 25 \%$  спостерігається вплив радіаційного випромінювання на спектри ППВВ. Що стосується визначення коефіцієнтів затування ПП фонного типу, то результати досліджень будуть представлені в наступних роботах.

### Література

1. Беляєв Р.А. Окись берилля. – М.: Атомиздат, 1980. – 204 С.
2. Коленкова Р.М., Блистанова Т.Д., Бакашева Р.М., Закирова А.В. Изучение физико-химических свойств гидроокси берилля // Изв. Вузов. Цветная металлургия. –1973. – № 4. – С. 82 – 85.
3. Шпильрайн С.С. и др. Теплофизика высоких температур. – 1971. – Т. 9. – № 5. – С. 926 – 928.

4. Greenbaum M.A. e. a. Beryllium oxide dielectric heat sinks for electronic // J. Phys. Chem. – 1965. – Vol. 69, N 11. – P. 4035 – 4037.
5. Eugene L. Optical Phonons in BeO Crystals // Phys. Rev. B. – 1968. – Vol. 166, N 3. – P. 673 – 678.
6. Венгер Є.Ф., Макуха О.В., Мельничук Л.Ю., Мельничук О.В. Спектри ІЧ-відбивання монокристалів BeO в області залишкових променів // Фізико-математичний збірник: Збірник наук. праць. – Ніжин: Видавництво НДУ ім. М. Гоголя. – 2006.
7. Venger E.F., Makuha O.V., Davidenko S.M., Melnichuk L.Yu., Melnichuk O.V. Investigation of surface plasmon-phonon polaritons in optically – anisotropic ZnO – 6H-SiC SYSTEMS // Book of Abstracts of the "Clusters and Nanostructured Materials" (CNM 2006) (October 9 – 12, 2006, Uzhgorod, Ukraine). – Uzhgorod, 2006. – P. 217.
8. Venger E.F., Makukha O.V., Melnichuk L.Yu., Melnichuk A.V. IR spectroscopy investigation of optically – anisotropic BeO single crystals in the residual rays region // Book of Abstracts of the "7-th International Young Scientists Conference" (October 26 – 29, 2006, Kyiv, Ukraine). – Kyiv, 2006. – P. 131.
9. Горбунова М.А., Кийко В.С., Софронов А.А. Влияние термической обработки на электронные спектры и механические свойства BeO-керамики // Неорганические материалы. – 2007. – Vol. 42, N 10. – С. 320 – 324.
10. Björn Baumeier, Peter Krüger, and Johannes Pollmann Atomic and electronic structure of BeO and the BeO(10 $\bar{1}$ 0) surface: An *ab initio* investigation // Phys. Rev. B. – 2007. – Vol. 75, N 4. – P. 1118 – 1123.
11. Агранович В. М. Кристаллооптика поверхностных поляритонов и свойства поверхности // УФН. – 1975. – 115, №2. – С. 199 – 237.
12. Дмитрук Н.Л., Литовченко В.Г., Стрижевский В. Л. Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках. – К.: Наук. думка, 1989. – 375 с.
13. Otto A. Excitation of non – radiative Surface Plasma Waves in Silver by the Method of Frustrated Total Reflection // Z. Phys. – 1968. – 216, N 4. – P. 398 – 410.
14. Ruppin R. Infrared absorption by surface modes of an ionic crystal slab // Sol. Comm. – 1970. – 8, N 14. – P. 1129 – 1132.
15. Брыксин В. В., Гербштейн Ю. М., Мирлин Д. М. Поверхностные оптические колебания в пластинках ионных кристаллов // ФТТ. – 1972. – 14, № 2. – С. 543 – 552.
16. Пучковская Г.А. , Стрижевский В.Л., Фролков Ю. А., Чепилко Н. М. Метод нарушенного полного внутреннего отражения в спектрокопии поверхностных поляритонов // УФЖ. – 1980. – 25, № 2. – С. 271 – 276.
17. Венгер Є.Ф., Мельничук О.В., Пасічник Ю.А. Спектроскопія залишкових променів. – К.: Наук. думка, 2001. – 191 с.
18. Уханов Ю. И. Оптические свойства полупроводников. – М.: Наука, 1977. – 366 с.

УДК 621.315 535.3:539.2

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕРХНЕВИХ ПОЛЯРИТОНІВ ZnO У СИЛЬНОМУ ОДНОРІДНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

**Венгер Є.Ф., Євтушенко А.І., Мельничук Л.Ю., Мельничук О.В.**

*За допомогою методу порушеного повного внутрішнього відбивання (ППВВ) досліджено вплив сильного однорідного магнітного поля на оптичні та електрофізичні властивості*

монокристалу  $ZnO$  із концентрацією вільних носіїв заряду  $9,3 \cdot 10^{16} \div 2,0 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$  за орієнтації  $C \parallel y, \vec{k} \perp C, xy \parallel C, \vec{H} \perp \vec{k}, \vec{H} \parallel y, k_x = k, k_{y,z} = 0$ . Показано, що за даної орієнтації в монокристалах  $ZnO$  існують 3 дисперсійні гілки. Встановлено можливість збудження "чистої" фононної дисперсійної гілки в монокристалах оксиду цинку, розташованих в магнітному полі, та визначено коефіцієнт затухання поверхневих поляритонів (ПП).

### 1. Вступ

Збудженню поверхневих та об'ємних фононних і плазмон-фононних поляритонів у напівнескінчених одновісних кристалах при врахуванні затухання та його відсутності в літературі присвячено низку робіт [1 – 6]. Так, у роботі [7] проведено дослідження поверхневих поляритонів, пов'язаних із поверхневими плазмонами та оптичними фонами в одновісному полярному напівпровіднику. Показано, що в анізотропних кристалах при скануванні за концентрацією електронів провідності і зміні орієнтації оптичної вісі кристала відносно його поверхні можливе збудження нових дисперсійних гілок ПП. Авторами [8 – 10] досліджено властивості ПП із врахуванням дії на оптично-ізотропний кристал зовнішнього магнітного поля та плазмон-фононної взаємодії. Встановлено, що збудження ПП при розміщенні полярного напівпровідника в зовнішньому магнітному полі можливе лише за певних умов. Аналогічні результати отримані в [11 – 13] для монокристалів  $InSb$ , де показано, що при зміні величини магнітного поля від 0 Е до 110 кЕ спостерігаються збудження поверхневих магнітоплазмонних фононних поляритонів. Що стосується дослідження оптично-анізотропних кристалів, розміщених у сильному однорідному магнітному полі за врахування плазмон-фононної взаємодії, то такі відомості в літературі відсутні.

У даній роботі досліджено вплив сильного однорідного магнітного поля на властивості поверхневих фононних та плазмон-фононних поляритонів гексагонального монокристала  $ZnO$  за орієнтації  $C \parallel y, \vec{k} \perp C, xy \parallel C, \vec{H} \perp \vec{k}, \vec{H} \parallel y, k_x = k, k_{y,z} = 0$  (рис. 1).

### 2. Методика експерименту

Спектри ППВВ оксиду цинку зареєстровані за допомогою спектрометра ИКС-29М і приставки НПВО-2 за методикою, поданою в роботі [5]. В якості елемента ППВВ використано напівциліндр із KRS-5 із показником заломлення  $n_0 = 2,38$ . Між призмою ППВВ та досліджуваним монокристалом  $ZnO$  створювався повітряний проміжок величиною  $d = 2 \div 15$  мкм. Точність установки кутів у приставці НПВО-2 з елементом KRS-5 відповідає  $0,1^\circ$ . Спектральна ширина щілини під час запису спектрів ППВВ із поляризатором становила  $3 \text{ см}^{-1}$ , коефіцієнт поляризації – 0,98. Точність визначення частоти ПП складала  $\pm 1 \text{ см}^{-1}$ . Розміри зразків дозволили отримати спектри ППВВ у  $p$ -поляризованому світлі для таких геометричних комбінацій хвильового вектора  $\vec{k}$  ( $\vec{k}$  – хвильовий вектор ПП уздовж осі  $x$ ) і оптичної вісі кристала  $C$ ,  $\vec{k} \perp C, xy \parallel C$  ( $xy$  – орієнтація поверхні монокристала) за дії магнітного поля при орієнтації  $\vec{H} \perp \vec{k}, \vec{H} \parallel y, k_x = k, k_{y,z} = 0$ .

### 3. Теорія

Розглянемо полярний оптично-анізотропний монокристал  $ZnO$ , в якому збудження та поширення різних типів поверхневих поляритонів відбувається уздовж поверхні напівпровідника, як показано на рис. 1. Вісь  $x$  розташована в напрямку поширення електромагнітної хвилі при  $C \parallel y$ .

Розрахунок коефіцієнта ППВВ світла  $R(\nu) = I(\nu)/I_0(\nu)$  в ІЧ-області спектра проведено за формулами [14]:

$$R(\nu) = 1 - \frac{4P''}{(1+P'')^2 + P'^2}, \quad (1)$$

$$\text{де } P' = \frac{\beta_1}{\beta_2} \frac{\left(1 + \frac{\beta_1}{\beta_2} T\right) \left(\frac{\beta'}{\beta_2} + T\right) + \frac{\beta''^2}{\beta_2^2} T}{\left(\frac{\beta'}{\beta_2} + T\right)^2 + \frac{\beta''^2}{\beta_2^2}}; \quad (2)$$

$$P'' = \frac{\beta_1 \beta''}{\beta_2 \beta_2} \frac{T^2 - 1}{\left(\frac{\beta'}{\beta_2} + T\right)^2 + \frac{\beta''^2}{\beta_2^2}};$$

$$T = \text{th}\left(\frac{\nu}{c} dx_2\right); \quad \beta_1 = \frac{x_1}{\varepsilon_1}; \quad \beta_2 = \frac{x_2}{\varepsilon_2};$$

$$x_1 = \sqrt{\varepsilon_1 - x_x^2} = \sqrt{\varepsilon_1} \cos \varphi; \quad x_2 = \sqrt{x_x^2 - \varepsilon_2} = \sqrt{\varepsilon_1} \sin^2 \varphi - \varepsilon_2;$$

$$\beta' = \frac{x' \varepsilon'_x + x'' \varepsilon''_x}{\varepsilon_x'^2 + \varepsilon_x''^2}; \quad \beta'' = \frac{x'' \varepsilon'_x - x' \varepsilon''_x}{\varepsilon_x'^2 + \varepsilon_x''^2};$$

$$x' = \sqrt{\frac{1}{2} \left( -\tilde{\varepsilon}'_x + \sqrt{\tilde{\varepsilon}'_x{}^2 + \tilde{\varepsilon}''_x{}^2} \right)}; \quad x'' = -\frac{\tilde{\varepsilon}''_x}{2x'};$$

$$\tilde{\varepsilon}'_x = \varepsilon'_x - x_x^2 \frac{\varepsilon'_x \varepsilon'_z + \varepsilon''_x \varepsilon''_z}{\varepsilon_z'^2 + \varepsilon_z''^2}; \quad \tilde{\varepsilon}''_x = \varepsilon''_x - x_x^2 \frac{\varepsilon''_x \varepsilon'_z - \varepsilon'_x \varepsilon''_z}{\varepsilon_z'^2 + \varepsilon_z''^2};$$

$d$  – товщина повітряного проміжку між призмою ППВВ та досліджуванним зразком;  $\varepsilon_1$  та  $\varepsilon_2$  – діелектричні проникності призми та повітряного проміжку відповідно. Зв'язок між величиною  $x_x$  та кутом падіння світла на межі призма-повітряний проміжок  $\varphi$  задається співвідношенням  $x_x^2 = \varepsilon_1 \sin^2 \varphi$ , де  $\varepsilon'_{x,y,z}$ ,  $\varepsilon''_{x,y,z}$  – дійсна та уявна частини діагональних компонент тензора діелектричної проникності, які згідно [14] за орієнтації  $C \parallel y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \parallel C$  набувають значень  $\varepsilon_x = \varepsilon_{\perp}$ ,  $\varepsilon_y = \varepsilon_{\parallel}$ ,  $\varepsilon_z = \varepsilon_{\perp}$ .

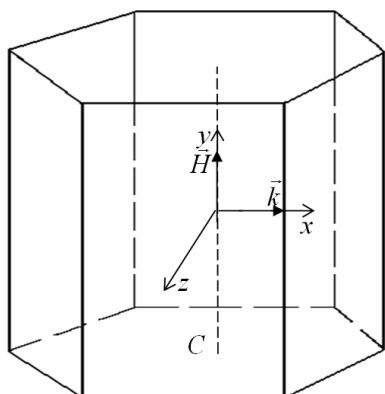


Рис. 1. Взаємне розміщення векторів  $\vec{H}$ ,  $\vec{k}$  та координатних осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  в ZnO.

Узгодження теоретичних даних із експериментальними досягнуто при використанні в обчисленнях діелектричної функції:

$$\varepsilon \equiv \varepsilon' + i\varepsilon'' = \varepsilon_{\infty\perp\Box} + \left[ \varepsilon_{\infty\perp\Box} (v_{L\perp\Box}^2 - v_{T\perp\Box}^2) \right] / \left[ v_{T\perp\Box}^2 - v^2 - iv\gamma_{f\perp\Box} \right] - (v_{p\perp\Box}^2 \varepsilon_{\infty\perp\Box}) / \left[ v(v + i\gamma_{p\perp\Box}) \right], \quad (3)$$

де  $\varepsilon$  – діелектрична проникність монокристала;  $\varepsilon_{\infty\perp\Box}$  – високочастотна діелектрична проникність;  $v_{L\perp\Box}$ ,  $v_{T\perp\Box}$  – відповідно частоти поздовжнього та поперечного оптичних фононів;  $v_p$  – частота плазмового резонансу;  $\gamma_p$  – коефіцієнт затухання плазмонів;  $\gamma_f$  – коефіцієнт затухання оптичного фонуна.

Плазмові частоти  $v_{p\perp}$  і  $v_{p\parallel}$  для вільних носіїв зарядів (електронів) пов’язані між собою співвідношенням:

$$v_{p\Box} = v_{p\perp} \sqrt{\frac{m_{\perp}^* \varepsilon_{\infty\perp}}{m_{\parallel}^* \varepsilon_{\infty\parallel}}}, \quad (4)$$

де  $m_{\perp,\parallel}^*$  – поперечна та поздовжня ефективні маси електронів.

В табл. 1, 2 представлено взаємоузгодженні об’ємні та електрофізичні параметри оптично-анізотропних монокристалів ZnO, що отримано методом дисперсійного аналізу спектрів ПЧ-відбивання в області плазмон-фононної взаємодії та використанні поляризованого світла за різних кутів падіння [5].

Таблиця 1

**Об’ємні параметри ZnO, вирощених гідротермальним методом**

ZnO	$\varepsilon_0$	$\varepsilon_{\infty}$	$v_T, \text{см}^{-1}$	$v_L, \text{см}^{-1}$
$E \perp C$	8,1	3,95	412	591
$E \parallel C$	9,0	4,05	380	570

Таблиця 2

**Електрофізичні параметри монокристалів ZnO**

Зразок	$n, \text{см}^{-3}$	$v_p, \text{см}^{-1}$		$\gamma_p, \text{см}^{-1}$		$\gamma_f, \text{см}^{-1}$		$m_{\parallel}$	$\frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}}$	$m_{\perp}$
		$E \perp C$	$E \parallel C$	$E \perp C$	$E \parallel C$	$E \perp C$	$E \parallel C$			
ZO2-3	$9,3 \cdot 10^{16}$	90	100	150	170	11	11	0,21	1,23	0,258
ZO1-3	$6,6 \cdot 10^{17}$	240	250	280	260	13	13	0,23	1,13	0,260
ZO6-B	$2,0 \cdot 10^{18}$	420	480	406	350	21	21	0,22	1,18	0,260

$\varepsilon_{0\perp\Box}$  – статична діелектрична проникність;

$\mu_{\perp,\Box}$  – головні значення безрозмірного тензора оберненої ефективної маси впоперек та вздовж осі кристала.

У [15–18], методом ППВВ, при використанні даних табл. 1, 2 експериментально і теоретично досліджено гексагональні монокристали оксиду цинку в області "залишкових променів". Показано можливість збудження поверхневих плазмон-фононних поляритонів першого та другого типів при зміні концентрації електронів та орієнтації осі кристала відносно його поверхні. Зареєстровано поверхневі плазмон-фононні поляритони третього типу, та досліджено їх затухання.

На рис. 2 (криві 1, 2, 3) представлено теоретичні спектри ППВВ  $R(\nu)$  нелегованого оксиду цинку ( $n = 9,3 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ) за орієнтації  $C \parallel y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \parallel C$ , що записані при повітряному проміжку  $d = 14,6$  (1, 1'); 8,7 (2, 2'); 4,1 (3, 3') мкм і кутах  $30^\circ$  (1, 1'),  $35^\circ$  (2, 2'),  $50^\circ$  (3, 3'). Розрахунок проведено за формулою (1) при відсутності впливу на монокристал магнітного поля. Точки – експериментальні дані для зразка ZO2-3, що зареєстровані за методикою [5]. Величина повітряного проміжку між призмою ППВВ і зразком ZO2-3 варіювалась до встановлення інтенсивності поглинутої хвилі, що не перевищує 20 % за незмінної частоти мінімуму в спектрі ППВВ [4]. Криві 1', 2', 3' – спектри ППВВ для монокристала ZnO, розміщеного в однорідному магнітному полі. Розрахунок проведено для зразка ZO2-3 за орієнтації  $\vec{H} \perp \vec{k}$ ,  $\vec{H} \parallel y$  при величині магнітного поля 100 кЕ.

Мінімуми експериментальних і розрахункових спектрів відповідають частотам  $\nu_{\text{мін}} = 518$  (1), 537 (2), 551 (3)  $\text{см}^{-1}$  без впливу магнітного поля на зразок та під дією останнього –  $\nu_{\text{мін}} = 518$  (1'), 538 (2'), 552 (3')  $\text{см}^{-1}$ . Напівширина спектрів відповідно становить  $\Gamma_{\text{п}} = 2, 3, 9 \text{ см}^{-1}$ .

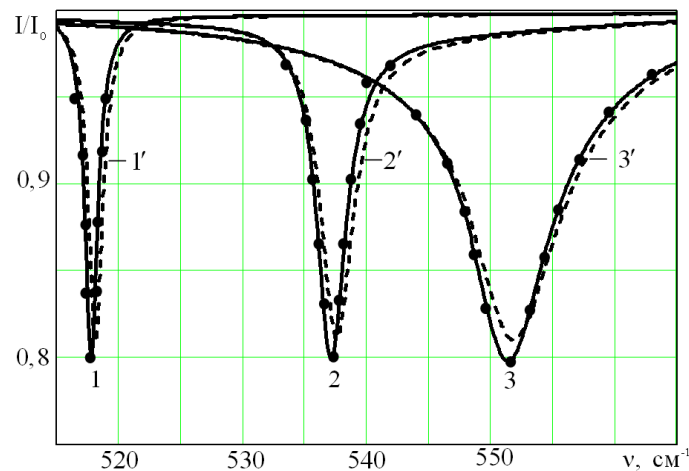


Рис. 2. Спектри ППВВ ZnO (зразок ZO2-3,  $C \parallel y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \parallel C$ ,  $\vec{H} \perp \vec{k}$ ,  $\vec{H} \parallel y$ ,  $k_x = k$ ,  $k_{y,z} = 0$ ): 1 – 3 –  $H = 0$  кЕ;  $\nu_{\text{мін}} = 518; 537; 551 \text{ см}^{-1}$ ,  $\Gamma_{\text{п}} = 2, 3, 9 \text{ см}^{-1}$ ;  
1' – 3' –  $H = 100$  кЕ;  $\nu_{\text{мін}} = 518, 538, 552 \text{ см}^{-1}$ ,  $\Gamma_{\text{п}} = 2, 4, 9 \text{ см}^{-1}$ ;  
1, 1' –  $d = 14,6$  мкм,  $\varphi = 30^\circ$ ; 2, 2' –  $d = 8,7$  мкм,  $\varphi = 35^\circ$ ;  
3, 3' –  $d = 4,1$  мкм,  $\varphi = 50^\circ$ . Лінія – розрахунок; точки – експеримент.

На рис. 3 представлені спектри ППВВ за відсутності дії магнітного поля для слабо легovanого монокристала оксиду цинку ( $n = 6,6 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ) за орієнтації  $C \parallel y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \parallel C$  при куті падіння в призмі ППВВ  $30^\circ$  (1, 1'),  $35^\circ$  (2, 2'),  $50^\circ$  (3, 3'). Товщина зазору між зразком ZO1-3 та призмою ППВВ змінювалась від 13 (1) до 3,4 (3) мкм. Мінімуми спектрів відповідають частотам  $\nu_{\text{мін}} = 527$  (1), 550 (2), 563 (3)  $\text{см}^{-1}$ . Напівширина спектрів при цьому  $\Gamma_{\text{п}} =$

5 (1), 17 (2), 28 (3)  $\text{см}^{-1}$ . Криві 1', 2', 3' розраховані при врахуванні впливу однорідного магнітного поля величиною 100 кЕ на монокристал оксиду цинку (зразок ZO1-3; орієнтація  $\vec{H} \perp \vec{k}$ ,  $\vec{H} \parallel y$ ). Частоти мінімумів і напівширина у спектрах ППВВ відповідно становлять  $\nu_{\text{мін}} = 528$  (1'), 551 (2'), 564 (3')  $\text{см}^{-1}$ ,  $\Gamma_{\text{п}} = 7$  (1'), 19 (2'), 32 (3')  $\text{см}^{-1}$ . Точки – експеримент для монокристала ZnO (зразок ZO1-3).

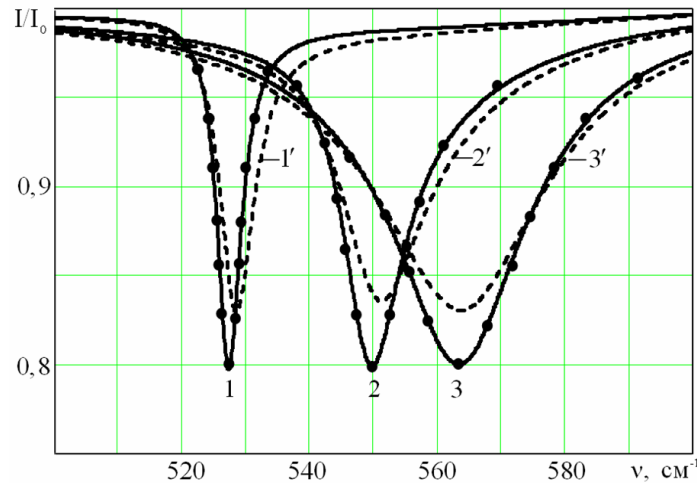


Рис. 3. Спектри ППВВ ZnO (зразок ZO1-3;  $C \parallel y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \parallel C$ ,  $\vec{H} \perp \vec{k}$ ,  $\vec{H} \parallel y$ ,  $k_x = k$ ,  $k_{y,z} = 0$ ): 1 – 3 –  $H = 0$  кЕ,  $\Gamma_{\text{п}} = 5, 14, 28 \text{ см}^{-1}$ ; 1' – 3' –  $H = 100$  кЕ,  $\Gamma_{\text{п}} = 7, 19, 32 \text{ см}^{-1}$ ; 1, 1' –  $d = 13$  мкм,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\nu_{\text{мін}} = 527 \text{ см}^{-1}$ ; 2, 2' –  $d = 7,4$  мкм,  $\varphi = 35^\circ$ ,  $\nu_{\text{мін}} = 550 \text{ см}^{-1}$ ; 3, 3' –  $d = 3,4$  мкм,  $\varphi = 50^\circ$ ,  $\nu_{\text{мін}} = 563 \text{ см}^{-1}$ . Лінія – розрахунок; точки – експеримент.

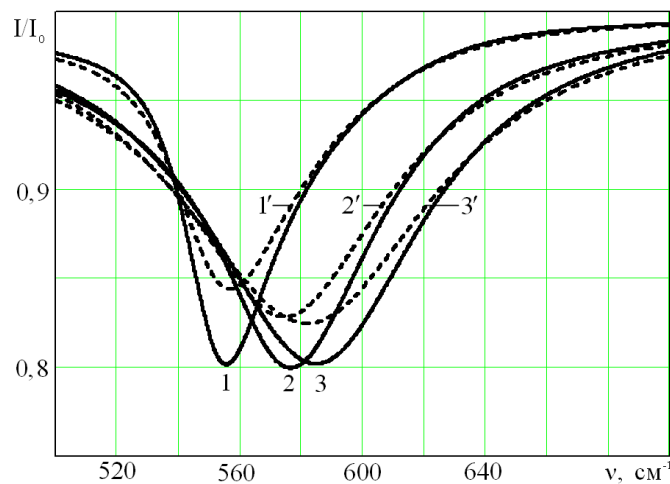


Рис. 4. Спектри ППВВ ZnO (зразок ZO6-B,  $C \parallel y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \parallel C$ ,  $\vec{H} \perp \vec{k}$ ,  $\vec{H} \parallel y$ ,  $k_x = k$ ,  $k_{y,z} = 0$ ): 1 – 3 –  $H = 0$  кЕ;  $\nu_{\text{мін}} = 555, 576, 585 \text{ см}^{-1}$ ,  $\Gamma_{\text{п}} = 43, 71, 86 \text{ см}^{-1}$ ; 1' – 3' –  $H = 100$  кЕ;  $\nu_{\text{мін}} = 557, 574, 582 \text{ см}^{-1}$ ,  $\Gamma_{\text{п}} = 58, 92, 99 \text{ см}^{-1}$ ; 1, 1' –  $d = 10,2$  мкм,  $\varphi = 30^\circ$ ; 2, 2' –  $d = 5,6$  мкм,  $\varphi = 35^\circ$ ; 3, 3' –  $d = 2,6$  мкм,  $\varphi = 50^\circ$ .

На рис. 4 (криві 1, 2, 3) представлені розраховані спектри ППВВ сильно легovanого ZnO ( $n = 2,0 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ) за орієнтації  $C \parallel y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \parallel C$  при куті падіння  $30^\circ$  (1, 1'),  $35^\circ$  (2, 2'),  $50^\circ$  (3, 3') і повітряному проміжку між оксидом цинку та призмою ППВВ відповідно 10,2

(1, 1'), 5,6 (2, 2') та 2,6 (3, 3') мкм. Дія магнітного поля на монокристал ZnO відсутня. Криві 1', 2', 3' – розрахункові спектри ППВВ при врахуванні впливу сильного однорідного поля величиною 100 кЕ на монокристал ZnO за орієнтації  $\vec{H} \perp \vec{k}$ ,  $\vec{H} \parallel y$ . Мінімуми спектрів відповідають частотам  $\nu_{\min} = 557$  (1'), 574 (2'), 582 (3')  $\text{см}^{-1}$ . Напівширина спектрів відповідно становить  $\Gamma_{\pi} = 58$  (1'), 92 (2'), 99 (3').

На рис. 5 показано спектри ППВВ для нелегованого оксиду цинку (зразок ZO2-3) при концентрації вільних носіїв заряду  $n = 6,6 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$  та куті падіння ПЧ-випромінювання в призмі ППВВ  $50^\circ$ . Товщина проміжку між призмою і монокристалом становила 4 мкм. Сканування проводилось за величиною магнітного поля, величина якого змінювалась і відповідно дорівнювала 0 (1), 30 (2), 65 (3) та 100 (4) кЕ. Мінімум спектрів відповідає частоті  $\nu_{\min} = (551 \pm 1) \text{ см}^{-1}$  для всіх значень магнітного поля.

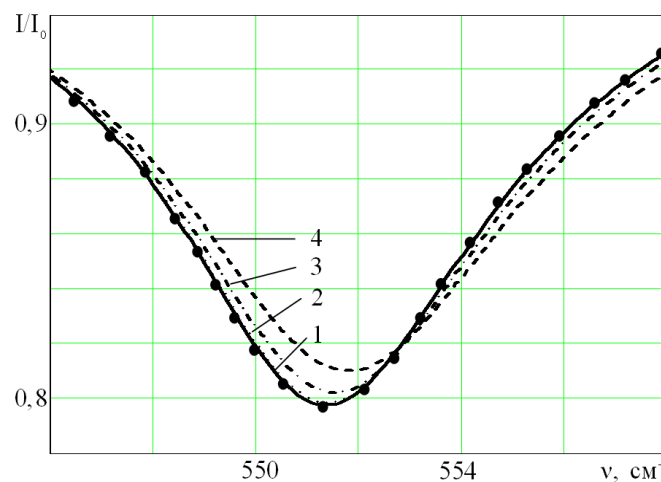


Рис. 5. Спектри ППВВ ZnO (зразок ZO2-3;  $C \parallel y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \parallel C$ ,  $\vec{H} \perp \vec{k}$ ,  $\vec{H} \parallel y$ ,  $k_x = k$ ,  $k_{y,z} = 0$ ): 1 –  $H = 0$  кЕ,  $\Gamma_{\pi} = 9 \text{ см}^{-1}$ ; 2 –  $H = 30$  кЕ,  $\Gamma_{\pi} = 9 \text{ см}^{-1}$ ; 3 –  $H = 65$  кЕ,  $\Gamma_{\pi} = 9 \text{ см}^{-1}$ ; 4 –  $H = 100$  кЕ,  $\Gamma_{\pi} = 10 \text{ см}^{-1}$ ; 1 – 4 –  $d = 4$  мкм,  $\varphi = 50^\circ$ ,  $\nu_{\min} = 552 \text{ см}^{-1}$ . Лінія – розрахунок; точки – експеримент.

Як видно з рис. 5, магнітне поле впливає на інтенсивність коефіцієнта поглинання в області мінімуму спектра ППВВ і не змінює частоту мінімуму в межах похибки експерименту. При збільшенні ступеня легування оксиду цинку стає суттєвішим вплив магнітного поля на характер спектра ППВВ (див. рис. 4, 7).

На рис. 6 показано вплив магнітного поля на спектри ППВВ. При розрахунках використано дані табл. 1 та 2 для слабо легуваного зразка ZO1-3 за кута падіння  $40^\circ$  і повітряному проміжку між призмою ППВВ та ZnO 5 мкм. Розрахунок проведено при значеннях магнітного поля відповідно 0 (1) та 30 (2), 65 (3), 100 (4) кЕ. Як видно із спектрів ППВВ, збільшення величини магнітного поля супроводжується збільшенням напівширини спектрів ППВВ, а отже, і затухання ПП. Мінімум спектрів залишається незмінним і відповідає частоті ПП  $\nu_{\min} = 558 \text{ см}^{-1}$ .



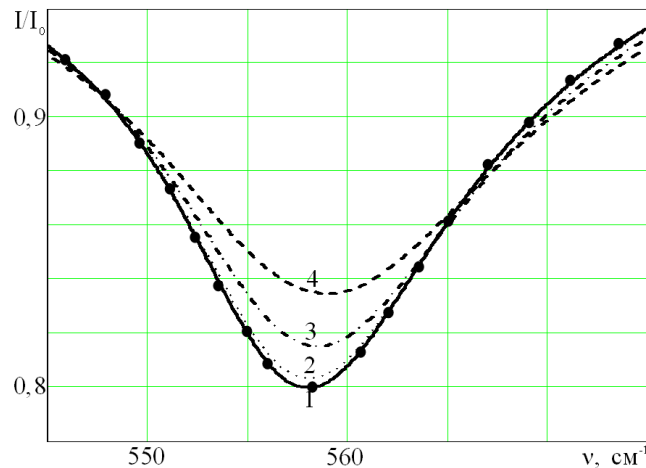


Рис. 6. Спектри ППВВ ZnO (зразок ZO1-3,  $C||y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \perp C$ ,  $\vec{H} \perp \vec{k}$ ,  $\vec{H} \parallel y$ ,  $k_x = k$ ,  $k_{y,z} = 0$ ): 1 –  $H = 0$  кЕ,  $\Gamma_n = 20$   $\text{см}^{-1}$ ; 2 –  $H = 30$  кЕ,  $\Gamma_n = 22$   $\text{см}^{-1}$ ; 3 –  $H = 65$  кЕ,  $\Gamma_n = 25$   $\text{см}^{-1}$ ; 4 –  $H = 100$  кЕ,  $\Gamma_n = 28$   $\text{см}^{-1}$ ; 1 – 4 –  $d = 5$  мкм,  $\varphi = 40^\circ$ ,  $\nu_{\text{мін}} = 558$   $\text{см}^{-1}$ . Лінія – розрахунок; точки – експеримент.

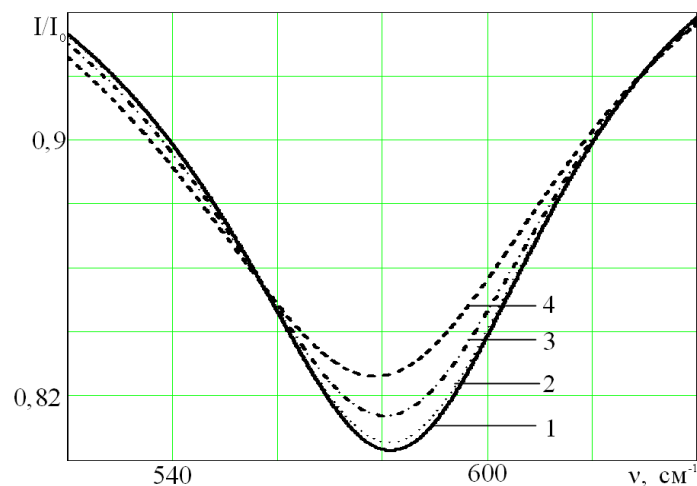


Рис. 7. Спектри ППВВ ZnO (зразок ZO6-B;  $C||y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \perp C$ ,  $\vec{H} \perp \vec{k}$ ,  $\vec{H} \parallel y$ ,  $k_x = k$ ,  $k_{y,z} = 0$ ): 1 –  $H = 0$  кЕ,  $\nu_{\text{мін}} = 581$   $\text{см}^{-1}$ ,  $\Gamma_n = 83$   $\text{см}^{-1}$ ; 2 –  $H = 30$  кЕ,  $\nu_{\text{мін}} = 581$   $\text{см}^{-1}$ ,  $\Gamma_n = 83$   $\text{см}^{-1}$ ; 3 –  $H = 65$  кЕ,  $\nu_{\text{мін}} = 580$   $\text{см}^{-1}$ ,  $\Gamma_n = 88$   $\text{см}^{-1}$ ; 4 –  $H = 100$  кЕ,  $\nu_{\text{мін}} = 578$   $\text{см}^{-1}$ ,  $\Gamma_n = 98$   $\text{см}^{-1}$ ; 1 – 4 –  $d = 4$  мкм,  $\varphi = 40^\circ$ .

Експериментальний спектр (рис. 6, точки 1) зареєстровано для слабо легovanого зразка ZO1-3 при скануванні по частоті і незмінних значеннях кута падіння ІЧ-випромінювання ( $\varphi = 40^\circ$ ) та проміжку між ZnO та призмою ППВВ ( $d = 5$  мкм). Збільшення концентрації вільних носіїв зарядів до  $2 \times 10^{18}$   $\text{см}^{-3}$  при незмінних значеннях величини однорідного магнітного поля 30, 65 та 100 кЕ і кута падіння при величині проміжку між призмою та монокристалом 4 мкм супроводжується зміщенням частоти ПП в низькочастотну область спектра (див. рис. 7). Мінімуми спектрів відповідають частотам  $\nu_{\text{мін}} = 581$  (1), 580 (2), 578 (3)  $\text{см}^{-1}$  відповідно,  $\Gamma_n = 22$  (1), 25 (2), 28 (3)  $\text{см}^{-1}$ . Крива 1 розрахована за відсутності дії на монокристал магнітного поля.

На рис. 8 представлено дисперсійні криві монокристалів оксиду цинку за відсутності дії магнітного поля та неврахуванні затухання фонonної й плазмової підсистем за орієнтації  $C||y$ ,

$\vec{k} \perp C$ ,  $xy \parallel C$ . Концентрація вільних носіїв заряду в ZnO змінювалась від  $n = 9,3 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$  (криві 1, 1') до  $n = 2,0 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$  (криві 3, 3'). Криві 2 і 2' зареєстровано при  $n = 6,6 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . Лінії 1 – 3 відповідають високочастотним дисперсійним гілкам із граничними значеннями частоти  $\nu_s^+(k) = 561 \text{ см}^{-1}$  (крива 1),  $578 \text{ см}^{-1}$  (крива 2) та  $627 \text{ см}^{-1}$  (крива 3); 1' – 3' – низькочастотні дисперсійні гілки із граничними значеннями частоти  $\nu_s^-(k) = 59 \text{ см}^{-1}$  (крива 1'),  $152 \text{ см}^{-1}$  (крива 2') та  $246 \text{ см}^{-1}$  (крива 3'). Розрахунок дисперсійних кривих ПП проведено за формулами робіт [11,14,19] та використанні даних табл. 1, 2. Точками показано експериментальні значення, отримані методом ППВВ.

Отримані значення граничної частоти ППФП  $\nu^\pm$  із спектрів ППВВ для досліджуваних зразків узгоджуються з результатами роботи [15], де  $\nu^\pm$  розраховано за допомогою формули (5):

$$\nu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\tilde{\nu}_{T\perp}^2 + \tilde{\nu}_{p\perp}^2 \pm \sqrt{(\tilde{\nu}_{T\perp}^2 + \tilde{\nu}_{p\perp}^2)^2 - 4\tilde{\nu}_{T\perp}^2 \tilde{\nu}_{p\perp}^2}}, \quad (5)$$

$$\text{де } \tilde{\nu}_{T\perp}^2 = \nu_{T\perp}^2 \frac{\epsilon_{0\perp} + 1}{\epsilon_{\infty\perp} + 1}, \quad \tilde{\nu}_{p\perp}^2 = \frac{\epsilon_{\infty\perp} \nu_{p\perp}^2}{\epsilon_{\infty\perp} + 1} \quad (\text{всі позначення в (5) є загальноприйнятими}).$$

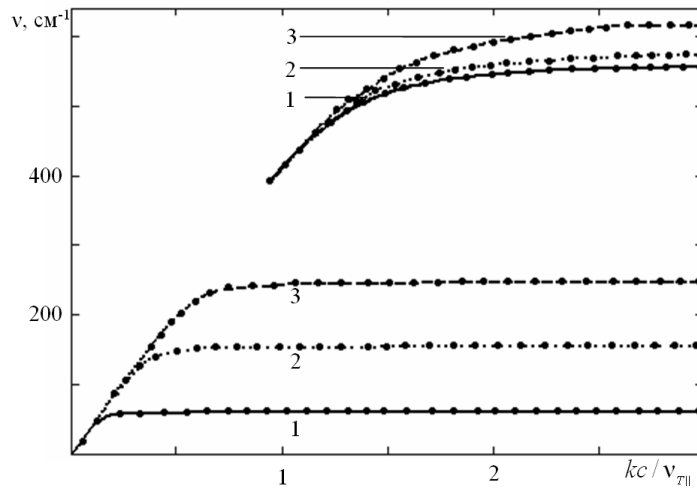


Рис. 8. Дисперсійні криві монокристалу ZnO при  $C \parallel y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \parallel C$ .

Лінія – розрахунок; точки – експеримент.

З рис. 8 видно, що збільшення концентрації вільних носіїв зарядів (електронів для ZnO) супроводжується зміщенням частоти ППФП у високочастотну область спектра ППВВ. Високочастотні гілки поверхневих плазмон-фононних поляритонів незалежно від ступеня легування зразка починаються з частоти, що відповідає співвідношенню  $\nu = \nu_{T\perp}$ , і існують при  $k \gg \omega/c$  ( $\omega = 2\pi\nu$  – циклічна частота), асимптотично наближаючись до граничної частоти ПП [5].

На рис. 9 показано дисперсійні криві слабо легovanого монокристалу ZnO (зразок ZO1-3) за наявності дії на кристал однорідного магнітного поля величиною від 0 Е до 100 кЕ за орієнтації  $\vec{H} \perp \vec{k}$ . З рис. 9 (вставка) видно, що високочастотна дисперсійна крива практично не змінюється при скануванні магнітного поля від 0 Е до 100 кЕ, тоді як нижня дисперсійна гілка із зростанням величини магнітного поля зміщується в область менших частот. Крім того, як слідує з рис. 8, наявність дії магнітного поля на монокристал ZnO в області частот від 190 до 350  $\text{см}^{-1}$  призводить до прояву ще однієї дисперсійної гілки, обмеженої значенням хвильового

вектора. При зростанні величини зовнішнього магнітного поля вказана гілка зміщується в область високих частот. Це обумовлено тим, що при збільшенні величини магнітного поля  $-\Omega$  зміщуються в високочастотну область, при цьому розщеплюється зв'язок між плазмонами та фононами і з'являється "чиста" фононна дисперсійна гілка [20]. Аналогічним є вплив магнітного поля на дисперсійні залежності нелегованого та сильно легovanого монокристалів ZnO (зразки ZO2-3 та ZO6-B). Граничні частоти "чистих" фононних дисперсійних гілок наведено в табл. 3.

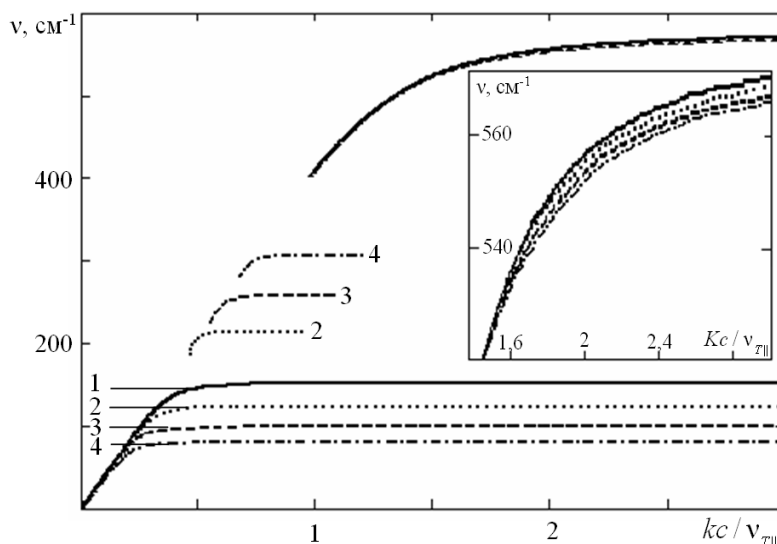


Рис. 9. Дисперсійні залежності монокристала ZnO (зразок ZO1-3) за орієнтації  $C||y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \square C$ ,  $\vec{H} \perp \vec{k}$ ,  $\vec{H} \square y$ ,  $k_x = k$ ,  $k_{y,z} = 0$  у магнітному полі величиною: 1 – 0 Е; 2 – 30 кЕ; 3 – 65 кЕ; 4 – 100 кЕ.

Таблиця 3

**Граничні значення частот  $v^\pm$  та частоти додаткової дисперсійної гілки  $V_f$  монокристала ZnO, розміщеного у магнітному полі**

$H, E$	1		$30 \cdot 10^3$			$65 \cdot 10^3$			$100 \cdot 10^3$		
Зразок	$v^-, \text{cm}^{-1}$	$v^+, \text{cm}^{-1}$	$v^-, \text{cm}^{-1}$	$V_f, \text{cm}^{-1}$	$v^+, \text{cm}^{-1}$	$v^-, \text{cm}^{-1}$	$V_f, \text{cm}^{-1}$	$v^+, \text{cm}^{-1}$	$v^-, \text{cm}^{-1}$	$V_f, \text{cm}^{-1}$	$v^+, \text{cm}^{-1}$
ZO2-3	59	561	34	108	561	21	171	561	14	242	561
ZO1-3	152	578	124	201	576	98	245	575	80	293	574
ZO6-B	246	627	221	287	620	196	316	612	174	345	607

$v^\pm$  – граничні частоти (див. табл. 3), що відповідають низькочастотній і високочастотній гілкам дисперсійних залежностей за відсутності та при наявності дії на монокристал ZnO однорідного магнітного поля величинами від 30 до 100 кЕ;  $V_f$  – гранична частота "чистої" фононної дисперсійної гілки, яка виникає внаслідок дії на монокристал ZnO однорідного магнітного поля величиною від 30 кЕ.

На рис. 10 показано розрахункові дисперсійні криві ZnO (зразок 1 – 3, табл. 1, 2) при врахуванні дії на монокристал магнітного поля величиною 100 кЕ. Як видно, із зростанням

концентрації вільних носіїв заряду та під дією магнітного поля за орієнтації  $C \parallel y$  і  $\vec{H} \perp \vec{k}$  всі три дисперсійні гілки зміщуються в область високих частот.

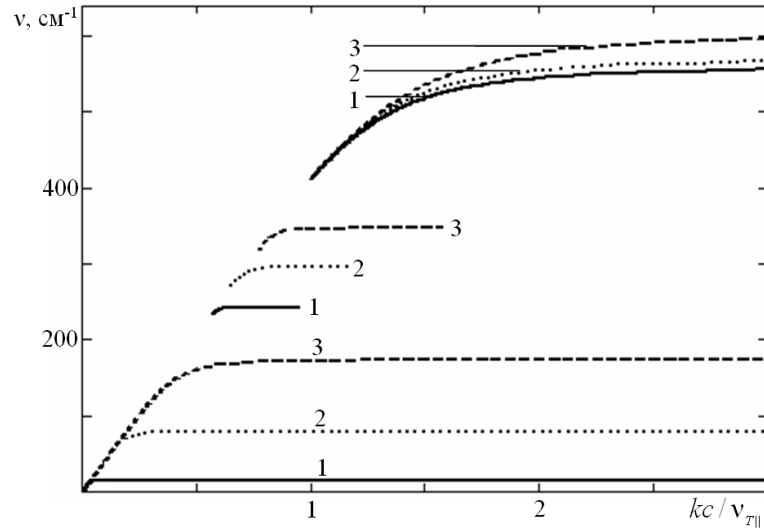


Рис. 10. Високо- та низькочастотна дисперсійні гілки ZnO за орієнтації  $C \parallel y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \parallel C$ ,  $\vec{H} \perp \vec{k}$ ,  $\vec{H} \parallel y$ ,  $k_x = k$ ,  $k_{y,z} = 0$  при дії магнітного поля величиною 100 кЕ: 1 – ZO2-3; 2 – ZO1-3; 3 – ZO6-B.

Таким чином, на рис. 9, 10 представлено розрахункові дисперсійні залежності при врахуванні анізотропії фононної і плазмової підсистем та відсутності затухання в них. Дослідження дисперсійних кривих із урахуванням затухання для магнітоплазмонів та для поверхневих плазмон-фононних мод у магнітному полі проведено у роботах [21, 22]. Автори зареєстрували загин (поворот) назад у розрахункових дисперсійних кривих в оптично ізотропному середовищі з врахуванням затухання магнітоплазмонів.

На рис. 11 наведено залежність коефіцієнта затухання ПП від частоти  $\Gamma_{\text{ПП}}(\nu)$  для монокристала ZnO. Розрахунок проведено для монокристалів з ідеально гладкою поверхнею [3, 4]:

$$\Gamma_{\text{ПП}}(\nu) = \frac{\varepsilon_2(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty)\nu^2 v_{T\perp}^2 \gamma_f}{\varepsilon_\infty(\varepsilon_2 + \varepsilon_\infty) \left( (v_{pf}^+)^2 - \nu^2 \right)^2 + \varepsilon_2 (v_{pf}^+)^2 v_{T\perp}^2}, \quad (6)$$

де  $v_{pf}^+$  – гранична частота поверхневого поляритона при  $k \rightarrow \infty$  (табл. 3).

Криві 1 – 3 розраховані за формулою (6) для монокристалів оксиду цинку з різним ступенем легування та відсутності дії на кристал магнітного поля.

Криві 1' – 3' –  $\Gamma_{\text{ПП}}(\nu)$  для сильно легovanого зразка ZO6-B за орієнтації  $C \parallel y$ ,  $\vec{k} \perp C$ ,  $xy \parallel C$  у випадку дії магнітного поля на монокристал у напрямку  $\vec{H} \perp \vec{k}$ ,  $\vec{H} \parallel y$  та величиною 30 (1'), 65 (2'), 100 (3') кЕ.

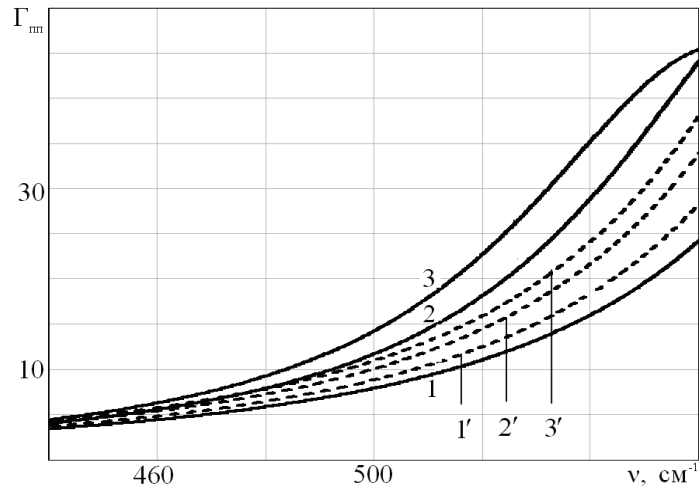


Рис. 11. Залежність коефіцієнта затухання поверхневих поляритонів від частоти  $\Gamma_{\text{сп}}(\nu)$  для монокристала ZnO: 1 – ZO2-3; 2 – ZO1-3; 3 – ZO6-B; 1' – 3' (зразок ZO6-B)  $H = 30, 65, 100$  кЕ.

У роботі [23] графічним способом визначено коефіцієнт затухання ПП. На рис. 12, як приклад [18], показано методику визначення коефіцієнта затухання ПП  $\Gamma_{\text{сп}}$  для оптично-анізотропних монокристалів ZnO. Крива 1 – дисперсійна гілка, а штрихові 2, 3 визначають напівширину  $\Gamma_n$  в спектрі ППВВ. "Істинна" ширина спектрів, згідно [23], дорівнює коефіцієнту затухання ПП та визначається різницею частот, що розміщені на перетині перпендикулярної прямої до вісі абсцис в системі штрихові криві – дисперсійна точка. У табл. 4 та 5 представлено розрахункові дані для монокристалів ZnO з різним ступенем легування за умов  $\gamma_p = 0, \gamma_f = 0$  (табл. 4) та  $\gamma_p \neq 0, \gamma_f \neq 0$  (табл. 5) за відсутності впливу магнітного поля на напівпровідник та за умови дії останнього  $\vec{H} \perp \vec{k}, \vec{H} \parallel u$  величиною 100 кЕ. Кут падіння в призмі ППВВ –  $30^\circ, 35^\circ$  та  $50^\circ$ .

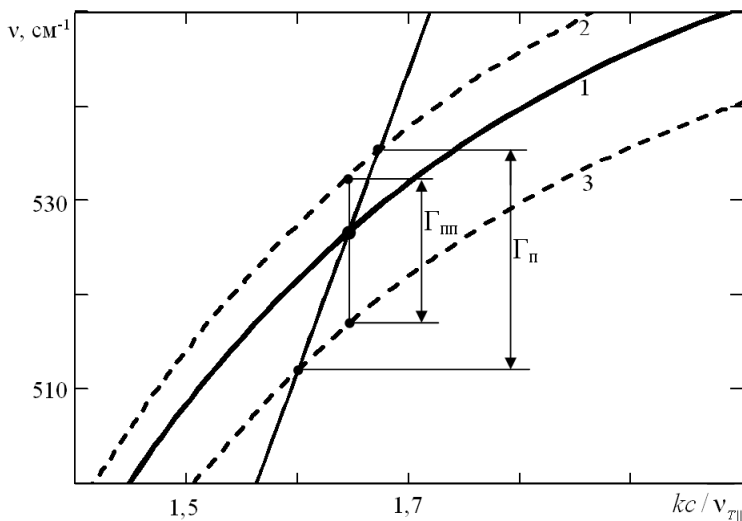


Рис. 12. Дисперсійна залежність (зразок ZO1-3 [18]).  $\Gamma_n$  та  $\Gamma_{\text{сп}}$  – напівширина та коефіцієнт затухання ПП.

Таблиця 4

Напівширина мінімуму в спектрі ППВВ  $\Gamma_n$  та коефіцієнт затухання ПП  $\Gamma_{nn}$  ZnO при  $\gamma_p = 0, \gamma_f = 0$  за  $H = 0$  і  $H = 100$  кЕ

$\varphi, ^\circ$	$H = 0$ кЕ				$H = 100$ кЕ			
	$\nu_{\min}, \text{см}^{-1}$	$\chi$	$\Gamma_n, \text{см}^{-1}$	$\Gamma_{nn}, \text{см}^{-1}$	$\nu_{\min}, \text{см}^{-1}$	$\chi$	$\Gamma_n, \text{см}^{-1}$	$\Gamma_{nn}, \text{см}^{-1}$
ZO1-3								
30	527	1,646	22,54	15,68	528	1,68	36,13	25,16
35	550	1,98	114,58	91,89	551	2,11	243,48	191,03
50	563	2,44	—	—	564	—	—	—
ZO2-3								
30	518	1,626	9,7	6,96	518	1,629	10,08	7,07
35	537	1,936	25,4	21,43	538	1,975	35,68	30,71
50	551	2,595	202,75	188,2	552	2,77	336,6	314,48
ZO6-B								
30	555	1,735	248,57	121,53	557	1,83	—	268,45
35	576	1,95	547,11	325,65	574	—	—	—
50	585	—	—	—	582	—	—	—

Таблиця 5

Напівширина мінімуму в спектрі ППВВ  $\Gamma_n$  та коефіцієнт затухання ПП  $\Gamma_{nn}$  ZnO при  $\gamma_p \neq 0, \gamma_f \neq 0$  за  $H = 0$  і  $H = 100$  кЕ

$\varphi, ^\circ$	$H = 0$ кЕ				$H = 100$ кЕ			
	$\nu_{\min}, \text{см}^{-1}$	$\chi$	$\Gamma_n, \text{см}^{-1}$	$\Gamma_{nn}, \text{см}^{-1}$	$\nu_{\min}, \text{см}^{-1}$	$\chi$	$\Gamma_n, \text{см}^{-1}$	$\Gamma_{nn}, \text{см}^{-1}$
ZO1-3 ( $\gamma_{p\perp} = 280, \gamma_{p\parallel} = 260, \gamma_{f\perp,\parallel} = 13$ )								
30	527	1,67	23,73	17,11	528	1,7	35,69	27,52
35	550	2,06	132,29	111,68	551	2,17	270,52	216,5
50	563	2,7	—	—	564	—	—	—
ZO2-3 ( $\gamma_{p\perp} = 150, \gamma_{p\parallel} = 170, \gamma_{f\perp,\parallel} = 11$ )								
30	518	1,63	10,59	7,04	518	1,632	11,13	7,12
35	537	1,945	24,93	21,86	538	1,985	35,22	31,23
50	551	2,63	209,67	197,41	552	2,805	353,45	328,61
ZO6-B ( $\gamma_{p\perp} = 406, \gamma_{p\parallel} = 350, \gamma_{f\perp,\parallel} = 21$ )								
30	555	1,86	—	197,25	557	1,94	—	410,19
35	576	2,26	—	—	574	2,38	741,25	720,1
50	585	—	—	—	582	2,85	872,47	853,34

Як видно з табл. 4, 5, при збільшенні кута падіння та зростанні концентрації вільних носіїв заряду в монокристалах ZnO коефіцієнт затухання ПП зростає. Аналогічним є вплив плазмон-фононного затухання та зовнішнього магнітного поля на  $\Gamma_n$  і  $\Gamma_{nn}$  ZnO.

## 5. Висновки

Таким чином, дія сильного однорідного магнітного поля на монокристал ZnO при орієнтації  $C \parallel y, \vec{k} \perp C, xy \parallel C, \vec{H} \perp \vec{k}$  супроводжується змінами коефіцієнта поглинання у спектрах ППВВ, а саме зміною частоти мінімуму та інтенсивності. Вперше показано, що в оптично-анізотропних монокристалах ZnO можливе збудження "чистої" фононної дисперсійної гілки, яка із зростанням величини зовнішнього магнітного поля зміщується у високочастотну область спектра. Початкова частота та характер "чистої" фононної дисперсійної гілки залежать від концентрації вільних носіїв заряду й величини магнітного поля. При дії магнітного поля на оптично-анізотропний монокристал нижня дисперсійна гілка деформується. У той же час високочастотна гілка дисперсійної кривої в межах похибки експерименту залишається незмінною. Що стосується коефіцієнта затухання ПП ZnO, то дане питання потребує додаткових досліджень, проте незаперечним є вплив зовнішнього магнітного поля.

## Література

1. Санников Д.Г., Жирнов С.В., Семенов Д.И. Магнитные поляритоны на границе сверхпроводника и ферромагнетика // ФТТ. – 2009. – Т. 57. – Вып. 9. – С. 1824 – 1828.
2. Альшиц В.И., Любимов В.Н. Бездисперсионные поверхностные поляритоны на различных срезах оптически одноосных кристаллов // ФТТ. – 2002. – Т. 44. – Вып. 2. – С. 371 – 374.
3. Агронович В.М. Кристаллооптика поверхностных поляритонов и свойства поверхности // УФН. – 1975. – Т. 115. – С. 199 – 237.
4. Дмитрук Н.Л., Литовченко В.Г., Стрижевский В.Л. Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках. – К.: Наук. думка, 1989. – 375 с.
5. Венгер Є.Ф., Мельничук О.В., Пасічник Ю.А. Спектроскопія залишкових променів. – К.: Наука, 2001. – 192 с.
6. Любимов В.Н., Санников Д.Г. Поверхностные электромагнитные волны в одноосных кристаллах // ФТТ. – 1972. – Т. 14. – Вып. 3. – С. 675 – 681.
7. Гуревич Л.Э., Тарханян Р.Г. Поверхностные плазмон-поляритоны в одноосных полупроводниках // ФТТ. – 1975. – Т. 14. – Вып. 7. – С. 1944 – 1949.
8. Chiu K.W., Quinn J.J. Magnetoplasma surface waves in polar semiconductors: Retardation effects // Phys. Rev. Lett. – 1972. – Vol. 29. – N 9. – P. 600 – 603.
9. Brion J.J., Wallis R.F., Hartstein A., Burstein E. Interaction of surface magnetoplasmons and surface optical phonons in polar semiconductors // Surface Sci. – 1973. – Vol. 34. – N 1. – P. 73 – 80.
10. Brion J.J., Wallis R.F., Hartstein A., Burstein E. Theory of surface magnetoplasmons in semiconductors // Phys. Rev. Lett. – 1972. – Vol. 28. – N 22. – P. 1455 – 1458.
11. Palik E.D., Kaplan R., Gammon R.W., Kaplan H., Quinn J.J., Wallis R.F. Surface magnetoplasmon-optics phonon modes in InSb // Phys. Lett. – 1973. – A45. – N 2. – P. 143 – 144.
12. Palik E.D., Kaplan R., Gammon R.W., H. Kaplan, R.F. Wallis, J.J. Quinn. Coupled surface magnetoplasmon-optic-phonon polariton modes on InSb // Phys. Rev. B – Solid State. – 1976. – Vol. 13. – N 6. – P. 2497 – 2506.
13. Palik E.D., Kaplan R., Gammon R.W. et. al. Magneto-surface polaritons on *n*-type InSb for the geometry  $H \parallel k$ . – In: Proc. 12<sup>th</sup> Intern. Conf. Phys. Semicond. Stuttgart: Teubner. 1974. – P. 546.
14. Брыксин В.В., Мирлин Д.Н., Решина И.И. Поверхностные колебания в анизотропных кристаллах // ФТТ. – 1973. – Т. 15. – Вып. 4. – С. 1118 – 1126.
15. Мельничук А.В., Мельничук Л.Ю., Пасечник Ю.А. Поверхностные плазмон-фононные поляритоны гексагональной окиси цинка // ЖТФ. – 1998. – Т. 68. – Вып. 1. – С. 58 – 62.
16. Melnichuk A.V. Investigation of surface polaritons in ZnO single crystals // Functional Materials. – 1998. – V. 5. – N. 1. – P. 25 – 29.

17. Мельничук А.В., Мельничук Л.Ю., Пасечник Ю.А. Влияние анизотропии на дисперсионные зависимости поверхностных плазмон-фононных поляритонов окиси цинка // ФТТ. – 1996. – Т. 38. – № 2. – С. 651 – 653.

18. Мельничук А.В., Пасечник Ю.А. Затухание поверхностных плазмон-фононных поляритонов окиси цинка // ФТТ. – 1996. – Т. 38. – № 8. – С. 2343 – 2346.

19. Tarchanian R.G. On the theory of surface waves in a uniaxial semiconductor slab // Phys. status solidi (b). – 1975. – Vol. 72. – P. 111 – 122.

20. Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред / Под ред В.М. Агроновича, Д.Л. Миллса. – М.: Наука, 1985. – 528 с.

21. Martin V.G., Maradudin A.A., Wallis R.F. Theory of damped surface magnetoplasmons in n-type InSb // Surface Science. – 1978. – Vol. 77. – P. 416 – 426.

22. Шрамкова О.В. Затухание электромагнитных волн в полупроводниковой сверхрешетке, помещенной в магнитное поле // ЖТФ. – 2004. – Т. 74. – Вып. 2. – С. 92 – 97.

23. Решина И.И., Мирлин Д.Н., Банщиков А.Г. Определение параметров ангармонизма и оптических постоянных кристаллов по спектрам поверхностных поляритонов // ФТТ. – 1976. – Т. 15. – Вып. 2. – С. 506 – 510.

УДК 621.315.592

**КІНЕТИКА ТЕРМОСПУСТОШЕННЯ СЛАБКО ЗАПОВНЕНИХ РІВНІВ ПРИЛИПАННЯ НАШПРОВІДНИКОВИХ СТРУКТУР В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД КІЛЬКОСТІ ТИПІВ ЦИХ РІВНІВ В УМОВАХ КВАЗІСТАЦІОНАРНОГО НАБЛИЖЕННЯ ТА ЛІНІЙНОЇ ЗМІНИ ТЕМПЕРАТУРИ ЗРАЗКА**

**Шевчук О.Г., Шевчук М.О.**

**1. Модель з одним типом рівнів прилипання**

Як відомо [1–4], кінетика термоспустощення рівня прилипання описується системою рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = -\frac{1}{\tau_p} - \frac{dm}{dt}; \\ \frac{dm}{dt} = \frac{n}{\tau^\circ} - \frac{m}{\tau^\theta} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right). \end{cases} \quad (1)$$

При виконанні умов: а)  $\sum_k N_k \gg n + m$ ; б)  $\frac{du}{dt} \approx 0$ ; в)  $T = T_0 + bt$ ,  $b = const$ ,

розв'язок (1) як зазначено в [5] може бути знайдений у вигляді

$$\begin{cases} h(T) = \frac{bM\tau_p\varphi(T)y(T)}{1 - \gamma y(T)}, \\ y(T) = \frac{m(T)}{M} = C \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) + \gamma y(T), \end{cases} \quad (2)$$

В випадку  $\gamma y \ll 1$  / слабе заповнення пасток/

$$h(T) = \frac{M\gamma C}{\theta} \exp(-\psi(T)), \quad (3)$$



$$\text{де } \psi(T) = \Phi(T) + E/kT. \quad (4)$$

З (4) слідує, що профіль кривої  $I(T)$  для поодинокого піку ТСС описується наступним виразом:

$$I(T) = \frac{M\gamma K C}{\theta} \exp(-\psi(T)). \quad (5)$$

Параметр  $K$  залежить від таких аргументів, як рухливість носіїв струму, розміри зразка, прикладена до нього напруга.

Так як  $I(T_m) = I_0$ , то з (5):

$$C = \frac{\theta I_0}{M\gamma K} \exp(\psi(T_m)). \quad (6)$$

Таким чином:

$$I(T) = I_0 \exp(\psi(T_m) - \psi(T)) \quad (7)$$

$$\left( \frac{dI(T)}{dT} \right)_{T_m} = 0. \quad (8)$$

З (7), (8) отримуємо:

$$-\frac{E}{kT_m^2} + \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{E}{kT_m}} \equiv \left( \frac{d}{dT} \psi(T) \right)_{T_m} = 0.$$

З останньої рівності, позначаючи

$$a = \frac{E}{kT}, \quad (9)$$

$$a_m = \frac{E}{kT_m}, \quad (10)$$

$$\left( \frac{d}{dT} \psi(T) \right)_{T_m} \equiv \psi'_0. \quad (11)$$

Маємо:

$$\psi'_0 \equiv -\frac{a_m}{T_m} + \frac{1}{\alpha} e^{-a_m} = 0. \quad (12)$$

Розкладемо функцію  $\psi(T)|_{T=T_m}$  в ряд Тейлора. Цим ми аналітично опишемо формулу певного максимуму на кривій ТСС поблизу його екстремальної точки – точки максимуму.

$$\psi(T) = \psi(T_m) + \frac{1}{1!}(T - T_m)\psi'(T_m) + \frac{1}{2!}(T - T_m)^2\psi''(T_m) + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}(T - T_m)^k \psi^{(k)}(T_m). \quad (13)$$

$$\text{Позначимо } \psi(T_m) \equiv \varphi_0. \quad (14)$$

$\psi''_0(T_m) = (\psi'_0)'_{T_m}$ , що згідно з (12) дає:

$$\psi''_0(T_m) = \left( -\frac{a}{T} + \frac{1}{\alpha} e^{-a} \right)'_{T_m} = \left( -\frac{a'T - a}{T^2} + \frac{(-1)}{\alpha} e^{-a} a' \right)_{T_m}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \psi'''(T_m) &= \left( -\frac{a'}{T} + \frac{a}{T^2} - \frac{1}{\alpha} e^{-a} \cdot a' \right)'_{T_m} = \left( -\frac{a''T - a'}{T^2} + \frac{a'T^2 - 2Ta}{T^4} + \frac{1}{\alpha} e^{-a} (a')^2 - \frac{1}{\alpha} e^{-a} a'' \right)_{T_m} = \\ &= -\frac{a''_m}{T_m} + \frac{a'_m}{T_m^2} + \frac{a''_m}{T_m^2} - \frac{2a_m}{T_m^3} + \frac{1}{\alpha} e^{-a_m} (a'_m)^2 - \frac{1}{\alpha} e^{-a_m} a''_m = \frac{1}{\alpha} e^{-a_m} \left( (a'_m)^2 - a''_m \right) - \frac{a''_m}{T_m} + \frac{2a'_m}{T_m^2} - \frac{2a_m}{T_m^3}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{де: } a'_m = \left( \frac{d}{dT} a \right)_{T_m}, \quad (17)$$

$$a''_m = \left( \frac{d^2 a}{dT^2} \right)_{T_m}. \quad (18)$$

$$\text{Так як } a'_m = -\frac{E}{kT_m^2}, \text{ то } \frac{a'_m}{T_m^2} = -\frac{E}{kT_m^4};$$

$$a''_m = -\frac{2E}{kT_m^3}, \text{ то } \frac{a''_m}{T_m} = -\frac{2E}{kT_m^4};$$

$$\text{тобто } \frac{a'_m}{T_m^2} = o\left(\frac{a''_m}{T_m}\right) = o\left((a'_m)^2\right). \text{ Так як } T_m \gg 1, \text{ то } a'_m = o(a''_m). \text{ Нехтуючи в (16)}$$

доданками нескінченно малими в порівнянні з  $a''_m \sim T_m^{-3}$ , маємо:

$$\psi'''(T_m) = -\frac{1}{\alpha} e^{-a_m} a''_m + o(T_m^{-3}). \quad (19)$$

$$\text{Так як } \psi^{(IV)}(T_m) \approx \frac{1}{\alpha} e^{-a_m} a'_m a''_m - \frac{1}{\alpha} e^{-a_m} a'''_m, \text{ але } a'_m a''_m \sim T_m^{-5}, a'''_m \sim T_m^{-4}, \text{ то}$$

$$\psi^{(IV)}(T_m) = -\frac{1}{\alpha} e^{-a_m} a'''_m + o(T_m^{-3}) = o(T_m^{-3}). \quad (20)$$

$$\text{Тоді } \psi^{(V)}(T_m) = -\frac{1}{\alpha} e^{-a_m} a_m^{(IV)} + \frac{1}{\alpha} e^{-a_m} a'_m a'''_m + o(T_m^{-3}). \text{ Але } a_m^{(IV)} \sim T_m^{-4}, a'_m a'''_m \sim T_m^{-5},$$

тобто

$$\psi^{(IV)}(T_m) = o(T_m^{-3}), \text{ тоді } \forall n, n \geq 4: \psi^{(n)}(T_m) = o(T_m^{-3}). \quad (21)$$

Обмежившись в розкладі  $\psi(T)|_{T=T_m}$  доданками не меншими за порядком величини  $T_m^{-3}$  з (12) – (16), (19) – (21), маємо:

$$\psi(T)|_{T=T_m} = \psi_0 + \frac{(T-T_m)^2}{2!} \psi''(T_m) + \frac{(T-T_m)^3}{3!} \psi'''(T_m) + o(T_m^{-3}), \quad (22)$$

З урахуванням співвідношень для  $a'$  та  $a''$ , маємо:

$$\begin{aligned} \psi(T)|_{T=T_m} &\approx \psi_0 + \frac{(T-T_m)^2}{2T_m} \left( \frac{E}{kT_m^2} + \frac{E}{kT_m^2} \right) - \frac{1}{2\alpha} (T-T_m)^2 e^{-a_m} \left( -\frac{E}{kT_m^2} + \frac{2(T-T_m)E}{3kT_m^3} \right) = \\ &= \psi_0 + \frac{(T-T_m)^2}{2T_m} \frac{2E}{kT_m^2} - \frac{1}{2\alpha} (T-T_m)^2 e^{-a_m} \frac{E}{kT_m^2} \left( -1 + \frac{2(T-T_m)}{3T_m} \right) = \psi_0 + \left( \frac{T-T_m}{T_m} \right)^2 \frac{E}{kT_m} - \\ &- \frac{E}{2\alpha k} e^{-a_m} \left( \frac{T-T_m}{T_m} \right)^2 \left( \frac{2(T-T_m)}{3T_m} - 1 \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Позначимо  $\frac{T - T_m}{T_m}$  через  $\xi$ , тоді (23) запишеться у вигляді:

$$\psi(T) - \psi_0 \equiv I(T) \approx \xi^2 a_m - \frac{a_m T_m}{2\alpha} e^{-a_m} \xi^2 \left( \frac{2}{3} \xi - 1 \right) = \xi^2 a_m \left[ 1 - \frac{T_m}{2\alpha} e^{-a_m} \left( \frac{2}{3} \xi - 1 \right) \right]. \quad (24)$$

При  $a_m \geq 10$   $e^{-a_m} \xi = 0(e^{-a_m})$ , тоді

$$I(T) \approx \xi^2 a_m \left[ 1 + \frac{T_m}{2\alpha} e^{-a_m} \right]. \quad (25)$$

Похибка обчислень за формулою (25) визначається залишковим членом в розкладі функції  $\psi(T)$  у ряд Тейлора. Оцінімо цю похибку. Запишемо вираз для залишкового члена в формі Лагранжа:

$$R_n^L(T) \leq \left| \frac{(T - T_m)^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(T_m + \lambda(T - T_m)) \right| [0 < \lambda < 1] \quad (26)$$

У нас  $n=3$ ,  $f(T) = \psi(T)$ , тому маємо:

$$R_3^L(T) \leq \left| \frac{(T - T_m)^7}{4!} \left( -\frac{1}{2} e^{-\tilde{a}_m} \tilde{a}_m''' + o(T_m^{-3}) \right) \right|, \quad (27)$$

де:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_m &= a_m (T_m + \lambda(T - T_m)) \\ \tilde{a}_m''' &= a_m''' (T_m + \lambda(T - T_m)) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\tilde{a}_m < \tilde{a}_{m,\max} = \tilde{a}_m(\tilde{T}),$$

$$\tilde{T} \in [T_m; T],$$

$$\tilde{a}_m''' < \tilde{a}_{m,\max}''' = \tilde{a}_m'''(\bar{T}),$$

$$\bar{T} \in [T_m; T],$$

тому

$$\begin{aligned} R_3^L(L) &< \left| \frac{(T - T_m)^7}{4!} \left( -\frac{1}{2} e^{-\tilde{a}_m(\tilde{T})} \tilde{a}_m'''(\bar{T}) \right) \right| = \frac{(T - T_m)^4}{24\alpha} e^{-\tilde{a}_m(\tilde{T})} |\tilde{a}_m'''(\bar{T})| < \frac{(T - T_m)^4}{24\alpha} e^{-\tilde{a}_m(\tilde{T})} \times \\ &\times \max |\tilde{a}_m'''(\bar{T} - \bar{T}_m)^4| < \frac{(T - T_m)^4}{24\alpha} e^{-\min \tilde{a}_m(\tilde{T})} \max |\tilde{a}_m'''(\bar{T})| = \frac{(T - T_m)^4}{24\alpha} e^{-\min \tilde{a}_m(\tilde{T})} \frac{6E}{K[\min(T, T_m)]^4}. \end{aligned}$$

$$\text{Таким чином, } R_3^L(T) < \frac{(T - T_m)^7}{24\alpha} \exp(-\min \tilde{a}_m(\tilde{T})) \frac{6E}{K[\min(T, T_m)]^4}. \quad (29)$$

Вираз (25) можна спростувати й далі, наприклад, вважаючи  $T_m / (2\alpha) e^{-a_m} \approx a_m$  (що можливо при деяких значеннях параметрів  $T_m, \alpha$ ). Будемо мати:

$$\begin{aligned} I(T) &\approx \xi^2 a_m \left[ 1 + \frac{T_m}{2\alpha} e^{-a_m} \right] = \frac{1/2 \xi^2 a_m}{1 + 4/3 \xi} \left[ \left( 1 + \frac{4}{3} \xi \right) 2 + \left( 1 + \frac{4}{3} \xi \right) \frac{T_m}{\alpha} e^{-a_m} \right] = \\ &= \frac{1/2 \xi^2 a_m}{1 + 4/3 \xi} \left[ 2 + \frac{8}{3} \xi + \frac{T_m}{\alpha} e^{-a_m} \right] \approx \frac{1/2 \xi^2 a_m}{1 + 4/3 \xi} (2 + a_m). \end{aligned}$$

Тут ми врахували, що  $8/3\xi \rightarrow 0$  при  $T \rightarrow T_m$ , а також те, що  $e^{-a_m} \xi = o(a^{-a_m})L$ , тобто:

$$I(T) \approx \frac{1/2\xi^2 a_m (a_m + 2)}{1 + 4/3\xi}. \quad (30)$$

На наш погляд, вираз (30) містить в собі похибку обчислень більшу за ту, що дає вираз (29), т.я.  $\Delta I(T) \gg R_3^2(T)$ , якщо  $\Delta I(T)$  обчислюється за формулою (34), тому в подальших міркуваннях ми використовуємо вираз (25) для обчислення  $I(T)$ .

З (25) та (29) слідує, що

$$\begin{aligned} \delta(I(T)) < R_3^L(T) / I(T) &= \frac{(T - T_m)^4}{24\alpha} \exp(-\min \tilde{a}_m(\tilde{T})) \frac{6ET_m^2}{k(\min(T, T_m))^7 (T - T_m)^2 a_m} \left(1 + \frac{T_m}{2\alpha} e^{-a_m}\right)^{-1} = \\ &= \frac{(T - T_m)^2}{4\alpha k} \frac{ET_m^2 k T_m}{(\min(T, T_m))^4 E} \left(1 + \frac{T_m}{2\alpha} e^{-a_m}\right)^{-1} \approx \frac{(T - T_m)^2}{4\alpha} \frac{T_m^3}{(\min(T, T_m))^7} \left(\frac{T_m}{2\alpha} e^{-a_m}\right)^{-1} = \\ &= \frac{(T - T_m)^2}{4\alpha} \frac{T_m^3}{(\min(T, T_m))^4 T_m} \frac{2\alpha}{T_m} e^{a_m} = \frac{(T - T_m)^2}{2} \frac{T_m^2 e^{a_m}}{(\min(T, T_m))^4} = \frac{1}{2} \left(\frac{T_m (T - T_m)}{(\min(T, T_m))^2}\right)^2 e^{a_m}. \\ \delta(I(T)) < \frac{1}{2} \left(\frac{T_m (T - T_m)}{(\min(T, T_m))^2}\right)^2 e^{a_m}. \end{aligned} \quad (31)$$

Зі сказаного вище випливає, що з достатньою для практичних застосувань точністю форму поодинокого максимуму можна описати наступним аналітичним виразом:

$$I(T) \approx I_0 \exp\left(-\xi^2 a_m \left[1 + \frac{T_m}{2\alpha} e^{-a_m}\right]\right). \quad (32)$$

Для визначення глибини  $E$ , пастки ( $\xi \ll 1$ ) виходячи з (12) та (32), отримуємо:

$$\begin{aligned} \ln \frac{I(T_m)}{I(T_m + \Delta T)} &= \ln \frac{1}{\exp\left[-\left(\frac{\Delta T}{T_m}\right)^2 \frac{E}{kT_m} \left(1 + \frac{T_m}{2\alpha} e^{-a_m}\right)\right]} = \left(\frac{\Delta T}{T_m}\right)^2 \frac{E}{kT_m} \left(1 + \frac{T_m}{2\alpha} e^{-a_m}\right) \approx \\ &\approx \left(\frac{\Delta T}{T_m}\right)^2 \frac{E}{kT_m} \frac{T_m}{2\alpha} e^{-a_m} \Leftrightarrow \frac{2\alpha}{T_m} e^{a_m} \left(\frac{T_m}{\Delta T}\right)^2 \ln \frac{I(T_m)}{I(T_m + \Delta T)} = \frac{E}{kT_m} \equiv a_m. \end{aligned} \quad (33)$$

Отримали трансцендентне рівняння відносно  $a_m$ . Перевіримо виконання достатньої умови збіжності ітераційного процесу за допомогою якого ми змогли б відшукати значення  $a_m$ .

Зауважимо, що в припущенні того, що  $\frac{T_m}{2\alpha} e^{+a_m} \approx \frac{1}{a_m}$  отримуємо вираз для  $a_m$ :

$$a_m \approx \sqrt{2 \left( \frac{T_m}{\Delta T} \right)^2 \ln \frac{I(T_m)}{I(T_m + \Delta T)}}, \quad (34)$$

який, можливо, більш зручний для знаходження  $E_i$ , але менш точний.

Як вже відмічалось, рівняння (5) справедливе при умові  $y \ll 1$ , тобто при виконанні умови  $\gamma \frac{m(T)}{M} \ll 1 \Leftrightarrow \gamma m(T) \ll M$ , що завжди можна задовольнити відповідним підбором інтенсивності  $P$  та тривалості опромінювання  $t_0$  зразка, та підбором значення  $T_0$ .

## 2. Модель довільної кількості $N$ електронних рівнів прилипання

В квазістаціонарному наближенні  $\frac{dn}{dt} \approx 0$  та при слабкому заповненні пасток ( $m_i \ll M_i, i \in \overline{1, N}$ ) в умовах лінійної зміни температури зразка система рівнянь (4) може бути записана в вигляді:

$$\begin{cases} b \frac{dm_i}{dT} = \frac{n}{\tau_i^*} - \frac{m_i}{\tau_i \theta_i} \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right), \\ n \cong -b \tau_p \sum \frac{dm_i}{dT}. \end{cases} \quad (35)$$

/Параметри, що відносяться до різних рівнів, мають відповідні індекси  $i$ ./

Будемо шукати розв'язок (35) у вигляді  $m_i(T) = c_i \exp(\Phi_i(T))$ . Отримуємо:

$$\Leftrightarrow n \left( 1 + \tau_p \sum_N \tau_i^{-1} \right) = \sum_N \frac{c_i \tau_p}{\tau_i \theta_i} \exp(-\psi_i(T)) \Leftrightarrow n = \sum_N \frac{c_i \tau_p}{\tau_i \theta_i} \exp(-\psi_i(T)) / \left[ 1 + \tau_p \sum_N \tau_i^{-1} \right],$$

$$\text{звідси } I(T) \sim n(T) = \sum_N K_i \frac{c_i \tau_p}{\tau_i \theta_i} \exp(-\psi_i(T)) / \left[ 1 + \tau_p \sum_N \tau_i^{-1} \right]. \quad (36)$$

Таким чином, сумарний термостимульований струм  $I(T)$  в цьому випадку є суперпозицією  $N$  поодиноких максимумів  $I_i(T) (i \in \overline{1, N})$  для кожного з яких мають місце всі отримані раніше співвідношення.

Якщо замість  $\alpha_i = b \theta_i (\tau_i + \tau_p)$  підставити  $\alpha_i^* = \frac{d_i}{r_i}$  [11], де  $r_i$ -параметри, які

враховують взаємний вплив рівнів при  $N > 1$ , то показано, що  $r_i = \frac{\tau_0}{\tau_{0i}}$ ,

$$\tau_0 = \left( \frac{1}{\tau_p} + \sum_N \frac{1}{\tau_i} \right)^{-1}, \quad \tau_{0i}^{-1} = 1/\tau_p + 1/\tau_i. \quad (37)$$

Зауважимо, що в [6] показано, що при виконанні умови того, що імовірність повторного захоплення на мілку пастку більша за імовірність інших переходів і захоплення на глибокі пастки більш імовірне, ніж рекомбінація, а також при умові слабкого вихідного заповнення пасток, температура першого максимуму на кривій ТСС описується виразом

$$\exp\left(\frac{E_1}{kT_{m_1}}\right) = \frac{kT_{m_1}^2 N_c}{bE_1} \nu S_{n_1} \frac{S_{n_2} N_2}{S_{n_1} N_1 + S_{n_2} N_2}. \quad (38)$$

Тоді, змінюючи режим нагрівання зразка можна встановити значення  $E_1$ , побудувавши

графік  $\ln\left(\frac{T_m^2}{b}\right)$  від  $1/T_m$ . Дійсно, з (38) слідує:  $E_1 = \frac{T_{m_1}^2}{T_{m_2} - T_{m_1}} \frac{b_2}{b_1} k$ , (39)

де  $T_{m_1}$  та  $T_{m_2}$  – температурне положення першого максимуму на кривій ТСС при швидкостях нагріву  $b_1$  та  $b_2$  зразка відповідно.

### Література

1. Вертопрахов В. Н., Сальман Е. Г. Термостимулированные токи в неорганических веществах. – Новосибирск.: Наука, 1974. – с. 308.
2. Бродовой В. А., Вялый Н. Г., Шовкопляс В. С. Сравнительный анализ кривых ТСТ образцов селенида цинка, полученных различными технологическими способами // Тез. доповідей II Української конференції "Матеріалознавство та фізика напівпровідникових фаз змінного складу".- Ніжин, 1993.-с. 53-54.
3. Городецкий И. Я., Дубинский К. К., Лашкарев В. Е., Любченко А. В., Шейкман М. К. Определение параметров рекомбинационных центров в монокристаллах  $ZuSe//\Phi TP$ , т. 1, вып.11, 1997.-с. 1666-1674.
4. Городецкий И. Я., Касьян В. А., Федоров А. И., Шевченко Р. Л. Физические процессы в гетероструктурах и некоторых соединениях  $A^{II}B^{VI}$ , - Кишенев, 1999. -с. 75-85.
5. Жбанков Р. Г., Буслов Д. К., Мелещенко Л. А. Применение ЭВМ для математической обработки сложных колебательных спектров // ЖПС, 1999, т.41. -с. 523-530.
6. Крумберг Л. Р. К теории термостимулированной проводимости // ФТП, т.1, №10, 1997. -с. 672-684.
7. Литовченко П. Г., Устьянов В. И. Определение параметров уровней прилипания в полупроводниках методом термостимулированной проводимости // В б.: Актуальные вопросы физики полупроводников и полупроводниковых приборов. – Вильнюс, 1969. -с.153-171.

УДК 517. 958

## ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ НАЙСКОРІШОГО СПУСКУ ДО АНАЛІЗУ СПЕКТРІВ ТЕРМОСТИМУЛЬОВАНОЇ ПРОВІДНОСТІ ГЕТЕРОСТРУКТУР ІЗ РІЗКОЮ ГЕТЕРОМЕЖЕЮ

**Шевчук О.Г., Шевчук М.О.**

В [19] виведені аналітичні співвідношення між параметрами рівнів прилипания напівпровідникових структур в залежності від їх типу та кількості різних типів цих рівнів. Виведені аналітичні співвідношення між параметрами рівнів. Розрахована точність отриманих виразів. Ці залежності канонізовані до вигляду, який є зручним для проведення декомпозиції графіків термостимульованих струмів на елементарні смуги.

В розвиток цих теоретичних положень розглянемо можливість застосування методу найскорішого спуску до декомпозиції складних профілів термостимульованого струму гетеро-

структур із різкою гетеромежею в квазістаціонарних умовах слабого заповнення центрів прилипання та лінійного закону зміни температури зразка.

Введемо наступні перетворення:

$$\vec{x}^* = I(I_0^{(0)}, T_m^{(0)}, a^{(0)}), \text{ де } I(I_0, T_m, a) = G(\vec{x}), \quad (1)$$

$$\vec{x}^{(k+1)} = \vec{x}^k + \alpha_k \vec{r}^{(k)} = I(I_0^{(k)}, T_m^{(k)}, a^{(k)}) + (G(I_0, T_m, a) - AI(I_0^{(k-1)}, T_m^{(k-1)}, a^{(k+1)})) \frac{(\vec{r}^{(k)}, \vec{r}^{(k)})}{(\vec{r}^k, A\vec{r}^k)}, \quad (2)$$

$$\text{де } \vec{r}^{(k)} = G(I_0, T_m, a) - AI(I_0^{(k-1)}, T_m^{(k-1)}, a^{(k+1)}). \quad (3)$$

Використовуючи (1), маємо:

$$y_i = I_i = I_0 \exp_0 \left\{ -\frac{1}{2} a(a+2) \frac{\left(\frac{T_i - T_m}{T_m}\right)^2}{1 + \frac{4}{3} \frac{T_i - T_m}{T_m}} \right\}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{де } I_0 &= \sum_{k=1}^N y_k \exp \left\{ -\frac{1}{2} a(a+2) \left(\frac{T_k - T_m}{T_m}\right)^2 / \left(1 + \frac{4}{3} \frac{T_k - T_m}{T_m}\right) \right\}: \\ &: \sum_{l=1}^N \exp \left\{ 2 \left[ -\frac{1}{2} a(a+2) \left(\frac{T_l - T_m}{T_m}\right)^2 \right] / \left(1 + \frac{4}{3} \frac{T_l - T_m}{T_m}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Природно, що ніде  $a \notin \{-2; -1; 0\}$ .

$$\text{Нехай } \exp \left( -\frac{1}{2} a(a+2) \left(\frac{T_i - T_m}{T_m}\right)^2 / \left(1 + \frac{4}{3} \frac{T_i - T_m}{T_m}\right) \right) = \varphi(a, T_m, T_i), \quad (6)$$

$$\exp \left( 2 \left( -\frac{1}{2} a(a+2) \left(\frac{T_i - T_m}{T_m}\right)^2 / \left(1 + \frac{4}{3} \frac{T_i - T_m}{T_m}\right) \right) \right) = \varphi^2(a, T_m, T_i), \quad (7)$$

$$\left(\frac{T_i - T_m}{T_m}\right) / \left(1 + \frac{4}{3} \frac{T_i - T_m}{T_m}\right) = T, \quad (8)$$

$$T_i(T_i - T_m) \frac{2T_1 + T_m}{T_m^2(4T_i - T_m)^2} = T(T_i, T_m). \quad (9)$$

Тоді, у відповідності з (1), (2), маємо:

$$f_1(a^{(0)}, T_m^{(0)}) \equiv f_1^{(0)} = \sum_{i=1}^n \left[ y_i - \varphi \left( a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i \frac{\sum_{k=1}^n y_k \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_k)}{\varphi^2(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_e)} \right) \right] \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) T(T_i, T_m), \quad (10)$$

для деякого початкового значення  $(a^{(0)}, T_m^{(0)})$ , а також:

$$f_2(a^{(0)}, T_m^{(0)}) \equiv f_2^0 = \sum_{i=1}^n \left[ y_i - \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \frac{\sum_{k=1}^n y_k \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_k)}{\sum_{l=1}^n \varphi^2(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_l)} \right] \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \Gamma. \quad (11)$$

Обчислюючи далі  $\frac{\vec{r}^{(k)}, \bar{r}^{(k)}}{(\vec{r}^{(k)}, A\vec{r}^{(k)})}$  отримуємо  $C_{11}^0 = \left( \frac{df_1}{da} \right)^2 + \left( \frac{df_1^{(0)}}{dT_m} \right)^2 = \sum_{j=1}^2 \left( \frac{df_1}{dx^j} \right)^2$ ,

(12)

де  $x^j \in \{a, T_m\}$ .

$C_{12}^{(0)} = C_{21}^{(0)}$  в силу симетричності матриці А;

$$C_{21}^{(0)} = \frac{df_1^{(0)}}{da} \frac{df_2^{(0)}}{da} + \frac{df_1^{(0)}}{dT_m} \frac{df_2^{(0)}}{dT_m}, \quad (13)$$

$$C_{22}^{(0)} = \left( \frac{df_2^{(0)}}{da} \right)^2 + \left( \frac{df_2^{(0)}}{dT_m} \right)^2 = \sum \left( \frac{df_2}{dx^j} \right)^2. \quad (14)$$

Обчислюючи поправки  $\alpha^{(0)}$  та  $\beta^{(0)}$  до  $\vec{x}^{(i)} (i=1)$ , маємо:

$$\alpha^{(0)} = C_{11}^{(0)} (f_1^{(0)})^2 + 2C_{12}^{(0)} f_1^{(0)} f_2^{(0)} + C_{22}^{(0)} (f_2^{(0)})^2, \quad (15)$$

$$\beta^{(0)} = (C_{11}^{(0)} f_1^{(0)} + C_{12}^{(0)} f_2^{(0)})^2 + (C_{21}^{(0)} f_1^{(0)} + C_{22}^{(0)} f_2^{(0)})^2. \quad (16)$$

Користуючись послідовними наближеннями (2), далі маємо:

$$a^{(1)} = a^{(0)} - \frac{\alpha^{(0)}}{\beta^{(0)}} \left( \frac{df_1^{(0)}}{da} f_1^{(0)} + \frac{df_2^{(0)}}{da} f_2^{(0)} \right), \quad (17)$$

$$T_m^{(1)} = T_m^{(0)} - \frac{\alpha^{(0)}}{\beta^{(0)}} \left( \frac{df_1^{(0)}}{dT_m} f_1^{(0)} + \frac{df_2^{(0)}}{dT_m} f_2^{(0)} \right). \quad (18)$$

Тому, поки  $|a^{(k)} - a^{(0)}| < \varepsilon$  при деякому  $k$ ,  $|T_m^{(k')} - T_m^{(0)}| < \delta$  при деякому  $k'$ .

В силу того, що ітераційний процес збігається зі швидкістю пропорційною геометричній прогресії,  $k$  та  $k'$  не перевищують 10 при  $\varepsilon = 10^{-4}$ , що дає похибку в визначенні  $\varepsilon$  не більшою за 0,1% при  $\delta = 0,5$ .

Після ряду очевидних перетворень отримуємо явний вигляд похідних  $\frac{df_i}{dx^j} (i \in \overline{1,2}, j \in \{a, T_m\})$ , необхідних для використання формул (12) – (18):



$$\frac{df_2^{(0)}}{dT_m^{(0)}} = \sum_{i=1}^n \left\{ -\varphi^2(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \tau_1(T_m^{(0)}, T_i) \left[ 3a^{(0)}(a^{(0)} + 2) \tau_2(\tau_i, T_m^{(0)}) \frac{S_1}{S_2} + \frac{S_5 S_2 - S_1 S_6}{S_2^2} \right] + \right. \\ \left. + \left[ y_i - \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \frac{S_1}{S_2} \right] \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \begin{pmatrix} 3a^{(0)}(a^{(0)} + 2) \tau_2(T_i, T_m^{(0)}) \tau_1(T_i, T_m^{(0)}) \\ -6\tau_2(T_i, T_m^{(0)}) \end{pmatrix} \right\}. \quad (19)$$

$$\frac{df_1^{(0)}}{dT_m^{(0)}} = \sum_{i=1}^n \left\{ -\varphi^2(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \tau_2(T_i, T_m^{(0)}) \left[ 3a^{(0)}(a^{(0)} + 2) \tau_2(T_i, T_m^{(0)}) \frac{S_1}{S_2} + \frac{S_5 S_2 - S_1 S_6}{S_2^2} \right] + \right. \\ \left. + \left[ y_i + \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \frac{S_1}{S_2} \right] \left[ \tau_2^2(T_i, T_m^{(0)}) \beta a^{(0)}(a^{(0)} + 2) + R(T_m^{(0)}, T_i) \right] \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \right\}; \quad (20)$$

$$\frac{df_2^{(0)}}{da^{(0)}} = \sum_{i=1}^n \left\{ \varphi^2(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \tau_1(T_i, T_m^{(0)}) \left[ (a^{(0)} + 1) \tau_1(T_i, T_m^{(0)}) \frac{S_1}{S_2} - \frac{S_3 S_1 - S_4 S_2}{S_2^2} \right] - \right. \\ \left. - \left[ y_i + \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \frac{S_1}{S_2} \right] \left[ \tau_1^2(T_i, T_m^{(0)}) (a^{(0)} + 1) \right] \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \right\}; \quad (21)$$

$$\frac{df_1^{(0)}}{da^{(0)}} = \sum_{i=1}^n \left\{ \varphi^2(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \tau_2(T_i, T_m^{(0)}) \left[ (a^{(0)} + 1) \tau_1(T_i, T_m^{(0)}) \frac{S_1}{S_2} - \frac{S_3 S_1 - S_1 S_2}{S_2^2} \right] - \right. \\ \left. - \left[ y_i - \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \frac{S_1}{S_2} \right] \left[ \tau_2(T_i, T_m^{(0)}) (a^{(0)} + 1) \right] \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \tau_1(T_m^{(0)}, T_i) \right\}. \quad (22)$$

В формулах (19) – (22) введені позначення:

$$\tau_1(T_m^{(0)}, T_i) = \left( \frac{T_i - T_m^{(0)}}{T_m^{(0)}} \right)^2 / \left( 1 + \frac{4}{3} \frac{T_i - T_m^{(0)}}{T_m^{(0)}} \right), \quad (23)$$

$$\tau_2(T_m^{(0)}, T_i) = T_i (T_i - T_m^{(0)}) (2T_i + T_m^{(0)}) / (T_m^{(0)} (4T_i - T_m^{(0)}))^2, \quad (24)$$

$$R(T_m^{(0)}, T_i) = \frac{T_i (64T_i^3 T_m^{(0)} - 24T_i^2 (T_m^{(0)})^2 - 5T_i (T_m^{(0)})^3)}{(T_m^{(0)})^3 (4T_i - T_m^{(0)})^7} + \frac{T_i (2(T_m^{(0)})^4 - 64T_i^7)}{(T_m^{(0)})^3 (4T_i - T_m^{(0)})^7}, \quad (25)$$

$$S_1 = y_i \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i), \quad (26)$$

$$S_2 = \varphi^2(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i), \quad (27)$$

$$S_3 = 2\varphi^2(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) (a^{(0)} + 1) \tau_1(T_m^{(0)}, T_i), \quad (28)$$

$$S_4 = y_i \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \tau_1(T_m^{(0)}, T_i), \quad (29)$$

$$S_5 = y_i \varphi(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \beta a^{(0)} (a^{(0)} + 1) \tau_2(T_m^{(0)}, T_i), \quad (30)$$

$$S_6 = 2\varphi^2(a^{(0)}, T_m^{(0)}, T_i) \beta a^{(0)} (a^{(0)} + 2) \tau_2(T_m^{(0)}, T_i). \quad (31)$$

Таким чином, задаючи значення  $I^{(0)}, a^{(0)}, T_m^{(0)}$  для першого максимуму за наведеними формулами обчислюємо значення  $a, T_m, I_0$  для першого піку складного спектру ТСС.

Для послідувочої декомпозиції необхідно від складного спектру термостимульованого струму відняти значення струму, які слідують з теоретичних положень [19] та обчислених за методом найкорішого спуску значень параметрів  $a, T_m, I_0$ .

### Література

1. Вертопрахов В.Н., Сальман Е.Г. Термостимулированные токи в неорганических веществах. – Новосибирск: Наука, 1974. – С. 308.
2. Бродовой В. А., Вялый Н. Г., Шовкопляс В. С. Сравнительный анализ кривых ТСТ образцов селенида цинка, полученных различными технологическими способами // Тез. доповідей II Української конференції "Матеріалознавство та фізика напівпровідникових фаз змінного складу".- Ніжин, 1993.-с. 53-54.
3. Городецкий И. Я., Дубинский К. К., Лашкарев В. Е., Любченко А. В., Шейкман М. К. Определение параметров рекомбинационных центров в монокристаллах  $ZuSe$ //ФТП, т. 1, вып.11, 1997. -с. 1666-1674.
4. Городецкий И. Я., Касьян В. А., Федоров А. И., Шевченко Р. Л. Физические процессы в гетероструктурах и некоторых соединениях  $A^{II}B^{VI}$ , - Кишенев, 1999. -с. 75-85.
5. Жбанков Р. Г., Буслов Д. К., Мелешенко Л. А. Применение ЭВМ для математической обработки сложных колебательных спектров // ЖПС, 1999, т.41, -с. 523-530.
6. Крумберг Л. Р. К теории термостимулированной проводимости // ФТП, т.1, №10, 1997. -с. 672-684.
7. Литовченко П. Г., Устьянов В. И. Определение параметров уровней прилипания в полупроводниках методом термостимулированной проводимости // В б.: Актуальные вопросы физики полупроводников и полупроводниковых приборов. – Вильнюс, 1969. -с.153-171.
8. Милнс А. Процессы с глубокими уровнями в полупроводниках.- М.: Наука, 1983. – С. 425.
9. Бродовой В. А., Вялый Н. Г., Шевчук А. Г. Механизм токопрохождения в структурах  $I$  n/n –  $ZuSe$ / n + -  $GaAs$ // Тезисы докладов I Межвузовской конференции "Материаловедение и физика полупроводниковых фаз переменного состава". – Нежин, 1991.- с.92.
10. Сенокосов Э. А., Усатый А. Н., Царан В. М., Цирулик Л. Д.// В б. : Физические процессы в гетероструктурах и некоторых соединениях  $A^{II}B^{VI}$  - К.: Наука , 1974. – с. 85-94.
11. Сорока В. В. Метод расчета параметров уровней прилипания по максимумам термостимулированных токов // НМ: 18, №1, 1982. -с. 1056-1061.
12. Bonham J. S. SCLC Theory for a Gaussian Trap Distribution.-Aust. J. Chem., 1993, V. 26, - p. 927-939.
13. Manfredotti C. , De Blasi C., Galassini S. at al. Analysis of SCLC Curves by a New Direct Method. –Phys. State.Sol(a),1976, V.36 №a2, p. 569 – 577.
14. Nespurek A., Stwejtjer P. Spase – Charge – Limited Curreus in Jusulator with the Gaussian Distribution of Traps, - Czech. J.phys., 1972, V.B22, - p. 16a – 175.
15. Rose A. Spase – Charge – Limited Curreut in Solids. – Phus. Rev., 1955, v.97 – p.1538 – 1544.
16. Schuttler Ch. a Simplified Aproach to the SCLC Characteristic of Homogeneous Solids with Gaps distrebuter in Energu –Phes , Stat Sol.(a), 1998, N148, №2,-p.357-368.
17. Анитинова-Каратаева И.И. О возможности предварительной оценки эффективности разложения сложных спектров смесей методом Аленцева-Фока// ЖПС, т. XLII, вып. 3, 1995.-с461-465.
18. Афонин С.В., Гамонов В.А., Гейдрин А.Г.Сравнительный анализ трех методик вычисления фойхтовского контура спектральной линии // ЖПС, вып. 2, 1995. – с.196 – 201.

УДК 621.315.592

**ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ЗАБОРОНЕНОЇ ЗОНИ  
НАПІВПРОВІДНИКОВИХ ГЕТЕРОСТРУКТУР З АНАЛІЗУ  
ЇХ ВОЛЬТАМПЕРНИХ ХАРАКТЕРИСТИК**

**Шевчук О.Г., Шевчук М.О.**

**1. Загальні положення**

Розглянемо теоретичну модель "різкого" ізотипного гетеропереходу в припущенні інжектуючого катода і віртуального блокуючого анода при додатковій умові симетричних омичних контактів.

Для вольтамперної характеристики в цьому випадку отримуємо квадратичний аналітичний вираз, що піддається якісному дослідженню, але має деякі невизначені коефіцієнти. Остання обставина є "платнею" за простоту рішення і, мабуть, не дуже суттєва. При зроблених припущеннях рівняння, що описують поведінку діелектричного діода з пастками, мають вигляд [1-3]:

$$j = q\mu nE, \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{4\pi q(n+n_t)}{\varepsilon}, \quad (2)$$

$$E(0) = 0, \quad (3)$$

$$\int_0^L E dx = -U, \quad (4)$$

де  $q$  – абсолютний заряд електрона;  
 $\mu$  – рухливість електронів;  
 $n$  – концентрація електронів;  
 $\varepsilon$  – діелектрична проникність;  
 $n_t$  – концентрація заповнених електронами пасток;  
 $j$  – густину струму через шар;  
 $E$  – градієнт потенціалу;  
 $U$  – напруга.

Відповідно з (1)

$$j = q\mu n(L)E(L). \quad (5)$$

Таким чином, для отримання вольтамперної характеристики необхідно знайти  $n(L)$  і  $E(L)$ . Як було показано [9]:

$$E(L) = -\frac{\alpha U}{L}, \quad (6)$$

$$1 \leq \alpha \leq 2.$$

у відповідності з (5) і (6) для  $j$  одержуємо

$$j = -\frac{\alpha q\mu n(L)U}{L}. \quad (1.7)$$

Для визначення  $n(L)$  з (2) і (3) маємо:

$$E(L) = -\frac{4\pi qL}{\varepsilon} (\bar{n} + \bar{n}_t), \quad (8)$$

де середні значення  $\bar{n}$  і  $\bar{n}_t$  дорівнюють

$$\bar{n} = \frac{1}{L} \int_0^L n(x) dx,$$

$$\bar{n}_t = \frac{1}{L} \int_0^L n_t(x) dx.$$

Із виразів (6) і (8) одержуємо

$$\frac{\alpha U}{L} = \frac{4\pi q L}{\varepsilon} (\bar{n} + \bar{n}_t). \quad (9)$$

Звідси:

$$n(L) + n_t(L) = \beta (\bar{n} + \bar{n}_t). \quad (10)$$

Це відношення є визначенням величини  $\beta$ . Будемо його розглядати, як додаткове рівняння при умові, що  $\beta = \text{const}$ . Це виправдано, оскільки величина  $\beta$  лежить в достатньо вузьких межах.

Із (2) слідує, що  $E(x)$  алгебраїчно зменшується від катода до анода, збільшуючись за абсолютною величиною. Тому, з (1) і в припущенні, що  $j = \text{const}$  впливає, що  $n$  спадає від катода до анода. Тобто  $n_t$  також зменшується від катода до анода, це означає, що  $\beta \leq 1$ . Із загальних фізичних міркувань ясно, що  $\beta \geq \frac{1}{2}$ . В тих випадках, коли можна отримати вольтамперну характеристику як з експерименту, так і розв'язуючи безпосередньо систему рівнянь (1) - (4), дійсно виявляється, що  $\frac{1}{2} \leq \beta \leq 1$  [4]. Лише ця обставина по суті і є доказом того, що величина  $\beta$  змінюється в малому інтервалі. З (9) та (10) випливає:

$$\frac{\alpha U}{L} = \frac{4\pi q L}{\varepsilon \beta} [n(L) + n_t(L)]. \quad (11)$$

Тепер залишилося лише знайти зв'язок між  $n(L)$  і  $n_t(L)$ . Нехай пастки розподілені по енергіям в забороненій зоні з густиною  $\rho(W)$  між двома граничними значеннями  $W_{t_1}$  і  $W_{t_2}$ . Тоді

$$n_t(L) = \int_{W_{t_1}}^{W_{t_2}} \frac{\rho(W) dW}{1 + e^{\frac{W - W_f}{kT}}} = \int_{W_{t_1}}^{W_{t_2}} \frac{\rho(W) dW}{1 + \frac{N_c}{n(L)} e^{\frac{W - W_c}{kT}}}, \quad (12)$$

де:

$W_f$  - квазірівень Фермі;

$W_c$  - межа зони провідності в діелектрику;

$N_c$  - ефективна густина квантових станів в зоні провідності діелектрика.

Крім того, ми скористалися співвідношенням

$$n(L) = N_c e^{\frac{W_f - W_c}{kT}}.$$

Система рівнянь (7), (11), (12) розв'язує поставлене вище завдання про аналітичний опис вольтамперної характеристики напівпровідникової гетероструктури. Перейдемо тепер до розгляду деяких частинних випадків.

## 2. Випадок моноенергетичного спектру енергії пасток

В цьому випадку [5]

$$\rho(W) = N_t \delta(W - W_t), \quad (13)$$

де  $N_t$  – концентрація пасток;

$W_t$  – рівень енергії пасток.

Із (12) і (13) одержимо:

$$n_t(L) = \frac{N_t}{1 + \frac{N_t m}{n(L)}}, \quad (14)$$

$$\text{де } m = \frac{N_c}{N_t} e^{\frac{W_t - W_c}{kT}} \quad (15)$$

(як правило, застосовується позначення  $mN_t = N_c$ ).

Із (11) і (14) випливає

$$\frac{\varepsilon\beta\alpha U}{4\pi qL^2} = n(L) + \frac{n(L)N_t}{n(L) + mN_t}. \quad (16)$$

У випадку не дуже високого рівня інжекції, коли  $mN_t \ll n(L)$  маючи на увазі, що  $m \approx 1$ , маємо

$$\frac{\varepsilon\beta\alpha U}{4\pi qL^2} = \frac{n(L)}{m}. \quad (1.17)$$

Припущення  $m \approx 1$  означає, по суті, що або пастки достатньо глибокі (тобто, що  $\frac{W_c - W_t}{kT}$  достатньо велике), або їх достатньо багато. Можна провести розрахунок також і в припущенні  $m \ll 1$  (мілкі пастки або їх мало).

З (7) і (17) випливає

$$j = -\frac{\varepsilon\mu\alpha^2\beta mU^2}{L^3}. \quad (18)$$

В цьому випадку  $m = \frac{n(L)}{n_t(L)}$ . З умови  $mN_t \ll n(L)$  випливає  $W_t(L) > W_f(L)$ , інакше кажучи, пастки біля анода є слабо заповненими (мілкі пастки). Таким чином, у випадку достатньо малої інжекції отримується закон Чайлда з густиною струму, що зменшилась в  $\frac{1}{m}$  разів. Якщо ж умова  $mN_t \ll n(L)$  не виконується, то, розв'язуючи (14), знаходимо [6]

$$n(L) = \frac{N_t}{2} \left[ \frac{U}{U_T} - 1 + \sqrt{\left( \frac{U}{U_T} - 1 \right)^2 + \frac{4mU}{U_T}} \right] \quad (19)$$

і, підставляючи (19) в (7), маємо

$$j = -\frac{q\mu\alpha N_t U}{2L} \left[ \frac{U}{U_T} - 1 + \sqrt{\left( \frac{U}{U_T} - 1 \right)^2 + \frac{4mU}{U_T}} \right], \quad (20)$$

де

$$U_t = \frac{4\pi qL^2 N_t}{\varepsilon\alpha\beta}.$$

При виведенні співвідношень (19) і (20) мали на увазі, що  $m \approx 1$ .

Якщо  $\frac{U}{U_T} < 1$ , то з (1.20) одержуємо (1.18). Якщо ж  $\frac{U}{U_T} < 1$ , то з (20) випливає

$$j = -\frac{\alpha^2 \beta \epsilon \mu U^2}{8\pi L^3}, \quad (21)$$

тобто, закон Чайлда для діелектрика без пасток, який легко отримується з (2) при  $n_t=0$ . З

(2) знаходимо, що при  $U = U_T \pm \frac{kT}{q}$  має місце відношення

$$\frac{\Delta j}{j} \approx \frac{1}{\sqrt{m}} \ll 1. \quad (22)$$

З вище сказаного слідує, що в зоні  $U \approx U_t$  струм дуже різко змінюється. Якісна інтерпретація одержаних результатів полягає в наступному. При малих напругах інжектовані носії сильно захоплюються пастками і струм обмежений в основному об'ємним зарядом на пастках. При збільшенні напруги пастки в кінці кінців заповнюються і всі інжектовані носії переносять струм через зону просторового заряду вільних носіїв. Перехід від першої зони до другої здійснюється вельми різко в силу майже ступінчатого характеру ферміївського розподілу заповнення пасток. Коли квазірівень Фермі знаходиться поблизу рівня пасток, то його зсув на енергію  $2kT$  "переводить" пусті пастки в заповнені. Цим і обумовлюється різка залежність  $j(U)$  при  $U \approx U_t$ . Відповідно  $U_T$  потрібно розуміти як напругу, при якій всі пастки заповнюються. Цей висновок слідує з рівняння (2), за умови, що  $n \approx n_t \approx N_t$ .

### 3. Випадок неперервного спектру енергії пасток

Розглянемо випадок експоненціального розподілу пасток по енергіях в забороненій зоні [7]:

$$\rho_t = \rho_o e^{\frac{W - W_{t_1}}{kT_c}}, \quad (23)$$

де  $\rho_o$  – постійна густина станів в розрахунку на одиничний інтервал енергії;

$T_c$  - постійна, що характеризує розподіл, яка має розмірність температури.

Густина пасток в розрахунку на одиничний інтервал енергії рівна

$$dN_t = \rho_o \exp\left(\frac{W - W_{t_1}}{kT_c}\right) dW. \quad (24)$$

Повна кількість пасток в одиниці об'єму

$$N_t = \rho_o kT_c \left[ \exp\left(\frac{W_{t_2} - W_{t_1}}{kT_c}\right) - 1 \right]. \quad (25)$$

Відповідно з (12) і (24) кількість заповнених пасток дорівнює

$$n_t = \int_{W_{t_1}}^{W_{t_2}} \frac{\rho_o \exp\left(\frac{W - W_{t_1}}{kT_c}\right)}{1 + \exp\left(\frac{W - W_f}{kT}\right)} dW. \quad (26)$$

Для наближеного обчислення інтегралу (26) припустимо, що функція розподілу Фермі рівна 1 при  $W_{t_1} \leq W \leq W_f$  і рівна 0 при  $W > W_f$ . Для того, щоб чисельник в

підінтегральному виразі змінювався повільно в порівнянні із знаменником, припустимо  $|T_c| > T$ . Тоді із (26) одержуємо

$$n_t(L) \approx \rho_o k T_c \left[ \exp\left(\frac{W_f - W_{t_1}}{k T_c}\right) - 1 \right]. \quad (27)$$

Якщо  $W_f - W_{t_1} \ll k T_c$  і  $T_c \gg T$ , то в (27) можна залишити лише перший член в дужках. Тоді із (25) і (27) одержуємо

$$n_t \approx N_t \exp\left(\frac{W_f - W_{t_2}}{k T_c}\right). \quad (28)$$

Виражаючи  $W_f$  через концентрацію електронів в зоні провідності, маємо

$$n_t(L) = N_t \left[ \frac{n(L)}{N_c} \right]^{\frac{T}{T_c}} \exp\left(\frac{W_c - W_{t_2}}{k T_c}\right). \quad (29)$$

Використовуючи (11) і за умови, що  $n(L) \ll n_c(L)$  одержуємо

$$n(L) = \left( \frac{\alpha \beta \varepsilon U}{4 \pi q L^2 N_t} \right)^{\frac{T_c}{T}} \exp\left(-\frac{W_c - W_{t_2}}{k T}\right). \quad (30)$$

Підставляючи (30) в (7), маємо для опису вольтамперної характеристики в припущенні неперервного спектру енергії пасток

$$j = -\frac{q \mu N_c U^{\frac{T_c}{T} + 1}}{L (U_T)^{\frac{T_c}{T}}} \exp\left(\frac{W_{t_2} - W_c}{k T}\right). \quad (31)$$

Згідно з вибраною моделлю явища, ця характеристика відноситься до області напруг  $\frac{U}{U_T} < 1$ . Відмітимо, що при  $\frac{T_c}{T} > 1$  густина струму  $j$  змінюється із зміною  $U$  сильніше за квадратичну.

У випадку рівномірно розподілених за енергією пасток, маємо [5]

$$j = -\frac{q \mu N_c U}{L} \exp\left(\frac{W_{t_1} - W_c}{k T}\right) \exp\left(\frac{W_{t_2} - W_{t_1}}{k T} \cdot \frac{U}{U_T}\right). \quad (32)$$

Таким чином, в незалежності від типу спектрів пасткових центрів у забороненій зоні напівпровідникових гетероструктур розглянуті вище теоретичні положення дозволяють однозначно розрахувати параметри забороненої зони цих структур з аналізу їх вольтамперних характеристик.

### Література

1. Бродовой В. А., Вялый Н. Г., Шовкопляс В. С. Сравнительный анализ кривых ТСТ образцов селенида цинка, полученных различными технологическими способами. // Тез. доповідей II Української конференції "Матеріалознавство та фізика напівпровідникових фаз змінного складу". - Ніжин, 1993, - с. 53 – 54.

2. Бродовой В. А., Вялый Н. Г., Шевчук А. Г. Механизм токопрохождения в структурах  $\text{In/n} - \text{ZnSe/n}^+ - \text{GaAs}$  // Тезисы докладов I Межвузовской конференции " Материаловедение и физика полупроводниковых фаз переменного состава". – Нежин, 1991,- с. 92.
3. Городецкий И. Я., Дубинский К. К., Лашкарёв В. Е., Любченко А. В., Шейкман М. К. Определение параметров рекомбинационных центров в монокристаллах  $\text{ZnSe}$ .// ФТП, т. I, вып. 11, 1967, с. 1666 – 1674.
4. Дейбук В. Г. Розрахунок зонної структури твердого розчину  $\text{InAs}_x\text{Sb}_{1-x}$  // УФЖ, т. 43, № 2, 1998. - с. 230 – 232.
5. Дорогань В. Г., Лисиця М. П., Моцний Ф. В. Самоузгоджений метод розділення спектрів оптичних функцій на складові.// УФЖ, т. 48, 2003. - с. 181 - 185.
6. Литовченко П. Г., Устьянов В. И. Определение параметров уровней прилипания в полупроводниках методом термостимулированной проводимости.// В сб.: Актуальные вопросы физики полупроводников и полупроводниковых приборов. – Вильнюс, 1969,- с. 153 – 171.

УДК 621.315.592

## КОНТРОЛЬ КІЛЬКІСНОГО СКЛАДУ НАПІВПРОВІДНИКОВИХ СПОЛУК НА ОСНОВІ $\text{InSb}$ МЕТОДОМ ЕМІСІЙНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

Ігнатенко В.А., Кнорозок Л.М., Павленко Я.М.

Напівпровідникові тверді розчини  $(\text{InSb})_x (\text{CdTe})_{1-x}$  є перспективними матеріалами для інфрачервоних детекторів, швидкодіючих оптичних активних елементів, активних елементів в лазерних комплексах. Щоб контролювати вміст легуючих домішок, ми використовували методи оптичного емісійного спектрального аналізу (ОЕСА).

Оптичний емісійний спектральний аналіз має певні переваги в порівнянні з іншими методами аналізу складу напівпровідникових кристалів, а саме: високу чутливість ( $10^{-3} \dots 10^{-4}\%$ ); точність, порівняну з точністю електричних вимірювань; високу продуктивність та експресність; можливість одночасного аналізу кількох елементів. До недоліків методу слід віднести необхідність виготовлення калібрувальних еталонів та руйнування аналізованого зразка. Систематична теорія ОЕСА викладена в монографії Орлова А.Г. [2].

У даній роботі за мету поставлено розробку методики аналізу вмісту домішок  $\text{Cr}$ ,  $\text{Cd}$  та  $\text{Te}$  в кристалах антимоніду індію  $\text{InSb}$  методом ОЕСА як одним з найбільш простих і доступних.

Емісійні спектри фотографувались на спектрографі ИСП-30 з дуговим збудженням від генератора ДГ-2. Перед вхідною щілиною шириною 0,02 мм встановлювався триступінчатий послаблювач. Система освітлення щілини спектрографа трилінзова, сила струму дуги 8 А. Фотоплатівки СП типу I та СП типу ЭС.

Еталонні зразки антимоніду індію  $\text{InSb}$  та твердих розчинів (ТР)  $(\text{InSb})_x (\text{CdTe})_{1-x}$  виготовлялись шляхом сплавлення компонентів у кварцовому контейнері при температурі 1000 °С і тиску  $\sim 10^{-3}$  мм рт. ст. Синтез відбувався протягом доби з застосуванням вібраційного перемішування розплаву для досягнення його однорідності. Одержані злитки розтирались в порошок в агатовій ступці. Для стабілізації горіння дуги еталонні порошки змішувались з вугільним у відношенні 1: 2. Досліджуванні проби кристалів  $(\text{InSb})_x (\text{CdTe})_{1-x}$  та  $\text{InSb}$ :  $\text{Cr}$  готувались з монокристалів, вирощених методом горизонтальної направленої кристалізації. В якості нижніх електродів дуги застосовувались стандартні вугільні електроди з кратером діаметром 3 мм і глибиною 5 мм. Суміш аналізованої проби або еталона з вугільним порошком



щільно набивалась в кратер електрода. Верхній вугільний електрод зточувався на зрізаний конус з площею меншої основи  $1 \text{ мм}^2$ .

Якісний спектральний аналіз проводився з використанням спектропроектора ПС-18, мікроскопа МИР-12, атласу спектральних ліній, атласів спектра заліза та таблиць спектральних ліній.

Кількісний аналіз легуючих елементів здійснювався методом трьох еталонів [1,2]. Почорніння (оптична густина) спектральних ліній вимірювалась на мікрофотометрі МФ-2. Повторюваність результатів досліджень перевірялись не менш як на трьох фотоплатівках.

Особлива увага надавалась добору аналітичних пар спектральних ліній. За лінії основи (внутрішнього стандарту) брались лінії стибію, як найбільш придатні за довжиною хвилі  $\lambda$  для фотометрування. При виборі аналітичних пар спектральних ліній дотримувались їх гомологічності, критерієм якої є те, що різниця  $\Delta(E+V)$  сум енергій  $E+V$  збудження  $E$  та іонізації  $V$  для двох спектральних ліній не повинна перевищувати  $1 \text{ eV}$ , а різниця довжин хвиль –  $5 \text{ нм}$  [2]. Спектральні характеристики обраних для аналізу аналітичних пар ліній наведені в таблиці 1.

Результати кількісного аналізу для напівпровідникових зразків подані в таблиці 2.

Таблиця 1

Гомологічні пари ліній елементів	<i>Sb</i>	<i>Cr</i>	<i>Sb</i>	<i>Te</i>	<i>Sb</i>	<i>Cd</i>
$\lambda$ , нм	285,11	284,36	242,63	238,57	231,17	228,80
$E$ , eВ	6,63	7,8	7,14	5,78	5,36	5,41
$V$ , eВ	8,639	6,764	8,639	9,01	8,639	8,99
$E+V$ , eВ	15,269	14,564	15,779	14,79	13,991	14,40
$\Delta(E+V)$ , eВ		0,705		0,989		0,401
$\Delta \lambda$ , нм		0,75		4,06		2,325

Таблиця 2

Домішки	<i>Cr</i>		<i>Te</i>		<i>Cd</i>	
Вміст домішки при легуванні, ат.%	0,2	1,0	1,5	0,6	0,75	1,0
Вміст домішки за даними ОЕСА, ат.%	0,21	0,92	1,16	0,66	0,7	0,91
Абсолютна похибка, ат.%	$\pm 0,02$	$\pm 0,02$	$\pm 0,04$	$\pm 0,04$	$\pm 0,1$	$\pm 0,035$
Коефіцієнт варіації, %	9,5	2,1	3,5	6,6	13	4

Аналіз отриманих результатів по емісійному спектральному аналізу домішок *Cr*, *Cd* і *Te* в кристалах *InSb* дає можливість зробити ряд висновків щодо розчинності *Cr*, *Cd* і *Te* (при спільному легуванні ними) в антимоніді індію *InSb*.

По-перше, розчинність *Cr* в *InSb* виявилась порівняно високою – не меншою за  $1 \text{ ат.}\%$  за даними цього методу аналізу. Звичайно, що більш точно межа розчинності і характер входження домішкових атомів *Cr* в кристалічну решітку *InSb* можуть бути встановлені при комплексному дослідженні діаграм "фізичні властивості – хімічний склад". Проте, попередні дані таких досліджень [4] підтверджують цей висновок.

По-друге, атоми *Cd* і *Te* входять у кристалічну решітку *InSb* у співвідношенні близькому до еквівалентного при введенні їх в кристал, але концентрація атомів *Te* завжди дещо перевищує концентрацію атомів *Cd*, що й зумовлює електронний тип провідності і порівняно високу концентрацію вільних електронів в кристалах  $\text{TP} (\text{InSb})_x (\text{CdTe})_{1-x}$  [3].

По-третє порівняння результатів аналізу хімічного складу кристалів ТР  $InSb-Cr$ , та  $InSb-CdTe$  з результатами інших методів аналогічного призначення (мікрорентгено-спектральний, хімічний) свідчить про їх кореляцію і можливість використання емісійного спектрального аналізу для контролю хімічного складу кристалів таких ТР.

По-четверте, результати всіх застосованих методів аналізу хімічного складу кристалів ТР  $InSb-Cr$  та  $InSb-CdTe$  свідчать про те, що розроблені нами методи синтезу та кристалізації ТР  $InSb-Cr$  та  $InSb-CdTe$  дають можливість отримувати кристали контрольованого хімічного складу.

Таким чином, описана вище методика може бути застосована для визначення концентрації домішок  $Cr$ ,  $Cd$  і  $Te$  в  $InSb$  з достатньою для побудов діаграм "фізична властивість – хімічний склад" точністю.

Основними неконтрольованими технологічними домішками в напівпровідникових зразках були:  $Si$  та  $Cu$  ( $\leq 0,01\%$ ), джерелом яких, очевидно, є кварц-матеріал контейнера. Крім того, були виявлені слабкі лінії  $Al$ ,  $Ni$ ,  $Mn$ ,  $Co$ ,  $Ti$ ,  $V$ ,  $Mn$  з вмістом  $\sim 0,001$  ат.% і менше. Для кожного з цих елементів знайдено не менш як по дві останні спектральні лінії, що підтверджує достовірність одержаних результатів.

### Література

1. Бабушкин Л. А., Бажулин П. А., Королев Ф. А. и др. Методы спектрального анализа. – М. Издательство МГУ, 1962. –с. 508.
2. Орлов А. Г. Спектральный анализ полупроводников. – Л. :Наука, 1971. –с. 316.
3. Анищенко В. А., Бродовой В. А., Вялый Н. Г., Викулов В. А., Кнорозок Л.М. Влияние комплексообразования на электрические свойства твердых растворов  $(InSb)_x (CdTe)_{1-x}$  // Неорганические материалы. Т.29, №2, 1993. –с. 197-199.
4. Анищенко В. А., Вялый Н. Г., Кнорозок Л. М., Пашун А. Д. Электрические свойства антимонида индия, легированого хромом // Материаловедение и физика полупроводниковых фаз переменного состава. Тезисы докладов 1-й межвузовской конференции 24-27 сентября 1991 г. Нежин. – С. 18.
5. Сміяв О.Д., Зяхор І.В., Харченко Г.К., Новомлинець О.О. Розподіл водню, кисню та вуглецю в зоні з'єднання жароміцного нікелевого сплаву при зварюванні тертям // Вісник Чернігівського державного технологічного університету. Серія "Технічні науки". – 2008 – №34. – С. 138-143.
6. Алемасова А.С., Рокун А.М., Шевчук І.О. Аналітична атомно-абсорбційна спектроскопія. – Севастополь: Вебер, 2003.

# 4 Методика та проблеми педагогіки

УДК 371.1:658.311.03](091)(477)

## МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ НАУКОВОЇ ОРГАНІЗАЦІЇ ПРАЦІ ШКОЛЯРІВ В ІСТОРІЇ РОЗВИТКУ ПЕДАГОГІЧНОЇ НАУКИ І ПРАКТИКИ В УКРАЇНІ

Аніщенко О.В.

Сучасний науково-педагогічний простір України характеризується помітним посиленням уваги до проблем історії вітчизняної педагогіки. Водночас, незважаючи на наявність значної кількості історико-педагогічних досліджень, проблема історії наукової організації праці (НОП) учнів і досі залишається поза увагою науковців. Виходячи з того, що на сучасному етапі розвитку вітчизняної загальноосвітньої школи проблема наукової організації праці не порушується серед нагальних завдань освіти, зробимо короткий ретроспективний аналіз застосування методів досліджень у галузі наукової організації праці школярів.

Оскільки всі заходи з наукової організації праці мають розроблятися на основі результатів наукових досліджень, у контексті проблематики нашого наукового пошуку доцільно акцентувати увагу на педагогічній психології, експериментальній педагогіці як одній із течій педагогіки наприкінці ХІХ – на початку ХХ ст. [4]. Їх появу зумовила об'єктивна потреба комплексного вивчення особистості дитини у діяльності. Так, 1909 р. у Росії було затверджено статут Товариства експериментальної педагогіки. Обґрунтування результатів експериментальної дослідницької діяльності у галузі педагогіки здійснювалося із залученням даних емпіричних спостережень, лабораторного експерименту. Отже, серед основних методів наукових досліджень експериментальної педагогіки слід виокремити експеримент, ґрунтовні спостереження педагогічного процесу, вивчення продуктів дитячої праці, статистичні методи, бесіди, анкетування, тестування, вивчення аналітичної інформації та ін.

Як відомо, психотехніка виникла на початку ХХ ст. і ґрунтувалася на положеннях диференціальної психології. У 1922-1924 рр. почали з'являтися психотехнічні лабораторії, в яких для розв'язання проблем професійного відбору, професійних консультацій широко застосовували тестування. Таким чином, експеримент, спостереження, тестування, анкетування як методи психотехнічних досліджень набули поширення у галузі професійного навчання, професійного відбору кваліфікованих робітників, професійної консультації, підготовки вчителів до запровадження заходів з охорони праці, раціоналізації педагогічної діяльності, підвищення її продуктивності та ін. На підставі вивчення індивідуальних характеристик людини за допомогою зокрема тестів їх застосування уможливило визначення обдарованості особистості, об'єктивне оцінювання навчальних досягнень учнівської молоді, формування в учнів навичок обслуговування технічних засобів (зокрема, вимірювальних приладів), планування навчального часу й дозвілля, дотримання режиму праці тощо. Психотехнічні дослідження сприяли вивченню втоми, монотонності праці, пристосування техніки до психічних особливостей людини тощо.

Представники вітчизняної педологічної служби широко використовували експеримент, математичні, статистичні методи обробки одержаних результатів.

На початку 20-х років в американських школах застосовувалося вивчення процесів читання за допомогою кінографування рухів очей під час німого читання, й горла – під час читання у голос [8, с. 31]. У середині 20-х рр. педагогічна громадськість була стурбована перевантаженням, хворобливістю учнівської молоді. Це зумовило необхідність вивчення проблеми використання школярами часу для навчання, праці й дозвілля. Результати вивчення бюджетів часу школярів [2, с. 101; таблиця 1] ілюстрували повсякденну діяльність й умови життя учнів з метою розробки заходів для покращення подальшої організації навчальної і культурно-виховної роботи у школі.

Таблиця 1

**Облікова картка учнів у робочій кімнаті [1, с. 72]**

Місяць і число	Назви робіт, завдань	Тривалість роботи	Назви виконаних операцій з кожного завдання	Норма часу	Призначення робіт
	№1 ...				
	№2 ...				

На нашу думку, запровадження облікових карток сприяло більш успішній організації навчання і дозвілля учнів, здійсненню ними раціонального обліку вільного від уроків часу, формуванню мотивації щодо його продуктивного використання. Аналіз хронокарт зумовлював необхідність втручання у режим харчування дітей і підлітків, регулювання дитячої праці, організації домашнього читання і самоосвіти учнів, їхнього дозвілля та ін.

Слід зазначити, що проектування й упровадження заходів з НОП у навчальних закладах різних типів на теренах України ґрунтувалися на результатах спостережень. Водночас у переважній більшості випадків відвідування навчальних занять колег викладачами, директорами закладів освіти являли собою формальні заходи, які не сприяли удосконаленню педагогічного процесу.

Як відомо, облік часу дозволяє порівняти ефективність різних способів виконання однакової роботи з метою використання у подальшій діяльності найбільш ефективних з них. У 20-х – на початку 30-х років значного поширення набув облік роботи суб'єктів педагогічної діяльності, який у цей період тлумачили як успішність праці учнів і вчителя у процесі її виконання та у кінцевих результатах [4, с. 182-183]. Результати обліку занотовувалися в облікових картках учнів (витрати часу у класі, лабораторіях, майстернях, на екскурсіях, у бібліотеках, удома та ін.) [1, с. 72] а також у хронокартах. Аналіз цих документів унаочнював умовиводи щодо характеру праці й інтересів учнів. Найбільш поширеною була хронокарта – сітка: ліворуч і по горизонталі – види діяльності (заняття), праворуч і по вертикалі – години: від 1-ї години першої половини доби до 12 годин другої половини доби. Позначки щодо витрат часу робилися графічно, тобто закреслювалася вся клітинка, її половина або чверть, що відповідало годині, півгодині або чверті години. При обробці та аналізі хронокарт, первинних записів витрат часу застосовувався набір показників, серед яких – середня тривалість виду діяльності на одного досліджуваного у годинах, хвилинах та у відсотках до загального фонду часу; частота занять у певний період часу в абсолютному і процентному відношеннях до числа респондентів; середній час на одного респондента, що має дану витрату; середньомісячні і середньорічні бюджети часу та ін.

Для молодших школярів використовувалася спрощена хронокарта: у трьох широких рядках (ранок, день, вечір) школяр почергово записував заняття, які він виконував щодня у певний період доби без зазначення їх тривалості в одиницях часу.

Облік діяльності вчителя передбачав реєстрацію відвідування занять, заповнення хронокарт уроків із зазначенням і "матеріалу занять", і характеру роботи, періодичне звітування у шкільній раді ("виголошення планів і схем роботи, програм, ознайомлення з методом роботи, звіт

про підсумки роботи"). Окрім шкільної ради, педагоги звітували на районних конференціях "перед населенням" щодо реалізованої громадської діяльності. У досліджуваний період йшлося про важливість упровадження обґрунтованих форм обліку на основі їх опрацювання педагогічними колективами закладів освіти.

Доцільно нагадати, що за радянських часів для з'ясування змісту, структури і режиму праці, її матеріальних умов, витрат часу використовувалися опитування (інтерв'ю або анкетування), що сприяло фіксації основних параметрів витрат часу.

З метою вивчення багатоаспектності НОП у загальноосвітній школі на різних етапах розвитку вітчизняної педагогічної науки і практики складалися фотографії робочого дня учнів, педагогів, а також карти вивчення раціональності використання часу, в яких за днями тижня занотовувався час, витрачений на виконання домашніх завдань, перебування на уроках, заняття у гуртках і виконання громадських доручень, читання, самообслуговування, надання допомоги батькам та ін. [5, с. 31-32].

У галузі вивчення тривалості режимних моментів, нормування викладацької і навчальної праці, вимірювання тривалості трудових і виробничих процесів, вивчення структури бюджету часу вчителів, учнів, адміністративного складу та інших працівників навчальних закладів використовувався метод хронометражу за допомогою секундомірів, хроноскопів, хронографів, цифродрукуючих електрохронографів [7, с. 42-45].

Набули поширення самофотохронометраж, фотохронометраж, які запроваджувалися з метою одержання вихідних даних для розробки (чи перевірки) нормативів часу. Фотографії робочого часу зазвичай створювалися методом безпосередніх вимірювань, фіксацією поточного часу з обмеженою кількістю об'єктів, що піддавалися спостереженню. Одержані дані фіксувалися у спеціальних щоденниках, картках часу (хронокартах). Заповнення хронокарт дозволяло детально вивчати особистий бюджет часу учнів і педагогів із подальшим внесенням необхідних коректив. Слід додати, що на сучасному етапі розвитку науки і практики хронометраж являє собою систему персонального управлінського обліку. Це зумовлено тим, що кожна особистість є "власником особистого капіталу часу" (за Г.О. Архангельським).

Значний фактичний матеріал давали і результати педагогічних спостережень, експериментальні дослідження, соціометрія. Реалізація педагогічних експериментів, що мали на меті удосконалення навчально-виховного процесу, апробацію навчально-методичної літератури, нормативних документів, зазвичай здійснювалася в опорних школах. На думку С.У. Гончаренка, саме експеримент як один із методів розв'язання емпіричних завдань може відігравати вирішальну роль у розвитку будь-якої науки, у тому числі й педагогічної.

Наголосимо, що у середній школі радянських часів набув поширення ґрунтовний аналіз бюджету часу викладачів за допомогою спостережень, вимірювань й аналізу витрат часу педагогами упродовж певного періоду (дня, тижня, місяця, семестру, навчального року). Підрахунки витрат часу С.Я. Батишев пропонував здійснювати за допомогою фотографій навчального дня, а нераціональні трудові витрати – із використанням хронометражів і вибіркового спостережень [3, с. 123]. Загалом аналіз витрат робочого часу слід розглядати як важливу складову широкого комплексу творчої роботи, спрямованої на вдосконалення організації та нормування праці, підвищення її продуктивності.

Таким чином, переважна більшість методів, що використовувалися для дослідження проблеми НОП учнів і педагогів загальноосвітньої школи, можна об'єднати у такі групи: теоретичні (аналіз літературних джерел, узагальнення одержаної інформації та ін.), емпіричні (спостереження, хронографування, анкетування, тестування, бесіди, інтерв'ювання, експеримент та ін.), статистичні (методи математичної статистики для кількісного та якісного аналізу досліджуваних фактів, явищ). На різних етапах розвитку загальноосвітньої школи комплексне використання зазначених методів дослідниками наукової організації праці дозволяло здійснювати різнобічний аналіз педагогічної діяльності, її змісту з метою подальшого конструювання й

реалізації заходів з НОП, для добору викладацьких кадрів, оптимальної організації виробничого навчання, профілактики втоми учнів і педагогів, а також для дослідження індивідуальних особливостей конкретної особистості з метою організації її праці на наукових засадах.

### Література

1. Анализ занятий в рабочей комнате (начальная школа) / Сост. М.И. Рябцев. – М. ; Л. : ГУПИ, 1933. – 72 с.
2. Артемов В.А. Эмпирические исследования затрат времени в СССР (1920 – 1930-е гг.) / В.А. Артемов, О.В. Новохацкая // Социологические исследования. – 2008. – № 4. – С. 92-104.
3. Батышев С.Я. Производственная педагогика : Учебник / С.Я. Батышев. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1984. – 672 с.
4. Иорданский Н.Н. Школоведение. Руководство для массового учителя / Н.Н. Иорданский. – М. : Работник Просвещения, 1927. – 313 с.
5. Основы научной организации педагогического труда: Программа спецкурса и методические рекомендации для студентов заочной формы обучения специальности 03.08.00 "Педагогика и методика начального обучения" / Сост. Д.Т. Федоренко. – К. : РУМК, 1990. – 56 с.
6. Труды Первого Всероссийского съезда по экспериментальной педагогикѣ въ С.-Петербургѣ (26-31 Декабря 1910 г.) : Отчетъ, составленный секретаремъ Съезда Н.Е. Румянцевымъ. – СПб. : Тип. П.П. Сойкина, 1911. – 558 с.
7. Черпінський М.В. Наукова організація праці в школі / М.В. Черпінський. – К. : Рад. шк., 1972. – 126 с.
8. Янжул Е.Н. НОТ в применении к школьному делу. Научная организация труда в педагогике США / Е.Н. Янжул. – М. : Работник Просвещения, 1926. – 110 с.

УДК 537.075

## ПРОФЕСІОГРАМА ВЧИТЕЛЯ ФІЗИКИ

Руденко М.П.

Система вимог до людини з кожної професії називається професіограмою. Професіограма – це спеціальна карта, яка містить розгорнутий перелік умов і характеристик трудової діяльності з конкретної професії, її окремих вимог і професійно важливих якостей, якими повинен володіти працівник.

Розробка професіограми сприяє формуванню чітких та єдиних уявлень про те, якими знаннями, уміннями й навичками повинен володіти фахівець.

Під професійними здібностями розуміють достатньо стійкі властивості особистості, які змінюються в процесі діяльності і забезпечують її успішність та вдосконалення.

Професіограма містить:

- загальні відомості про професію та її динаміку в зв'язку з розвитком науки і техніки, соціальне та економічне значення;
- виробничу характеристику професії, опис трудового процесу (наводяться назви знарядь праці, за допомогою яких виконується робота, вказується рівень фізичного і психологічного напруження (значне, помірне, незначне), робоча поза тощо);
- санітарно-гігієнічні умови праці з виділенням професійних шкідливостей і переліком фізіологічних умов та медичних протипоказань;

- перелік обсягу знань і умінь, які необхідні для успішної професійної діяльності, з виділенням тих, що визначають професійну майстерність;
- характеристику видів і тривалості професійного навчання, можливості підвищення кваліфікації;
- психограму, тобто характеристику психологічних вимог професії до людини з виділенням основних і бажаних психічних особливостей, а також психофізіологічних протипоказань.

Серед психологічних і психофізіологічних вимог основними є такі:

- типологічні особливості (сила, врівноваженість, рухливість нервових процесів);
- сенсорні якості (гострота зорової, слухової, тактильної чутливості);
- швидкість розпізнавання сигналів;
- сприймання предметів у статиці і динаміці;
- увага (концентрація, розподіл, переключення, стійкість);
- пам'ять (особливості, обсяг);
- мислення (аналіз, синтез, абстракція);
- емоційно-вольова сфера (емоційна стійкість, здатність до ефективної діяльності в екстремальних умовах тощо);
- особистісні якості (організованість, здатність до співробітництва, комунікативні якості, відповідальність, інноваційність і т. ін.).

Кожна професія ставить різні вимоги до фізичних, психофізіологічних та психологічних властивостей людини. Професія вчителя є особливою за своєю сутністю, значущістю та суперечливістю. Особливість праці вчителя полягає, насамперед, у тому, що її об'єктом і продуктом є людина. Причому не просто людина, не її фізична сутність, а духовність зростаючої людини, її внутрішній світ.

Професіограма вчителя має наступний вигляд:

### 1. Класифікаційна картка професії

Найменування професії	Учитель
Переважаючий спосіб мислення	Адаптація – формалізація
Сфера базових знань № 1 та їх рівень	Гуманітарні, природничі науки або математика, статистика (залежить від спеціальності), рівень III, високий (теоретичний)
Сфера базових знань № 2 та їх рівень	Педагогіка і психологія, рівень II, середній (практичне використання знань)
Професійна сфера	Педагогіка
Міжособистісна взаємодія	Часто за типом "разом"
Переважаючий інтерес	Соціальний
Додатковий інтерес	Артистичний
Умови роботи	У приміщенні, мобільні

### 2. Переважні види діяльності

- Навчання різних наук;
- Пояснення нового матеріалу способом, доступним для учнів певного віку, а також із урахуванням їхніх індивідуальних особливостей;
- Контроль над засвоєнням матеріалу;
- Проведення виховної роботи з дітьми;
- Допомога в розкритті творчого потенціалу, здібностей і можливостей учнів;

- Виявлення інтересів і схильностей учнів для адекватного підбору програм і методів навчання;
- Вивчення індивідуальних особливостей дітей для ефективного психолого-педагогічного впливу на них;
- Побудова програми навчання на основі знання загальних вікових закономірностей розвитку дітей;
- Участь у формуванні особистості учня;
- Розвиток в учнів прагнення до освоєння нових знань;
- Організація позакласних групових заходів, проведення дискусій тощо;
- Пояснення поточних соціальних подій та явищ;
- Участь у розробці й упровадженні освітніх, навчальних програм;
- Складання тематичних і поурочних планів;
- Оформлення документації (журналів, звітів).

### **3. Якості, що забезпечують успішність виконання професійної діяльності**

- Здібності – викладацькі, організаторські, ораторські, вербальні (уміння говорити чітко, зрозуміло, виразно), комунікативні (навички спілкування та взаємодії з людьми), добре розвинена пам'ять, високий рівень розподілу уваги (здатність приділяти увагу кільком об'єктам одночасно), психічна й емоційна врівноваженість, прояв емпатії (здатності до співпереживання);
- Особистісні якості, інтереси та схильності – схильність до роботи з дітьми; уміння зацікавити своїм задумом, повести за собою; високий ступінь особистої відповідальності; самоконтроль і врівноваженість; терпимість, неохоче ставлення до людей; інтерес і повага до іншої людини; прагнення до самопізнання, саморозвитку; оригінальність, спритність, різнобічність інтересів; тактовність; цілеспрямованість; артистизм; вимогливість до себе та інших; спостережливість (аналіз тенденцій у розвитку дитини, формуванні її вмінь, навичок, зародженні потреб та інтересів).

### **4. Якості, що перешкоджають ефективності професійної діяльності**

- Неорганізованість; психологічна й емоційна неврівноваженість;
- Агресивність; ригідність мислення (нездатність змінювати способи розв'язання задач відповідно до мінливих умов середовища);
- Егоїстичність; відсутність організаторських здібностей.

### **5. Области застосування професійних знань**

- Освітні установи (дитячі садки, школи, вищі навчальні заклади);
- Соціальні організації (дитячі будинки, притулки, інтернати, дитячі центри творчості);
- Правоохоронні органи (дитячі приймачі-розподільники, колонії);
- Міські й муніципальні навчально-методичні центри та ін.

### **6. Історія професії**

Професія вчителя є однією з найдавніших. Перші школи виникли в країнах давнього Сходу в період формування рабовласницького суспільства. У країнах давнього Сходу вчителями були переважно жерці, що становили привілейовану касту.

Виникнення школи як соціального інституту пов'язане з розвитком культури, з появою писемності й зародженням науки. Перше згадування про школу зустрічається в єгипетських джерелах, датованих 2500 р. до н. е.

У Давній Греції спочатку з'явилися школи для хлопчиків-граматистів (навчання читання, письма та рахунку) і кіфаристів (навчання музики, співу, декламації віршів). Значна роль приділялася також фізичному вихованню (бігу, стрибкам, плаванню, метанню списа й диска).

У епоху Середньовіччя освіта мала, в основному, релігійний характер. У цей період існували школи трьох типів: монастирська, соборна та парафіяльна.



У епоху капіталізму з розвитком шкільної справи професія вчителя стає масовою. Учителі обіймають штатні посади в численних школах і училищах різних типів. У дворянських родинах набули поширення виховання й початкова освіта дітей з допомогою домашніх наставників, домашніх учителів (гувернерів).

Великий внесок у розвиток вітчизняної педагогіки зробили К.Д. Ушинський, А.С. Макаренко, В.О. Сухомлинський та багато інших.

Аналізуючи особливості професії вчителя фізики, розглянемо особливості його професіограми. Як показав структурний аналіз педагогічної діяльності вчителя фізики, загальна характеристика його діяльності складається із низки функцій, що переплітаються між собою. Ці функції наступні:

- 1) інформаційна функція, що пов'язана з набуттям учнями необхідних знань із фізики;
- 2) розвивальна функція спрямована на розвиток розумових здібностей школяра, його пізнавальної активності й самостійності;
- 3) орієнтаційна функція передбачає передачу учням наукової інформації, а також показує її зв'язок із практикою, її роль у житті людини;
- 4) мобілізаційна функція сприяє розвитку пізнавальних процесів (увага, пам'ять, уява, мислення) в учнів;
- 5) конструктивна функція містить у собі здібність учителя конструювати зміст предмета, проектувати свою діяльність і роботу учнів у навчально-виховному процесі;
- 6) комунікативна функція передбачає налагодження відносин із учнями, їхніми батьками, колегами, а також зв'язків фізики з іншими навчальними предметами;
- 7) організаторська функція спрямована на реалізацію основних методичних, загальнопедагогічних психологічних завдань у навчально-виховному процесі;
- 8) дослідницька функція передбачає, по-перше, творчий підхід до навчально-виховного процесу, що можливий у разі постійної самоосвіти та самовдосконалення, а по-друге, вміння організації, проведення й обґрунтування фізичного експерименту.

Зміст функцій вчителя фізики наведено в наступній таблиці:

Назва функції	Зміст функції
<b>Інформаційна</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знання предмета фізики;</li> <li>• Знання психолого-педагогічних основ сприйняття наукової інформації підлітками та старшими школярами;</li> <li>• Знання й урахування індивідуальних особливостей школярів;</li> <li>• Уміння розмежовувати науку і навчальний предмет, здійснювати методичне опрацювання матеріалу науки на матеріал навчального предмета;</li> <li>• Уміння виробляти в учнів уміння особливості фізичних процесів і явищ, результати фізичного експерименту;</li> <li>• Уміння розв'язувати фізичні задачі різними способами й навчити цього своїх учнів;</li> <li>• Уміння визначати найефективніші шляхи та дидактичні засоби, за допомогою яких учні засвоюватимуть знання в певній системі, зв'язках і відносинах;</li> <li>• Уміння педагогічно адаптувати наочність і результати фізичних дослідів;</li> <li>• Уміння провести екскурсію на виробництво;</li> <li>• Уміння застосовувати різноманітні методи викладання, будувати їх систему; обґрунтовувати їх доцільність, виходячи зі змісту навчального матеріалу, психолого-фізіологічних особливостей учнів; спрогнозувати їх особливості;</li> <li>• Уміння одержувати зворотну інформацію на будь-якому етапі процесу засвоєння й розумового розвитку учнів, слухати й аналізувати усні відповіді</li> </ul>

Назва функції	Зміст функції
	<p>учнів, а також письмові роботи, коригувати й оцінювати відповідь і ступінь розвитку пізнавальних здібностей учня;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Навичка усного володіння усним мовленням як засобом передачі інформації;</li> <li>• Уміння програмувати навчальний матеріал і навчальний процес, застосовувати елементи програмованого навчання;</li> </ul>
<i>Розвивальна</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знання психолого-педагогічних основ розвитку пізнавальних процесів учнів;</li> <li>• Знання основ логічних дій під час пояснення фізичних процесів, розв'язання теоретичних і практичних задач;</li> <li>• Уміння порівнювати, зіставляти, виявляти у вивченому матеріалі суть, у результаті чіткого логічного аналізу формулювати висновки, визначати завдання школярам на оволодіння розумовими операціями;</li> <li>• Уміння викладати зміст предмета як індуктивним, так і дедуктивним методом, здатність навчити цих методів своїх учнів;</li> <li>• Уміння активізувати різні види пізнавальної діяльності учнів ;</li> <li>• Уміння дидактично переробляти деякі методи науки на методи шкільного викладання</li> </ul>
<i>Орієнтаційна</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Уміння викликати зацікавленість до фізики, а також суміжних наук, до трудової діяльності людей;</li> <li>• Уміння враховувати інтереси учнів, їх схильності;</li> <li>• Психологічна підготовка до трудової діяльності;</li> <li>• Психологічна підготовка до зовнішнього незалежного тестування;</li> </ul>
<i>Мобілізаційна</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знання наукових основ організації своєї розумової праці й розумової праці школярів;</li> <li>• Знання своїх учнів. Їх особистісних якостей;</li> <li>• Знання свого предмета, внутрішньопредметних і міжпредметних змістовних зв'язків, значення змісту предмета на сучасному етапі;</li> <li>• Знання можливостей використання знань у практичній діяльності людини, прийоми активізації навчальної діяльності школярів;</li> <li>• Уміння популяризувати наукові знання прийомами викладу, демонстраційним експериментом, надавати їм цікавої, пізнавальної форми, визначати ступінь труднощів змісту та його викладу з урахуванням рівня підготовки учнів;</li> <li>• Уміння організувати самостійну роботу учнів над змістом курсу в класі й удома;</li> <li>• Уміння застосовувати різні прийоми систематизації знань учнів;</li> <li>• Уміння виявляти внутрішньопредметні й міжпредметні зв'язки, співвідносити зміст із життям, навчити цього своїх учнів;</li> <li>• Уміння привернути увагу учня до навчання, дати йому раціональні прийоми навчальної діяльності, прищепити навички організації робочого місця, навчити проводити експеримент, слухати, бачити, аналізувати почуте, побачене, прочитане, робити умовисновки, відтворювати почуте й прочитане.</li> </ul>
<i>Конструктивна</i>	<p>Включає три види проєктувальної діяльності:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Конструктивно-змістовний (відбір змісту і структуризація як навчального матеріалу, так і матеріалу, що використовується в позаурочний час);</li> <li>• Конструктивно-оперативний (планування структури дій учителя й учня в різних моментах навчального та виховного процесу);</li> <li>• Конструктивно-матеріальний (проєктування й створення матеріальної бази для викладання предмета).</li> </ul> <p>Передбачає такі знання, уміння й навички:</p>

Назва функції	Зміст функції
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Глибокі знання змісту предмета;</li> <li>• Уміння здійснювати дидактичне опрацювання матеріалу науки на матеріал навчального предмета відповідно до вікових особливостей учнів;</li> <li>• Уміння здійснювати тематичне поурочне планування з визначенням теми, змісту й освітньо-виховної мети кожного уроку, з визначенням понять і закономірностей, досліджуваних на уроці, зі співвіднесенням із матеріалом, який був раніше вивчений, і тим, що має надалі вивчатися;</li> <li>• Уміння добирати до уроків необхідний матеріал, відповідний експеримент тощо;</li> <li>• уміння конструювати уроки різних типів, а також позаурочні заходи з предмета, у тому числі організовувати предметні тижні</li> </ul> <p>уміння програмувати структуру дій учня й учителя на уроці під час викладу нової інформації, організації зворотного зв'язку, керування парною та груповою формою роботи учнів;</p> <p>уміння проектувати й обладнувати кабінет фізики всіма необхідними посібниками; організувати планомірну роботу з його облаштування й поповнення.</p>
<b>Комунікативна</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Уміння швидко встановлювати ділові контакти з класом і окремими учнями, з окремими вчителями й усім педагогічним колективом, з адміністрацією школи, керівником районного чи міського методичного об'єднання вчителів фізики;</li> <li>• Володіти лекторськими вміннями й навичками.</li> </ul>
<b>Організаторська</b>	<p>Має ряд аспектів:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Організація людей;</li> <li>• Організація різних форм навчальної та виховної роботи;</li> <li>• Організація матеріальної бази для успішного здійснення педагогічної діяльності.</li> </ul> <p>Передбачає такі знання, уміння й навички:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Знання основи організаційних форм навчального й виховного процесу, що склалися в школі;</li> <li>• Уміння організовувати уроки різних типів, позаурочні заходи з фізики, науково-пізнавальні заходи, олімпіади, предметні тижні;</li> <li>• Уміння організувати свою працю і працю учнів.</li> </ul>
<b>Дослідницька</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Уміння творчо підходити до розв'язання проблем навчально-виховного процесу;</li> <li>• Уміння організувати фізичний експеримент: <ul style="list-style-type: none"> <li>- спланувати експеримент (визначити його мету, умови проведення);</li> <li>- підготувати його проведення (підібрати необхідні прилади, визначити їх характеристики);</li> <li>- спостерігати навколишній світ, протікання фізичних явищ;</li> <li>- вимірювати фізичні величини та обробляти результати експерименту;</li> <li>- інтерпретувати результати експерименту.</li> </ul> </li> </ul>

Оволодіння вчителем зазначеними функціями повинне розпочинатися під час навчання його у вузі. З часом ці якості мають досягнути досконалості, тобто можна говорити про акмеологію вчителя фізики.

### Література

1. Крушельницька Я. В. Фізіологія і психологія праці: Підручник. – К.: КНЕУ, 2003. 367. – с.
2. Ляшенко О.І. Взаємозв'язок теоретичного та емпіричного у навчанні фізики: Дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.04; 13.00.02. – К., 1996. – 442 с.
3. Туріщева Л.В. Професіограма вчителя хімії // Хімія. – № 9, 2008.

УДК 53.378

## ФІЗИЧНІ ЗАДАЧІ З ТЕХНІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИМ ЗМІСТОМ ЯК ЗАСІБ МОТИВАЦІЇ УЧІННЯ ФІЗИКИ

**Закалюжний В.М.**

Важливим засобом навчання й виховання школярів є розв'язування фізичних задач. Вони є складовим елементом більшості уроків фізики.

Фізичні задачі використовують для: а) повідомлення нової навчальної інформації; б) висунення проблеми і створення проблемної ситуації; в) формування практичних умінь та навичок; г) перевірки глибини і міцності знань; д) закріплення, повторення і узагальнення матеріалу; е) ознайомлення із сучасною технікою та технологіями; ж) розвитку творчих здібностей учнів; з) формування понять та розвитку мислення учнів тощо [1, с. 207].

Діяльність учнів із розв'язування задач повинна бути чітко спланованою відповідно до тих функцій, які на них покладаються. Оскільки в сучасній психології визнається, що одним із найважливіших чинників ефективності діяльності є достатній рівень її мотивації, організація розв'язування фізичних задач повинна відбуватись з урахуванням потреб, пізнавальних запитів учнів та домінуючих мотивів їх мотиваційної сфери.

Основним мотивом діяльності учнів під час виконання практичних завдань є оволодіння новими способами діяльності, а тому учні повинні усвідомлювати особистісну потребу не лише в певних фізичних знаннях, а й потребу в уміннях застосовувати знання при розв'язуванні пропонуваного учителем задач. Важливу мотиваційну роль при цьому відіграють як зміст навчальних задач, так і характер пізнавальної діяльності учнів під час уроку[2].

Якщо мова йде про урок розв'язування задач, то мотивація діяльності учнів може й повинна ґрунтуватись одночасно на кількох мотиваційних чинниках, у тому числі й на соціальних, які активізують різні області мотиваційної сфери учнів і сприяють створенню мотивації вищого порядку – пізнавальної мотивації.

Один із варіантів методичної підструктури уроку розв'язування фізичних задач з використанням мотиваційного впливу техніко-технологічного змісту навчального матеріалу (відповідно до теоретичних концепцій М.І. Махмутова) може бути представлений схемою (рис. 1) [3].

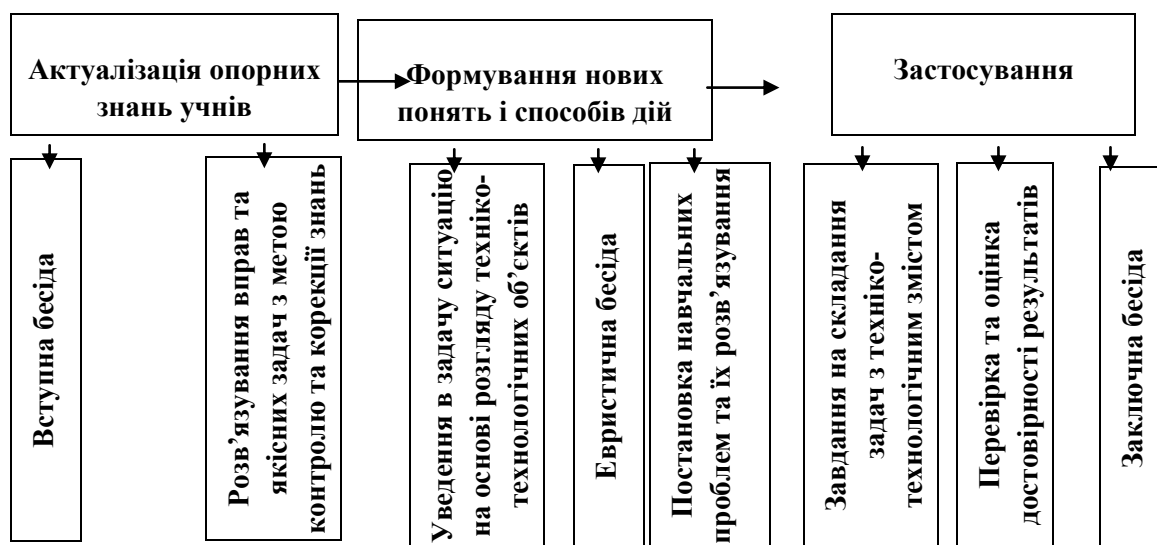


Рис. 1. Методична підструктура уроку розв'язування фізичних задач

Визначальну роль у мотивації діяльності учнів відіграє якісний підбір змісту кожної задачі, який повинен повністю відповідати темі, що вивчається й бути максимально наближеним до життєвих ситуацій. Можливість і вміння застосовувати власні знання для розв'язання проблем, наближених до тих, з якими доводиться мати справу в реальному житті, переконує учнів в особистісній значущості навчання, а формування цих умінь стає однією з головних потреб, і усвідомленою метою навчання. Оскільки не лише зміст впливає на кінцевий результат, необхідно враховувати й інші мотиваційні фактори, а саме:

- різноманітність тематики задач із техніко-технологічним змістом;
- різні способи подання умови: текстовий, графічний, на основі експерименту, на основі перегляду відеофрагменту, задачі-малюнки тощо;
- різні форми діяльності учнів при розв'язуванні задач: оціночна, евристична, дослідницька, конструкторська тощо;
- різні способи міжособистісної комунікації та взаємоконтролю на уроці;
- використання елементів інтелектуального змагання;
- можливість довільного входження в дискусію із задачі, яка розв'язується фронтально, кожного учня без зниження оцінки за неправильну відповідь;
- розв'язування задач на вибір;
- складання задач учнями тощо.

Сучасною тенденцією в методиці викладання фізики є акцент на розв'язуванні якісних задач – оскільки саме такі задачі дозволяють викликати інтерес учнів до теоретичного матеріалу, стимулювати їх пізнавальну активність. У ході розв'язування якісних задач із техніко-технологічним змістом учні можуть пояснювати причини тих чи інших явищ, принципи дії технічних об'єктів, давати усну оцінку екологічних наслідків певних технологічних процесів, пропонувати власні способи розв'язування побутових, виробничих, чи екологічних проблем тощо. Тому такі якісні задачі повинні бути обов'язковим елементом уроків розв'язування задач.

Мотиваційні можливості суттєво розширюються, якщо вчитель самостійно складає задачі з техніко-технологічним змістом виходячи з потреб конкретного уроку та з урахуванням пізнавальних потреб учнів класу. Наприклад, якщо учні цікавляться транспортною технікою під час вивчення відповідних тем із мотиваційною метою можна запропонувати розрахункові та якісні задачі такого змісту:

1. Бензонасос паливної системи автомобіля "Lanos" подає бензин до моноінжектора по трубопроводу із внутрішнім діаметром 7 мм. Яка швидкість бензину в трубопроводі при швидкості руху автомобіля 120 км/год, якщо витрата бензину 7,5 л на 100 км?

2. У січні 1960 року французький учений і інженер Ж. Піккар та американський учений Д. Уолш у батискафі "Трієст" досягли дна Маріанської западини на глибині 10912 м. Батискаф складався із двох частин: корпусу поплавця, заповненого бензином, і міцної сталеві кулі гондоли, у якій розміщувався екіпаж. Для підйому нагору передбачався баласт – місткості зі сталевим шротом. Поясніть, чому поплавець заповнений рідиною, а не газом? Чому гондола мала форму саме кулі?

3. Чи залежить сила тертя від ширини автомобільних шин? В яких випадках установка на автомобіль широкопрофільних шин виправдана, а в яких ні?

4. Найбезпечнішим автомобілем світу 2004 року визнано "Renault Laguna", який обладнано ефективною системою "подушок безпеки". Яка їх роль? Як ви думаєте, які елементи конструкції автомобіля визначають його безпечність?

5. Оцінити, якої жорсткості пружини потрібно використати в задній підвісці автомобіля, якщо його маса 1000 кг і 40% навантаження припадає на задню підвіску? Робочий хід амортизаторів 30 см.

6. Як зміняться покази спідометра автомобіля "Сенс", якщо замість стандартних шин 165 70 R13 установити шини 165 70 R14? На які ще характеристики автомобіля вплине така заміна?

7. Харківське виробниче об'єднання "ХАДО" випускає присадки до мастил, які дозволяють відновлювати металеві поверхні тертя на молекулярному рівні. В інструкції сказано, що відновлення відбувається тим ефективніше, чим більш навантаженою є поверхня. Поясніть таку дію присадок.

8. Поясніть, чому автомобіль, обладнаний системою ABS (Anti Bloking System), більш безпечний на слизькій дорозі, ніж необладнаний?

9. На скільки градусів нагріються сталеві гальмівні диски автомобіля "Ford Mondeo" під час різкого гальмування, якщо швидкість знизиться з 200 км/год до 50 км/год? Маса спорядженого автомобіля 1500 кг, маса кожного із чотирьох дисків 4 кг. Уважати, що 70% кінетичної енергії автомобіля під час гальмування перетворюється на внутрішню енергію гальмівних дисків.

10. Основний танк Української армії Т-84 має двотактний дизельний двигун потужністю 1200 к.с. Оцінити, скільки дизпалива споживає танк за годину при половинному навантаженні?

11. Чому циліндри двигунів внутрішнього згорання виготовляють із чавуну, а не зі сталі, чи іншого металу?

12. Великотоннажні кар'єрні самоскиди, які мають потужні дизель-електричні агрегати, приводяться в рух електродвигунами, що монтуються безпосередньо на колесах. Які переваги такого приводу порівняно із класичним?

13. У 1934 році американці У. Біб та О. Бартон у батисфері, яка є міцною сталеву камерою кулястої форми з герметичним люком та ілюмінаторами з товстого скла, опустились з надводного судна на сталевому тросі на рекордну для того часу глибину – 923 м. Чому батисфера виявилась не придатною для дослідження значно більших глибин? Оцініть значення найбільшої глибини, на яку можна було б опустити батисферу.

14. Стартер двигуна автомобіля ВАЗ 2109 під час пуску двигуна споживає струм близько 120 А при напрузі 8 В. Оцініть на скільки градусів нагрівається мідна обмотка якоря стартера, якщо її маса 0,3 кг. Старт триває 5 с. Вважати, що ККД стартера 80%.

15. Автомобіль ВАЗ 2112 при швидкості 90 км/год споживає 6 літрів бензину на 100 км шляху. Який ККД автомобіля, якщо коефіцієнт опору рухові 0,36?

16. Чи однаково ефективно "антикрило" на передньопривідних та задньопривідних автомобілях?

17. Відомо, що ККД двигуна внутрішнього згорання визначається різницею температур нагрівника й охолоджувача. Узимку ця різниця, очевидно, більша. Чому ж тоді взимку споживання палива на одиницю шляху зростає?

Звичайно, щоб вільно орієнтуватись в ситуації й, залежно від обставин, швидко й точно скласти навчальну задачу, учитель повинен не лише досконало володіти основами фізики, психології, вікової психології, методики викладання фізики тощо, а й мати певний запас знань із різних галузей техніки та технологій.

У ході проведеного нами теоретичного дослідження та педагогічного спостереження за навчальною діяльністю учнів фізико-математичного класу Ніжинського міського ліцею, ми переконалися, що використання під час розв'язування фізичних задач різноманітних мотиваційних впливів техніко-технологічного за змістом навчального матеріалу сприяє формуванню пізнавальної мотивації учнів, активізації їх пізнавальної діяльності, якості засвоєння програмного матеріалу шкільного курсу фізики.

### Література

1. Бугаев А.И. Методика преподавания физики в средней школе: Теорем. основы: Учеб. Пособие для студентов пед. ин-тов по физ-мат. Спец. – М.: Просвещение, 1981.- 288 с.
2. Методика преподавания физики в 8-10 классах средней школы. Ч.1. Под ред. В.П. Орехова и А.В. Усовой. – М.: Просвещение, 1980. – 320 с.
3. Розв'язування навчальних задач з фізики. Питання теорії і методики / За загальною редакцією Є.В. Коршака. – К., 2004. – 184 с.

УДК 373.853

**ДИДАКТИЧНІ ЗАСОБИ В СИСТЕМІ НАВЧАННЯ ФІЗИКИ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ****Дудка І.В., Бойко М.П.**

Перебудова системи фізичної освіти в школах України, як складової всієї системи середньої освіти передбачає оновлення всіх її компонентів, у тому числі, змісту, мети, засобів педагогічної комунікації. Завершується перехід основної школи на нові програми 12 річної школи.

Програма з фізики визначає головну мету та зміст фізичної освіти в сучасній загально-освітній школі [1]. Головною метою навчання фізики є розвиток особистості учнів завдяки формуванню в них фізичних знань, наукового світогляду й відповідного стилю мислення, екологічної культури, розвитку експериментальних умінь і навичок, творчих здібностей, креативності мислення. Реалізації цієї мети в змісті фізичної освіти – головному системоутворюючому компоненті фізичної освіти передбачає:

- опанування учнями основами фізичних знань (наукових фактів і фундаментальних ідей, усвідомлення ними суті понять і законів, принципів і теорій, які дають змогу пояснити перебіг фізичних явищ і процесів, з'ясувати їхні закономірності, характеризувати сучасну фізичну картину світу, зрозуміти наукові основи сучасного виробництва, техніки і технологій, оволодіти основними методами наукового пізнання і використати набуті знання в практичній діяльності;

- оволодіння способами діяльності (вміннями і навичками необхідними для застосування фізичних знань під розв'язуванні конкретних фізичних задач, проведення експериментальних досліджень, застосування здобутих знань на практиці);

- оволодіння досвідом творчої діяльності;

- оволодіння досвідом емоційно-ціннісного ставлення до фізики як науки, як невід'ємної складової частини загальнолюдського культурного надбання.

Наскрізними змістовими лініями змісту програм є категоріальні структури, що узгоджуються з головними змістовими лініями освітньої галузі "Природознавство", а саме:

— речовина і поле;

— рух і взаємодії;

— закони і закономірності фізики;

— фізичні методи наукового пізнання;

— роль фізичних знань у житті людини й розвитку суспільства [1, с. 3].

В основній школі (7–9 кл.) вивчається логічно завершений базовий курс фізики, який закладає основи фізичного знання: учні опановують суть основних фізичних понять і законів, оволодівають науковою термінологією, основними методами наукового пізнання та алгоритмами розв'язування фізичних задач, у них розвиваються експериментальні вміння і дослідницькі навички, формуються початкові уявлення про фізичну картину світу. Особливості сприйняття й мислення учнів цього віку передбачають використання у процесі навчання засобів, які дозволяють підвищити наочність під час формування таких досить складних для учнів понять, як речовина і поле, рух і взаємодії, ознайомлення з методами наукового пізнання.

У дидактиці термін "засоби навчання" не має досить чіткого визначення й часом трактується досить широко. Засобами навчання поряд з навчально-наочними посібниками, демонстраційними приладами, обладнанням, інструментами та ін. часто вважають слово вчителя, тести, вправи, посібники. Так, Н.М. Шахмаєв [1] під засобами навчання розуміє матеріальні об'єкти педагогічної праці, носії навчальної інформації, які використовуються в навчально-виховному процесі. Найчастіше під засобами навчання розуміють "матеріальні об'єкти, носії навчальної інформації й предмети природного походження, а також штучно створені людиною й

використовувані педагогами й учнями в навчально-виховному процесі як інструмент їхньої діяльності" (Назарова Т.С., Полат Е.С.). Таким чином засоби навчання необхідно розглядати як ту частину засобів педагогічної комунікації, яка забезпечує успішну реалізацію обраних учителем і визначених програмою форм та методів навчання, що використовуються в навчальному процесі.

Аналіз педагогічної літератури показує, що дидактичні засоби, як елементи педагогічної системи, у процесі навчання виконують функції джерел інформації, підвищення наочності, навчального матеріалу, розвитку пізнавальної діяльності й творчої активності учнів, управління пізнавальною діяльністю учнів. У широкому розумінні дидактичні засоби навчання виступають як джерела одержання знань і формування вмінь. До них відносяться наочні приладдя, підручники, дидактичні матеріали, устаткування, лабораторії та ін.

Основні функції засобів навчання – це інформаційна, дидактична, контрольна. Дидактичні функції, характеризують сутнісні властивості й можливості засобів навчання у визначеному освітньому середовищі. Дидактичні функції можуть відігравати різну роль – інформаційну, адаптивну, інтегруючу, інтерактивну, компенсаторну, мотиваційну. У реальному педагогічному процесі всі зазначені функції засобів навчання представлені комплексно, і спрямовані на вирішення цілей застосування тих чи інших проблеми навчання. В окремому ж засобі навчання може домінувати та чи інша функція, визначаючи його роль і місце в навчальному процесі, у системі засобів навчання. Саме ці функції враховуються при проектуванні системи навчання і визначенні методики комплексного використання засобів навчання.

В педагогічній науці немає загальноприйнятої класифікації дидактичних засобів. Ми послуговуємося класифікацією польського дидакта В.Оконя [3], в якій засоби навчання розташовані відповідно до наростання можливості замінювати дії учителя й автоматизувати дії учня.

Прості засоби.

1. Словесні: підручники, навчальні посібники й под.
2. Прості візуальні засоби: реальні предмети, моделі, картини, графіки.

Складні засоби.

1. Обладнання, що забезпечує проведення шкільного фізичного експерименту
2. Візуальні пристрої: кадропроєктори, графопроєктори, мікроскопи та інші.
3. Аудіовізуальні: кінопроєктор, телебачення, відеомагнітофон, DVD-програвач та носії інформації до них.

Засоби, які автоматизують процес навчання:

1. Комп'ютери з програмними педагогічними засобами, інтерактивні дошки та електронні проєктори.
2. Інформаційні системи.
3. Телекомунікаційні мережі.

За реалізацією дидактичних функцій дидактичні засоби на уроках фізики застосовуються:

- 1) для пояснення нового матеріалу;
- 2) для вивчення нового (додаткового) матеріалу;
- 3) для закріплення матеріалу;
- 4) для контролю знань;
- 5) для проведення дослідницької конструкторської роботи як основ оволодіння досвідом креативної діяльності .

Під дидактичні засобами з фізики ми розуміємо дидактичні об'єкти, за допомогою яких передається наукова інформація та здійснюється корекційний і виховний вплив на учнів з метою їх навчання, корекції розвитку і виховання. Їх використання дозволяє збільшити об'єм пропонованої на уроці інформації, організувати активну пізнавальну діяльність учнів, забезпечити діяльнісний підхід в умовах особистісно орієнтованого навчання, підвищити інтерес до фізики. За допомогою дидактичних засобів у свідомості учнів фіксуються чуттєві образи фізичних об'єктів (явищ, процесів, предметів). Чуттєво-образне сприймання дає можливість



пізнати тільки зовнішню сторону фізичного об'єкта. Завданням вчителя є за допомогою чуттєво-образного сприймання підвести учнів до внутрішньої суті явища, процесу або предмету.

Одним з ефективних видів дидактичних засобів для розвитку креативного мислення учнів, набуття ними досвіду творчої діяльності є система спеціально підібраних завдань з експериментування та конструювання. Включення учнів в діяльність пов'язану із самостійним конструюванням та експериментуванням дозволяє активізувати мислення учнів, підвищити інтерес до вивчення фізики, сприяє формуванню практичних умінь і навичок. В.О Сухомлинський зазначав: "Пізнання навколишнього світу має бути активною взаємодією дитячих рук із навколишнім середовищем, щоб дитина спостерігала не тільки очима, а й руками" [4]. Виконуючи експериментальні завдання, учні здобувають знання, а не дістають їх у готовому вигляді. Можливість застосування дослідницького й пошукового методів сприяє розвитку активності й самостійності учнів, удосконалює їх практичні уміння й навички. Крім проведення експериментів учні на уроках і вдома можуть виконувати завдання практичного характеру. Проблемне завдання практичного характеру своїм змістом вже цікаве учням, передбачає активну пізнавальну діяльність, створює проблемну ситуацію. Навіть за допомогою простих завдань можна поставити навчальну проблему перед вивченням нового матеріалу з метою підвищення інтересу до його вивчення. Наприклад, перед самостійним вивченням теми "Заломлення світла" можна запропонувати таке завдання: дзеркало здатне відбивати 90% світлової енергії, але сніг теж відбиває близько 80% світлової енергії. Чому ж ми не можна побачити свого відображення на снігу?

Вивчаючи: "Агрегатні перетворення речовин", учням доцільно запропонувати таке домашнє завдання: на папір нанесіть смужки: водяну, масляну, спиртову та спостерігайте за випаровуванням різних рідин.

Під час вивчення теми: "Фізика як природнича наука" учням можна запропонувати виготовити власноруч свій перший фізичний прилад – модель гелікоптера.

Перед вивчення теми "Механічні коливання" учням можна запропонувати провести спостереження коливань тягарця підвішеного на нитці та з'ясувати як час протягом якого відбувається одне коливання залежить від довжини нитки та маси підвішеного тіла.

В програмі з фізики основної школи закладено значні можливості для залучення учнів до конструювання та виготовлення різноманітних простих приладів, пристроїв, моделей. Аналіз програм і підручників для основної школи показують, що об'єктами конструювання можуть бути: моделі, що рухаються завдяки перетворенню одного виду енергії в інший; прилади для вимірювання сил (динамометри); насоси, які можуть бути виготовлені з одноразових шприців; прилади, які демонструють залежність тиску у рідині від висоти, прилади для реєстрації електричних зарядів (електроскопи), оптичні прилади (фотометри, моделі перископів, різні моделі камер-обскур та інші).

### Література

1. Шахмаев Н. М. Дидактические проблемы применения технических средств обучения в средней школе. — М.: Педагогика, 1973. — 272 с. — С. 146.
2. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Фізика. Астрономія. 7–12 класи. — К.: Перун, 2005. — 80 с.
3. Оконь В. Процесс обучения. — М.: Учпедгиз, 1962. — 171 с.
4. Сухомлинський В.П. Сердце отдаю детям. — К.: Рад. школа, 1973. С. 269.

УДК 372.853

## ВИВЧЕННЯ ТЕМИ "ДИФРАКЦІЙНІ ВІНЦІ" НА ЗАНЯТТЯХ ФІЗИЧНОГО ГУРТКА В ЗАГАЛЬНООСВІТНЬОМУ НАВЧАЛЬНОМУ ЗАКЛАДІ

**Петрик М.А., Скрипка Я.М., Шовкопляс В.С.**

Серед різних форм позакласної роботи з фізики особливе місце займає фізичний гурток – основна форма систематичної позаурочної роботи. Приймаючи участь у роботі гуртка, учні можуть займатися вивченням літератури, підготовкою доповідей, проведенням експериментальних досліджень, зокрема розв'язуванням експериментальних задач, конструюванням і виготовленням фізичних приладів, організацією масових заходів з фізики і т.д. Це сприяє загальному розвитку учнів, удосконалює їх уміння працювати з науково-популярною літературою, довідниками, фізичним обладнанням, відкриває широкі можливості для творчості.

Зміст роботи фізичного гуртка може бути різним.

Одним із можливих варіантів може бути заняття по програмі, що супутня основному курсу фізики. У цьому випадку організовані у відповідності з планом учителя гурткові заняття будуть логічним продовженням навчальних.

Використовуючи набуті знання, учні розширюють і поглиблюють їх. Такі заняття легше організувати, ніж будь-які інші, бо учні уже мають деякі уявлення про питання, що розглядаються.

При вивченні фізики в 11 класі ЗОШ значна частина часу відводиться на хвильову оптику. Тому на заняттях фізичного гуртка в цьому класі доцільно вивчати оптичні атмосферні явища.

Вивчення оптичних явищ в атмосфері відіграє надзвичайно велику роль у формуванні світогляду. Світогляд дає можливість людині сприймати, осмислювати та оцінювати навколишню дійсність як світ свого буття й діяльності, визначати і сприймати своє місце та призначення в ньому.

Вивчаючи оптичні атмосферні явища, учень зможе пояснити причини їх виникнення, фізичну природу, умови існування та практичне застосування. Таке проникнення в сутність цих явищ, осягнення їх механізму дасть не лише знання і розуміння навколишнього світу, а і можливість вільно милуватися та насолоджуватися красотою природи.

Одним із найбільш поширених оптичних атмосферних явищ є дифракційні вінці, які часто спостерігаються в природі і їх досить просто змоделювати в кабінеті фізики або вдома.

Вінці – це одне або декілька райдужних кілець, які можна бачити навколо Сонця або Місяця, а в деяких випадках слабкі вінці видно навіть навколо Венери, Юпітера і найбільш яскравих зірок. Центр кілець збігається з центром світила, навколо якого вони виникають. Вінці зумовлені дифракцією світла на водяних краплинах або крижаних кристалах прозорих хмар, які знаходяться між світилом і спостерігачем.

При освітленні паралельним пучком монохроматичного світла круглого отвору або круглого диска дифракційна картина має вигляд концентричних світлих і темних кілець. У центрі картини – світла пляма у вигляді круга. Куткові радіуси темних кілець наближено визначаються формулою [3, с.127]

$$\varphi_{min} = \left( 0,61 + \frac{m-1}{2} \right) \cdot \frac{\lambda}{r}, \quad (1)$$

де  $m = 1, 2, 3, \dots$  – номери темних кілець,  $\lambda$  – довжина світлової хвилі,  $r$  – радіус отвору або диска.

Якщо світло падає на велику кількість хаотично розміщених отворів (кульок, краплин), то характер дифракційної картини не змінюється. Змінюється лише інтенсивність кілець, яка буде пропорційна кількості частинок.

Положення дифракційних максимумів і мінімумів залежить від довжини хвилі. Тому при освітленні частинок білим світлом повного гасіння не відбувається в жодній точці дифракційної картини, бо максимуми і мінімуми світла з різними довжинами хвиль перекриваються.

Розглянемо більш детально послідовність кольорів у вінцях навколо Місяця (Сонця), а також земних джерел світла. Безпосередньо біля Місяця спостерігається синювата кайма, що переходить в жовтувато-білу, яка в свою чергу має коричневатий зовнішній край. Цей різнокольоровий ореол і є вінцем в його найпростішій і частіше всього спостережуваній формі. Він стає дійсно чудовим, коли його оточують більші і ще більш красиві забарвлені кільця.

Послідовність кольорів у кільцях майже точно співпадає з ньютонівською шкалою кольорів інтерференції. В дуже рідкісних випадках можуть спостерігатися спектри чотирьох порядків [1, с.222]:

- I. Ореол (синюватий) – білий – (жовтуватий) – коричнево-червоний.
- II. Синій – зелений – (жовтий) – червоний.
- III. Синій – зелений – червоний.
- IV. Синій – зелений – червоний.

Кольори, що приведені в дужках, видно далеко не завжди.

Радіус вінця найкраще визначити по зовнішньому краю червоної кайми, котрою закінчується спектр кожного порядку.

Розміри вінців можуть досить сильно змінюватися: коричневий край ореолу, наприклад, може мати радіус  $1^0 \dots 5^0$  (zareestrovaniy granichni znachennya  $10'$  i  $13^0$ ). За розмірами вінців можна обчислити величину крапель в хмарах. Розрахунки дають значення  $0,1 \dots 0,2$  мм.

Чим менші краплі, тим більший вінець. Якщо краплі однакової величини, вінці добре розвинені і кольори їх чисті; якщо ж в хмарах перемішані краплі різних розмірів, вінці різних радіусів виникають одночасно і накладаються одне на одне.

Тому добре розвинені вінці виникають лише в певних видах хмар, в яких умови конденсації водяної пари всюди досить постійні; по тій же причині тонкі відмінності в послідовності кольорів залежать від числа крапель різної величини, від товщини хмар і т.д.

Слабкий ореол спостерігається при будь-якому виду хмар. Він значно сильніший в шарувато-купчастих хмарах з наявними ознаками другого забарвленого кільця. Найбільш красиві вінці з чистими відтінками виникають у високо-купчастих хмарах. Вінці спостерігались і в перисто-купчастих хмарах.

Красивий розвинений вінець вказує на те, що хмара утворилася зовсім недавно, що це "молода" хмара. З бігом часу краплі, які випадково утворилися меншими, швидше випаровуються, в той час як великі швидко ростуть за рахунок менших.

Зникнення кілець більш високих порядків, зменшення кутових розмірів ореола свідчить про те, що погода може погіршуватись.

Коли перед місяцем пропливають перисто-купчасті або високо-купчасті хмари, можна інколи бачити, як вінці стають несиметричними і витягнутими до краю хмари. Це свідчить про те, що у зовнішніх частинах цих хмар краплі дрібніші, ніж всередині, тобто у зовнішніх частинах хмари краплі почали випаровуватися.

Отже, спостерігаючи за вінцями, можна вивчати на досить великій відстані процеси, що відбуваються в хмарах, робити висновки про зміни погоди.

Добре розвинені вінці з яскравими кольорами інколи спостерігаються на тонких перистих хмарах, що складаються з крижаних кристалів у вигляді голок. Товщина крижаних голок може бути обчислена за формулою умови мінімумів при дифракції Фраунгофера на щілині [3, с.124]

$$b \sin \varphi = m \lambda, \quad (2)$$

де  $b$  – ширина щілини (товщина голки),  $\varphi$  – кут дифракції (кутовий радіус кільця),  $m = 1, 2, 3 \dots$  порядок мінімуму (номер темного кільця),  $\lambda$  – довжина світлової хвилі.

У випадках, коли вінці утворені на голках, відстані між послідовними темними кільцями (мінімумами) однакові, і рівні відстані першого мінімуму від центра. Коли вінці обумовлені дифракцією на краплинах, радіус ореола на 20% більший, ніж кутова відстань між сусідніми мінімумами слідуєчих порядків.

Безпосередні спостереження з літаків показали, що 45% вінців обумовлені дифракцією на краплях, а 55% – на крижаних кристалах.

На вивчення теми "Дифракційні вінці" можна відвести два заняття гуртка.

На першому занятті учитель за допомогою слайдів знайомить учнів з вінцями. Разом з учнями згадують явище дифракції світла та принцип Гюйгенса-Френеля. Після цього доцільно ввести поняття зони Френеля [2, с.66]. На основі цих знань можна одержати вираз (2) і записати з необхідними поясненнями вираз (1), а також пояснити природу вінців.

На цьому ж занятті учитель дає учням завдання по спостереженню вінців навколо Місяця, Сонця, на завітнілому віконному склі, в хмарці, що утворюється в холодний період року від дихання, над чашкою чаю і т.п.. Дає рекомендації по вимірюванню кутів та обчислень розмірів частинок, на яких відбувається дифракція світла.

На другому занятті доцільно розв'язати експериментальну задачу по визначенню оптичним способом діаметра частинок лікоподію (дитяча присипка, що являє собою спори плауна круглої форми).

Для цього скляну пластинку (приблизно 40x40 мм) злегка змазати вазеліном, а потім ретельно протерти сухою ганчіркою. На цю горизонтально розміщену пластинку насипати тонкий шар лікоподію, а потім перевернути її над аркушем паперу і злегка постукати. Після цього на пластинці утвориться моношар хаотично розміщених частинок.

Помістити препарат в світловий пучок лазера і отримати на екрані, віддаленому від препарату на відстань біля одного метра, систему світлих і темних концентричних кілець. Хаотичний розподіл частинок лікоподію по площині скла призводить до того, що дифракційна картина від багатьох частинок відтворює геометрію дифракційної картини від окремої частинки, але більшої освітленості.

Розмір частинки лікоподію знаходимо за формулами, що впливають з виразу (1)

$$\begin{aligned} d &= 2,44 \frac{\lambda L}{D_1}; \\ d &= 4,44 \frac{\lambda L}{D_2}; \end{aligned} \quad (3)$$

де  $L$  – відстань від пластинки до екрана,  $D_1$ ,  $D_2$  – відповідно діаметр першого та другого темного кільця.

У нашому досліді  $L = 0,675\text{ м}$ ;  $D_1 = 3,4 \cdot 10^{-2}\text{ м}$ ;  $D_2 = 5,9 \cdot 10^{-2}\text{ м}$ , а довжина хвилі світла лазера  $663\text{ нм}$ . Діаметр частинки за першим темним кільцем  $0,032\text{ мм}$ , а за розміром другого кільця –  $0,034\text{ мм}$ .

Результати обчислень перевіряли за допомогою бінокулярного мікроскопа з окулярною шкалою, що мала ціну поділки  $0,014\text{ мм}$ .

Для підвищення точності вимірювань мікроскопом на препараті знаходимо місця, де частинки знаходились впритул одна до одної і утворювали прямолінійний ланцюжок. В одному із вимірювань довжина ланцюжка із трьох частинок становила сім поділок окулярної шкали, і тоді

діаметр частинки  $d = \frac{7 \cdot 0,014}{3} \text{ мм} \approx 0,033\text{ мм}$ . Отже, результати, одержані за дифракційною

картиною, в межах похибки співпадають з результатами, одержаними за допомогою мікроскопа.

Після розв'язування задачі доцільно заслухати доповіді кількох учнів про результати домашніх спостережень, порівняти їх між собою і зробити висновки.

Запропонована тема для фізичного гуртка знайомить учнів з цікавим і красивим природнім явищем, поглиблює і розширює їх знання з оптики, формує в учнів допитливість, спостережливість, ретельність, експериментальні уміння і навички.

Проведені заняття з теми "Дифракційні вінці" формують в учнів переконання у правильності сучасної теорії світлових явищ та можливості її застосування на практиці в фізиці атмосферних явищ, метеорології, в науках, що стосуються охорони навколишнього середовища і т.д.

### Література

1. Миннарт М. Свет и цвет в природе. – М.: Наука, 1969. – С. 216-228.
2. Кабардин О.Ф., Орлов В.А., Шефер Н.И. Факультативный курс физики. – М.: Просвещение, 1979. – С. 61-78.
3. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальний курс фізики. Оптика. Квантова фізика. – К.: Техніка, 1999. – С. 122-127, 219-222.

УДК 51 (07)

## ПСИХОЛОГО-ДИДАКТИЧНІ ЗАКОНОМІРНОСТІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ, ЩО МІСТЯТЬ МОДУЛЬ

Варущик Н.П., Корнійчик О.Л.

Протягом останніх десятиріч усі розвинені країни світу здійснюють реформування освітніх систем, першочерговою метою якого є підвищення інтелектуального потенціалу нації, розвиток творчої особистості.

Традиційне навчання математики, маючи на меті всебічний розвиток особистості, в більшій мірі було зорієнтоване на інформативну, а не на розвивальну функцію.

Потрібна така методична система навчання математики, яка б відповідала філософській сутності наукового пізнання, психолого-дидактичним закономірностям навчального процесу, забезпечувала можливості для формування здатності до систематичної рефлексії, цілепокладання, планування та усвідомлення діяльності суб'єктів навчального процесу – учнів і вчителя, тобто їх взаєморозвиток. Адже як ніхто не може дати іншому того, чого не має сам, так і не може розвивати, виховувати інших, давати їм освіту той, хто сам не є розвинутим, вихованим і освіченим.

Методична майстерність учителя має розвиватись не через використання ним готових поурочних планів, методичних посібників, що містять вказівки репродуктивного характеру. Йому потрібні передусім фундаментальні знання з базового предмета, висока загальна культура і ґрунтовна дидактична компетентність.

Рекомендації дидактів і психологів використовуватимуться в реальному навчальному процесі лише тоді, коли методисти з'ясують можливість і доцільність їх застосування в процесі вивчення конкретного матеріалу [1]. Знання психолого-дидактичних закономірностей відкриває можливість аналізувати методи і прийоми навчання, як нові, так і традиційні, виявляти їх переваги і недоліки, особливості їх застосування, знаючи недоліки, знайти шляхи їх усунення та вибрати найбільш ефективну сукупність методів і прийомів навчання. В цьому відкривається великий потенціал для вдосконалення майстерності вчителя.

Застосуємо закономірності формування вмінь та навичок розв'язування вправ [2] до вивчення теми "Рівняння та нерівності з модулями."

I.1. (Закономірність Шеварьова.) Якщо в процесі діяльності виконуються 3 умови:

- 1) учень виконує завдання одного типу;
- 2) в цих завданнях незмінно повторюється деяка особливість;
- 3) усвідомлення цієї особливості необов'язкове для отримання правильного результату, то ступінь усвідомлення цієї особливості, що повторюється, знижується.

Наприклад, якщо учням пропонувати ряд завдань виду  $|x| < a$ , де  $a > 0$  ( $|x| < 2, |x| < 3, |x| < 24, \dots$ ), а потім дати приклад, де  $a < 0$  ( $|x| < -2$ ), то учні за аналогією розв'язують його як попередні

$$\begin{aligned} |x| < -2; \\ -(-2) < x < -2; \\ 2 < x < -2. \end{aligned}$$

Аналізуючи цю ситуацію, бачимо, що виконуються всі умови закономірності Шеварьова. Тому ступінь усвідомлення її знизився, учні розв'язували приклади автоматично, за зразком, не аналізуючи умови останнього прикладу  $|x| < -2$ , вони, звичайно, не помітили, що порушується така властивість модуля, як його невід'ємність.

Для того, щоб знизити вірогідність такої помилки, потрібно порушити одну з умов Шеварьова: комбінувати завдання різних типів або слідкувати, щоб в завданнях не повторювалась одна і та ж особливість.

I.2. Якщо учень здібний і збагачений знаннями, вміннями і навичками, що відносяться до даної області науки, то для формування вміння розв'язувати вправи йому потрібно розв'язати значно менше вправ, ніж слабо встигаючому учневі.

Звідси випливає, що при вивченні нової теми слабо встигаючим учням треба виконати більшу кількість тренувальних вправ. За звичай все відбувається навпаки, сильніші учні встигають за урок розв'язати більшу кількість вправ, ніж слабші, а домашнє завдання дається всім однаково. Згідно із закономірністю треба збільшити кількість вправ, що виконують слабкі учні на уроці та вдома. Наприклад, для цього можна запропонувати учням додому 2 завдання на вибір.

I завдання:

$$\begin{aligned} |x - 1| &= 3; \\ |x - 2| &= 5, 2; \\ |x + 7| &= 8; \\ |x + 5| &= 2, 3; \\ |2x + 3| &= 4; \\ |3x - 1| &= 9. \end{aligned}$$

II завдання:

$$\begin{aligned} |2|3x - 1| - 1| - 5 &= 0; \\ ||8x - 10| + 7| - 49 &= 0; \\ 27 - |2|4x - 1| + 7| &= 0. \end{aligned}$$

Слабших учнів, як правило, спантеличує наявність двох модулів в рівняннях II варіанту домашнього завдання, тому вони обирають I варіант. Але із задоволенням вислухають сильніших учнів, яким краще розв'язати складніші приклади, але меншу кількість.

I.3. Для збереження та закріплення вміння розв'язувати вправи розосереджене повторення ефективніше за концентроване.

На розв'язування рівнянь та нерівностей з модулями в школі приділяють зовсім мало часу. Після вивчення теми "Модуль числа та його властивості" в 10 класі до них майже не повертаються. Звичайно це не сприяє ґрунтовному засвоєнню цієї теми. Для того, щоб закріпити вміння розв'язувати рівняння та нерівності з модулями, треба розосередити в часі розв'язання таких рівнянь. Для цього треба ввести модуль і в логарифмічні рівняння, показникові і т.д. Наприклад,

$$\begin{aligned} |\lg x| &= 2; & 2^{|x^2-3x+5|} &= 32. \\ \log_3 \log_2 |x| &= 0; \end{aligned}$$

Це дасть змогу закріпити вивчений матеріал.

**І.4.** Якщо задачі розв'язуються обґрунтовано з посиланнями на вивчені означення, аксіоми, теореми, то досягається глибоке розуміння і формуються міцні, стійкі уміння та навички.

Як правило, при вивченні нової теми розв'язання перших кількох завдань слід записати у вигляді логічної структури: твердження-підстава. Наприклад, якщо стоїть завдання розв'язати

нерівність 
$$\frac{|x-1|+|x-2|}{|x+3|} > 5.$$

#### Твердження

Помножимо обидві частини нерівності на  $|x+3|$ , ( $x \neq -3$ ).

$$|x-1|+|x-2| > 5|x+3|.$$

Розглянемо проміжок  $(-\infty; -3)$ .

$$-x+1-x+2 > 5(-x-3);$$

$$3x > -18;$$

$$x > -6.$$

$(-6; -3)$  буде розв'язком нерівності.

Розглянемо проміжок  $(-3; 1)$ .

$$-x+1-x+2 > 5(x+3);$$

$$7x < -12;$$

$$x < -\frac{12}{7}.$$

$(-3; -\frac{12}{7})$  також розв'язок нерівності.

Візьмемо проміжок  $[1; 2]$ .

$$x-1-x+2 > 5(x+3);$$

$$5x < -14;$$

$$x < -\frac{14}{5}.$$

Як бачимо, на цьому проміжку нема розв'язків.

Останній проміжок  $[2; \infty)$ .

#### Підстава

Обидві частини нерівності можна помножити на одне й те саме додатне число, знак нерівності не зміниться ( $|x+3| > 0$ ).

За означенням модуля, бо  $x-1 < 0$ ,  $x-2 < 0$ ,  $x+3 < 0$  на  $(-\infty; -3)$ .

За означенням модуля, бо на  $(-3; 1)$   $x-1 < 0$ ,  $x-2 < 0$ ,  $x+3 > 0$ .

За означенням модуля, бо на  $[1; 2]$   $x-1 \geq 0$ ,  $x-2 < 0$ ,  $x+3 > 0$ .

За означенням модуля, бо на  $[2; \infty)$   $x-1 > 0$ ,  $x-2 \geq 0$ ,  $x+3 > 0$ .

$$x - 1 + x - 2 > 5(x + 3);$$

$$3x < -18;$$

$$x < -6.$$

На цьому проміжку також розв'язку нема.

Отже, остаточна відповідь:

$$x \in (-6; -3) \cup \left(-3; -\frac{12}{7}\right).$$

Але починаючи з 3-4 завдання, внаслідок їх однотипності, за закономірністю Шеварьова учні припиняють обґрунтовувати свої дії, що призводить до появи помилок. Завдання вчителя в цьому випадку створити такі умови, щоб учні зрозуміли, що теорія найкращий засіб самоконтролю.

Застосуємо **закономірності пам'яті**.

**П.1.** Певний рівень розуміння матеріалу – необхідна умова його запам'ятання.

При вивченні найпростіших нерівностей з модулями ( $|x| > a$  та  $|x| < a$ ) учні одержують їх загальний розв'язок:

$$|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a;$$

$$|x| > a \Leftrightarrow \begin{cases} x < -a; \\ x > a. \end{cases}$$

Як показує практика, деякі учні довгий час не можуть його запам'ятати і плутають розв'язки двох нерівностей. Це пояснюється тим, що вони користуються загальним розв'язком не усвідомлено, не розуміючи його. Ті, хто усвідомили геометричний зміст означення модуля, згадавши, що модуль числа – це відстань від нуля до точки, що зображає це число, легко обґрунтувати розв'язки нерівностей на числовій прямій.



**П.2. (Закономірність Смірнова-Зінченко.)** Учень може запам'ятати матеріал мимовільно, якщо виконує з ним активну мисленнєву діяльність і вона спрямована на розуміння цього матеріалу.

Так, наприклад, замість завдання вивчити матеріал, можна дати завдання розібратися в ньому та подумати над деякими запитаннями до нього, які спрямовані на осмислення цього матеріалу. При вивченні таких властивостей модуля, як модуль суми та модуль різниці ( $|a_1 + \dots + a_n| \leq |a_1| + \dots + |a_n|$ ,  $|a - b| \geq |a| - |b|$ ), дати завдання виконати пошук доведення та подумати за яких умов  $|a_1 + \dots + a_n| = |a_1| + \dots + |a_n|$  та  $|a - b| = |a| - |b|$ .

Розглядаючи різні умови, конкретизуючи завдання, учні мимовільно їх запам'ятають.

**П.3. (Закономірність Еббінгауса.)** Забування більш інтенсивно протікає після вивчення матеріалу (в перші години, хвилини і навіть секунди).

Таким чином, за даною закономірністю, домашнє завдання слід виконувати відразу, в той же день, в який його задали. Можна зробити ще один висновок: повторення не репродуктивне ефективніше за репродуктивне. Наприклад, мало дати означення модуля (аналітичне і геометричне), краще перевірити вміння його застосовувати до розв'язання усних



вправ:  $|x| = 4$ ,  $|x| \leq 4$ ,  $|x| \geq 4$ ,  $|x - 5| = 4$ ,  $|x - 5| \leq 4$ ,  $|x - 5| \geq 4$  і т.д., причому зразу після вивчення означення.

Це далеко не всі закономірності, використовуючи які, можна зробити навчальний процес ефективнішим. Вивчення особливостей психологічних процесів учнів дає змогу відкривати все нові і нові. В умовах розвивального навчання слід дотримуватись дидактичних і психологічних принципів (за Занковим), одина з яких стверджує, що учень повинен засвоїти закономірності навчального процесу. А цього можна досягти лише за умови організації навчання у відповідності до існуючих закономірностей пам'яті, уваги, сприймання.

### Література

1. Гончаренко С.У. Методика як наука // Шлях освіти. – 2000. – № 2. – С. 5-11.
2. Груденов Я.И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике. – М.: Педагогика, 1987. – 123 с.

УДК 371.32:512

## ФОРМУВАННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МИСЛЕННЯ В ПРОЦЕСІ РОЗВ'ЯЗАННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ РІВНЯНЬ У ШКОЛІ

Барило Н.А., Петрик М.А.

З огляду на існуючий стан математичної освіти робимо висновок, що одним із основних її протиріч є невіршеність проблеми учіння математики, яку відносимо до найбільш складної.

Одним із головних завдань навчання математики є формування та розвиток творчої особистості учня. Чим більше творчих елементів містить діяльність (навчальна, професійна), чим більше вона є нешаблонною, тим важливішим стає рівень сформованості в людини, яка виконує цю діяльність компонентів творчого мислення серед яких виділимо нестандартність, дивергентність, евристичність, ефективність мислення, творчу активність та ініціативу [8].

Видатний психолог Л.С.Виготський відмічає, що навчання свою провідну роль у своєму розвитку здійснює, перш за все, через зміст засвоєних знань [1], а розробник теорії розвивального навчання В.В.Давидов висловлює також ідею того, що основою розвивального навчання слугує його зміст, від якого похідні методи (або способи) організації навчання [2].

Вирішальна роль у змісті навчання має належати не тільки системі теоретичних понять, а й різним видам задачам. Причому теорія задач розвивальної математичної освіти ґрунтується на принципі розвивальної наступності, згідно з яким кожен наступний тип розв'язуваних задач вирізняється від попереднього вищим рівнем змістового теоретичного узагальнення. Теоретичне мислення виникає тоді, коли з самого початку учнів спрямовуємо на побудову і засвоєння узагальненого способу орієнтації в даній області знань, узагальненого способу розв'язання достатньої кількості різноманітних задач. Тоді часткові практичні уміння і навички формуються на узагальненій теоретичній основі.

Ми поділяємо точку зору дидактів і методистів, які вважають доцільним зберегти в шкільному курсі математики типізацію задач і переконуємося в тому, що без ґрунтового відпрацювання умінь у розв'язанні типових задач не може бути мови про суттєве вдосконалення умінь у розв'язанні нестандартних задач.

Методична майстерність вчителя, як вважає Ю.К.Бабанський, полягає в тому, щоб на одній-двох вправах, задачах домогтися розуміння всіма (а не тільки більш здібними) учнями загального підходу при розв'язанні задач даного типу, навчити їх своєрідному алгоритму

розв'язання всіх інших задач аналогічного характеру. Таким чином не кількість розв'язуваних задач, а метод, спосіб підходу до розв'язання визначає навчаючий ефект [4].

Тригонометричний матеріал, вивченню якого останнім часом не приділяється достатньої уваги, є потужним засобом розвитку, як інтелектуальних, так і творчих здібностей, творчого мислення учнів. Різноманітність форм представлення правильного результату(відповіді) обумовлюється виконанням тотожних перетворень, які в свою чергу розвивають увагу та пам'ять(механічну і логічну), логічне мислення, а також стимулюють учнів до відходу від шаблонів, алгоритму(чим відрізняються особи з нетривіальним, творчим складом мислення), сприяє формуванню і розвитку оригінальності мислення(можливість побачити "розмаїття" підходів) нерідко спонукає до пошуку власного шляху розв'язання, нетрадиційного розв'язання, нешаблонної форми представлення розв'язку та виховує критичність мислення [9, с. 3].

Тема "Тригонометричні рівняння" займає одне з основних місць в курсі тригонометрії, так як і алгебраїчні в курсі алгебри основної школи. Аналіз діючих підручників з математики [10; 11] показує, що тема висвітлена досить повно, є багато різноманітних вправ. Метою вивчення є: формування в учнів умінь розв'язувати найпростіші тригонометричні рівняння, ознайомлення їх з окремими прийомами розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь і систем рівнянь, ознайомлення з методами розв'язування тригонометричних рівнянь і нерівностей [5;6].

Необхідно відмітити, що єдиного методу в розв'язанні тригонометричних рівнянь не існує, оскільки, після застосування тих чи інших формул можна одержати простіше, алгебраїчне відносно тригонометричної функції, наприклад, лінійне, квадратне тощо. Тому опорними знаннями при вивченні даного питання є методи розв'язування алгебраїчних рівнянь, формули скороченого множення, формули зведення тощо. При вивченні тригонометричних рівнянь учні вперше зустрічаються з наявністю *нескінченної множини коренів*, що пов'язано з специфічною властивістю тригонометричних функцій – їх періодичністю. Тому природно виникають нові важливі поняття: *загальний розв'язок* рівняння та його *частинні розв'язки*.

Більшість учнів непогано (принаймні формально) зводять тригонометричні рівняння до найпростіших. Але використання багатьох формул тригонометрії призводить до зміни ОДЗ та порушень рівносильності рівнянь. А тому при розв'язанні тригонометричних рівнянь учні часто допускають типові помилки, а саме: в записі загального розв'язку; втрату або включають до відповіді сторонні корені; помилки в застосуванні тригонометричних формул при використанні тригонометричних перетворень та інші.

До основних способів розв'язання тригонометричних рівнянь відносимо: а) спосіб зведення до однієї тригонометричної функції(алгебраїчний);

б) спосіб розкладання на множники; в) спосіб розв'язування однорідних рівнянь; г) спосіб введення допоміжного аргументу; д) спосіб піднесення до квадрата; е)графічний спосіб; є) спосіб заміни  $\sin x$  і  $\cos x$  на тангенс половинного кута – методом універсальної раціоналізуючої підстановки; та деякі штучні прийоми.

Указані вище та інші штучні прийоми розв'язання тригонометричних рівнянь застосовуються здебільшого в їх різних комбінаціях. Умінь обирати той чи інший окремий прийом набуваються в процесі певної практики. Ніякими загальними правилами не можливо передбачити ті чи інші штучні прийоми, що приводять до значного спрощення самого процесу розв'язання рівняння.

З метою формування вміння переносити набуті теоретичні знання та практичні уміння в нові ситуації та розвитку творчого мислення учнів, на етапі узагальнення та систематизації знань з даної теми, на нашу думку, є доцільним розв'язання лінійного тригонометричного рівняння вигляду

$$a\sin x + b\cos x = c, \text{ де } a, b, c \text{ – довільні дійсні числа. (1)}$$

Особливу увагу звертаємо в процесі розв'язання рівняння (1), щодо можливої втрати коренів, зокрема від застосування універсальної раціоналізуючої підстановки, а також на вибір методу розв'язання в залежності від коефіцієнтів  $a, b, c$ .

### І. Метод універсальної тригонометричної підстановки

Виразимо в рівнянні (1), де  $a \neq 0$  і  $b \neq 0$   $\cos x$  і  $\sin x$  через  $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$ , одержимо

$$a \frac{2\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} + b \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = c, \text{ або } a \frac{2t}{1+t^2} + b \frac{1-t^2}{1+t^2} = c, \text{ де } t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$$

Спростивши, а саме скоротивши на  $\frac{1}{1+t^2} \neq 0$  одержимо квадратне рівняння виду

$$(b+c)t^2 - 2at + c - b = 0. \quad (2)$$

Числа виду  $x = \pi + 2\pi k = \pi(1+2k)$  задовольнятимуть рівняння (1) при умові, коли  $b = -c$ .

Дійсно  $a \sin \pi + b \cos \pi = -b$  ( $k=0$ );

$\sin \pi = 0, \cos \pi = -1 \rightarrow -b = -b$ .

Отже, дослідженню підлягають 2 випадки:

#### 1.1. $b \neq -c$

Оскільки,  $a^2 + b^2 \geq c^2$ , то  $D = b^2 - (c-a)(a+c) = b^2 - c^2 + a^2 \geq 0$  і рівняння (2) має дійсні корені

$$t_{1,2} = \frac{2a \pm \sqrt{4a^2 - 4(b+c)(c-b)}}{2(b+c)} = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - c^2 + b^2}}{b+c}, \text{ звідки}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - c^2 + b^2}}{b+c}; \quad \frac{x}{2} = \operatorname{arctg} \frac{a \pm \sqrt{a^2 - c^2 + b^2}}{b+c} + \pi k, k \in Z,$$

$$x = 2 \operatorname{arctg} \frac{a \pm \sqrt{a^2 - c^2 + b^2}}{b+c} + 2\pi k, k \in Z - (*) \text{ загальний розв'язок даного рівняння.}$$

Якщо  $a^2 + b^2 < c^2$ , то квадратне рівняння (2) не має дійсних коренів (корені уявні). Отже, рівняння (1) не має розв'язку.

#### 1.2. $b = -c$ .

В даному випадку  $x = \pi(1+2k)$ ,  $k \in Z$  - множина розв'язків рівняння (1).

При  $b+c=0$  рівняння (2) рівносильне рівнянню 1-го степеня  $t = \frac{-b}{a}$ , звідки

$$x = -2 \operatorname{arctg} \frac{b}{a} + \pi n, n \in Z - \text{інша множина розв'язків рівняння (1).}$$

Загальний розвиток рівняння (1): об'єднання двох множин (\*) (\*\*).

Слід зауважити, що при виконанні перетворення рівняння за допомогою формул

$$\sin x = \frac{2\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}, \quad \cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} \text{ (при використанні цих формул зліва направо)}$$

відбувається звуження області допустимих значень вихідного рівняння і тому такі перетворення можуть привести до втрати коренів. Щоб цього не сталося, необхідно при використанні таких формул окремо розглядати ті значення змінної, на які звужується ОДЗ.

Шляхом безпосередньої перевірки, а саме безпосередньо підстановкою у вихідне рівняння значення  $x = \pi + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

Якщо виявляється, що ці значення  $x = \pi + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  задовольнятимуть рівнянню (1), то їх необхідно включити у відповідь (див. випадок 1.2).

## II. Метод введення допоміжного кута

Перетворимо вираз  $a \sin x + b \cos x$  ( $|a| + |b| \neq 0$ ). Нехай  $\varphi$  – кут, що задається

рівностями  $\cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ,  $\sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ . Для будь яких  $a$  і  $b$  такий кут існує. Це

слідє з того, що будь-які числа  $m$  і  $n$ , для яких  $m^2 + n^2 = 1$ , можна розглядати як косинус і синус деякого кута. Таким чином

$$\begin{aligned} a \sin x + b \cos x &= \sqrt{a^2 + b^2} \left( \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x \right) = \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} (\sin x \cos \varphi + \sin \varphi \cos x) = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi). \end{aligned}$$

Тоді рівняння (1) рівносильне рівнянню:

$$\sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi) = c. \quad (3)$$

Поділивши обидві частини одержаного рівняння на  $\pm \sqrt{a^2 + b^2}$ , взятий з відповідним знаком, одержимо

$$\sin(x + \varphi) = \frac{c}{\pm \sqrt{a^2 + b^2}}, \text{ звідки слідє}$$

$$\left| \frac{c}{\pm \sqrt{a^2 + b^2}} \right| \leq 1 \text{ або } a^2 + b^2 \geq c^2. \text{ В протилежному випадку рівняння розв'язків не має.}$$

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{c}{\pm \sqrt{a^2 + b^2}} + n\pi - \varphi, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad \varphi = \arctg \frac{b}{a}.$$

Зауважимо, що в залежності від знаків  $a$  і  $b$ :  $\varphi = \arctg \frac{b}{a}$ , при  $a > 0, b > 0$  або  $a < 0, b < 0$ , в

інших випадках  $\varphi = \pi - \arctg \frac{b}{a}$ .

Наприклад,  $\sqrt{3} \cos x + \sin x = 1$ .

Поділивши обидві частини рівняння на "2" одержимо :

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x = \frac{1}{2}.$$

Введемо допоміжний кут  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ , тоді

$$\sin \frac{\pi}{3} \cos x + \cos \frac{\pi}{3} \sin x = \frac{1}{2}, \text{ звідси } \sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2},$$

$$x + \frac{\pi}{3} = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} - \text{розв'язок даного рівняння.}$$

### III. Спосіб зведення до однорідного

**3.1.**  $c=0$ ,  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ . Тоді (1) рівносильне

$a \sin x + b \cos x = 0$  (4) – однорідне, 1-го степеня відносно  $\sin x$  і  $\cos x$ . Слід зауважити, що при  $\cos x = 0$  одержуємо  $\sin x = 0$ , але одночасно  $\sin x$  і  $\cos x$  не можуть дорівнювати нулю, бо це суперечить тотожності  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ . Отже, при  $\cos x = 0$  рівняння коренів не має.

Поділимо обидві частини заданого рівняння на  $\cos x$  ( $\cos x \neq 0$ ), одержимо  $a \operatorname{tg} x + b = 0$ ,  $\operatorname{tg} x = -\frac{b}{a}$ . Звідки  $x = \operatorname{arctg}(-\frac{b}{a}) + \pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  – розв'язок рівняння (4).

**3.2.**  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ ,  $c \neq 0$ . Тоді, замінивши у лівій частині рівняння (1)  $\sin x$  і  $\cos x$  за формулами подвійного аргументу:  $\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}$ ;

$\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$ , а праву частину помноживши на тригонометричну одиницю:  $1 = \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}$ , одержимо рівносильне йому рівняння

$$2a \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + b \cos^2 \frac{x}{2} - b \sin^2 \frac{x}{2} = c \sin^2 \frac{x}{2} + c \cos^2 \frac{x}{2}.$$

**3.2.1.** Якщо  $b + c \neq 0$  ( $b \neq -c$ ), то після спрощення це буде рівняння

$$(b+c) \sin^2 \frac{x}{2} - 2a \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + (c-b) \cos^2 \frac{x}{2} = 0 \quad (5), \text{ яке при } \cos^2 \frac{x}{2} \neq 0 \text{ рівносильне рівнянню}$$

$$(b+c) \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} - 2a \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c - b = 0, \text{ яке розв'язуємо як квадратне відносно невідомої } \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{b + c}. \text{ Звідки}$$

$$x = 2 \operatorname{arctg} \frac{a \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{b + c} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. (*)$$

**3.2.2.** Якщо  $b + c = 0$  ( $b = -c$ ), то рівняння (5) рівносильне рівнянню

$$-2a \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + 2c \cos^2 \frac{x}{2} = 0, \text{ звідки, застосувавши метод розкладання на множники,}$$

одержимо:  $\cos \frac{x}{2} = 0$  або  $a \sin \frac{x}{2} + c \cos \frac{x}{2} = 0$ , де одне з них є найпростіше тригонометричне

рівняння, а інше – однорідне 1-го степеня відносно  $\cos \frac{x}{2}$  та  $\sin \frac{x}{2}$ .

**3.3.**  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  і  $a = b$ , то рівняння (1) рівносильне рівнянню (6)

$$(a+c) \sin^2 \frac{x}{2} - 2a \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + (c-a) \cos^2 \frac{x}{2} = 0 \quad (6), \text{ звідки}$$

$$x_{1,2} = 2 \operatorname{arctg} \frac{a \pm \sqrt{2a^2 - c^2}}{a + c} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$x_{1,2} = 2 \operatorname{arctg} \frac{a \pm \sqrt{2a^2 - c^2}}{a + c} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ при } 2a^2 - c^2 \geq 0 - \text{ розв'язок даного}$$

рівняння.

В розглянутих випадках поява сторонніх коренів не можлива, оскільки  $\cos x \neq 0$ ; втрата коренів також не може відбутися.

Дійсно, поклавши в рівняннях (4) – випадок 3.1, (5) – випадок 3.2, (6) – випадок 3.3 значення  $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ ,  $k \in Z$  одержимо  $\sin x = \cos x = 0$ , що суперечить умові  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ . Звідси, вихідне рівняння (1) та відповідно рівняння(4), (5), (6) – рівносильні.

**3.4.**  $b = c$ , тоді рівняння (1) рівносильне рівнянню  $\sin \frac{x}{2} (a \cos \frac{x}{2} - b \sin \frac{x}{2}) = 0$ , метод розв'язання як у пункті 3.2.2.

**IV. Алгебраїчний метод.** Можна виразити одну тригонометричну функцію через іншу, наприклад,  $\cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x}$  або  $\sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x}$ . Тоді отримаємо ірраціональне рівняння, наприклад,  $a \sin x + b \sqrt{1 - \sin^2 x} = c$ , яке після звільнення від радикала (піднесенням до квадрата) буде рівнянням –наслідком.

Проаналізувавши запропоновані вище методи розв'язання одного і того ж рівняння робимо узагальнення про те, що розв'язки існують за умови  $\left| \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right| \leq 1$ , тобто  $a^2 + b^2 \geq c^2$ ; нерідко одне і те ж тригонометричне рівняння може бути розв'язане різними способами; раціональність, простота процесу залежить від вибору способу розв'язання. Зокрема, звертаємо увагу на рівносильність перетворень в кожному із розглянутих способів. 1-й спосіб не приводить до появи сторонніх коренів, а втрата коренів має місце лише у випадку  $b = -c$ . Множина розв'язків  $x = \pi + 2\pi k$ ,  $k \in Z$  задовольняє рівняння (1), а це ті значення  $x$  при яких  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = 0$ . 2-й спосіб також не приводить ні до втрати коренів, ні до появи сторонніх. При 3-у, а також при 4-у способах можлива поява сторонніх коренів, тому недоцільно виражати одну функцію через іншу ( $\cos x$  на  $\sin x$  та навпаки) отже, одне і те ж тригонометричне рівняння може бути розв'язане різними способами, раціональність, простота процесу залежить від вибору способу розв'язання.

З метою запобігання помилок доцільно перед вивченням однорідних рівнянь відносно  $\sin x$  та  $\cos x$  присвятити окремо урок повторенню загальних питань про еквівалентність рівнянь. При повторенні систематизуються та узагальнюються відомі учням випадки порушення рівносильності при розв'язанні відповідних, доцільно дібраних вправ. Мета яких: не тренувати в техніці розв'язання рівнянь, а лише зосередити увагу на питанні рівносильності.

Вправи типу: 1. Чи можна вважати число  $2\pi$  коренем рівняння  $\frac{\operatorname{tg} x}{1 - \cos x} = 0$  ?

2. Чи має корені рівняння  $\frac{\cos x}{1 + 2 \operatorname{tg} x} = 0$  ?

3. Чи є  $\frac{\pi}{3}$  коренем рівняння  $\sin 3x (\operatorname{ctg}(x + \frac{2}{3}\pi)) = 0$  ?

4. Чи рівносильні рівняння:

а)  $\sin x (1 + \operatorname{ctg} x) = 0$  і  $1 + \operatorname{ctg} x = 0$  ?

б)  $\sin x (2 + \cos x) = 0$  і  $\sin x = 0$  ?

в)  $\sqrt{1 - \sin^2 x} = \frac{1}{2}$  і  $\cos x = \frac{1}{2}$  ?

#### Література

1. Виготський Л.С. Педагогическая психология.-М.:Просвещение, 1981.-480 с.

2. Давидов В.В. Теорія розвиваючого обучения / Международная Ассоциация "Развивающее обучение".- М.: Интор, 1996.-544 с.
3. Нестандартные приемы решения уравнений // Математика. – 1998, №37, с. 19-25.
4. Осинская В.Н. Формирование умственной культуры учащихся в процессе обучения математике: Кн. Для учителя.- К.: Рад. шк., 1989.-192 с.
5. Програми для спеціалізованих і профільних шкіл, ліцеїв та гімназій. Математика 8-11 клас.-К.: Перун, 1996.
6. Програми з математики для 5-11 класів середньої загальноосвітньої школи.- К.: Освіта, 1992. с.76.
7. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підр. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-Еко, 2000.-512 с.
8. Чашечникова О.С. Система компонентів творчого мислення, що можуть діагностуватися в процесі навчання математики// Дидактика математики: Проблеми і дослідження. Міжн. зб. наук. робіт.- Вип. 22- Донецьк: фірма ТЕАН, 2004.- с. 81-87.
9. Чашечникова О., Чашечникова Л., Мартиненко О. Програма спецкурсу "Графіки функцій та рівнянь, аналітичний вираз яких містить тригонометричні функції"//Математика в шк. – 2007.- №2. с. 3.
10. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для учнів 10 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закладах освіти.- К.: Освіта, 2000.-318 с.
11. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубінчук О.С. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для учнів 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів.- К.: Зодіак- ЕКО, 2002.- 272 с.

УДК 51(07)

## ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ КВАДРАТНОГО РІВНЯННЯ

Опанасенко В.Г.

Вивчаючи шкільний курс алгебри, алгебри і початків аналізу, учні постійно зустрічаються з квадратними рівняннями та квадратним тричленом. До квадратних рівнянь приводить також розв'язування багатьох задач з курсу фізики, економіки, астрономії.

Виникає потреба в дослідженні розв'язків квадратних рівнянь, зокрема якщо вони містять параметри.

I. Існування коренів квадратного рівняння та їх кількість.

Нехай дано квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ де } a \neq 0$$

1. Якщо  $D > 0$ , то рівняння має два різні дійсних корені;
2. Якщо  $D = 0$ , то рівняння має два дійсні рівні корені;
3. Якщо  $D < 0$ , то рівняння не має дійсних коренів.

II. Існування коренів певних знаків.

Для квадратного рівняння  $ax^2 + bx + c = 0$ , де  $a \neq 0$

Мають місце такі твердження:

1. Рівняння мають два додатні корені, якщо виконується умови:

$$\begin{cases} D \geq 0, \\ \frac{c}{a} > 0, \\ \frac{b}{a} < 0; \end{cases}$$

2. Рівняння має два від'ємні корені, якщо виконуються умови:

$$\begin{cases} D \geq 0, \\ \frac{c}{a} > 0, \\ \frac{b}{a} > 0; \end{cases}$$

3. Рівняння має корені різних знаків, якщо виконуються умови:

$$\begin{cases} D > 0, \\ \frac{c}{a} < 0; \end{cases}$$

4. Рівняння має два різні додатні корені, якщо виконуються умови:

$$\begin{cases} D > 0, \\ \frac{c}{a} > 0, \\ \frac{b}{a} < 0; \end{cases}$$

5. Рівняння має два різні від'ємні корені, якщо виконуються умови:

$$\begin{cases} D > 0, \\ \frac{c}{a} > 0, \\ \frac{b}{a} > 0; \end{cases}$$

III. Існування коренів, що задовольняють певні умови:

Нехай  $x_1, x_2$  – корені рівняння  $ax^2 + bx + c = 0$ , де  $a \neq 0$ ;  $x_1 \leq x_2$ ,

$\alpha \in R, \beta \in R$

$x_0 = -\frac{b}{2a}$  – абсциса вершини параболи,  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

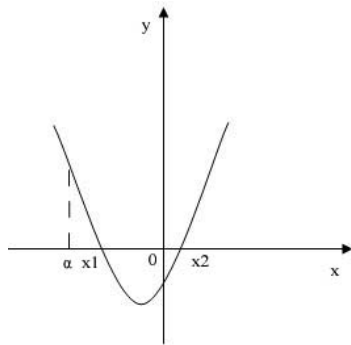
Тоді мають місце такі твердження:

1.  $x_1 > \alpha$ , якщо виконується така умова  $\begin{cases} D \geq 0, \\ af(\alpha) > 0, \\ x_0 > \alpha; \end{cases}$

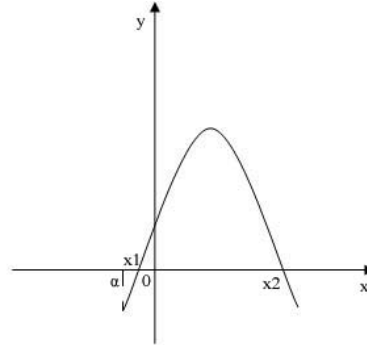
2.  $x_1 \geq \alpha$ , якщо виконуються умови  $\begin{cases} D \geq 0, \\ af(\alpha) \geq 0, \\ x_0 \geq \alpha \end{cases}$



$a > 0$



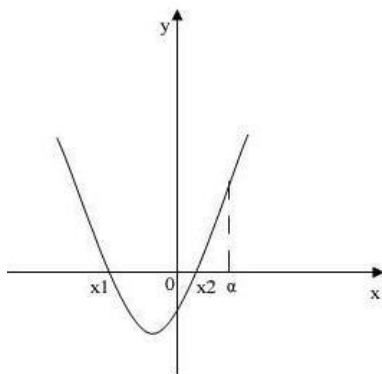
$a < 0$



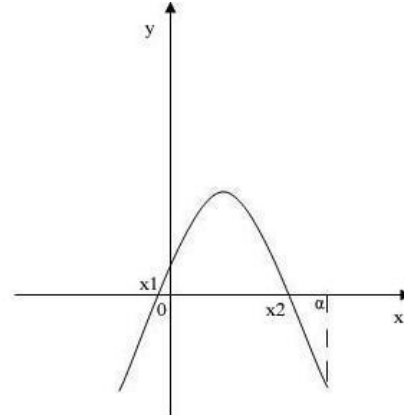
3.  $x_2 < \alpha$ , якщо виконуються такі умови  $\begin{cases} D \geq 0, \\ af(\alpha) > 0, \\ x_0 < \alpha; \end{cases}$

4.  $x_2 \leq \alpha$ , якщо виконуються умови  $\begin{cases} D \geq 0, \\ af(\alpha) \geq 0, \\ x_0 \leq \alpha; \end{cases}$

$a > 0$

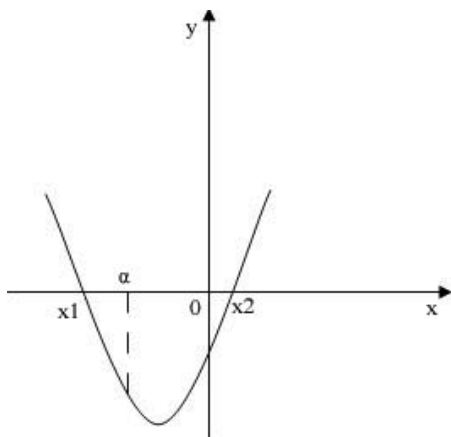


$a < 0$

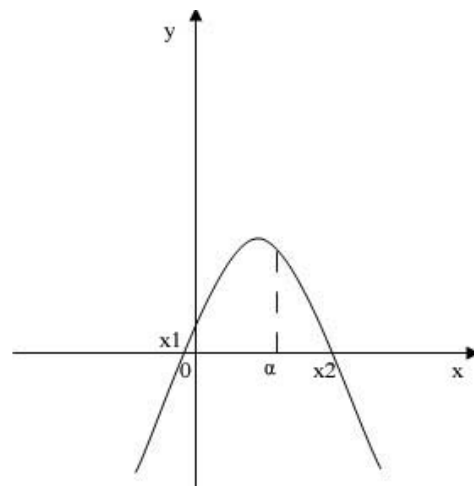


5.  $x_1 \leq \alpha \leq x_2$ , якщо виконується умова  $af(\alpha) \leq 0$

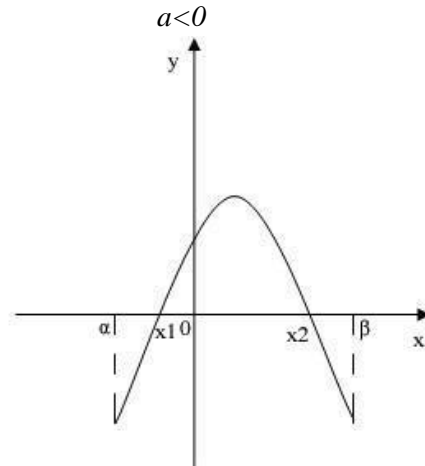
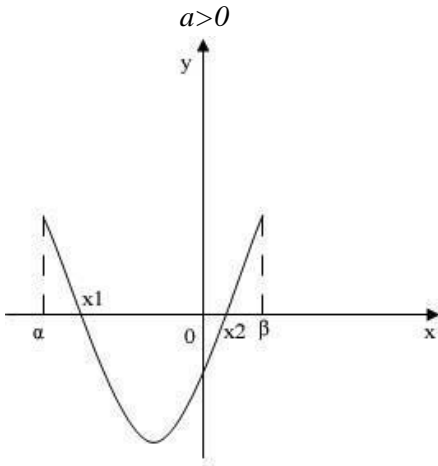
$a > 0$



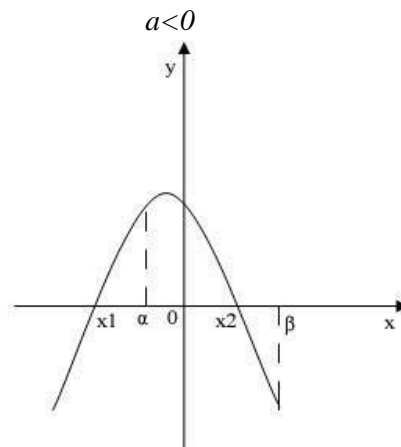
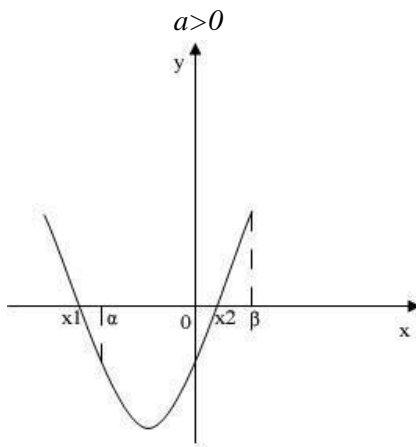
$a < 0$



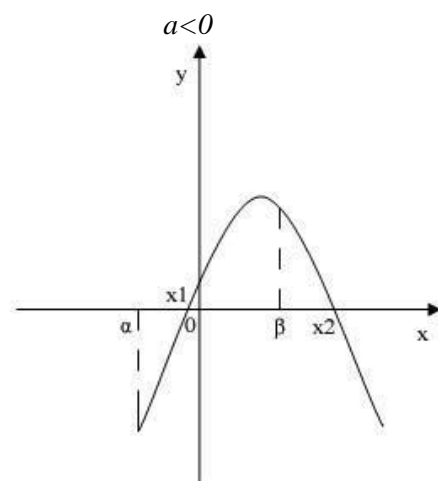
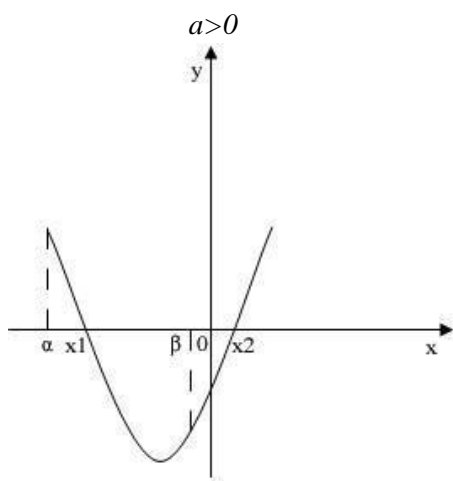
6.  $\alpha < x_1 < \beta, \alpha < x_2 < \beta$ , якщо виконується умова  $\begin{cases} D \geq 0, \\ af(\alpha) > 0, \\ af(\beta) > 0, \\ \alpha < x_0 < \beta; \end{cases}$



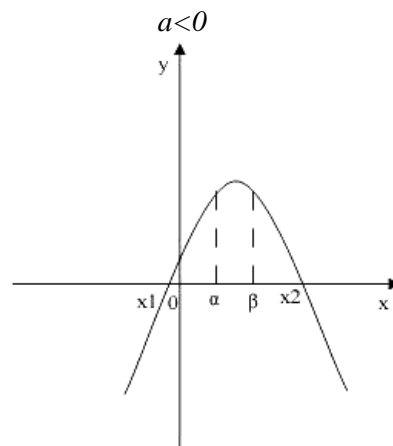
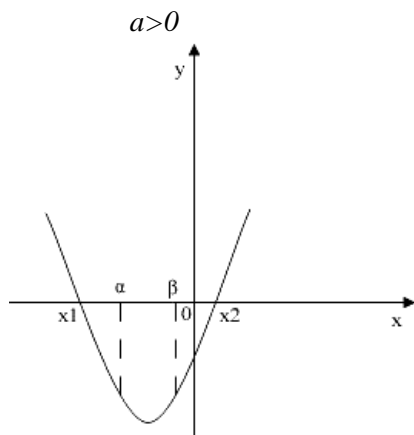
7.  $\alpha < x_2 < \beta, x_1 < \alpha$ , якщо виконуються умови  $\begin{cases} af(\alpha) < 0, \\ af(\beta) > 0; \end{cases}$



8.  $\alpha < x_1 < \beta, x_2 > \beta$ , якщо виконуються умови  $\begin{cases} af(\alpha) > 0, \\ af(\beta) < 0; \end{cases}$



9.  $x_1 < \alpha, x_2 > \beta$ , якщо виконуються умови  $\begin{cases} af(\alpha) < 0, \\ af(\beta) < 0; \end{cases}$



Систематизовані факти розв'язків квадратних рівнянь відіграють значну роль у загальноосвітньому та науковому розвитку учнів школи.

### Література

1. Горнштейн П.И., Полонский И.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. – К.: РІА "Текст" МП "ОКО" 1992. – 290с.
2. Гайштут А.Г., Литвиненко Г.Н. Алгебра. Решения задач и упражнений: Учеб. Издание. – К.: Майстр – S. 1997. – 256с.
3. Гайштут О.Г., Литвиненко Г.М. Розв'язування алгебраїчних задач. – К.: Рад. шк., 1991. – 224с.

УДК 372.851

## ПРО ДЕЯКІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МОЖЛИВОСТІ GRAN-2D ПРИ ВИКЛАДАННІ ГЕОМЕТРІЇ ТА АЛГЕБРИ

Харченко В.М., Ваврикович Л.В.

Перехід до інформаційного суспільства вимагає активнішого використання інформаційних технологій в освіті. До засобів, які рекомендовані МОН України належить пакет GRAN-2D. Крім значних можливостей по створенню геометричних об'єктів, цей пакет надає значні вимірювальні та обчислювальні можливості. Розглянемо деякі з них.

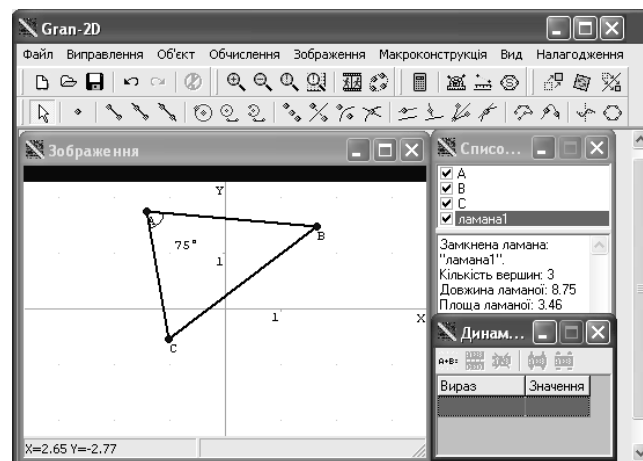



Рис.1. Вимірювання кута


Перш за все, у середовищі дозволяється вимірювати кути, вказавши три точки. Алгоритм даної операції такий:

1. Поставити курсор миші на кнопці "**Обчислення кута за трьома точками**"  та натиснути ліву кнопку миші. При цьому у полі підказки з'являється напис: "**Обчислення кута за трьома точками: виберіть три точки**".

2. Перевести курсор миші на точку кута, яка не є вершиною і натиснути ліву кнопку миші, потім – перевести на вершину кута і знову натиснути ліву кнопку миші. І, нарешті, курсор слід перенести на точку з іншої сторони кута та натиснути ліву кнопку миші.

По завершенні цих дій на зображенні з'являється величина кута (див. рис.1).

Досить простий алгоритм вимірювання довжин відрізків:

1. Поставити курсор миші на кнопку "**Обчислення відстані між двома точками**"  і натиснути ліву кнопку миші. При цьому у полі підказок з'являється напис: "**Обчислення відстані між двома точками: виберіть дві точки**".

2. Перевести курсор на першу із потрібних для вимірювань точок і натиснути ліву кнопку миші.

3. Перевести курсор миші на другу точку та знову натиснути ліву кнопку миші. Після цього на екрані з'являється довжина відрізка.

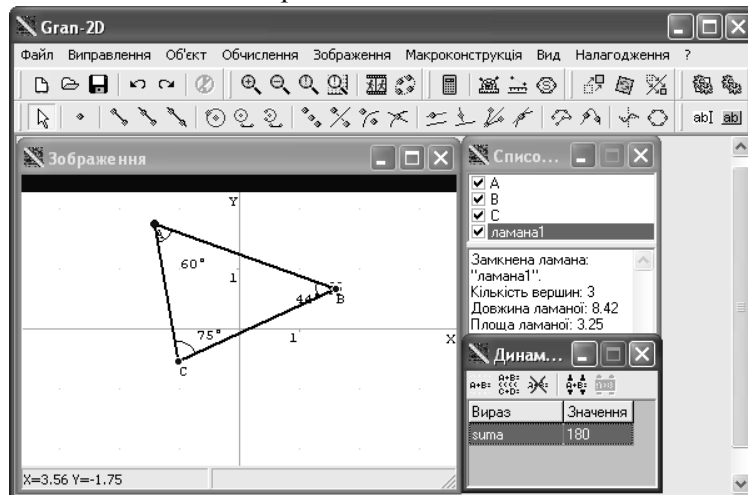


Рис.2. Неточність вимірювань кутів (сума кутів 179°)

Зауважимо, що вимірювання величин в GRAN-2D виконуються наближено. Наприклад, трапляються випадки, коли вимірювання суми кутів трикутника дещо не співпадатимуть з теоретичним матеріалом. Так сума кутів трикутника при деяких величинах сторін може дорівнювати 179° або ж 181° (див. рис.2 та рис.3). Характерно, що при деяких побудовах трикутника з довжинами 1,7, 1,7 та 2,6 сума кутів трикутника була 180°, а в деяких 179°. Збільшивши кількість цифр у відповідях стало зрозумілим, що випадки ці різні. Зокрема, при довжинах сторін 1,67, 1,7 та 2,63 виміряні кути трикутника в сумі дають 179°, а при 1,72, 1,73 та 2,61 – 180°. Коли ж взяти довжини сторін 2,69, 2,72 та 2,77, то сума кутів трикутника становитиме 181°. Така сама невідповідність теорії буде і при побудованому трикутнику з довжинами сторін 3,59, 3,88 та 4,45. Швидше за все, при обчисленнях величини кута трикутника відбувається заокруглення числа до цілих градусів, що й спричинює таку невідповідність теоретичному матеріалу.

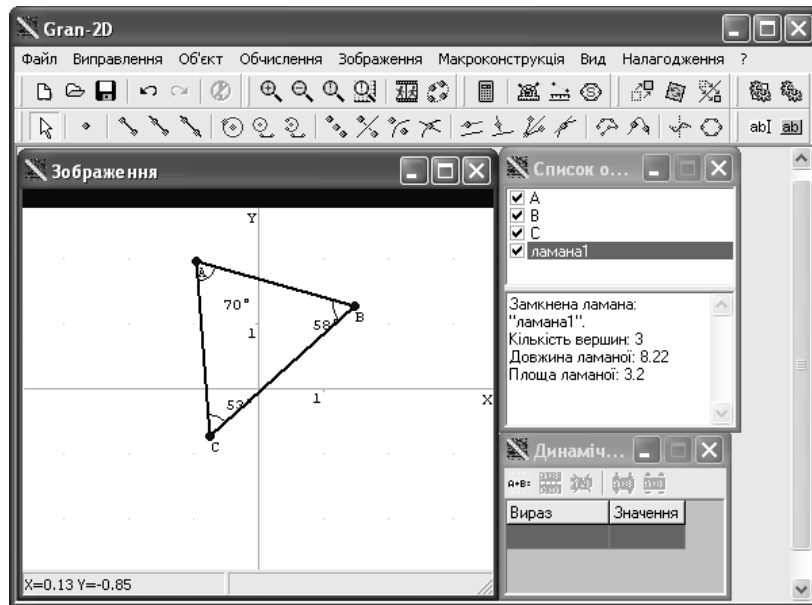



Рис.3. Неточність вимірювань кутів (сума кутів 181°)

Крім описаних вимірювань, у середовищі GRAN-2D автоматично виконуються такі обчислення: довжина ламаної, площа багатокутника, довжина кола та площа круга. Ці дані виводяться у полі характеристик поточного об'єкта, якщо геометричний об'єкт виділений.

Кнопка  призначена для виклику вікна "Обчислення" (див. рис.4). У ньому виконуються обчислення значення функції в точці та знаходження значення похідної чи інтеграла. Виконання обчислень у даному вікні інтуїтивно зрозуміле.

На вкладці "Значення в точці" вікна "Обчислення" (див.рис.4) слід вказати у поле вираз, який потрібно обчислити. Після введення даних для виконання обчислення необхідно "натиснути" кнопку "Обчислити", після чого результат буде виведено у поле "Результат обчислень".

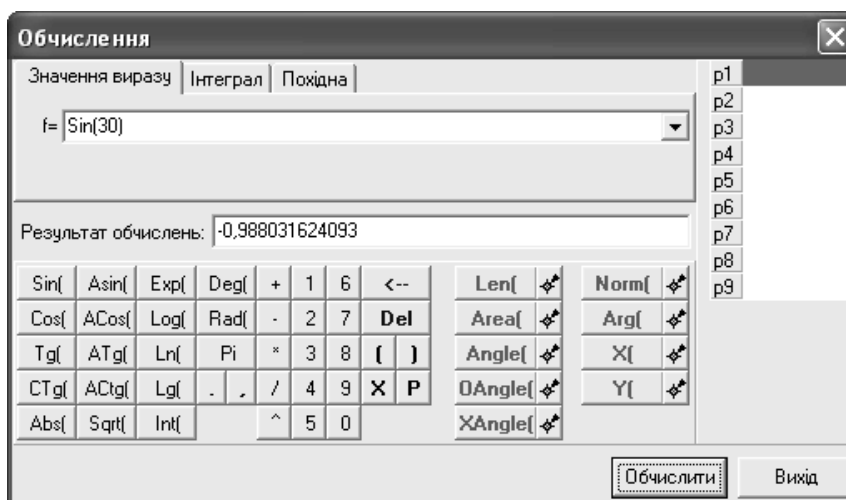


Рис. 4. Вікно "Обчислення"


Числові значення і вирази потрібно подавати за правилами, що використовуються у мові програмування Basic, зокрема символ ^ означає піднесення до степеня. Серед функцій

відзначимо позначення: "*Exp*" (відповідник функції  $y=e^x$ ), "*Int*" (знаходження цілої частини аргумента), "*Sqrt*" (відповідник  $y = \sqrt{f(x)}$ ), "*Abs*" (відповідник функції  $y=|f(x)|$ ).

Для наближеного обчислення значень визначених інтегралів виду  $\int_a^b f(x) dx$  від неперервних на проміжку  $[a,b]$  функцій виду  $y=f(x)$  використовують іншу вкладку вікна "*Обчислення*" – "*Інтеграл*". У ній біля напису  $f(x)=$  необхідно ввести вираз підінтегральної функції, а у полях  $a=$  та  $b=$  вказати значення нижньої та верхньої меж інтегрування. Після введення даних для виконання обчислення необхідно натиснути кнопку "*Обчислити*", після чого результат буде виведено у поле "*Результат обчислень*".

Щоб обчислити значення похідної в точці необхідно вибрати вкладку "*Похідна*". У ній слід ввести вираз функції у поле " $f(x)=$ ", а в поле "*В точці x=*" ввести координату точки, у якій необхідно знайти значення похідної. Після введення даних для виконання обчислення необхідно натиснути кнопку "*Обчислити*", після чого результат з'явиться в полі "*Результат обчислень*".

Досить цікавою є можливість використання переліку динамічних виразів. У GRAN-2D дозволяється вводити вирази, що можуть містити посилання на наявні об'єкти. При цьому виконуються обчислення таких виразів. Якщо користувач змінить наявні у виразі об'єкти, то буде автоматично змінено й обчислення виразів. Так, наприклад, ввівши вираз, що обчислює суму двох деяких кутів трикутника, надалі можна змінювати положення будь-якої з його вершин – при цьому автоматично буде обчислено нове значення суми. Такі вирази називають *динамічними*.

Для створення динамічного виразу необхідно поставити курсор миші на кнопку  та натиснути ліву кнопку миші. У результаті з'являється вікно, що подане на рис.5.

Крім частково розглянутих позначень панелі функцій детальніше зупинимося на нових.

*Len(точка1,точка2)* – обчислює відстань між точками. У дужках подаються назви двох точок, відстань між якими необхідно обчислити. Назви точок розділяють комою.

*Angle(точка1,точка2,точка3)* – обчислює кут між відрізками, що мають спільну вершину *точка2*. У дужках подаються назви трьох точок, розділені комою, що є кінцями відрізків, при цьому другою вводиться назва спільної точки.

*Area(точка1,точка2,точка3,...)* – обчислює площу многокутника. У дужках подаються (по порядку) назви всіх вершин многокутника, розділені комою.

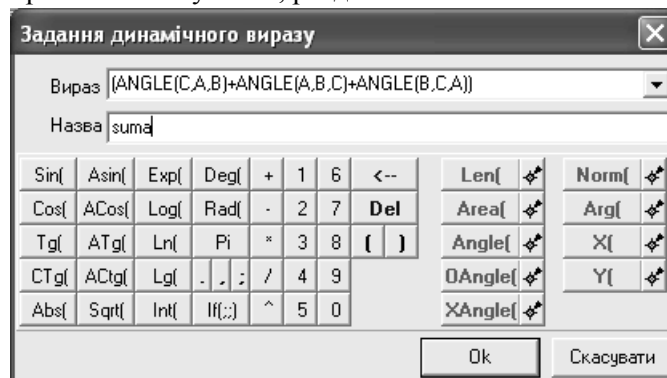


Рис.5. Вікно задання динамічного виразу

Зауважимо, що кут обчислюється в радіанах, причому він може бути від'ємним. Щоб обчислити суму кутів трикутника у звичному для учнів вигляді слід ввести у поле "Вираз" таке значення:

$$(ABS(ANGLE(A,B,C))+ABS(ANGLE(B,A,C))+ABS(ANGLE(B,C,A))) * 180/PI$$

До речі, навіть тоді, коли у області зображень буде виводитись  $179^\circ$  чи  $181^\circ$ , дана формула виводитиме  $180^\circ$ .

Тому при дослідженні суми кутів трикутника краще використовувати саме динамічний вираз.

Отже, пакет GRAN-2D є достатньо потужним засобом для досліджень геометричних та алгебраїчних об'єктів, але учителям слід пам'ятати, що він використовує в навчанні наближені обчислення.

### Література

1. Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Винніченко Є.Ф. Математика з комп'ютером. – К: РННЦ "ДНІТ", 2007. – 216 с.

УДК 52.025

## ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМИ STAR CALC ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ЗОРЯНОГО НЕБА

Аніщенко В.О., Грищенко Г.П., Костенко І.А.

Порівняно з традиційними методами вивчення зоряного неба, які зводяться до використання простого приладу – рухомої карти зоряного неба (РКЗН), інформаційні технології відкривають для спостерігача абсолютно нові можливості. Сьогодні астрономи-аматори та професіонали мають широкий вибір програмного забезпечення, яке дозволяє вивчати зоряне небо за допомогою свого персонального комп'ютера. До такого програмного забезпечення належать візуалізатори, мультимедійні енциклопедії, програми-планетарії [1-3].

На наш погляд варто звернути увагу на досить просту і доступну програму Star Calc [4], створену О. Завалішиним (м. Воронеж, РФ). Ця програма є інтерактивним планетарієм, який дозволяє спостерігати на екрані комп'ютера зоряне небо в будь-який момент часу і з будь-якої точки земної поверхні. Вона може працювати в операційних системах WINDOWS 95/98/2000/XP/7/Vista. Обсяг базової стандартної версії програми 1,4 Мб. Складається програма з ядра та дванадцяти стандартних компонентів. Це кольори зір, власні імена зір, контури сузір'їв і межі між ними, назви сузір'їв, лінія горизонту, екваторіальна та горизонтальна координатні сітки, яскраві туманності та зоряні скупчення, планети Сонячної системи, Місяць та місячні затемнення, Сонце та сонячні затемнення.

За бажанням користувача можна розширити можливості програми за допомогою готових файлів-доповнень, що є в теці "Plugins." Ці файли дозволяють кооптувати до програми лінію екліптики, Чумацький Шлях, об'єкти каталогів NGC та IC, SAO, TYCHO-2, GSC, USNO-A2.0, астероїди, періодичні комети.

Запустивши файл starcalc.exe, спостерігач бачитиме небесні об'єкти станом на даний момент часу в масштабі 100%. Всі параметри відображення об'єктів можна підбирати за бажанням користувача. Наприклад, додати або вилучити групи об'єктів, що відображаються, вибрати крок координатних сіток, встановити тип і вид проекції зоряного неба, змінити кольори ліній та об'єктів, фон нічного, присмеркового і денного неба, обмежити блиск видимих зір і т. д. Масштаб зображення можна вибрати від 50 до 200000%, дату – від 1 січня 9999 р. до н.е. до 31 грудня 9999 р. н.е., встановити час з точністю до однієї секунди. При збільшеннях до 600% автоматично працює режим "швидкого перегляду", який відображає, зокрема, зорі до  $6,5^m$ , яскраві туманності та зоряні скупчення (рис. 1).

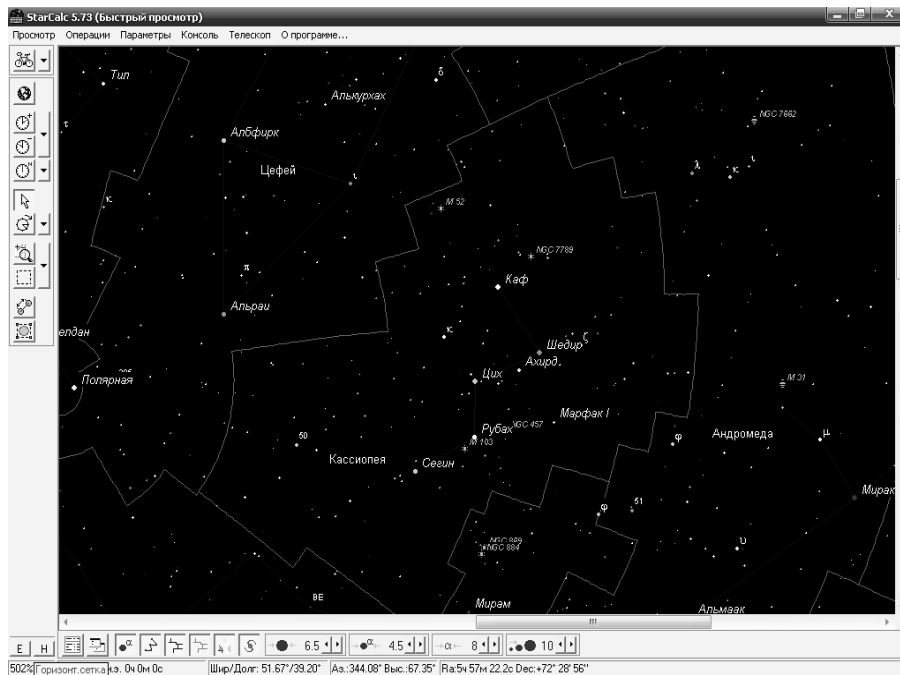


Рис. 1. Скриншот програми Star Calc в режимі швидкого перегляду

Якщо ж збільшення переважає 600%, то режим автоматично змінюється на більш детальний, який дозволяє відобразити об'єкти каталогу NGC і слабкі зорі з каталогів, що підключаються. Дуже зручний режим "відстежування об'єктів", при якому виділені об'єкти розташовуються в центрі вікна програми. В цьому режимі краще всього стежити за ходом затемнень, тощо.

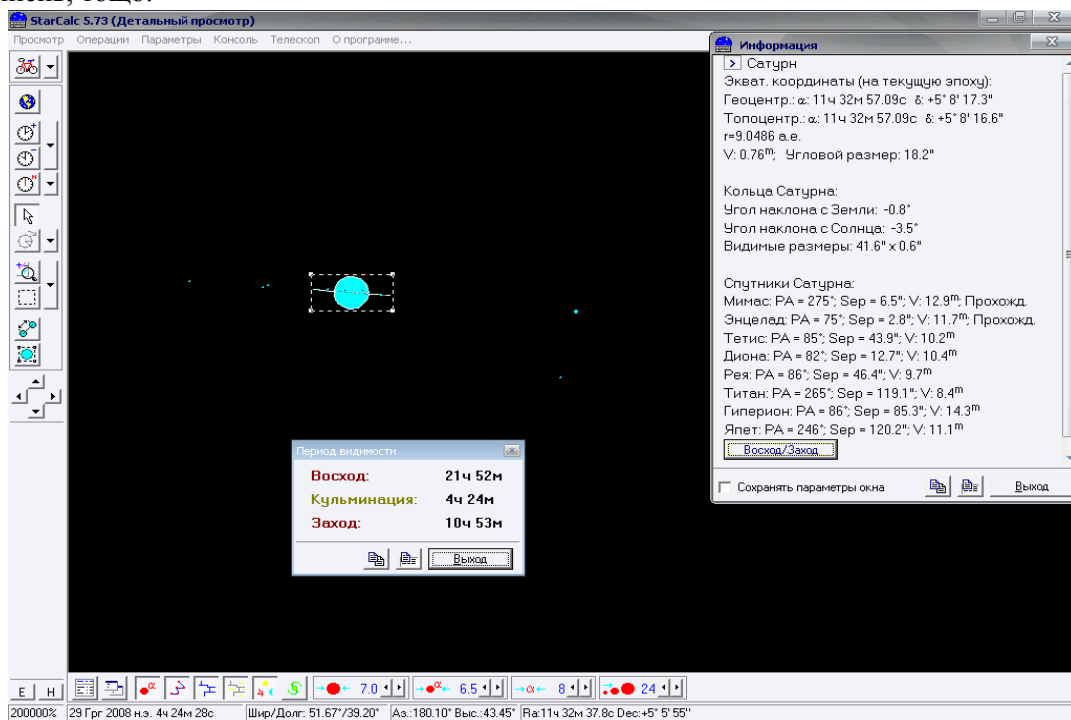


Рис. 2. Відображення Сатурна, його кільця, восьми найяскравіших супутників та довідка про відображені об'єкти



Програма також дозволяє роздруковувати видиме зображення та зберігати його у вигляді окремого файлу форматів bmp, gif, wmf, emf; за координатами, власними іменами або порядковими номерами знаходити об'єкти, що відображаються; одержувати інформацію про об'єкти в різних системах ліку часу (місцевий, зоряний, UT,JD і т. д.); повертати небосхил на будь-який кут; одержувати інформацію про сонячні і місячні затемнення для даної місцевості; розраховувати ефемериди об'єктів та виводити їх в консоль і т.д.

В певному сенсі Star Calc дублює (і доповнює) астрономічні календарі. Інформація про будь-який об'єкт включає його координати, моменти сходу, кульмінації і заходу, а також блиск. Стосовно планет можна дізнатися про їх відстань до Землі, фазу, розташування супутників, тощо (рис. 2).

Програма дозволяє роздруковувати детальні кольорові карти обраних ділянок зоряного неба у вибраному масштабі і створювати таким чином атласи зоряного неба, які можуть бути використані для організації навчального процесу з астрономії у ВНЗ та середніх школах.

### Література

1. <http://www.fourmilab.ch/homeplanet/homeplanet.html>
2. [http://www.skymap.com/skymap\\_eval.htm](http://www.skymap.com/skymap_eval.htm)
3. <http://www.cybersky.simplenet.com/d.html>
4. <http://www.relex.ru/~zalex/main1251.htm>

УДК 53. 092

## ВНЕСОК НІКОЛИ ТЕСЛИ В РОЗВИТОК ЕНЕРГЕТИКИ

Квач Є. М., Кнорозок Л. М., Сидоренко Т. М.

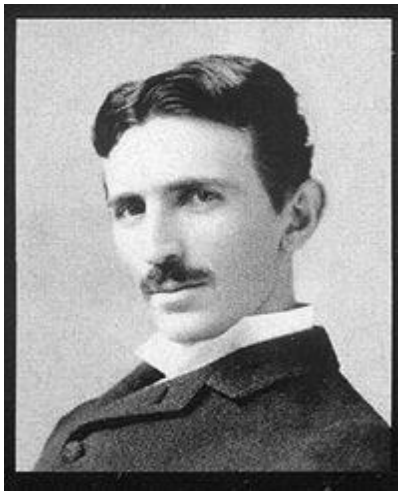


Рис. 1. Нікола Тесла  
10.07.1856 – 07.01.1943

У науковому світі є постаті, чиє життя назавжди залишиться загадкою для людства. "Надлюдина" – так називали Ніколу Теслу сучасники за його досліди у сфері використання можливостей електричного потенціалу.

Аналіз наукового доробку Н. Тесли, здійснюваний протягом останніх десятиліть, сприяв установленню біографічних фактів про вченого, описові його винаходів та практичному їх застосуванню. На сьогодні активно впроваджуються його розрахунки та схеми в авіатехніці, під час установлення безпровідникового радіозв'язку, у військовій галузі. Проте, незважаючи на посилений інтерес фізиків, електриків-експериментаторів, техніків до наукових напрацювань Н. Тесли, *ні в шкільному курсі фізики, ні в підручниках для вищих навчальних закладів із дисципліни "Історія фізики"* вичерпно не описані його життєвий шлях та наукові здобутки, у жодному навчальному виданні не зазначається, що саме він ще наприкінці XIX ст. висунув ідею про створення сучасної мережі Інтернет, електронного мікроскопа, мобільних телефонів та ін. Автори наголошують лише на тому, що на його честь названа одиниця вимірювання магнітної індукції – Тесла.

Метою цієї статті є з'ясування біографічних відомостей та наукових досягнень вченого-фізика, експериментатора Ніколи Тесли.

За легендою, Н. Тесла народився точно опівночі 10 липня 1856 р. під час грозової ночі в хорватському селищі Сміляни [1, с. 262].

Бібліографи життя науковця зазначають, що його батько – Рев Мілутін Тесла – був сільським священиком, писав вірші, філософські статті й друкував їх у місцевих газетах і журналах. Мати – Джука Тесла (Мандік) – не вмiла ні читати, ні писати, але сама змайструвала безліч приладів, що полегшили їй домашню працю. Сам Нікола стверджував, що свої винахідницькі здібності він успадкував не від батька, який мав освіту, а від неписьменної матері. У сім'ї зростало п'ятеро дітей – двоє хлопців і троє дівчат. 1862 р. родина переїхала до Сербії й оселилася в м. Госпічі. Згодом Тесла студіював електротехніку у вищому технічному училищі в м. Граці (Австрія), де намагався здобути диплом бакалавра. Але керівництво училища, за дослідженнями бібліографів [5], не затвердило йому цей ступінь через часті пропуски лекцій. 1880 р. Н. Тесла вступив до Карлового університету (Прага), а 1881 р. переїхав до Будапешта, де влаштувався на роботу в телеграфну компанію.

Як зазначає М. Непомнящий, у 1882-1884 рр. Н. Тесла працював у Франції, у цей період молодий винахідник створив діючу модель індукційного генератора змінного струму.

У 1884 р. він від'їжджає до США, де влаштовується на роботу в лабораторію фізика Т. Едісона. Експериментатор працював по вісімнадцять годин на добу без вихідних, поліпшив конструкцію едісоновських динамо-машин, збільшивши їх ККД. Т. Едісон схвалював його ідеї. Двадцять чотири типи динамо-машин спроектував для нього Н. Тесла, зумів зменшити габарити магнітних сердечників, обладнав машини автоматикою. Однак молодий учений, за архівними матеріалами, не одержав ані centa – ні за винаходи, ні за сотні понаднормових, тому навесні 1885 р. звільнився [1, с. 263].

За період роботи в Т. Едісона він здобув репутацію як фахівець у галузі електротехніки. Кілька підприємців вирішили організувати компанію під його керівництвом. М. Адамчик у своїй праці вказує, що Н. Тесла мріяв проводити експерименти зі змінним струмом, та меценати не підтримали цієї ідеї, а запропонували вченому розробити економні дугові ліхтарі для освітлення вулиць і фабричних цехів.

Ліхтарі він сконструював, налагодив їхнє виробництво, одержав на них кілька патентів. Підприємство стало приносити великі прибутки, але разом із тим засновники витиснули Н. Теслу з компанії. Він залишився без коштів і цілий рік підробляв ремонтом електричної апаратури [2, с. 284].

Як тільки склалися сприятливі умови для роботи, Н. Тесла взявся конструювати серію нових пристроїв. Під його керівництвом були виготовлені три комплекти динамо-машин і електромоторів, автоматика до них – для однофазної, двофазної та трифазної систем, проведені досліди з чотири- і шестифазними струмами, із різними сполученнями цих систем. Через кілька місяців учений передав свій двофазний мотор у Корнельський університет (США) для випробувань, а сам почав розробляти загальну математичну теорію електроапаратури. 12 жовтня 1887 р., через півроку після відкриття лабораторії і через п'ять з половиною років після того, як він розробив теорію обертового магнітного поля, повірені Н. Тесли подали на всі його винаходи єдину заявку. Експерти, однак, запропонували отримати сім окремих патентів, оскільки винаходи мали світове значення.

Ще через півроку Н. Тесла одержав сім патентів на одно- і багатofазні двигуни, трансформатори. Із часом він запатентував наступні двадцять три винаходи (усього протягом життя він отримав близько 800 патентів) [5].

Наукові доробки геніального хорвата внесли масштабні зміни у сферу енергетики. В едісоновських системах на постійному струмі, зауважував Н. Тесла, через складність трансформаторних перетворень немає сенсу піднімати напругу вище 220 В, відповідно вона швидко падає в мережі. Щоб хоча б частково компенсувати ці втрати, динамомашини доводиться проектувати на 120 В замість стандартних 110 В, на які розраховані лампи. Як результат поблизу електростанції напруга підвищена, а вже за півмилі від неї – лише 90 В, і лампочки, що не дуже яскраво світять навіть при 110 В, при 90 В ледь жевріють. Великими

також є теплові втрати в мережі. Отже, електростанція Едісона може обслуговувати район радіусом у милю (1,609 км), це її межа. Щоб освітити велике місто (не беручи до уваги віддалені населені пункти), потрібно побудувати десятки електростанцій.

Система Н. Тесли звільняла електроенергетику від просторової залежності. Пристрої, що працюють на змінному струмі, простіші та зручніші в користуванні; напруга в них легко змінюється за допомогою елементарних трансформаторів. Підвищуючи її за методом винахідника до кількох тисяч вольт і одночасно знижуючи силу струму, можна було практично необмежено збільшувати пропускну здатність ліній. Н. Тесла уможливив дешеву передачу енергії на великі відстані. Стало зручно будувати електростанції поблизу вугільних шахт чи на великих ріках і звідти передавати енергію до місць споживання [2, с. 282].

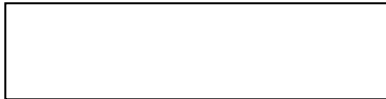
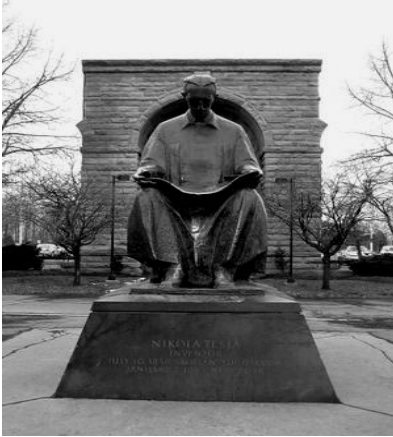
Працюючи над багатофазною системою, зауважує М. Удовиченко [3, с. 14], Н. Тесла вивчив досить широку область частот і помітив, що в міру їхнього збільшення устаткування стає легшим, усе менше для цього потрібно заліза. Експериментатор вирішив досліджувати такі частоти, при яких, як він вважав, можна буде обійтися взагалі без заліза в магнітному ланцюзі.

За дослідженнями Н. Тесли, плавно підвищуючи частоту електричних коливань аж до світлового діапазону, можна отримати світло прямим способом, більш ефективним, ніж за допомогою ламп розжарювання, де потік корисного випромінювання поглинається тепловим. Н. Тесла сконструював багатополюсні динамомашини змінного струму. Така 384-полюсна машина давала частоти до 10 тис. герц, при яких електроенергія передавалася на великі відстані краще, ніж при 60 герцах. Подібні струми було складно трансформувати, але вчений розробив високочастотні трансформатори без залізних осердь, які склалися лише з концентричних первинної і вторинної обмоток, таким чином вирішивши цю проблему. Згодом їх назвали "котушками Тесли". У них збуджувалися коливання з частотою 150 кГц, напругою 7 млн. В, які пробивали повітряний проміжок шириною два дюйми. Трохи пізніше експериментатор винайшов для високовольтних пристроїв надійну ізоляцію, яка сьогодні є загальнозживаною. Одночасно Н. Тесла розробив високочастотний генератор без обертових частин – зі зворотно-поступальним рухом поршня, що обертався за допомогою пари чи стисненого повітря. Ця машина давала струм із недосяжною на звичайному генераторі стабільною частотою 20 тис. герц, що, у свою чергу, спонукало вченого до нових досліджень, зокрема винайдення електрогодинника, який патентувати Н. Тесла не став, вважаючи цей пристрій дрібницею [3, с. 14].

Публічна демонстрація багатофазної системи змінного струму відбулася на Всесвітній виставці в Чикаго, влаштованій у 1893 р. з нагоди 400-річчя з дня відкриття Америки. Це була перша Всесвітня виставка з електричним освітленням. Усе освітлювальне устаткування й енергопостачання здійснювала компанія Вестингауза, продемонструвавши широкі можливості винаходів Н. Тесли. Тут учений мав власні стенди. Один із його експонатів – металеве яйце, що крутиться. Воно лежало на підставці, покритій оксамитом; Н. Тесла клацав умикачем, і яйце починало швидко обертатися. Публіці подобалося чудо, але навряд чи хто розумів, що це просто ілюстрація принципу обертового магнітного поля, яке збуджувалося багатофазними змінними струмами. Найбільшу увагу привернув експеримент зі струмом під напругою в мільйон вольт, який винахідник безбоязно пропускав крізь себе. Ще вісім років до цього Т. Едісон оголосив високовольтний змінний струм смертельно небезпечним, тож Н. Тесла спростував цю теорію.

Ще одним його досягненням є використання можливостей Ніагарських водоспадів. Їхній енергетичний потенціал – від 4 до 9 млн. кінських сил – спочатку планувалося використовувати механічно за допомогою водяних коліс. Однак стало очевидним, що набагато раціональніше перетворювати механічну енергію в електричну за допомогою динамомашин (вони приводяться в рух від водяних коліс) і розподіляти її по прилеглих районах.

Н. Тесла спроектував і побудував передавальну та приймальну радіостанції: вони вже працювали на невеликих відстанях, у лабораторії та в межах міста. Вирішальний експеримент, що, можливо, дав би вченому пріоритет у винаході радіо, був запланований на весну 1895 р., але 13 березня будинок, де знаходилася лабораторія Н. Тесли, згорів. Вогнем були знищені прилади, устаткування, а головне – записи й щоденники фізика [3, с. 15].



Близько року він обладнував нову лабораторію. Свої експерименти Н. Тесла поновив у 1889 р. і незабаром винайшов електронну лампу – попередницю сучасних радіоламп. У 1892 р. учений демонстрував її в радіоустановці на лекціях у Лондоні та Парижі.

Саме Н. Тесла першим, як стверджують науковці [1, с. 264], описав природу електрона.

У 1912 р. зі Шведської академії надійшло повідомлення, що кандидатами на Нобелівську премію з фізики за 1912 р. висунуті Нікола Тесла й Томас А. Едісон. Однак премія так і не була їм вручена, її присудили шведському вченому Нільсу Далену. "Теслою" ж названа одиниця магнітної індукції в Міжнародній системі одиниць [2, с. 283].

Досліди вченого пов'язували зі славнозвісним Тунгуським метеоритом. За свідченнями очевидців, 30 червня 1908 р. о 7.00 год. за місцевим часом над територією басейну Єнісею з південного сходу на північний захід пролетіла велика вогняна куля. Політ закінчився вибухом на висоті 7 – 10 км над незаселеним районом тайги. Сила вибуху оцінюється в 10 – 40 мегатонн, що відповідає енергії середньої водневої бомби. Вибухова хвиля двічі обігнула земну кулю. Вона була зареєстрована в обсерваторії Ботавія. Сейсмічні хвилі спостерігались в Іркутську, Ташкенті, Ієні, Тбілісі. Речовини ж гіпотетичного Тунгуського метеороїда на місці події так і не знайдено. Є припущення вчених, що трагедію в тайзі спровокували експерименти Н. Тесли з електричною енергією [4].

Отже, узагальнення досліджень науковців, бібліографів життя і діяльності Н. Тесли дають підстави для констатації певних висновків: наукові напрацювання Н. Тесли не втратили своєї актуальності до сьогодні. Багато розробок, ідей автора взагалі ще не реалізовані.

### Література

1. Непомнящий Н. Н. Тайны Нового времени. – М.: Вече, 2001. – 352 с.
2. Сто учёных, изменивших мир: Сто открытий, перевернувших наше представление о мире / М. В. Адамчик. – Минск: Харвест, 2006. – 304 с.
3. Удовиченко М. Нікола Тесла // Новини енергетики. – 2006. – №5. – С. 14 – 15.
4. [http://uk.wikipedia.org/wiki/Нікола\\_Тесла](http://uk.wikipedia.org/wiki/Нікола_Тесла).
5. <http://www.epochtimes.com.ua/articlesview77229.html>.

## ЗМІСТ

## 1. МАТЕМАТИКА

- Чорненька О. В.* Лінійні сингулярно збудені системи диференціальних рівнянь з особливою точкою у випадку простого спектра головного оператора .....3  
*Старун І. І.* Крайова задача для сингулярно збуденої системи другого порядку .....9

## 2. ІНФОРМАТИКА

- Фетісов В. С.* Підбір аналітичного виразу функції за допомогою програми Find-Graph .....14  
*Фетісов В. С.* Програма візуалізації даних Sci DAVis .....17  
*Головіна Н. О.* Опрацювання результатів тестування з використанням табличного процесора Open Office.org Calc .....24  
*Доліч О. В.* Головні архітектурні принципи побудови UNIX .....29  
*Казачков І. В., Колбасін М. І.* Застосування інтернет технології для навчання та анкетування .....33  
*Сидоренко Т. М., Кавунник А. Л.* Електронний тест як засіб моніторингу навчальних досягнень студентів історико-юридичного факультету .....38

## 3. ФІЗИКА

- Венгер Є. Ф., Євтушенко А. І., Мельничук Л. Ю., Мельничук О. В.* Дослідження монокристалів оксиду берилію методами спектроскопії порушеного повного внутрішнього відбивання .....43  
*Венгер Є. Ф., Євтушенко А. І., Мельничук Л. Ю., Мельничук О. В.* Дослідження поверхневих поляритонів ZnO у сильному однорідному магнітному полі .....50  
*Шевчук О. Г., Шевчук М. О.* Кінетика термоспустощення слабо заповнених рівнів прилипання напівпровідникових структур в залежності від кількості типів цих рівнів в умовах квазістаціонарного наближення та лінійної зміни температури зразка .....64  
*Шевчук О. Г., Шевчук М. О.* Застосування методу найскорішого спуску до аналізу спектрів термостимульованої провідності гетероструктур із різкою гетеро межею .....70  
*Шевчук О. Г., Шевчук М. О.* Теоретичні основи розрахунку параметрів забороненої зони напівпровідникових гетероструктур з аналізу їх вольтамперних характеристик .....75  
*Ігнатенко В. А., Кнорозок Л. М., Павленко Я. М.* Контроль кількісного аналізу напівпровідникових сполук на основі InSb методом емісійного спектрального аналізу .....80

## 4. МЕТОДИКА ТА ПРОБЛЕМИ ПЕДАГОГІКИ

- Аніщенко О.В.* Методи досліджень наукової організації праці школярів в історії розвитку педагогічної науки і практики в Україні .....83  
*Руденко М. П.* Професіограма вчителя фізики .....86  
*Закалюжний В. М.* Фізичні задачі з техніко-технологічним змістом як засіб мотивації учіння фізики .....92  
*Дудка І. В., Бойко М. П.* Дидактичні засоби в системі навчання фізики основної школи .....95  
*Петрик М. А., Скрипка Я. М., Шовкопляс В. С.* Вивчення теми "Дифракційні вінці" на заняттях фізичного гуртка в загальноосвітньому навчальному закладі .....98  
*Варущик Н. П., Корнійчик О. Л.* Психолого-дидактичні закономірності розв'язування рівнянь та нерівностей, що містять модуль .....101  
*Барило Н. А., Петрик М. А.* Формування теоретичного мислення в процесі розв'язання тригонометричних рівнянь у школі .....105  
*Опанасенко В. Г.* Дослідження розв'язків квадратного рівняння .....111  
*Харченко В. М., Ваврикович Л. В.* Про деякі обчислювальні можливості GRAN-2D при викладанні геометрії та алгебри .....115  
*Аніщенко В. О., Грищенко Г. П., Костенко І. А.* Використання програми STAR CALC для вивчення зоряного неба .....119  
*Квач Є. М., Кнорозок Л. М., Сидоренко Т. М.* Внесок Ніколи Тесли в розвиток енергетики .....121

Наукове видання

## ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ЗБІРНИК

Збірник наукових праць

Відповідальний редактор – Аніщенко В.О.  
Технічний редактор – Лисенко М.М.  
Верстка, макетування – Борщ О.В.

Книга друкується за авторським редагуванням.

---

Підписано до друку 21.12.09 р.  
Гарнітура Computer Modern.  
Замовлення №

Формат 60x84/8.  
Ум. друк. арк. 8,5

Папір офсетний.  
Тираж 55 прим.

---



Видавництво  
Ніжинського державного університету  
імені Миколи Гоголя.  
м. Ніжин, вул. Воздвиженська, 3/4.

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру  
суб'єкта видавничої справи ДК №2137 від 29.03.05 р.

8(04631) 7-19-72  
E-mail: vidavn\_ndu@mail.ru