Міністерство освіти і науки України

Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя

Навчально-науковий інститут природничо-математичних, медико-біологічних наук та інформаційних технологій

Кафедра інформаційних технологій,

фізико-математичних та економічних наук

Освітня програма: Середня освіта (Математика)

Спеціальність: 014.04 Середня освіта (Математика)

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**

на здобуття освітнього ступеня *магістр*

**ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ УЧНІВ СТАРШОЇ ШКОЛИ В КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ (на прикладі теми "Прямі і площини у просторі")**

студента **Глемезди Владислава Володимировича**

**Науковий керівник:**

Пузирьов Володимир Євгенович,

доктор фіз.-мат. наук, професор

**Рецензенти:**

Віра М.Б., кандидат фіз.-мат. Наук, доцент,

Петриченко Н.Г., учитель математики, спеціаліст вищої категорії

Допущено до захисту: \_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2024р.

Завідувач кафедри

проф.\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Казачков І.В.

Ніжин – 2024

ЗМІСТ

[ВСТУП 3](#_Toc183216965)

[РОЗДІЛ 1. САМОСТІЙНА РОБОТА СТУДЕНТІВ ЯК ВАЖЛИВА СКЛАДОВА ШКІЛЬНОЇ ОСВІТИ 7](#_Toc183216966)

[1.1. Генезис поняття "Самостійна робота", характеристики та функції 7](#_Toc183216967)

[1.2. Форми та методи організації самостійної роботи учнів 15](#_Toc183216968)

[1.3. Застосування інформаційно-комунікаційних технологій для активізації самостійної роботи 22](#_Toc183216969)

[Висновки до розділу 1 31](#_Toc183216970)

[РОЗДІЛ 2. ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ НА ПРИКЛАДІ ТЕМИ «Прямі і площини у просторі» 33](#_Toc183216971)

[2.1. Особливості організації самостійної роботи у курсі геометрії старших класів 33](#_Toc183216972)

[2.2. Методичні вказівки щодо організації самостійної роботи учнів за темою «Прямі й площини у просторі» 41](#_Toc183216973)

[2.3. Презентація теоретичного матеріалу 52](#_Toc183216974)

[2.4. Індивідуальні завдання до теми «Прямі й площини у просторі» 59](#_Toc183216975)

[2.5. Апробація результатів дослідження 78](#_Toc183216976)

[Висновки до розділу 2 81](#_Toc183216977)

[ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ 83](#_Toc183216978)

[СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 86](#_Toc183216979)

[ДОДАТКИ 94](#_Toc183216980)

# ВСТУП

**Актуальність дослідження** організації самостійної роботи учнів старшої школи в курсі геометрії визначається кількома важливими чинниками, що зумовлюють потребу у глибшому розгляді цієї теми в умовах сучасної освітньої системи. Геометрія, як одна з основних математичних дисциплін, яка формує просторове мислення, логіку та аналітичні здібності, вимагає від учнів старшої школи здатності до самостійного опанування матеріалу і ефективного застосування набутих знань у різних сферах. Самостійна робота є важливим інструментом для розвитку цих навичок, адже саме вона сприяє формуванню в учнів умінь не лише розв'язувати задачі, а й здійснювати глибокий аналіз геометричних понять і теорем.

Сучасні вимоги до якості освіти акцентують увагу на тому, що учні повинні бути готові самостійно здобувати знання, аналізувати інформацію та використовувати її для вирішення практичних завдань. В умовах освітніх реформ і впровадження нових технологій, важливість самостійної роботи на уроках геометрії лише зростає. Вивчення складних математичних понять, таких як прямі та площини в просторі, вимагає від учнів не лише теоретичних знань, але й уміння застосовувати ці знання в реальних умовах. Це стає можливим завдяки грамотній організації самостійної роботи, яка дозволяє учням самостійно розв’язувати геометричні задачі, глибше розуміти матеріал і розвивати творчі здібності.

Також, самостійна робота є важливою частиною у розвитку навичок самоконтролю та критичного мислення, які є необхідними для успішного освоєння геометрії. Без цих навичок учень не зможе адекватно оцінювати свої помилки, аналізувати власні дії й приймати обґрунтовані рішення під час розв’язування складних задач. Крім того, в умовах швидкого розвитку інформаційно-комунікаційних технологій самостійне навчання стає ще більш ефективним завдяки використанню онлайн-ресурсів, інтерактивних платформ і комп’ютерних програм. Це дозволяє значно розширити можливості для самостійного освоєння геометричних задач, створюючи нові умови для взаємодії учнів із навчальним матеріалом.

Загалом, організація самостійної роботи учнів старшої школи в курсі геометрії є надзвичайно важливим аспектом навчального процесу, що сприяє розвитку інтелектуальних і практичних здібностей учнів, підготовці їх до майбутніх викликів і забезпеченню високої якості освіти. Вона допомагає учням не лише успішно освоювати теоретичні знання, але й здобувати навички, необхідні для вирішення реальних життєвих завдань.

Питання розвитку активності та самостійності учнів у процесі вивчення математики вже тривалий час залишається актуальним для дидактики. З плином часу науковці по-різному оцінювали роль самостійної роботи, і сьогодні її значущість широко висвітлена у сучасних дослідженнях Г. Бевза, О. Буковської, І. Грищенко, О.Істера, О. Королюка, Н. Лосєвої, В. Пузирьова, О. Скворцової, А. Мерзляка, Н.Тарасенкової, Д. Терменжи, О. Чашечнікової, В. Швець та інших.

**Об’єктом дослідження** є процес формування навичок самостійної роботи учнів у навчанні.

**Предметом дослідження** є методика формування вмінь самостійної навчальної діяльності в учнів старшої школи під час опанування геометрії з використанням інформаційно-комунікаційних технологій.

**Мета дослідження:** проаналізувати вплив самостійної роботи на формування навичок самостійної навчальної діяльності в учнів старшої школи.

Для досягнення цієї мети передбачено виконання таких завдань:

* розкрити сутність і зміст поняття "самостійна робота";
* дослідити особливості організації самостійної роботи учнів на заняттях з геометрії;
* розробити методичні рекомендації для ефективного впровадження самостійної роботи учнів;
* створити комплекс вправ для самостійної роботи з геометрії із застосуванням мережевих технологій.

**Методи дослідження:**

* Теоретичні: аналіз педагогічних і психологічних джерел, вивчення нормативних та методичних матеріалів, що стосуються формування навичок самостійної навчальної діяльності з використанням мережевих технологій;
* Емпіричні: спостереження за навчальним процесом, проведення бесід, аналіз навчальних досягнень учнів, узагальнення практичного досвіду педагогів.

**Практична цінність** дослідження полягає у розробці комплексу завдань, які сприяють розвитку й удосконаленню навичок самостійної роботи учнів в курсі геометрії.

**Апробація результатів дослідження**. Результати дослідження пройшли апробацію через публікацію наукових статей і тез, а також у вигляді доповідей на науково-практичних конференціях різного рівня. Тези на тему «ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З МАТЕМАТИКИ В УМОВАХ ІНФОРМАЦІЙНОГО СУСПІЛЬСТВА» були опубліковані на VI Міжнародній студентській науковій конференції «ДІДЖИТАЛІЗАЦІЯ НАУКИ ЯК ВИКЛИК СЬОГОДЕННЯ». Тези на тему «ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ГЕОМЕТРІЇ У СТАРШИХ КЛАСАХ» було опубліковано на VII Міжнародній студентській конференції «Наука сьогодення: від досліджень до стратегічних рішень». Тези на тему «ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИЙ ПІДХІД ДО ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ ПРИ ВИВЧЕННІ ГЕОМЕТРІЇ УЧНЯМИ СТАРШИХ КЛАСІВ» було представлено на XVI Всеукраїнській студентській науковій конференції «Перспективи розвитку точних наук, економіки та методики їх викладання». Також була підготовлена наукова публікація (стаття) з теми «МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІНОЇ РОБОТИ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ПАРАЛЕЛЬНОСТІ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ В КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ». Статтю опубліковано на VIII Міжнародній науково-теоретичній конференції «Здобутки та досягнення прикладних та фундаментальних наук XXI століття». Також, виступ з темою «ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ УЧНІВ СТАРШОЇ ШКОЛИ В КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ (НА ПРИКЛАДІ ТЕМИ «ПРЯМІ І ПЛОЩИНИ У ПРОСТОРІ»)» на вузівській студентській науковій конференції «Молодь у науці».

**Структура магістерської роботи.** Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг роботи 97 сторінок, з яких 83 сторінки основного тексту.

# РОЗДІЛ 1. САМОСТІЙНА РОБОТА СТУДЕНТІВ ЯК ВАЖЛИВА СКЛАДОВА ШКІЛЬНОЇ ОСВІТИ

## . Генезис поняття "Самостійна робота", характеристики та функції

Сьогодні, поступові зміни в глобальному розвитку суспільства потребують широкого інтегрування в освіті, глобальних економіко-соціальних змін та стрімкого розвитку інформаційних технологій. Все це є природним історичним процесом, який вимагає перегляду освітньої парадигми, що була сформована в епоху постіндустріальної культури, і не відповідає потребам сучасного суспільства.

Однією з ключових проблем, що досліджується у сучасній педагогічній науці, є підвищення ефективності самостійної діяльності учнів, які навчаються в школі. Ідеалом такої людини є учень, який готовий до навчально-виховного процесу та володіє навичками самостійного опрацювання матеріалу. Також, не менш важливим, є прагнення до самоосвіти та самовдосконалення.

Проблема самостійної роботи учнів була предметом зацікавленості дослідників різних поколінь та епох – починаючи від Античності й до сучасності, що дозволяє проглянути закономірності та тенденції в розвитку самостійності, як невід’ємної частини дидактики. Загалом, термін "самостійна робота" має довгу історію в освіті та професійній діяльності. Його генезис тісно пов'язаний із розвитком освітніх систем і концепцій в навчанні.

Перші наукові відомості у сфері самостійного навчання переважно входили в загальний контекст філософських роздумів, що об'єднували різноманітні знання про природу, людину та суспільство. Так, давньогрецькі філософи розглядали самостійність як ключовий аспект та вважали, що розвиток людини досягається виключно через особисте самовдосконалення та самопізнання.

Сократ був першим, хто вважав, що для того, щоб учні навчалися краще, потрібно, щоб їх спонукати думати і вчитися самостійно. Він використовував спеціальний метод навчання, який допомагав його учням активізувати свої здібності. Цей метод включав евристичну бесіду, де вчитель спонукав учнів до самостійного мислення шляхом вирішення завдань і запитань. Він вважав, що організація навчання є важливим аспектом освіти, яка сприяє розвитку самостійності думки учнів. Таким чином, для Сократа самостійність учнів була результатом впливу педагога і правильно організованого навчання.

Аристотель у своїх трактах зазначав поради, які зберегли свою актуальність і сьогодні [1]:

* намагатися самостійно розкривати свою особистість у всіх аспектах;
* самостійне знаходження інформації, включаючи нові факти, що можуть бути невідомі;
* уміння самостійного створення плану свого навчання;

Тоді як поради грецького мислителя Платона, були більше спрямовані на мистецтво самовираження, включаючи досягнення певної реакції від аудиторії шляхом використання вишуканих висловів.

Таким чином, у часи Античності педагоги підтримували ідею розвитку самостійного мислення учнів, розглядаючи його як важливий аспект виховання та засіб для збільшення активності навчання. Усі ці концепції безпосередньо впливали на те, як філософи організовували навчання своїх учнів, що можна розглядати як певний вид самостійної роботи.

За часів Київської Русі загальні концептуальні ідеї періоду Античності не мали популярності в язичницьких школах аж до події хрещення Київської Русі. У період після, вплив ідей давньогрецьких філософів можна побачити в книзі «Повчання князя Володимира Мономаха», де проглядаються основи дидактики.

У відкритих християнських навчальних закладах спонукали вірян до індивідуального вивчення та розуміння релігійних текстів, а також до формування моральних цінностей християнства. Виникла потреба у складанні порад і рекомендацій священиками для належного самостійного осмислення Святого письма, які поширювалися у церковних навчальних закладах. Саме самоосвіта згідно з особистим бажанням відіграло важливу роль для вищого суспільства в Київській Русі, так само як і бесіди, які проводилися відомими філософами для молоді в Античній Греції.

Загалом, періоду Середньовіччя притаманна догматична система навчання. Також не менш важливим є те, що прагнення до самостійного навчання, як підтверджують наукові джерела, має своє походження у епоху Відродження, яка представлена такими видатними особистостями, як Е. Роттердамський, М. Монтень, І. Вишенський , та інші. Саме у працях М. Монтеня [2] можна зустріти багато різних ідей щодо сприяння самостійному навчанню. До цих рекомендацій відноситься надання учню можливості самостійно обирати власний шлях у вивченні світу та відчувати «смак» речей. Також концепції мислителів та педагогів періоду Відродження знайшли продовження у педагогічній спадщині Я. Коменського.

Саме Ян Амос Коменський, намагаючись відповідати запитам тих часів, описав практичні методи заохочення особистості до процесу самопізнання. Він надав наукове пояснення принципів навчання, зауваживши, що тільки конкретні приклади стимулюють інтерес до вивченого матеріалу, що сприяє активному засвоєнню та розвитку самостійності в процесі виконання самостійних завдань. Це вчення має назву «Велика дидактика» [3], яке стало класичним довідником з питань теорії та практики навчання, виховання та освіти на довгі роки вперед. У цій книзі особлива увага приділяється процесам самоосвітньої та навчально-пізнавальної діяльності учнів. Я. Коменський рекомендував вчити учнів засвоювати знання, розвивати в них навички мовлення та діяльності, вивчати вірші на пам'ять, навчити їх римувати, тобто вдосконалювати мистецтво висловлювання, мовлення та особистісного розвитку.

Також, яскравим представником тієї ж часової лінії є німецький педагог Адольф Дістервег, який зосереджував свої дослідження саме на ролі самостійних робіт у навчальному процесі. На його думку «поганий вчитель показує істину, а добрий вчить її знаходити, але для цього він сам повинен володіти цим вмінням» [4]. Тобто вчителя можна назвати джерелом сили, яка безпосередньо *впливає на всю систему навчально-виховного процесу.* Також А. Дістервег дотримувався думки про те, що вчителеві систематично слід вдосконалювати плани та конспекти кожного уроку, ретельно проробляючи матеріал вдома, спостерігаючи за мовленням, жестами, рухами та логікою викладу, а також вимовою кожного слова.

Таким чином, можна сказати, що мислителі та педагоги Західної Європи розвинули і вдосконалили концепції, які виникли від грецьких та римських філософів, щодо важливості самостійного вивчення світу. Вони підкреслюють, що організація навчання учнів має бути добре структурованою та відігравати ключову роль у формуванні їх самопізнання.

Подальший розвиток питання самостійної роботи, який вже стосувався забезпечення глибинного розуміння та стійкості знань через стимулювання активного пізнавального процесу учнів, пов’язаний з діяльністю всесвітньо відомих українських педагогів.

Зокрема, у період XVIII століття Г.С. Сковорода часто у своїх творах розглядає тему важливості власних, самостійних зусиль людини у навчанні. Він вказує на те, що успішності досягають ті, хто працює з книгою та здатний до роздумів і спостереження самостійно. Самостійне пізнання себе та навколишнього світу, за словами філософа, є джерелом щасливого життя. Також, і для Т.Г. Шевченка процес пізнання містить глибоке та гнучке мислення, а ще виявлення самостійності в судженнях.

Загалом, історія вітчизняної педагогіки, починаючи з давніх часів і до кінця XVIII століття, свідчить про те, що питання самостійності та її різноманітних форм, хоч і не були основним об’єктом окремих педагогічних досліджень, але постійно привертали увагу видатних діячів у сфері просвітництва.

У XIX столітті все більше активізується українська педагогічна думка – педагогіка все більше стає самостійною галуззю науки. Паралельно з розвитком інших напрямків дослідження, науковці звертають увагу на організацію самостійної роботи. Деколи вона вважається однією з ключових складових у системі виховання. Проводяться перші спроби впровадження методу самостійної роботи спираючись на вік учнів. Взагалі, у період XIX століття з’явилися досить структуровані та організовані з точки зору методології педагогічні теорії, які представлені у працях К. Ушинського, М. Драгоманова, Х. Алчевської, Б. Грінченка та багатьох інших [5].

Так, у працях К. Ушинського почесне місце посідає питання самостійності школяра, яке враховує вікові періоди навчання. Взагалі, дослідник був одним із перших, хто запропонував концепцію обов’язкової домашньої роботи учню. На думку К. Ушинського, у навчально-виховному процесі слід надавати перевагу принципу самостійності на практичних заняттях; класні заняття повинні бути лише перевіркою самостійної роботи та наданням рекомендацій; та і загалом, навчання повинне в обов’язковому порядку передбачати самостійну працю учнів над засвоєння нових знань. Зокрема, ще К.Д. Ушинський висловив думку, яка і нині є найважливішою для теорії і практики навчання: «Слід постійно пам'ятати, що треба передавати учневі не тільки ті чи інші знання, але й розвивати в ньому бажання і здатність самостійно, без вчителя, засвоювати нові знання» [6].

Друга половина ХХ століття знаменується значним збагаченням теорії щодо самостійної роботи. Видатний представник того періоду В. О. Сухомлинський вважав, що успішність організації самостійної роботи учнів напряму залежить від підготовки вчителя. В. Сухомлинський прагнув створити таку систему, яка б сприяла постійному самовдосконаленню вчителя, збільшенню частки розумової діяльності учнів та розвитку їхнього мислення [7].

Протягом періоду ХХ століття проблема організації навчального процесу набула величезного значення через поширення самостійної роботи учнів, яка передбачала урахування індивідуальних особливостей кожного. На основі цього було проведено багато досліджень, які в основному стосувалися навчальної та самостійної роботи учнів.

Плавно переходячи до сучасності, самостійна робота стала невід’ємною частиною навчального процесу для учнів. Взагалі, результативність процесу навчання напряму залежить від готовності учнів до навчально-пізнавальної діяльності, в яку входить активність у процесі навчання, психологічна готовність, бажання навчатися, усвідомлення мети навчання та здатність концентруватися.

Важливим фактом є те, що в дидактиці немає однозначного визначення поняття «самостійна робота». В одному випадку, це спосіб і форма організації навчання, де учасники активно залучені до процесу; в іншому контексті, це конкретні завдання, призначені для самостійного виконання, що означає, що учні працюють незалежно та без втручання вчителя. З цього і випливає ось ця невизначеність та неоднозначність визначення поняття «самостійної роботи».

Визначення сформульоване С.П. Величко та О.В. Слободяник набуло популярності та широкого розповсюдження. Звучить воно наступним чином: «самостійна робота, що входить у навчальний процес, - це робота, яка виконується без безпосередньої участі викладача, але за його завданням і у визначений для цього час, при цьому учень свідомо працює над досягненням зазначеного. цілі, що демонструють їх зусилля, і виражають в тій чи іншій формі результати своєї фізичної та розумової діяльності» [5, с. 4].

Основними характеристиками за таким формулюванням поняття можна вважати:

* відсутність прямого керівництва вчителя під час навчання;
* виокремлення часу для оволодіння новим матеріалом;
* логічно та структуровано підготовлене вчителем завдання;
* мотиваційний настрій, який має спрямування на досягнення поставленої цілі;
* результати навчальної діяльності;

Проте, за використанням такого визначення з’являється логічне питання того, чи виконання тренувальних вправ та типових завдань можна вважати самостійною роботою? Адже такі задачі не потребують особливих творчих підходів для їхнього розв’язання. Відповідь на це питання знаходиться на поверхні, оскільки під час освоєння матеріалу завдання такого типу вважаються ключовими. Їх виконання повністю цілком обґрунтоване для закріплення знань та розвитку вмінь. Тренувальні вправи вимагаю від учнів терплячості, наполегливості та концентрації, як у розумових, так і у практичних діях, де рівень самостійності напряму залежить не лише від складності матеріалу, а й від персональних здібностей учня. Таким чином, навіть такі види роботи, як тренувальні вправи, передбачають активну участь у навчальному процесі учня, який повинен винен виконувати їх самостійно [8].

Самостійність – це властивість особистості, яка полягає в здатності планувати, регулювати та активно здійснювати власну діяльність без зовнішнього впливу. Психологічне трактування поняття самостійності розглядається як загальна характеристика особистості, яка проявляється в період критичності, відповідальності та самооцінки.

Основою самостійної пізнавальної діяльності є активне залучення учнів до засвоєння знань. Дослідники розглядають когнітивну незалежність як форму незалежності, що виявляється у здатності сприймати, інтерпретувати та творчо використовувати інформацію, створювати нові завдання та самостійно знаходити шляхи їх вирішення. Також, не менш важливим, є розуміння мотиву та усвідомленні об’єктивних причин своїх дій. Можна сказати, що на сьогоднішній день, основна мета освітньої реформи полягає у розвитку в учнів навичок самостійного здобуття та використання знань [5, с. 6].

Сучасна педагогіка акцентує особливу увагу на гуманістичному підході у формуванні освітніх стандартів. Основа такої гуманістичної моделі полягає в розвитку особистості учня. Оцінка рівня розвитку учнів базується на їхній здатності самостійно засвоювати нові знання та використовувати їх у практичних завданнях. Система загальної освіти, на сьогодні, залишається недостатньо гуманістичною. У таких умовах школа не завжди забезпечує повноцінний розвиток учнів та їхню готовність до творчої активності у сучасному суспільстві. Близьким до ідеального результатом навчання вважається досягнення рівня, коли учень готовий до самостійного навчання та самовдосконалення, що, у свою чергу, неможливо без розвиненої самостійності.

В. Ягупов виділяє наступні основні функції поняття самостійної роботи [9]:

* пізнавальна;
* самостійна;
* прогностична;
* коригуюча;
* виховна;

Пізнавальна функція полягає у засвоєнні учнем систематизованих знань та можливості участі в пошуку загальних рішень для навчальних завдань. Самостійна функція – це формування уміння встановлювати власні навчальні цілі та знання, вміти самостійно їх оновлювати та творчо застосовувати. Бути здатним до організації та самокерування у власній діяльності. Прогностична функція є вмінням учня планувати свої дії для досягнення навчальних завдань та мети, вчасно передбачати й оцінювати власні майбутні дії та результат. Функція коригування полягає у вмінні адаптувати свою діяльність залежно від потреб та обставин. Виховна функція спрямована на розвиток самостійності як ключової риси особистості, тобто умінні контролювати та оцінювати процес і результат навчальної діяльності.

Зміна концептуальної основи й розширення функцій самостійної роботи учнів не тільки веде до збільшення її обсягу важливості, а й викликає зміну у взаємовідносинах між викладачем й учнем як рівноправними суб'єктами навчальної діяльності, тобто коригує всі психолого-педагогічні (організаційні, методичні) засоби забезпечення самостійної роботи учнів. Та і взагалі, самостійне навчання вважається однією з центральних методик навчання, які використовуються для розвитку та виховання особистості з погляду дидактики.

Вивчення зарубіжних та вітчизняних педагогічних джерел надало можливість сказати, що терміни "самостійна робота" і "самостійна навчальна діяльність" часто використовуються як синоніми. Загальний же висновок з вивчення вітчизняних педагогічних джерел полягає в тому, що самостійна робота є ключовим фактором в педагогічному управлінні пізнавальною діяльністю учнів під час самоорганізації. Вона сприяє формуванню виконавчих та загальноосвітніх навичок, становить основний метод перетворення теоретичних знань у переконання, сприяє розвитку рішучої позиції учасника навчально-виховного процесу в суспільстві та професійній діяльності, а також спонукає до критичного мислення, самостійного формування переконань та прагнення до саморозвитку.

## 1.2. Форми та методи організації самостійної роботи учнів

У сучасному освітньому контексті, поняття "організація самостійної роботи учнів" набуває особливого значення та відіграє ключову роль у формуванні та розвитку освітніх навичок. Самостійна робота стає не просто складовою навчального процесу, а і важливим інструментом активного навчання, яке спрямоване на розвиток критичного мислення, творчих здібностей та вміння самостійно вирішувати завдання.

Ефективність самостійної роботи залежить не лише від її включення до навчально-виховного процесу, але й від того, наскільки вона відповідає встановленим вимогам та організаційним стандартам. Відповідно структурована самостійна робота, впроваджена в педагогічну практику, сприяє розвитку інтересу до навчання та збільшенню самостійності учнів.

Відсутність однозначної класифікації самостійних робіт, у педагогіці, пояснюється тим, що різні вчені використовують різні ознаки для класифікації і різними способами пояснюють суть цього поняття. Дехто, за основний критерій класифікації обирає форму організації діяльності учнів. У такому випадку можна виокремити – індивідуальну, фронтальну та групову самостійну роботу. Інші, в якості критерія, обирають місце організації або форму відповіді.

Так, В. Мелешко пропонує класифікувати самостійні роботи за рівнем готовності [10, с.30]:

* інформативно-пояснювальні, які служать для уточнення, освоєння та закріплення навчального матеріалу, засвоєного на основі викладених викладачем відомостей;
* інформаційно-евристичні, спрямовані на виконання послідовної системи вправ (від простих до складних), та розвиток методів раціонального пізнання;
* проблемно-пошукові, які спрямовані на розвиток творчого пошуку нових знань та способів дії.

Грищенко І.М. у роботі " Самостійна робота як метод пізнавальної діяльності на уроках математики" відзначає, що організація самостійної діяльності учнів може та має відбуватися на різних рівнях складності: починаючи з відтворення дій за певним зразком та розпізнавання об'єктів шляхом їх порівняння з відомим зразком, завершуючи створення моделі та алгоритму дій у нестандартних ситуаціях. Важливо, щоб вчитель враховував рівень складності завдань для самостійної роботи, щоб він відповідав навчальним можливостям учнів.

Також Грищенко І.М. зазначає, що перехід від одного рівня до іншого має відбуватися поступово, лише тоді, коли вчитель переконаний, що учень готовий справлятися з новим рівнем самостійності. В іншому випадку, учень може відчути нервозність, в результаті чого, виникнуть прогалини у знаннях. Дуже важливо, щоб завдання для самостійної роботи, її форма та тривалість відповідали основним цілям навчання даної теми на поточному етапі. У той же час, вчителю слід знати, що як перевищення значення, так і недооцінка самостійної роботи в процесі навчання може призвести до негативних наслідків [11].

В.К. Буряк пропонує свою класифікацію, де виділяє наступні види самостійних робіт, які використовуються під час уроку, згідно з компонентами навчальної діяльності:

* Самостійна діяльність на етапі постановки навчальної мети. Завдання, що створені для розвитку загального підходу до розв'язання проблеми, що стимулює учня замислитися над своїм поточним рівнем знань та розумінням предмету, враховуючи актуалізацію попередніх знань.
* Самостійна робота на етапі вирішення поставленого навчальної мети. Це завдання, де нова інформація не надається вже готовою, а набувається через самостійну дослідницьку роботу учня.
* Самостійна робота на етапі вирішення частко-практичних завдань. Розвиває вміння виконувати практичні завдання за допомогою загального методу дії.
* Самостійна робота на етапі контролю та самоконтролю. Найбільш цінною перевіркою самостійної роботи є самоконтроль, який допомагає людині регулювати свою діяльність. Досвід показує, що діти найкраще помічають помилки у своїх рішеннях, тому важливо проводити взаємний контроль під час уроку.

Узагальнюючи, автор вказує на те, що результати самостійної роботи допомагають учневі оцінити свій прогрес. Тому вчитель повинен організувати самостійну роботу на уроці таким чином, щоб вона залучала учнів до активної участі, навчала їх використовувати запропонований метод опрацювання інформації та розвивала навички планування діяльності та свідомої орієнтації у матеріалі [12].

Загалом, для забезпечення ефективної організації самостійної роботи учнів у навчальному процесі, вчителю необхідно володіти різноманітними методами, формами та засобами, що сприяють їх активному залученню до різних видів самостійної діяльності.

Відповідно до класифікацій зазначених вище авторів, можна виділити три основні форми організації самостійної роботи:

* Індивідуальна;
* Фронтальна;
* Групова;

Сформувати в учнів потрібні навички навчальної діяльності дозволяє розумне поєднання всіх вище зазначених форм. Сам же вибір форми самостійної роботи визначається цілями, рівнем підготовки, складністю завдань і можливостями кожного учасника навчання. У випадку, якщо завдання посильне для всіх, учасники виконують їх самостійно або індивідуально.

Індивідуальна самостійна робота – це форма роботи, що передбачає виконання індивідуальних завдань без співпраці між учнями. Ця діяльність здійснюється за допомогою використання спеціальних дидактичних навчальних посібників із завданнями різного рівня складності. У контексті уроків математики виділяються наступні види індивідуальної самостійної роботи:

* Ознайомлення з новим матеріалом.
* Повторення та закріплення вивченого.
* Застосування знань та розвиток вмінь.
* Узагальнення вивченого.
* Контрольні завдання.

Індивідуальна форма самостійної роботи забезпечується завдяки взаємодії між одним або, в рідкісних випадках, двома учасниками: вчителем і учнем. Вчитель, коли учневі потрібна підтримка, діє як консультант до індивідуальних завдань. Метою індивідуальної роботи є урахування особистісних інтересів та особливостей. Все це робить для того, щоб учні мали змогу працювати над навчальними матеріалами в зручний для них час. У процесі виконання індивідуальної роботи учень не піддається впливу партнерів-лідерів, які, іноді, можуть пригнічувати його ініціативу.

Згідно з сучасними вимогами до особистої роботи, учню має бути надана можливість обирати серед різноманітних навчальних матеріалів саме ті, які відповідають його інтересам та потребам. Учню необхідно мати можливість самостійно визначати, які завдання виконувати, вміти регулювати темп та кількість завдань в залежності від розуміння того, наскільки глибоко він засвоїв матеріал [13].

Також, до особливостей виконання індивідуальних самостійних робіт можна віднести наступне:

* Значна відповідальність покладається на учня у визначенні змісту та виборі способів виконання роботи.
* Учень має можливість взаємодіяти з викладачем під час вирішення складних завдань.

Загалом, індивідуальна форма роботи спонукаює учнів до зацікавленості у матеріалі та активізації роботи.

Іншою формою організації самостійної роботи є фронтальна робота. Використання такої форми організації є доцільним, коли учні тільки починають ознайомлення з новою темою. У цей момент важливо залучити увагу учнів та зацікавити їх у вивченні даної теми. Фронтальна робота також корисна на початковому етапі формування нових навичок, коли учні легко виконують завдання за певним алгоритмом.

На відміну від індивідуальної форми роботи, фронтальну роботу можна провести у класі, не використовуючи картки чи інші матеріали, оскільки деякі завдання можуть бути записані на дошці або в підручнику.

Перевагою даної форми роботи є колективне прагнення до досягнення загальної мети, вирішення спільних завдань, які спонукають учнів до співпраці. В обговоренні проміжних і кінцевих результатів задіяні всі учні.

Групова форма самостійної роботи – це найбільш проста та доступна форма взаємодії учнів на уроці, яка передбачає роботу в групах. Цю форму можна використовувати для таких цілей [14]:

* Спільне опрацювання матеріалу підручника або інших документів;
* Виконання лабораторних робіт та практичних завдань;
* Взаємна перевірка письмових вправ;

Працюючи в парах, учень може співпрацювати зі своїм однокласником, який має вищий рівень знань або інший тип мислення. Перевага такої спільної роботи полягає у необхідності ділової взаємодії.

Проведення групової роботи вимагає спеціальної підготовки. В кожній групі повинен бути визначений лідер, який розподіляє обов'язки серед учасників, визначає порядок виконання роботи, формат оформлення спільних результатів, керує обговоренням ідей та пропозицій, приймає рішення та керує діяльністю всієї групи, забезпечуючи її контроль.

Задля підтримки зацікавленості учнів у навчальному процесі, необхідно активно розширювати арсенал навчальних засобів та методів, щоб виховувати навички їх використання серед учнів. Покращення організації самостійної роботи обумовлене не лише специфікою навчання математики, а й особливостями предмету, що вимагають постійної практики і вдосконалення набутих навичок, розвитку творчих здібностей учнів, вміння подолати труднощі навчання та виховання працьовитості. Різноманітні методики самостійної роботи застосовуються для організації навчального процесу з метою формування навичок та розвитку вмінь самостійної роботи.

У сучасній педагогіці, серед тих методів, що виявились досить результативними у сприянні індивідуалізації навчального процесу учнів, слід виділити наступні [15, с. 132]:

* Проблемно-пошукові методи – спрямовані на вирішення проблем та пошук рішень;
* Метод проектного навчання – спрямований на реалізацію практичних проектів;
* Методи колективної розумової діяльності;
* Методи застосування передових інформаційно-комунікаційних технологій у процесі навчання;

Проблемно-пошукові методи активізують пізнавальну активність в учнів. Використання таких методів стимулює самостійне проведення досліджень, підвищує мотиваційну складову до подальшої праці та сприяє розвитку логічного мислення, що, у свою чергу, сприяє розвитку творчих здібностей учнів. Оптимальним результатом застосування проблемно-пошукових методів навчання є формування умінь раціонально використовувати всі компоненти цих методів для розвитку та встановлення взаємозв'язків.

Одним з яскравих прикладів проблемно-пошукового методу є робота з підручником. Суть цього методу полягає в тому, що кожен учень самостійно освоює нові знання шляхом уважного вивчення матеріалу з підручника та осмислення в ньому фактів, прикладів і теоретичних узагальнень (правил, теорем, законів і т. д.). Під час засвоєння цих знань учні одночасно розвивають вміння працювати з книгою. Таке визначення надає досить чітке уявлення про характер цього методу та виділяє в ньому два важливі аспекти: самостійне освоєння матеріалу учнями та формування вміння працювати з навчальною літературою.

Метод проектного навчання орієнтований на досягнення передбачуваних результатів самостійної праці. Під методом проектів розумітимемо спосіб досягнення дидактичної мети через детальну розробку проблеми (технологію), яка має завершитися цілком реальним, відчутним, практичним результатом, оформленим тим чи іншим чином. Інтеграція цього методу в навчальний процес вимагає витрати часу на підготовку. Основними вимогами до використання методу проектів є [16, c. 27]:

* колективна та індивідуальна активність учнів;
* постановка проблеми, що вимагає поєднання знань учнів для планування дій, спрямованих на вирішення;
* застосування науково-дослідницьких методів;
* розроблення плану роботи над проектом;
* фіксація проміжних результатів;
* результати застосування методу проектів повинні мати навчальну та практичну значущість;

Мета даного методу полягає у розвитку активного самостійного мислення дитини та вмінні застосовувати отримані знання практично.

Методи колективної розумової діяльності становлять важливу складову сучасної педагогічної практики, спрямовану на залучення учнів до спільного аналізу, обговорення та розв'язання проблемних ситуацій. Суть цих методів полягає у спільній роботі групи або класу над вирішенням завдань, які вимагають творчого мислення, аналізу та синтезу інформації. Один з найпоширеніших методів - метод "мозкового штурму" [17, с. 293], сприяє вільному висловленню ідей і генерації нових рішень шляхом стимулювання творчості кожного учасника. Ще один метод - "групова дискусія", дозволяє кожному учаснику висловити свою думку, а потім спільно з групою прийти до консенсусу або розробити компромісне рішення. Метод "проблемного аналізу" спрямований на спільне визначення та розв'язання проблем шляхом аналізу та обговорення всіх аспектів ситуації. Застосування методів колективної розумової діяльності сприяє розвитку критичного мислення, здатності до співпраці та здібності до швидкого прийняття рішень в колективі, що є важливими навичками для подальшого успішного функціонування в сучасному суспільстві.

Отже, основним завданням організації самостійної роботи учнів полягає у використанні різноманітних форм і методів навчання, які доповнюють одне одного. Ці методи мають утворювати єдину систему, яка може бути адаптована до конкретного навчального закладу з метою максимальної оптимізації навчального процесу.

## 1.3. Застосування інформаційно-комунікаційних технологій для активізації самостійної роботи

Сьогодення вносить значні корективи в життєдіяльність людей, зокрема традиційний освітній процес. Розширення доступу до навчальних матеріалів, поява інноваційних педагогічних інструментів, формування новітньої цифрової освітньої платформи – все це є невід’ємною частиною нової цифрової реальності.

У сучасних умовах, коли інформаційні технології стали невід'ємною частиною життя, виникає необхідність у пошуку нових методів організації самостійної роботи учнів. Це завдання пов'язане з вирішенням низки протиріч:

* + З одного боку, інформаційні технології та інструменти для підтримки навчання розвиваються стрімко, проте традиційні підходи до навчання залишаються майже незмінними.
  + З іншого боку, учні мають освоювати методи організації навчального процесу з використанням інформаційних технологій, але системний підхід до впровадження таких технологій у навчальний процес часто відсутній.

У сучасному світі підготовка фахівця високого рівня неможлива без активної участі учнів у самостійній навчальній діяльності. Така робота полягає в тому, що учень виконує цілеспрямовані дії під наглядом викладача, спираючись на відповідні інструменти та ресурси, що підтримують освітній процес.

Аналіз наукових джерел та досліджень [18;19;20;21] дозволяють виділити дидактичний потенціал інформаційних технологій у контексті організації самостійної роботи учнів:

* + Впровадження гнучкості в навчальний процес шляхом зміни методів і змісту занять, варіативності форм організації навчальної діяльності, а також адаптації різних методик для учнів з різними рівнями підготовки.
  + Зростання мотивації та пізнавального інтересу завдяки новим методам навчання, можливості індивідуального підходу, використанню комп'ютерних технологій і створенню позитивної емоційної атмосфери під час занять.
  + Можливість адаптувати завдання за складністю, обсягом та швидкістю виконання, що дозволяє враховувати індивідуальні потреби кожного учня.
  + Організація ефективного управління навчальним процесом за рахунок педагогічного коригування, безперервного зворотного зв’язку та покращення якості контролю. Контроль знань супроводжується діагностикою, об’єктивним оцінюванням і систематичним аналізом етапів навчання.
  + Підвищення інтересу до навчання через інтерактивні форми, використання ігрових технологій, моделювання та створення візуалізації матеріалів, як реальних, так і віртуальних процесів і явищ.

Інформаційно-комунікаційні технології в освіті – це не лише інструменти для викладання, а й принципово нові підходи до підготовки фахівців, здатних конкурувати на сучасному ринку праці. Вони відкривають перед учнями можливості для розкриття їхнього творчого потенціалу, виходячи за межі звичних освітніх моделей. Самостійність у навчанні формується за допомогою використання електронних ресурсів, комп'ютерних програм та систем для тестування. Оволодіння навичками самостійної роботи із застосуванням інформаційних технологій є складним і тривалим процесом, що вимагає часу та значних зусиль.

Важливим аспектом самостійної роботи учнів є активне застосування інтернет-технологій для результативного пошуку інформації. Широкий доступ до численних електронних ресурсів, таких як наукові статті, довідкова література та навчально-методичні матеріали, розміщені в інтернет-просторі, значно сприяє розвитку їхнього творчого потенціалу. Однак, ефективність цього процесу залежить від здатності учнів не лише знаходити потрібну інформацію, але й вміло її опрацьовувати. Важливо, щоб вони володіли методами аналізу, синтезу та узагальнення отриманих даних для формування цілісного розуміння теми [22].

Але однією з ключових проблем учнів є вміння правильно відбирати інформацію з інтернету. Часто вони стикаються з труднощами щодо оцінки її релевантності та можливості практичного застосування. Тому навчання навичкам вибору якісної інформації та оцінки її достовірності стає важливим елементом будь-якої освітньої програми.

Отже, основна складність при використанні інформаційних технологій полягає в здатності фільтрувати корисну інформацію з величезного потоку даних. Учням необхідно навчитися здобувати знання з наявних джерел та орієнтуватися в постійно зростаючому інформаційному просторі.

Використання інформаційно-комунікаційних технологій у сфері освіти відкриває нові можливості та сприяє розширенню варіантів диференційованого підходу до навчання, стимулюючи розвиток творчих, дослідницьких, особистісно-орієнтованих та комунікативних методів викладання, а також покращує його продуктивність, і відповідність сучасним потребам.

До ключових засобів інформаційно-комп’ютерних технологій у навчальному процесі можна віднести:

* комп’ютерні освітні програми;
* Інтернет-ресурси;
* відео- та аудіо-матеріали;
* мультимедійні системи навчального характеру та інші подібні інструменти.

Згідно з класифікацією [23], виділяють кілька основних типів уроків: засвоєння нових знань; розвиток навичок та вмінь; застосування знань і вмінь на практиці; узагальнення та систематизація матеріалу; контроль, оцінювання та корекція знань. Кожен із цих типів уроків відрізняється особливостями в застосуванні теоретичних і практичних завдань, а також рівнем самостійної участі учнів у навчальному процесі. Тобто, основними напрямами використання комп'ютерних технологій у навчанні учнів математичних спеціальностей є: пояснення нових тем, розвиток практичних навичок і вмінь, контроль рівня засвоєних знань, а також індивідуальна робота.

Для того, щоб стимулювати пізнавальну активність учнів, початковий етап засвоєння нового матеріалу варто організувати таким чином, щоб учні могли досягти значних результатів за короткий час. З цією метою під час пояснення нового матеріалу часто і активно використовується інтерактивна дошка. Вона сприяє концентрації учнів на вирішенні конкретних завдань, покращує сприйняття матеріалу, викликає інтерес, створює умови для обговорень і допомагає розвивати навички вираження власних думок.

Принцип наочності при використанні інтерактивних дошок полягає не лише у пасивному спостереженні учнями за побудовою моделей, а насамперед у їхній активній участі в цьому процесі. Саме через самостійну роботу над створенням і зміною моделей учні розвивають навички творчої та дослідницької діяльності. Якщо електронні засоби дозволяють учням модифікувати або доповнювати моделі, це може значно підвищити ефективність навчання. Вивчаючи динамічні моделі (моделі, які можуть змінюватися), аналізуючи їхні компоненти та встановлюючи взаємозв'язки, учні засвоюють прийоми розумової діяльності.

Також високоефективним способом подачі теоретичних знань є формат мультимедійних презентацій. Сучасний світ пропонує велику кількість програмних засобів для створення презентацій [24]: Google Slides, MS PowerPoint, Canva, Prezzi, Pictocart, Sway та багато інших. Значна частина цих програм має хмарну систему збереження інформації, що дає змогу отримати доступ до матеріалу в будь-якій точці світу, де наявне Інтернет з’єднання.

Однак мультимедійна презентація не є програмним інструментом для надання нової інформації, а скоріше засобом для колективного, групового або індивідуального навчання, оцінювання знань та навичок учнів тощо. Процес створення презентації для лекції розпочинається з педагогічного сценарію. На цьому етапі необхідно вирішити кілька ключових завдань [25]:

* уточнити мету використання презентації на занятті;
* проаналізувати логічну структуру навчального матеріалу;
* обрати відповідні методи навчання;
* підібрати необхідний навчальний матеріал;
* дотримуватися правил оформлення презентації;
* розробити вправи для закріплення отриманих знань.

Ефективність презентації багато в чому залежить від того, наскільки детально було враховано мету заняття, специфіку аудиторії та зміст навчального матеріалу перед її створенням.

Однією з найпопулярніших платформ в Україні є система дистанційного навчання Moodle [18], яка має найбільшу кількість користувачів і розробників. Її популярність пояснюється тим, що це безкоштовна платформа з підтримкою 54 мов, багатим функціоналом, а також простотою і зручністю використання, що зробило її дуже поширеною. Можливість створення різноманітних тестувань, додавання будь-якого теоретичного матеріалу, створення домашніх завдань та величезна кількість налаштувань самого курсу – все це і робить Moodle найпопулярнішою системою дистанційного навчання. Також другою за популярністю є система Google Classroom. Функціонально програмне забезпечення Classroom не надає можливості створити повноцінний курс з елементами оцінювання та великої кількості налаштувань.

Для формування вмінь та навичок за допомогою інформаційно-комунікаційних технологій доречно використовувати інтерактивні програми, які у свою чергу можуть підвищити інтерес до самостійного опрацювання матеріалу [26]. До популярних програм для вивчення математики можна відносити:

* Geogebra;
* Desmos;
* Maxima;

GeoGebra – це безкоштовне програмне забезпечення для вивчення математики, яке об'єднує геометрію, алгебру, таблиці, графіки, статистику та обчислення в інтерактивному середовищі. Воно дозволяє користувачам будувати та досліджувати математичні об'єкти, візуалізувати їхні властивості та взаємозв'язки. GeoGebra [27] широко використовується в навчанні для створення динамічних моделей, що допомагають краще розуміти складні математичні концепції. Програма підтримує різні платформи, включаючи веб-версію, що робить її доступною для учнів та викладачів у всьому світі.

Desmos – це безкоштовний онлайн-графічний калькулятор, який дозволяє будувати графіки функцій, досліджувати математичні рівняння та аналізувати дані в режимі реального часу. Інтерфейс програми простий та інтуїтивний, що робить її зручною для використання як учнями, так і викладачами. Desmos також підтримує створення динамічних інтерактивних завдань і є популярним інструментом для вивчення алгебри, тригонометрії, статистики та інших розділів математики. Програма доступна в браузері, на мобільних пристроях і широко використовується в освітніх цілях для візуалізації математичних концепцій.

Maxima у свою чергу – це система комп'ютерної алгебри з відкритим вихідним кодом, призначена для виконання символічних і числових обчислень. Вона дозволяє працювати з алгебраїчними рівняннями, диференціальними рівняннями, інтегралами, матрицями та багатьма іншими математичними операціями. Maxima підтримує точні обчислення з використанням довільної кількості цифр і забезпечує графічну візуалізацію двовимірних і тривимірних об'єктів. Програма є корисним інструментом для наукових досліджень, інженерних розрахунків та навчальних цілей у математиці.

Сьогодні гарним інструментом виміру досягнень учнів за певною математичною дисципліною учені та педагоги-практики вважають тестування [28; 29; 30]. Платформ для створення завдань для перевірки знань – безліч. Перш за все система дистанційного навчання Moodle надає можливість, при створенні математичних тестів, використання та додавання рисунків, формул, графіків, таблиць. Також можна додавати необхідні посилання або ж необхідний відеоматеріал безпосередньо у тексті завдання, що робить Moodle однією з найкращих платформ для реалізації тестування. Сама перевірка правильних відповідей відбувається автоматично, що значно полегшує вчителю перевірку великої кількості робіт учнів.

Також гарною онлайн-платформою є Classtime. Вона надає можливість проведення інтерактивних занять, тестування та опитувань. Дозволяє вчителям створювати завдання з миттєвою перевіркою відповідей, надаючи аналітику в реальному часі для оцінки прогресу учнів. Платформа підтримує різні типи питань, командну роботу та інтеграцію з іншими освітніми інструментами, що робить її зручною для дистанційного та змішаного навчання.

З огляду на те, що зараз самостійній роботі учнів приділяється більше часу, головним завданням є стимулювання їх до самостійного навчання, розвивати креативність та підвищувати мотивацію до отримання нових знань [31]. Важливу роль у цьому процесі відіграє залучення учнів до таких активностей, як розробка проєктів, створення мультимедійних презентацій, організація семінарів у форматі дискусій та дидактичних ігор, які потребують застосування комп'ютерних технологій.

Підсумовуючи вказане вище, методи застосування передових інформаційно-комунікаційних технологій у процесі навчання передбачають використання комп’ютерних технологій у навчальному процесі. У сучасному світі це є не лише актуальним, але й необхідним для підвищення ефективності та доступності освіти. Учені зазначають, що «одними з найпоширеніших ускладнень, з якими стикаються сучасні педагоги, є проблема ефективної організації самостійної пізнавальної діяльності учня у межах дистанційних курсів» [18]. Методи застосування комп'ютерних технологій в навчанні охоплюють широкий спектр інструментів та підходів. Один з таких методів – використання електронних навчальних платформ і систем управління навчанням [18, с.154], які дозволяють учням отримати доступ до матеріалів, завдань та інтерактивних занять з будь-якого місця, де є доступ до Інтернету. Це полегшує процес навчання та забезпечує більшу гнучкість в організації навчального процесу. Багато досліджень учених присвячені новим можливостям організації самостійної роботи учнів в умовах змішаного навчання в офлайн та онлайн режимах [32].

Ученими [33] представлено різні види діяльності, які можна запропонувати учням з математичних дисциплін (таблиця 1).

Таблиця 1

*Приклади самостійної діяльності студента у різних режимах*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **САМОСТІЙНА РОБОТА СТУДЕНТА** | | |
|  | **Індивідуальна** | **Групова** |
| **Синхронний режим** | * захист індивідуальних завдань, творчих та наукових проектів на занятті * робота над індивідуальним проектом в режимі онлайн * індивідуальне опитування на занятті та в режимі онлайн * модульний контроль, експрес-контроль * теоретичні колоквіуми та математичні диктанти на занятті та у віртуальному освітньому середовищі | * розв’язання задач на практичному занятті та у віртуальному освітньому середовищі * проведення групових лабораторних робіт * перегляд навчальних відеоматеріалів та їх обговорення в режимі онлайн * захист групових проектів у форматі відеоконференції * рецензування групового проекту іншої групи * проведення математичних дискусій, онлайн-конференцій |
| **Асинхронний режим** | * виконання індивідуального завдання * опрацювання онлайн літератури * тестування * робота з математичними тренажерами * підготовка до практичного та лабораторного заняття * наукова діяльність * ведення математичного блогу | * робота над груповим проектом * обговорення групового проекту в навчальних чатах та групах соціальних мереж, месенджерах * участь в обговоренні на форумі та у чаті * групові дидактичні ігри * математичні екскурсії (у т. ч. віртуальні) * створення та адміністрування математичного сайту |

Ще один метод – використання спеціалізованих навчальних програм [19] та веб-сайтів для вивчення конкретних предметів або навичок. Ці програми можуть містити інтерактивні вправи, відео-уроки, тести та інші інноваційні ресурси, що сприяють засвоєнню матеріалу [34; 35; 36]. Підкреслимо, що одним з важливих методів є використання відео- та аудіо-матеріалів у навчанні. Вони дозволяють учням отримувати інформацію в більш доступній та привабливій формі, що сприяє кращому засвоєнню матеріалу.

Також, один з сучасних методів самостійної активності учнів є створення комп'ютерних презентацій. Комп'ютерна презентація представляє собою форму електронного навчального матеріалу, що складається з структурованих слайдів, ретельно організованих для передачі необхідної інформації та вирішення навчального завдання. Під час створення презентації учень має чітко сформулювати свої цілі та завдання, які він повинен досягти під час її показу. У процесі роботи з презентацією учень розподіляє відібрану інформацію на логічно завершені блоки. Кожен слайд повинен бути ретельно продуманий та відповідати певним правилам структури. Під час створення презентації учень виявляє свою творчість, відбираючи інформацію, працюючи з різними комп'ютерними програмами та Інтернет-ресурсами.

Загалом, використання комп'ютерних технологій у навчанні відкриває широкі можливості для інноваційного та ефективного освітнього процесу, сприяючи підвищенню якості навчання та підготовки майбутніх фахівців.

# Висновки до розділу 1

Самостійна робота учнів є важливою складовою освітнього процесу, яка має безпосередній вплив на формування особистісних якостей учнів та їхнього професійного розвитку. Проаналізувавши основні аспекти, розглянуті в розділі, можна зробити кілька ключових висновків.

Генезис поняття «самостійна робота» показує, що цей вид діяльності має довгу історію та ґрунтується на різних педагогічних підходах, які відзначають самостійність як важливий етап у формуванні активної особистості. Самостійна робота сприяє розвитку таких якостей, як відповідальність, дисциплінованість, креативність та вміння планувати власний час. Важливими функціями самостійної роботи є не тільки оволодіння знаннями, а й формування аналітичного та критичного мислення.

Форми та методи організації самостійної роботи учнів є різноманітними, що дозволяє адаптувати їх до різних навчальних умов та потреб учнів. Серед основних форм виділяються індивідуальні та групові заняття, виконання письмових завдань, проєктна діяльність, дослідницька робота. Методи організації можуть включати самостійне опрацювання літератури, виконання практичних завдань, розв'язування задач, проведення експериментів. Вибір форм і методів роботи залежить від конкретних завдань навчання, особливостей учнів та ресурсів навчального закладу.

Сучасний освітній процес вимагає активного застосування інформаційно-комп'ютерних технологій (ІКТ), які відкривають нові можливості для організації самостійної роботи учнів. Застосування ІКТ дозволяє підвищити мотивацію учнів, забезпечити доступ до великої кількості навчальних ресурсів, автоматизувати процес перевірки та аналізу виконаних завдань. ІКТ також сприяють розвитку навичок роботи з інформацією, що є критично важливим в умовах сучасного інформаційного суспільства. Зокрема, використання навчальних платформ, електронних підручників, відеоуроків та інтерактивних тестів є ефективними інструментами для активізації самостійної роботи учнів.

Отже, самостійна робота учнів є невід'ємною частиною шкільної освіти, що має величезний вплив на розвиток особистості та формування професійних компетенцій. Ефективна організація самостійної роботи вимагає комплексного підходу, який включає як традиційні, так і інноваційні методи навчання.

# РОЗДІЛ 2. ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ НА ПРИКЛАДІ ТЕМИ «Прямі і площини у просторі»

## 2.1. Особливості організації самостійної роботи у курсі геометрії старших класів

Самостійна навчальна діяльність учня є фундаментом всього навчально-виховного процесу, базою для всіх процесів, які відбуваються в його свідомості під час виконання навчальних завдань.

Організація самостійної навчальної діяльності учнів старших класів вимагає від учителя ретельної підготовки. Формування в учнів навичок і вмінь для самостійного навчання передбачає визначення таких аспектів [27]:

* мети, характеру діяльності, необхідних умінь і навичок для самостійного навчання;
* способів повторення мінімальної кількості фактичних знань і вмінь, без яких самостійне навчання неможливе;
* типу роботи з різними інформаційними джерелами;
* різновидів вправ (репродуктивні, варіативні, частково-пошукові, творчі);
* методики подолання можливих труднощів, які можуть виникнути в учнів під час самостійної роботи
* способи швидкої перевірки отриманих результатів і аналізу допущених помилок.

Формування цих навичок і вмінь відбувається на всіх стадіях вивчення геометрії. Для поетапного розв'язання задач застосовуються такі методи, як: проблемне навчання, частково-пошуковий, дослідницький підходи та метод проектів. Вони дозволяють диференційовано підходити до організації самостійної навчальної роботи.

Поняття диференційованого підходу [38] в освіті є більш вузьким порівняно з диференціацією навчання. Диференційований підхід зосереджується на створенні оптимальних умов для розвитку особистості учня, враховуючи його індивідуальні особливості. Для успішної реалізації цього підходу необхідно розробити систему спільної роботи викладача й учня, яка включає проектування, організацію та оцінювання навчального процесу з метою досягнення конкретних результатів у комфортних умовах. Тобто, щоб диференційований підхід до самостійної роботи учнів був ефективним, необхідно дотримуватися наступних умов [37, с.66-67]:

* Забезпечення оптимального балансу між обсягом роботи, виконуваної в класі та вдома;
* Врахування рівня навчальних досягнень учня і складності завдань під час організації самостійної роботи;
* Методично правильна організація навчальної діяльності учня як у класі, так і поза ним;
* Забезпечення методичними матеріалами, що стимулюють творчу складову в самостійній роботі;
* Контроль за процесом та організацією самостійної навчальної діяльності, який спонукає до її якісного виконання.

*Перша умова* полягає у необхідності раціональної організації навчального процесу, що охоплює не лише послідовність вивчення окремих тем, але й правильне балансування між аудиторною та самостійною роботою учнів. Важливу роль тут відіграє точна оцінка складності різних типів завдань. Створенню такої програми повинно передувати ретельне вивчення часу, який учень може витратити на навчання, доступу до навчальної літератури та врахування традицій математичної освіти.

*Друга умова* стосується поступової диференціації в організації навчальної діяльності. Важливо, щоб з часом взаємодія між учнем та викладачем еволюціонувала. Якщо на початкових етапах навчання вчитель виконує активну творчу роль, то ближче до закінчення навчання цей акцент має зміщуватися на стимулювання самостійної роботи учня та його прагнення до самоосвіти. Завдання повинні спонукати до розвитку аналітичного мислення, вирішення проблем, та творчого підходу до навчальної діяльності. Важливим інструментом у цьому процесі є використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ). Як свідчить досвід [19; 36], старшокласники з більшим інтересом виконують завдання, коли використовують ІКТ. Цей процес допомагає глибше зрозуміти сутність предмета, вивчати додаткові джерела та шукати оптимальні шляхи для вирішення проблем.

Застосування комп'ютерних технологій та навчальних програм значно полегшує процес вивчення геометрії. Це включає використання онлайн-курсів з відкритим доступом до навчальних матеріалів, створення тематичних груп у соціальних мережах, мобільних засобів зв’язку, онлайн-платформ, елементів дистанційного навчання та спеціалізованих програм. Особливу увагу привертає динамічна математична програма GeoGebra [27, с.328], яка є ефективним інструментом у процесі вивчення геометрії. Учні отримують завдання на зимові канікули: знайти цю програму в інтернеті, вивчити її функціонал і виконати індивідуальні завдання. Задаючи певні рівняння, вони можуть візуалізувати відповідні геометричні фігури; змінюючи параметри, що входять до рівняння, наприклад, для кривих другого порядку, вони можуть досліджувати різні варіації форми та розташування фігур відносно системи координат, а також їхні властивості. За допомогою програми можна будувати перетини геометричних об'єктів та виконувати побудови з використанням різних кольорів, що сприяє розвитку просторового мислення, яке у багатьох учнів недостатньо розвинене.

*Третя умова* полягає в необхідності забезпечення учнів сучасними навчальними матеріалами. Через економічні обмеження сьогодні не завжди є можливість забезпечити школи друкованими підручниками в достатній кількості. У зв'язку з цим, доцільно переходити на використання електронних підручників та інших навчальних ресурсів (лекційні матеріали для вчителів, дидактичні посібники тощо). Однак цей перехід вимагає створення якісних електронних методичних матеріалів та активного залучення онлайн-ресурсів, таких як інтернет, для підтримки навчального процесу.

Одним із ключових завдань сучасної освіти є оцінка початкового рівня пізнавальної активності учнів, яка включає базові знання з конкретного предмета, на основі яких можна буде будувати нові знання, та освоєння пізнавальних умінь, що дозволять ефективно прогресувати в навчанні та успішно засвоювати програму. Досвід [40, с.495] багатьох років викладання у вищих навчальних закладах показує, що рівень знань з математичних дисциплін, включно з геометрією, має тенденцію до зниження. Однією з головних проблем, на яку повинен звертати увагу викладач при викладанні курсу геометрії, є недостатня шкільна підготовка значної частини учнів, а також поверхневе сприйняття більшістю з них абстрактних концепцій цього курсу.

Оскільки учні одного класу мають різний рівень знань з геометрії, відрізняються за психологічними особливостями щодо сприйняття, розуміння та запам'ятовування матеріалу, а також індивідуальними рисами, очевидно, що застосування одного універсального підходу до навчання не є можливим.

Викладачеві потрібно ретельно спланувати диференційовані навчальні програми для теоретичних, практичних занять та оцінювання, підкреслюючи важливість самостійної роботи.

Під час викладу теоретичного матеріалу викладач пояснює основні поняття, необхідні для розуміння теми, аналізує їх властивості та подає теоретичні відомості, такі як леми чи теореми, разом із доведенням. Також він може розглядати логічну структуру обґрунтування певних фактів або надавати учням завдання для самостійного опрацювання, враховуючи індивідуальний рівень кожного.

Наприклад, при вивченні теми «Пряма і площина у просторі» [38, с.327] перший рівень програми вимагає знання різних видів рівнянь прямої та площини, а також взаємного розташування об'єктів: прямих у просторі, площин відносно координатної системи, кількох площин і їх взаємодії. Другий рівень передбачає виведення рівнянь за аналогією та застосування теоретичних знань до розв'язання задач, а на третьому рівні учень повинен довести всі теоретичні положення, що були подані на теоретичній частині без доказів, використовуючи додаткову навчально-методичну літературу.

На практичних заняттях диференціація завдань реалізується через групові та індивідуальні завдання, що сприяють розвитку навичок самостійної роботи. Для закріплення матеріалу учні можуть самостійно вибирати рівень складності завдань з кількох запропонованих варіантів. Ефективними методами диференціації є, наприклад, завдання однакового змісту для всієї групи, але з різним часом на виконання: сильнішим учням надається менше часу, а потім вони можуть допомагати слабшим учням перевіряти завдання або брати участь в іншій навчальній діяльності.

На всіх етапах навчального процесу важливо використовувати різноманітний дидактичний матеріал. До рекомендованих засобів належать картки, системи завдань різного рівня складності, тести, а також творчі завдання як теоретичного, так і практичного характеру.

Основними вимогами до створення дидактичного матеріалу для диференційованої самостійної роботи старшокласників при вивченні геометрії є [41]:

* + Навчальний матеріал має виявляти особистий досвід учня, враховуючи попередні знання.
  + Викладення змісту повинно не лише збільшувати обсяг знань і структурувати їх, а й збагачувати вже наявний суб'єктивний математичний досвід кожного учня.
  + Процес навчання повинен забезпечувати постійне узгодження попереднього досвіду учнів з новими знаннями.
  + Учням необхідно створити умови для самостійної роботи, де вони могли б розвивати самоосвіту, саморозвиток та самовираження через навчальний матеріал.
  + Матеріал повинен бути організований таким чином, щоб учень мав можливість вибирати зміст, форми та методи виконання завдань, а також підходи до вирішення задач.
  + Необхідно оцінювати не лише кінцевий результат, але й сам процес навчання, зокрема ті зміни, які відбуваються під час засвоєння матеріалу.
  + Введення метазнань (знань про навчальні стратегії) має містити як загальнологічні, так і спеціальні методи роботи, що сприяють особистісному розвитку учня.
  + Контроль і оцінка мають включати не лише результат, а й трансформації, які відбуваються в процесі навчання.

Таким чином, навчання повинно сприяти рефлексії та оцінці учнем власної діяльності.

Якість та результативність самостійної роботи учнів, насамперед, напряму залежить від рівня підготовки вчителя та його готовності до постійного вдосконалення власних знань та підходів. Саме тому, під час організації самостійного вивчення матеріалу з геометрії викладач повинен забезпечувати:

* + розвиток творчих здібностей та стимулювання розумової активності учнів;
  + набуття учнями глибоких базових знань з курсу геометрії під час самостійної роботи;
  + формування в учнів внутрішньої мотивації до постійного оновлення та поглиблення знань;
  + розвиток морально-вольових якостей;
  + набуття практичних навичок самостійної роботи та вміння ефективно розподіляти власний час;
  + вміння визначати методи та засоби вирішення проблем, що виникають у процесі самостійного навчання;
  + формування навичок вирішення проблем, які зустрічаються як у професійній діяльності, так і в повсякденному житті.

Також, ефективність самостійної роботи учнів значною мірою залежить від її правильної організації, яку здійснює учитель відповідно до потреб сьогодення. Сучасні психолого-педагогічні підходи до навчання вимагають створення таких умов, що сприяють активному і самостійному засвоєнню навчального матеріалу. Раціональна організація самостійної діяльності учнів із використанням інноваційних методів не тільки підвищує якість освоєння знань, але й формує основу для їх подальшого безперервного самонавчання та особистого розвитку.

Тобто, сучасний викладач має опановувати нові технології, вивчати досвід організації навчання за кордоном, вдосконалювати власну педагогічну майстерність на курсах підвищення кваліфікації тощо [26; 42; 43; 44].

Під час підготовки плану для самостійної роботи вчитель має враховувати складність навчального матеріалу, ставлення учнів до предмету та рівень розвитку їхніх навичок самостійної діяльності. Так, Гончаренко [7] зазначає, що два ключові напрями організації самостійної роботи на уроці включають :

1. Використання пам’яток, які допомагають учням усвідомити мету й умови виконання завдань, спрямованих на оволодіння діями, що забезпечують розуміння тексту. На початкових етапах вдосконалення роботи з пам'ятками відбувається під керівництвом вчителя, а пізніше – під його наглядом, із використанням невеликих дидактичних матеріалів. Після навчання в аудиторії учні, які розвинули необхідні навички, можуть працювати самостійно вдома, а пам’ятки спрямовують їх у процесі вивчення геометрії.
2. Використання спеціальної системи вправ, що побудована з урахуванням динаміки й поступового зростання рівня самостійності. Вправи варіюються від копіювання до відтворюючої та творчої форм самостійної роботи.

Підсумовуючи сказане вище, процес організації самостійної діяльності старшокласників включає кілька ключових етапів. Спершу, на діагностичному етапі, здійснюється ретельне оцінювання результатів педагогічної роботи. Цей етап передбачає контроль, перевірку, аналіз, прогнозування та виявлення проблем, що потребують вирішення. Педагогічна діагностика дозволяє зробити індивідуальне навчання більш результативним, визначити досягнення учасників освітнього процесу, оцінити рівень якості освіти та мінімізувати можливі педагогічні помилки.

Другий етап – мотиваційний – спрямований на активізацію інтересу до навчання та формування позитивних стимулів у школярів. В. Гулеватий підкреслює, що мотивація є рушійною силою будь-якої людської діяльності. У своїх дослідженнях він наголошує, що мотивація визначає рух до поставленої мети і є важливим чинником, який впливає на поведінкову активність. Найбільш потужним мотиватором є підготовка до майбутньої професійної діяльності [45, с. 54].

На третьому змістовному етапі відбувається добір навчального матеріалу. Застосування різноманітних методів навчання допомагає оптимізувати процес самостійної роботи учнів, індивідуалізувати завдання та регулярно їх оновлювати для виконання як у класі, так і за його межами. Під час самостійної роботи в класі школярі можуть брати участь у інноваційних та організаційно-діяльнісних іграх, які допомагають переходити від фрагментарних знань до більш системного розуміння предмета, з акцентом на виявленні протиріч і не лише на відпрацюванні рішень, оскільки у роботах учених при опису форм організації самостійної роботи учнів зроблено акцент на використанні саме ігрових технологій навчання [42; 43; 46;].

Четвертий етап – аналітико-коригуючий – передбачає контроль і оцінювання результатів на основі встановлених критеріїв. Для цього використовуються накопичувальні бали, рейтингові системи, тести, а також нестандартні форми екзаменів [18]. У деяких випадках контроль та оцінювання можуть сприяти підвищенню змагального духу та мотивувати учнів до особистісного розвитку [47].

На завершальному етапі відбувається аналіз і підсумування результатів самостійної роботи учнів. Зокрема, оцінюється їхній успіх у навчанні та творчих завданнях. Учнів можуть заохочувати додатковими балами за досягнення або накладати санкції за незадовільні результати. Наприклад, якщо робота здана раніше встановленого терміну, учитель може підвищити оцінку. Регулярна організація самостійної роботи в поєднанні з домашніми завданнями сприяє поступовому формуванню навичок самостійного навчання у школярів.

## 2.2. Методичні вказівки щодо організації самостійної роботи учнів за темою «Прямі й площини у просторі»

Зважаючи на сучасні умови, зокрема дистанційне навчання, акцентується особлива увага на важливості збільшення часу, відведеного на практичне освоєння матеріалу під час уроків. Це передбачає більше самостійної та індивідуальної роботи з кожним учнем для глибшого розуміння складних тем. Серед інших важливих аспектів можна відзначити наступне [18]:

* низька активність учнів під час занять;
* необхідність стимулювати їх пізнавальну активність;
* пропуски уроків через поважні причини;
* інтерес учнів до поглиблення знань.

Тема «Прямі і площини у просторі» розглядається у другому та третьому розділах після вступного розділу, де розповідаються основи стереометрії. Тут охоплюються базові поняття, аксіоми та їх наслідки, а також многогранники і їх перерізи. Ці знання є фундаментом для більш глибокого занурення в курс стереометрії.

Розглянемо більш детально тему «Прямі й площини у просторі», яка містить два розділи:

* «Паралельність прямих і площин у просторі»
* «Перпендикулярність прямих і площин у просторі»

Згідно з навчальною програмою [48] з математики для 10-11 класів загальноосвітніх шкіл рівня стандарту, на вивчення теми «Прямі й площини у просторі» відведено 40 години. Відповідно до навчальної програми наведемо орієнтовний план вивчення теми «Паралельність прямих і площин у просторі» (таблиця 2) [48]:

Таблиця 2

*Орієнтовний план вивчення теми «Паралельність прямих і площин у просторі»*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п/п | Назва | К-ть годин |
| **ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ (19 годин)** | | |
| 1 | Основні поняття, аксіоми стереометрії та найпростіші наслідки з них. | 1 |
| 2 | Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі. | 1 |
| 3 | Паралельні прямі. Ознака паралельних прямих в просторі. | 1 |
| 4-5 | Властивості паралельних прямих | 2 |
| 6-7 | Взаємне розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються, паралельні пряма і площина. | 2 |
| 8 | Ознака паралельності прямої та площини. | 1 |
| 9-11 | Властивості прямої, паралельної площині | 3 |
| 12 | Узагальнення та систематизація знань і вмінь учнів з теми «Паралельність прямих і площин у просторі» | 1 |
| 13 | Контрольна робота на тему «Паралельність прямих і площин у просторі» | 1 |
| 14-15 | Паралельні площини. Ознака паралельності площин. Властивості паралельних площин. | 2 |
| 16-18 | Паралельне проектування і його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії. | 3 |
| 19 | Тематична контрольна робота №1 | 1 |

Аналогічно наведемо орієнтовний план вивчення теми «Перпендикулярність прямих і площин у просторі» (таблиця 3) [48]:

Таблиця 3

*Орієнтовний план вивчення теми «Перпендикулярність прямих і площин у просторі»*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п/п | Назва | К-ть годин |
| **ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ (21 годин)** | | |
| 1 | Кут між прямими. Перпендикулярність прямих. | 1 |
| 2 | Перпендикулярність прямої і площини. Ознака перпендикулярності прямої і площини | 1 |
| 3-4 | Властивості прямої і площини, перпендикулярних між собою. Відстань від точки до площини. Узагальнення та систематизація знань | 2 |
| 5-6 | Перпендикуляр і похила до площини. | 2 |
| 7-10 | Теорема про три перпендикуляри | 4 |
| 11-13 | Вимірювання кутів між прямою і площиною. | 3 |
| 14-16 | Двогранний кут. Кут між площинами. | 3 |
| 17-18 | Перпендикулярність площин. | 2 |
| 19 | Вимірювання відстаней від прямої до площини. | 1 |
| 20 | Вимірювання відстаней між площинами. | 1 |
| 21 | Тематична контрольна робота №2 | 1 |

Основними формами організації навчання на уроці є: загальна, групова та індивідуальна робота. У кожній з цих форм учні виконують самостійну навчальну діяльність. Під час загальної роботи вчитель координує діяльність всього класу, спрямовуючи його на досягнення спільної мети. Викладач створює атмосферу співпраці [49], впливаючи на учнів емоційно, та встановлює однаковий ритм для всіх. Однак традиційна фронтальна форма роботи не завжди враховує індивідуальні потреби учнів. Натомість диференційований підхід [38] дозволяє краще пристосувати навчальний процес до рівня підготовки кожного учня. Під час фронтального обговорення теорії учні самостійно працюють над основними задачами, а ті, хто має високий потенціал і швидко засвоює матеріал, отримують додаткові завдання для поглибленого опрацювання.

Наприклад, під час фронтального вивчення теоретичного матеріалу учням пропонується самостійно розв'язати базові задачі з підручника, а для тих, хто має високий рівень дослідницьких здібностей і працює швидше, надаються додаткові питання. При вивченні теми «Паралельність прямих і площин у просторі» запитання для фронтальної самостійної роботи, наприклад, можуть бути такими [50, с.42-44]:

* Дослідіть як можуть розміщуватися у просторі пряма та площина?
* Чи може пряма бути паралельною двом різним площинам? Якщо так, поясніть за яких умов.
* Чи можуть дві прямі бути одночасно паралельними і перпендикулярними до однієї й тієї ж площини? Поясніть.

Запитання для індивідуальної роботи, наприклад, такі:

* Дослідіть взаємне розміщення прямої та площини.
* Які умови свідчать про те, що дві площини є паралельними? Покажіть це на прикладі.
* Чи можуть дві прямі бути паралельними у просторі, але не лежати в одній площині? Обґрунтуйте свою відповідь.

Наступною формою організації навчання є диференційовано-групова робота. Вона передбачає більш детальний підхід до індивідуальних особливостей учнів та чітке визначення їхніх навчальних можливостей. Це дає змогу створити найкращі умови для особистісного розвитку кожного учня. Хоча завдання пропонуються групі в цілому, можливе глибше розрізнення рівнів підготовки порівняно з фронтальним навчанням. Доцільно розглянути два види діяльності [37, c.73-74]: самостійну роботу в групах та індивідуалізовану самостійну групову роботу для старшокласників.

Якщо групи складаються з учнів із однаковими знаннями, рівнем засвоєння матеріалу та навичками самостійної роботи, тобто є однорідними, то завдання матимуть однакову складність. Наприклад, вирішення задач певної складності [51, c.109] (від першого до четвертого рівня) з подальшим обговоренням. У випадку гетерогенних груп навчання організовується через різнорівневі завдання (від 1 до 4 рівня) з обговоренням у групі після виконання.

Індивідуальний підхід у першому випадку реалізується шляхом надання додаткових завдань тим учням, які швидко справляються або вже опанували матеріал. Така форма роботи ефективна при вивченні тем, що містять великий обсяг матеріалу, оскільки дозволяє одночасно залучати як учнів з високими навчальними можливостями, так і тих, хто потребує більше часу. У разі роботи з групою з різним рівнем підготовки, завдання можуть бути структуровані за певними схемами [37, с.75] (Таблиця 4).

Таблиця 4

*«Схеми складання завдань для групи з різним рівнем підготовки»*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Схема А | Схема Б | Схема В |
| 1. Спільні завдання  2. Розгалужені завдання:  а)більш легкий варіант  б)середньої складності варіант  в)більш складний варіант | Розгалужені завдання:  а)більш легкий варіант  б)середньої складності  варіант  в)більш складний варіант | 1. Розгалужені завдання:  а)більш легкий варіант  б)середньої складності варіант  в)більш складний варіант  2.Спільні завдання |
| Модель А є найбільш результативною, коли нові знання мають тісний зв'язок з уже засвоєними або коли практичні завдання виконуються після опрацювання теоретичної частини. | Модель Б використовується для стимулювання розвитку в більшості учнів. Цей підхід зазвичай застосовується під час повторення матеріалу або коли існують значні прогалини в раніше здобутих знаннях. | Модель В використовується в ситуаціях, коли учні мають суттєву різницю у рівні знань, необхідних для засвоєння нового матеріалу. У такому випадку диференційовані завдання слугують підготовчим етапом для сприйняття та розуміння нової теми, а їх виконання допомагає перейти до колективних завдань. |

Третій тип навчальної діяльності на уроці – індивідуальна самостійна робота [18]. Вона передбачає, що кожен учень працює самостійно, проявляючи ініціативу при виконанні запропонованих завдань. Індивідуальний підхід полягає в тому, що учням надаються завдання різної складності з урахуванням їхніх навчальних особливостей, і їм забезпечується різний рівень допомоги під час виконання цих завдань.

Завдання мають бути сформульовані так, щоб при їх виконанні учні згадували ключові поняття та факти, без яких неможливо повноцінно зрозуміти новий матеріал, а також закріплювали навички, необхідні для ефективного засвоєння нової інформації.

Загалом, методи викладання математики, зокрема геометрії, можна поділити на дві взаємопов'язані групи. Перша включає засвоєння навчального матеріалу за допомогою мовних засобів [52], таких як пояснення та бесіди. Друга група методів стосується самостійної роботи учнів [33] під час засвоєння, вдосконалення та застосування знань. Слід підкреслити, що саме поєднання мовних методів з самостійною діяльністю учнів підвищує загальну ефективність навчання. Особливості змісту геометрії роблять необхідним використання різних методів під час будь-якої організації уроків та на кожному етапі навчання, незалежно від їх послідовності. Варто звернути увагу на диференційований підхід до організації самостійної роботи на комбінованих уроках, які є найпоширенішим типом.

Для того щоб ефективно опанувати тему «Паралельність прямих і площин у просторі», важливо поділити навчальний матеріал на чотири основні частини:

* + Взаємне розташування прямих у просторі: паралельні й мимобіжні прямі;
  + Паралельність прямої і площини;
  + Паралельність площин у просторі.
  + Паралельне проектування як метод для зображення просторових фігур на площині.

Процес формування знань може бути організований наступним чином. Спочатку вчитель презентує новий матеріал. Для прикладу, розгляд першого блоку «Взаємне розташування прямих у просторі: паралельні й мимобіжні прямі» доцільно розпочати з аналізу можливих взаємних положень двох прямих a і b на площині та у просторі. Учні мають пригадати, що в планіметрії (на площині) існують лише дві можливі ситуації для двох прямих a і b:

* прямі перетинаються;
* прямі є паралельними і ніколи не перетинаються.

Далі необхідно пригадати, що паралельні прямі в планіметрії мають єдину властивість – не перетинаються. Використовуючи модель куба або паралелепіпеда, учні з'ясовують, що у просторі можливі три положення прямих:

* перетинаються;
* лежать в одній площині й не перетинаються;
* не лежать в одній площині й не перетинаються.

У просторі паралельні прямі повинні одночасно лежати в одній площині і не перетинатися. Учні мають чітко розуміти різницю між означенням і ознакою паралельності, а також довести ознаку, згідно з якою дві прямі, паралельні третій, є паралельними між собою. Важливо підкреслити, що у просторі ці три прямі не обов'язково лежать в одній площині.

Доведення ознаки паралельності прямих у просторі є досить складним. Тому з самого початку варто визначити мету: якщо прямі b і c паралельні прямій a, потрібно показати, що b і c також паралельні між собою. Для цього слід використовувати визначення паралельних прямих у просторі, оскільки інших ознак ще немає. Таким чином, необхідно довести два ключових моменти:

* прямі b і c лежать в одній площині;
* вони не перетинаються.

Подальший хід доведення базується на цих умовах і веде до досягнення потрібного результату.

Після цього учням з високим рівнем підготовки пропонуються завдання [53] для самостійної роботи, спрямовані на поглиблення та розширення їхніх знань. До таких завдань можна віднести задачі на доведення базових теорем. Оскільки тема «Взаємне розташування прямих у просторі: паралельні й мимобіжні прямі» є новою для учнів 10 класу через введення понять тривимірного простору та об’єктів, які в ньому містяться, але є спорідненою з аналогічною темою в планіметрії, то доцільно використати «Схему А» з Таблиці 4 для підготовки задач для самостійного розв’язання. Відповідно до «Схеми А» добірка завдань може мати наступний вигляд:

**1. Спільні завдання:** Задачі, які допоможуть учням закріпити базові поняття та властивості взаємного розташування прямих у просторі.

* + Доведіть, що дві прямі в просторі можуть бути або паралельними, або перетинатися, або бути мимобіжними (класифікація взаємного розташування прямих).
  + Доведіть, що якщо дві прямі мимобіжні, то вони не лежать в одній площині (теорема про мимобіжні прямі).

**2. Розгалужені завдання:**

**а) Більш легкий варіант:**

* Дано дві прямі у просторі, які мають спільну точку. Доведіть, що ці прямі перетинаються, але не обов'язково лежать в одній площині.

**б) Середньої складності варіант:**

* Доведіть, що якщо дві мимобіжні прямі лежать в різних площинах, то будь-яка площина, яка проходить через одну з прямих, не може містити іншу пряму.

**в) Більш складний варіант:**

* Доведіть, що через дві мимобіжні прямі можна провести єдину площину, яка паралельна обом цим прямим (теорема про мимобіжність і паралельність).

Ці задачі охоплюють основні теореми і властивості щодо взаємного розташування прямих у просторі: паралельність, перетин, мимобіжність. Різні рівні складності дозволяють учням поступово розвивати навички доведення та логічного мислення, застосовуючи раніше вивчений теоретичний матеріал.

Одночасно з рештою класу вчитель проводить обговорення ключових аспектів нової теми, акцентуючи увагу на основних ідеях [52]. Під час цього обговорення учні зі середнім та нижчим рівнем навчальних досягнень з допомогою вчителя впорядковують і закріплюють нові знання, що сприяє їхньому глибшому розумінню матеріалу.

Коли вчитель презентує теоретичний матеріал, самостійна освітня діяльність учнів полягає в розвитку своїх навчально-інформаційних [19;20] та інтелектуальних навичок. Це означає, що вони вдосконалюють стратегії засвоєння знань, які передаються вчителем, мотивують свою діяльність, запам’ятовують інформацію, обмірковують її та порівнюють з тим, що вже вивчено. Паралельно учні практикуються у загальнокультурних вміннях [54], таких як ведення записів та, створення на їх основі, опорних конспектів [52].

Іншою формою роботи з теоретичним матеріалом є самостійне опрацювання джерел, зокрема підручників, посібників, додаткової літератури та використання комп’ютерних навчальних програм.

На основі педагогічного досвіду вчених [19;20;33;38] можна виділити кілька вимог до вибору теоретичного матеріалу для самостійного вивчення учнів:

* + необхідно заздалегідь визначити форму і строки перевірки знань учнів з самостійно виконаних робіт та з обраної теми загалом;
  + матеріал має бути простим і зрозумілим, без складних понять, доведень або формул;
  + варто рекомендувати не тільки основний підручник, але й додаткові науково-популярні джерела;
  + перед початком вивчення вчитель повинен надати чіткі інструкції та поради.

Наприклад, вивчення теми «Перпендикулярність прямої і площини» є важливою для розуміння просторових відношень у геометрії. Вона включає ряд ключових понять і методів. Насамперед, учні знайомляться з визначенням перпендикулярності, яке полягає в тому, що пряма вважається перпендикулярною до площини, якщо вона утворює прямі кути з будь-якою прямою, що лежить у площині і проходить через точку їхнього перетину. Це визначення є фундаментальним для подальших побудов і вирішення задач.

Не менш важливим аспектом є умови перпендикулярності. Учні повинні засвоїти, що для перевірки перпендикулярності прямої і площини потрібно знати принаймні одну пряму в площині, яка перетинається з даною прямою. Якщо ця умова виконується, пряма є перпендикулярною до всієї площини. Розуміння цих умов є ключовим для подальшого практичного застосування знань.

Методи побудови перпендикуляра також є невід’ємною частиною теми. Учні навчаються будувати перпендикуляри від точки до площини або від прямої до площини. Такі побудови можна виконувати як у двовимірному вигляді на площині, так і в тривимірному просторі. Це потребує розвитку просторового мислення, що є важливою навичкою для учнів.

Після засвоєння теорії учні переходять до практичного застосування знань у задачах [51, c.109]. Задачі на побудову перпендикулярів, обчислення відстаней між прямою і площиною або між об'єктами, що перетинаються під прямим кутом, дозволяють закріпити отримані знання. Такі задачі мають широке застосування в реальних галузях, зокрема в архітектурі та інженерії, що робить вивчення цієї теми не лише важливим, але й практично корисним.

Для кращого засвоєння теми рекомендуємо організувати самостійну навчальну діяльність. Учням можна запропонувати серію завдань (за аналогічною схемою, як для теми «Паралельність прямих та площин у просторі») на побудову перпендикулярів у просторових фігурах, таких як куби, призми або піраміди. Ці завдання сприяють розвитку просторового мислення та практичному застосуванню теоретичних знань.

Важливо також відзначити взаємозв'язок теми перпендикулярності з іншими геометричними поняттями. Перпендикулярність прямої і площини [51] має тісний зв'язок із поняттями паралельності, кутів між прямими та площинами, проекцій і координат. Ці зв'язки дозволяють учням ширше зрозуміти просторові відношення та застосовувати їх на практиці.

Для поглибленого опрацювання матеріалу можна організувати факультативні заняття [33], на яких учні матимуть можливість працювати з додатковими джерелами, розв'язувати складніші задачі та обговорювати застосування вивчених концепцій у практичних ситуаціях. Задля цього корисно забезпечити учнів графічними матеріалами, ілюстраціями та інструкціями для побудов, а також використати комп'ютерні програми для візуалізації просторових фігур.

Такий підхід допоможе учням не лише засвоїти тему «Перпендикулярність прямої і площини», а й розвинути вміння працювати з просторовими об'єктами, що важливо для успішного засвоєння геометрії в цілому.

Учені вказують на необхідність збільшення завдань інтерактивного змісту [26;49;52;55;56;57]. Для прикладу, оберемо творчі або інтерактивні завдання для самостійної роботи на тему «Прямі й площини у просторі» допомагають учням розвивати креативність та практичні навички. Одним із таких завдань є створення власних задач. Учні можуть самостійно розробити геометричну задачу на основі вивченого матеріалу. Це завдання стимулює учнів подумати над різними взаємними положеннями прямих і площин, вибудувати логічний зв'язок між теоретичними поняттями та реальними ситуаціями. Крім того, вони мають запропонувати розв’язок, що підвищує їхні аналітичні навички.

Також, ще одним інтерактивним завданням може бути використання 3D-моделювання. За допомогою програм, таких як GeoGebra [38, с.328], учні можуть візуалізувати просторові фігури та їхні елементи. Це допомагає краще зрозуміти складні абстрактні концепції, наприклад, як перетинаються або взаємодіють пряма і площина у просторі. Учні можуть створювати тривимірні моделі різних ситуацій: паралельність, перетин, перпендикулярність, і навіть аналізувати ці моделі під різними кутами. Такі завдання сприяють розвитку просторового мислення та роблять процес навчання цікавим і інтерактивним.

Останнім етапом проведення комбінованого уроку є домашня робота. Домашня самостійна навчальна робота є складним педагогічним процесом, який має різні форми та класифікації. Залежно від цілей, які ставляться перед учнями, її можна поділити на два основні типи:

* робота для засвоєння нових знань, навичок і вмінь
* перевірочна діяльність.

Робота, що спрямована на отримання нових знань, може включати підготовку до вивчення нового матеріалу, поглиблення набутих знань і тренувальні вправи.

Самостійна навчальна діяльність вдома може базуватися на повторенні дій вчителя [52], застосуванні знань у знайомих умовах або на творчому підході, де учні самостійно шукають вирішення завдань, роблять спостереження та формують висновки. Індивідуалізація і диференціація завдань є ключовими аспектами організації такої роботи. Завдання можуть бути різних форм: учні можуть обирати їх вільно, виконувати індивідуально, працювати в групах або фронтально. Крім того, завдання можуть відрізнятися за тривалістю – короткі, довготривалі та періодичні.

Завдання також можуть відрізнятися за рівнем самостійності (репродуктивні, варіативні, творчі) і складністю (спрощення чи ускладнення завдань). Для виконання можуть використовуватись різні ресурси [19;20;47], зокрема підручники, довідники, комп'ютери. Одним із важливих аспектів домашньої роботи є розвиток у учнів навичок самоконтролю та самооцінки, а також здійснення вчителем контролю, що має не лише перевірочну, а й навчальну функцію.

## 2.3. Презентація теоретичного матеріалу

Сучасний освітній процес активно трансформується під впливом цифрових технологій. Це створює нові можливості для викладання геометрії, яка вимагає наочного представлення просторових понять, фігур та їх властивостей. Використання мультимедійних інструментів і інтерактивних методів значно покращує сприйняття теоретичного матеріалу, полегшуючи розуміння абстрактних концепцій.

В умовах сьогодення, коли дистанційна або змішана форма навчання стали невід’ємною частиною освітнього процесу, особливо важливо знайти ефективні способи презентації геометричного матеріалу.

Якісна презентація теоретичного матеріалу з геометрії в сучасних умовах має орієнтуватися на поєднання традиційних підходів із цифровими технологіями та активними методами навчання, що підвищує мотивацію учнів і робить навчальний процес більш ефективним та цікавим.

Лекції з математичних предметів відіграють ключову роль у забезпеченні учнів необхідною інформацією. Для ефективного засвоєння матеріалу важливо поєднувати різні види навчальної діяльності та здійснювати їх одночасно, щоб сприяти глибокому осмисленню і включенню нових знань до загальної системи базових концепцій. Це допомагає підготувати учнів до подальшого засвоєння складнішого матеріалу.

Процес починається з проведення лекцій, які органічно доповнюються самостійною роботою учнів як під час занять, так і поза ними. Старшокласників необхідно привчати до активного сприйняття лекційного матеріалу, де виклад здійснюється у формі діалогу, а основні моменти записуються у конспект. Для покращення ефективності засвоєння знань можна застосовувати проблемно-модульний підхід.

Лекційний урок вирізняється серед інших форм навчання своєю ефективністю та раціональністю. Він забезпечує оптимальне використання часу та зусиль учнів, даючи змогу швидко й безпосередньо занурити їх у процес відкриття нових знань. Цей формат є динамічним методом навчання, оскільки вимагає інтенсивної обробки інформації. Лекційна подача має сильний педагогічний вплив, перевершуючи за цим показником самостійне опрацювання текстів чи використання цифрових ресурсів.

Лекція виконує багато важливих функцій: вона не лише інформує й спрямовує учнів, а й допомагає систематизувати та узагальнювати знання, стимулює інтерес до навчання, формує мотивацію та сприяє вихованню. Окрім того, вона розвиває особисті та когнітивні здібності, підштовхуючи учнів до активної пізнавальної діяльності.

Кожна тема складається з кількох ключових компонентів [37, с.98] (Таблиця 5):

* Базовий зміст – основа теоретичного матеріалу.
* Повний і поглиблений зміст – розширення базових знань.
* Допоміжний зміст – приклади, уточнення та додаткові матеріали для кращого розуміння.
* Додатковий теоретичний зміст – інформація для поглибленого вивчення та самостійної роботи.

Таблиця 5

*«Диференціація навчальної теми за рівнями»*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Початковий рівень (перший) | Середній рівень  (другий) | Достатній рівень (третій) | Високий рівень (четвертий) |
| Оволодіння основними поняттями та формування базових навичок. | Застосування ключових понять на практиці та розвиток фундаментальних умінь і навичок. | Усвідомлення структури основних концепцій та їх практичне використання. Засвоєння матеріалу в повному обсязі. | Глибоке осмислення матеріалу з умінням адаптувати та застосовувати його в різноманітних навчальних контекстах. |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Допоміжний зміст | Базовий зміст | Повний зміст | Поглиблений зміст | Додатковий теоретичний зміст |

Лекція виконує низку важливих дидактичних функцій, на які звертає увагу, зокрема, зарубіжний дослідник П. Дж. Фредерік у своїй роботі „Вісім варіантів читання лекцій” [58]. Він стверджує, що лекція не лише передає нову інформацію, але й структурує та пояснює складні концепції, демонструє підходи до розв’язання проблем, розкриває зв’язки між різними ідеями. Окрім цього, лекція сприяє формуванню ціннісного ставлення до знань, стимулює критичне мислення, викликає інтерес та мотивує до продовження навчання.

Перетворити лекцію на активний і навіть інтерактивний формат навчання можна шляхом залучення учнів до самостійної роботи. Використання візуальних матеріалів під час лекцій значно покращує засвоєння інформації: рівень запам'ятовування зростає з 14% до 38% [37, с.98]. Окрім того, така подача значно економить час та підсилює ефективність усного викладу. Візуалізація не лише замінює велику кількість слів, але й утричі перевершує за результативністю звичайний текстовий матеріал.

Залучення ІКТ робить лекції ще більш інтерактивними та ефективними. Використання презентаційних програм [24;25] (Google Slides, Microsoft PowerPoint) дозволяє створювати багаторівневі структури подання матеріалу, з анімаціями та вбудованими відео, що підсилюють розуміння складних геометричних концепцій. Інтерактивні платформи, як-от Mentimeter чи Kahoot, дають змогу миттєво перевіряти рівень засвоєння знань за допомогою опитувань і тестів під час заняття. Крім того, цифрові дошки (Padlet, Jamboard) сприяють спільній роботі над задачами, що розвиває комунікативні навички та співпрацю. Такі інструменти дозволяють учням бути не просто слухачами, а активними учасниками освітнього процесу, що підвищує їхню мотивацію та залученість.

Загалом, вивчення теми «Прямі і площини у просторі» [59, с.46-170] базується на попередньому засвоєнні матеріалу з геометрії на площині. На початку уроку розглядаються основні поняття, такі як пряма та площина, а також їхні взаємні розташування: паралельність, перетин та взаємна перпендикулярність. Це забезпечує перехід від двовимірних до тривимірних об’єктів та їх властивостей.

Лекція містить великий обсяг нового матеріалу, але для його повного засвоєння учням потрібно значно більше часу. Чітке визначення цілей дає можливість спланувати й організувати спеціальні навчальні завдання, спрямовані на глибше розуміння, практичне використання та усвідомлення отриманих знань. Ефективність навчання підвищується, якщо учні залучені до активної діяльності, яка вимагає аналізу та самостійного розв'язання проблем.

Перший урок може мати формат лекції, де пояснюються основні означення: пряма у просторі, площина, точка перетину прямої та площини. Також вводяться поняття паралельних і мимобіжних прямих у просторі. Вчитель може запропонувати учням розглянути завдання з геометричної інтерпретації просторових фігур, щоб підготувати їх до практичного застосування знань.

Основними темами уроків є [60, с.446-459]:

* + Означення прямих і площин у просторі
  + Взаємне розташування прямих у просторі: паралельні та мимобіжні прямі
  + Перетин прямої з площиною
  + Взаємне розташування двох площин
  + Кути між прямими та площинами
  + Перпендикулярність прямих і площин у просторі
  + Ортогональні проєкції та їх застосування в задачах
  + Побудова перерізів многогранників

Організація уроку-лекції може бути побудована так, що частину матеріалу учні отримують для попереднього ознайомлення. Наприклад, конспект із прикладами розміщення прямих у просторі можна видати учням заздалегідь (Таблиця 6). Це дозволить їм самостійно підготуватися та пригадати схожі поняття з геометрії на площині.

На заняттях важливо звертати увагу на відмінності між просторовими і площинними фігурами, стимулюючи учнів аналізувати нові поняття. Виконання вправ з побудови моделей прямих і площин у просторі допоможе учням зрозуміти зв’язок між теоретичними поняттями та їх практичним застосуванням. Після самостійного опрацювання матеріалу для закріплення та поглиблення знань і навичок можна перейти до його використання для розв'язування задач.

Учні виконуватимуть завдання відповідно до рівня своєї самостійності, і навіть якщо завдання будуть виконані частково, вчитель зможе організувати сучасний урок. На такому уроці буде не лише взаємодія між учителем та учнями, а й обговорення та розв'язання проблем, з якими стикнулися учні.

Таблиця 6

*«Фрагмент матеріалу лекційного уроку на тему «Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі»»*

|  |  |
| --- | --- |
| **Площина** | **Запитання** |
|  | **Дайте відповідь на питання:**  1. Чим відрізняються паралельні прямі від мимобіжних?  2. Як можна визначити, що дві прямі є мимобіжними? Наведіть приклади.  3. Чи завжди дві прямі, які не лежать в одній площині, є мимобіжними?  4. У якому випадку дві прямі у просторі можуть перетинатися? Яку фігуру утворює їх перетин?  5. Як змінюється взаємне розміщення прямих, якщо вони лежать в одній площині?  6. У якому випадку можна сказати, що дві прямі паралельні? Яке рівняння це описує?  7. Наведіть приклади задач, де використовується поняття мимобіжних прямих у стереометрії.  8. Якщо дві прямі паралельні, чи можуть вони перетинатися? Чому? |

Вивчення теоретичного матеріалу зі стереометрії нерозривно пов’язане з питаннями наочності [52, с.26] та моделювання різних ситуацій, особливо при освоєнні теми «Побудова перерізів многогранників». Традиційно, опанування цієї теми починається з використання методу слідів. У старших класах завдання на побудову перерізів стають важливим доповненням до теоретичних знань і супроводжують вивчення всього курсу стереометрії. Виконання таких завдань допомагає учням розвинути просторове мислення, а також удосконалює конструктивне та логічне мислення. Регулярне застосування аксіом і теорем під час побудови сприяє їх глибокому засвоєнню на інтуїтивному рівні.

Для підготовки учнів до побудови складніших перерізів у 11 класі, в курсі геометрії 10 класу можна запропонувати проєкт «Побудова перерізів куба». Проєкт, який необхідно виконати у програмі GeoGebra [38, с.328], має на меті узагальнити й систематизувати знання учнів, а також підготувати їх до розв'язування задач, пов’язаних із побудовою перерізів куба. Окрім того, проєкт сприятиме залученню школярів до використання цифрових технологій у процесі створення різноманітних проєктів, не лише з математики, а й з інших предметів, що в свою чергу вказає на необхідність наявності фактору міжпредметних зв’язків [61;62] у завданнях.

GeoGebra надає можливість динамічно моделювати різні перерізи, що допомагає учням краще зрозуміти просторові відносини та побачити результати змін у реальному часі. Використання цього інструменту також дозволяє учням самостійно експериментувати з положенням площин і прямих, що посилює їхню мотивацію та інтерес до предмета. Завдяки інтерактивному середовищу діти можуть перевірити правильність своїх побудов безпосередньо під час виконання завдань. Крім того, робота з GeoGebra стимулює розвиток навичок точності та уважності, необхідних для успішного виконання задач зі стереометрії. Напрацювання, отримані під час проєкту, стають корисною базою для подальших досліджень і підготовки до олімпіад з математики.

Безсумнівно, комп'ютерна підтримка навчального процесу має багато переваг, проте слід зазначити, що вчителі математики не завжди готові до проведення уроків з використанням комп'ютерних технологій. Це часто зумовлено нестачею методичних матеріалів та необхідних дидактичних ресурсів. У сучасних підручниках [59;63;64;65] зі стереометрії представлена велика кількість завдань, які можна вдало виконати за допомогою програмних засобів. Однак, перед тим як запропонувати учням організовану самостійну діяльність з комп’ютером, доцільно внести певні зміни в ці завдання. Часто це полягає у переформулюванні завдань на доведення в дослідницькі або завдання на обґрунтування.

У процесі виконання самостійних навчальних завдань, що сприяють формуванню просторового мислення з використанням програмних засобів і комп'ютерної анімації, важливо виділити кілька етапів, на кожному з яких застосовуються відповідні моделі реальних об'єктів. Першим кроком є використання реальної моделі об'єкта, який вивчається, наприклад, макета або малюнка з навколишнього світу. Другий етап передбачає створення моделі у програмному забезпеченні чи динамічної анімаційної моделі. Третій етап полягає в отриманні статичного зображення, яке може бути математичним рисунком. Завершальним етапом є формування просторового образу, що дозволяє учням глибше зрозуміти досліджуваний матеріал.

Завдяки використанню програмних педагогічних засобів [19;20] можна поступово підводити учнів до самостійного здобуття нових знань, активізуючи їх творче мислення та евристичні навички. Практика доводить, що виконання самостійних досліджень геометричного матеріалу з використанням ІКТ сприяє виникненню позитивних емоцій, впевненості у власних силах та підвищенню самооцінки. Це, у свою чергу, посилює мотивацію та ефективність навчальної діяльності учнів старших класів.

## 2.4. Індивідуальні завдання до теми «Прямі й площини у просторі»

Сучасне суспільство активно переходить до широкого застосування інформаційних технологій у всіх сферах життя, що особливо відчутно в освітньому середовищі. Використання ІТ-технологій у навчальному процесі сприяє глибшому і швидшому засвоєнню матеріалу учнями. Через це дедалі більше шкіл запроваджують дистанційні методи навчання як при організації уроків в складних умовах воєнного часу, так і при організації самостійної роботи школярів [66]. Комп'ютер, як потужний інструмент для здобуття знань, надає значні можливості для використання інформаційно-комунікаційних технологій, що активно застосовується і в процесі вивчення геометрії.

Вивчення розділу «Прямі та площини у просторі» є важливою складовою геометрії, яка розвиває просторове мислення та допомагає зрозуміти принципи, що лежать в основі багатьох реальних структур та побудов. Ця тема дозволяє глибше осягнути, як взаємодіють основні геометричні об'єкти в тривимірному просторі, зокрема, як розташовані прямі та площини.

Серед математичних компетентностей, які учні здобувають під час вивчення розділу «Прямі та площини у просторі», можна виокремити такі: визначення та класифікація взаємного розташування прямих і площин у просторі; побудова зображень фігур та виконання нескладних побудов; застосування понять паралельності та перпендикулярності прямих і площин для опису взаємодії між об’єктами навколишнього світу.

Індивідуальні завдання, які розглядаються в межах цієї теми [67; 68], мають на меті закріпити теоретичні знання на практиці та розвинути навички аналізу просторових ситуацій. Учні навчаються будувати різні конфігурації, розв'язувати задачі на взаємне розташування прямих і площин, а також застосовувати отримані знання у різноманітних ситуаціях – від простих побудов до складніших прикладних задач.

Основним завданням теми «Паралельність прямих і площин» є розвиток просторового мислення учнів, що є водночас і складною педагогічною задачею. Велика увага приділяється навчанню зображати геометричні фігури та використовувати ці зображення для розв’язання задач, засвоюючи основи побудови за принципами паралельного проектування.

Для вивчення теми широко застосовуються такі прості фігури, як куб і тетраедр. Вони дозволяють не лише виконувати побудови на проекційному рисунку, як-от знаходження точок перетину прямих і площин або ліній перетину площин, а й формують навички уявних побудов.

Особливе місце у вправам відводиться завданням, що розвивають уміння та навички на базі однакових геометричних конструкцій. До таких відносяться: куб і тетраедр; фігури з різних площин із спільними сторонами; трикутники, паралелограми, прямокутники, трапеції, які розташовані паралельно до певної площини.

Відповідно до вказаної в попередньому розділі класифікації диференціації теми за рівнями, задання для самостійної роботи учнів ми також поділяємо на чотири рівні складності: початковий; середній; достатній; високий. Дотримуючись даної структури, наведемо орієнтовну добірку індивідуальних завдань, що побудована у форматі національного мультипредметного тесту (НМТ, раніше ЗНО). Такий підхід [69] до формування завдань для самостійної роботи учнів обґрунтовується тим, що ці завдання не тільки формують навички розв’язування тестових питань, а й допомагають розвивати здатність працювати в умовах обмеженого часу, що є ключовим для успішного складання НМТ.

Крім того, робота з завданнями цього формату дозволяє учням глибше зрозуміти вимоги тесту, структуру питань, а також навчає стратегій та підходів для досягнення найкращих результатів. Це також сприяє виявленню слабких місць у знаннях учнів на ранньому етапі, що дозволяє вчителям спрямувати зусилля з організації самостійної роботи на повторення або додаткове пояснення складних тем до випускного класу.

Також завдання у форматі НМТ знайомлять учнів з тестовими технологіями, полегшуючи їм адаптацію до стандартизованих методів оцінювання. Це допомагає знизити рівень стресу і тривожності, оскільки учні поступово звикають до форми тестових завдань, що стимулює їх упевненість у власних силах.

За структурою, добірка завдань для самостійної роботи, яку ми пропонуємо, матиме 10 завдань. Завдання 1-6 мають тестовий формат: необхідно обрати одну правильну відповідь з п’яти наданих – це початковий рівень. Завдання 7 – на встановлення відповідності між твердженнями – це середній рівень. У завданнях 8-9 (достатній рівень) необхідно розв’язати задачу та вказати тільки коротку відповідь. Останнє 10 завдання (високий рівень) необхідно розв’язати повністю, тобто провести аналіз умови задачі; провести побудови (за необхідності); обґрунтування всіх кроків; отримання загального результату та аналіз отриманої відповіді.

**Добірка завдань для самостійної роботи до теми «Паралельність прямих і площин у просторі»**

**Початковий рівень**

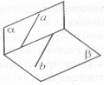
***1.*** Запис *N ∈ α* означає:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| N – точка перетину двох прямих | Точка N не належить прямій α | Точка N належить прямій α | Точка N належить площині α | Точка N не належить площині α |

**Розв’язання:** Зазвичай *α* позначають площину, символ ∈означає «належить» і показує, що точка розташована на даній площині, або іншими словами: точка N міститься у площині *α*. Отже відповіддю на запитання буде: Точка N належить площині α.

Відповідь: Г.

**2.** Площини α і β перетинаються. Отже, прямі а і b , зображені на рисунку:



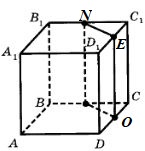
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| *Перетинаються* | *Співпадаю* | *Мимобіжні* | *Паралельні* | *Перпендикулярні* |

**Розв’язання:** Оскільки пряма а ∈ площині α, пряма b *∈* площині β і ці площини перетинаються, але прямі а і b не мають спільних точок і не паралельні, то ці прямі мимобіжні.

Відповідь: В.

**3.** Якщо в кубі через точки *N, E, O* – середини ребер , , *DC* - проведено січну площину *NEO*, то вона паралельна площині:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| *ABD* |  |  |  | *ABC* |



**Розв’язання:** Оскільки точки *E* та *O* – середини ребер та *DC* відповідно, то пряма *ЕО* ∥;

⊂ ; – прямокутник;

Отже за означенням ∥ ; =;) ⇒ *BD*  ∥ ;

*EO* ⊂ , *NE* ⊂

∩ = ; *EO* ∩ = *E;*⇒ ∥ ;

Відповідь: В.

**4.** Дано дві паралельні прямі *a* і *b*. Скільки існує площин, які проходять через пряму *b* і паралельні прямій *a* ?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| *Три* |  |  |  | *Дві* |

**Розв’язання:** Для розв’язання задачі необхідно використати означення паралельності прямої і площини, а також теорему про існування площини через паралельні прямі. Теорема про існування площини через пряму, паралельну іншій прямій: Якщо дві прямі *a* і *b* у просторі паралельні, то існує площина, яка містить одну з цих прямих і паралельна іншій прямій. Іншими словами, якщо *a* ∥ *b*, то можна побудувати безліч площин через пряму *b*, кожна з яких буде паралельною прямій *a*.

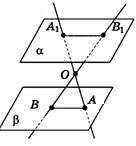
Отже, можна зробити висновок, що існує нескінченна кількість площин, які проходять через пряму *b* і паралельна прямій *a*.

Відповідь: Г.

**5.** Точки *A* і *B* розташовані в одній паралельній площині β, точки і у іншій паралельній площині α. Відрізки і перетинаються в точці O. Як розташовані прямі і *AB* ?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| *Мимобіжні* | *Перетинаються* | *Перпендикулярні* | *Паралельні* | *Неможливо визначити* |

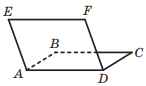
**Розв’язання:** Для початку необхідно зобразити умову задачі на рисунку:



Оскільки площини α і β паралельні, вони не мають спільних точок. Це означає, що пряма *AB,* яка належить площині α, і пряма , яка належить площині β, теж не мають спільних точок, оскільки вони розташовані у різних площинах. Оскільки *AB* і належать різним паралельним площинам, вони не можуть перетинатися. Отже *∈ α , AB ∈ β,* α ∥ β, звідки ∥ *AB.*

Відповідь: Г.

**6.** Якщо квадрат і паралелограм не лежать в одній площині (див. рис.), то *ABE* і :



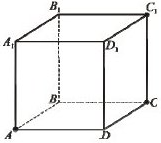
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| *Паралельні* | *Неможливо визначити* | *Збігаються* | *Мимобіжні* | *Перетинаються* |

**Розв’язання:** Оскільки квадрат, то за означенням *AB* ∥*DC. –* паралелограм, за означенням *AE* ∥*DF.* Тоді прямі *AB*, *AE* перетинаються у площині *ABE*, а прямі *DC,* *DF*  перетинаються у площині . Отже, за ознакою паралельності площин, якщо дві прямі, які перетинаються в одній площині, паралельні двом прямим, що перетинаються у другій площині, то ці площини паралельні: (*ABE* )∥ ().

Відповідь: А.

**Середній рівень**

**7.** На рисунку зображено куб . Утворіть правильні твердження [70, c.327]:



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | Пряма | А | Міститься у площині |
| 2 | Площина | Б | Паралельна площині |
| 3 | Площина | В | Паралельна площині |
| 4 | Пряма | Г | Паралельна площині |
|  |  | Д | Паралельна площині |

**Розв’язання:**

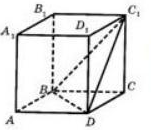
1. Оскільки - куб, то протилежні площини в ньому паралельні одна одній, тобто площина ∥ за означенням. Пряма , тоді, сама пряма ∥.

Відповідь: Г.

2. Аналогічно до попереднього пункту, протилежні площини у куба паралельні одна одній, тоді площина ∥.

Відповідь: Б.

3. Для початку зобразимо на рисунку площину :



*BD* ⊂ ; ; ⊂ ;

– прямокутник, а отже за означенням ∥ ; =;)

⇒ *BD*  ∥ ;

Аналогічно: ∥ .

*BD* ∩ = *D*; ∩ = ⇒ ) ∥ ;

Відповідь: Д.

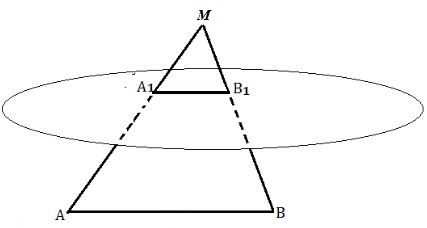
4. Пряма ⊂ , – квадрат, а отже за означенням ∥; =;). Оскільки пряма ⊂ і пряма ∥, то пряма ∥ за ознакою паралельності прямої і площини.

Відповідь: В.

Загальна відповідь матиме вигляд: 1 – Г; 2 – Б; 3 – Д; 4 – В.

**Достатній рівень**

**8.** Площина α паралельна стороні *AВ* трикутника *AMB* та перетинає сторони *AM* і *BM* в точках і відповідно. Знайдіть довжину сторони *AM*, якщо == 2 см, *AВ* = 6 см. [63, c.47-48;]

**Д****ано:** == 2 см, *AВ* = 6 см,

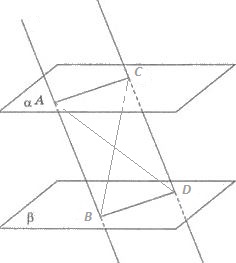
*AВ* ∥ α, *∈* α, *∈* α ;

**Знайти:** *AM - ?;*

**Розв’язання:** Оскільки *AВ* ∥ α, і сторони трикутника *AM* і *BM* перетинають площину α у точках і відповідно, то - лінія перетину двох площин. Отже, за ознакою паралельності прямої і площини *AВ* ∥ . Далі необхідно використати подібність трикутників: Δ*АВМ* ~ Δ*А₁В₁М* (за двома кутами: ∠*М* – спільний, ∠*МАВ* =∠*МA₁B₁,* як відповідні). У трикутниках відповідні сторони пропорційні. Тоді позначимо A₁М = х (x > 0), тоді *АМ* : *A₁М*=*АВ* : . Маємо: ⇒ 6x= 4+2x ⇒ x=1. Тепер повернемося до підстановки: *A₁М*= 1  см, оскільки *AM = A₁М* + , то *AM* = 1+2 = 3 см.

Відповідь: 3 см.

**9.** Відрізки *AB* і *CD* паралельних прямих розміщені між паралельними площинами α і β так, що точки *А* і *С* лежать у площині α, а *B* та *D* – у площині β. *СВ* = 7 см, *AD* =√129 см. Знайдіть добуток *ABBD*, якщо *DC* на 3 см більший ніж *АС*. [63, c.84; 70, c.328-329]

**Дано:** α ∥ β, *AB* ∥ *CD*, *A∈* α, *C∈* α, *B∈* β, *D∈* β,

*CB* = 7 см, *AD* =√129 см, *DC* = *AC* + 3 см;

**Знайти:** *ABBO* - ?;

**Розв’язання:** Оскільки за умовою *AB* ∥ *CD* , *AC* ⊂ α, *BD* ⊂ β, α ∥ β, то *AС* ∥ *BD*  за властивістю паралельності площин. Отже, *ABDC* – паралелограм за означенням. Прямі *AD* та *BC* діагоналі паралелограма *ABDC.* Введемо додаткову змінну – нехай *x* (*x > 0*) – коефіцієнт пропорційності, тоді *AC* = *x*, *DC* = (*x+3*). За наслідком із теореми косинусів (теорема про діагоналі паралелограма):

2() = + ⇒ ;

⇒ ;

;

;

- не задовольняє умову (*x > 0*);

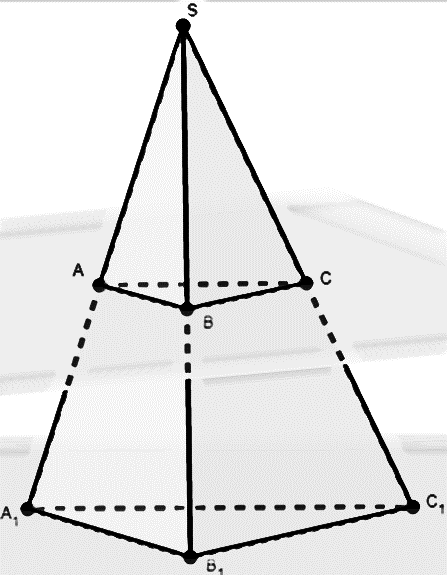
Повернемося до заміни: *AC = 5, DC = 5+3 =8 ;* Оскільки *ABDC* – паралелограм, то за означенням *AB* = *CD, AС* = *BD* , отже *BD = 5, AB = 8.*

Необхідно знайти добуток *ABBD.* Маємо *ABBD = 85= 40 .*

Відповідь: 40 .

**Високий рівень**

**10.** Площина β паралельна площині трикутника *ABC*. Світло, що виходить з точки *S*, відкидає на площину β тінь від трикутника *ABC*. Сторони трикутника дорівнюють 12 см, 15 см, 9 см. Знайдіть: 1) сторони трикутника *ABC*, якщо *SA* : = 2 : 1; 2) площу трикутника *ABC*. [64, c.86; 70, c.329-330]

 **Дано:** α ∥ BC, β ∥ BC, = = ,

*АС*= 18см;

**Знайти:** *АB - ?, АС - ?, BС - ?, - ?*;

**Розв’язання:** Оскільки ∩ = S, то проведемо площину γ через і . Площини *ABC* і β паралельні, тому γ ∩ ( *ABC*) = *AB,* γ ∩ β = . За властивістю паралельних площин *AB* ∥ .

Δ*SAB* ~ Δ за двома кутами (∠S – спільний, ∠*SAB* = ∠ – відповідні при паралельних прямих і січній). Із подібності трикутників:

= =

Нехай *AA₁* = *x* (*x > 0*), тоді = *SA* + *AA₁ = 2x + x = 3x.* Отже:

= ⇒ = ⇒ звідки *AB* = 6 см;

Аналогічно можна довести, що Δ*SBC* ~ Δ, тоді:

*= ⇒ = ⇒ = ⇒ BC =* 8 см;

Аналогічно можна довести, що Δ*SAC* ~ Δ, тоді:

*= ⇒ = ⇒ = ⇒ AC =* 10 см;

Маємо всі необхідні дані для знаходження площі трикутника *ABC.* знайдемо за формулою Герона:

= , де = *(a + b + c)*

= (6 + 8 + 10)= 12 см

= = 24

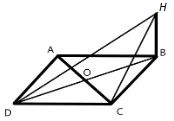
Відповідь: 1) *AB* = 6 см, *BC =* 8 см, *AC =* 10 см; 2) = 24

**Добірка завдань для самостійної роботи до теми «Перпендикулярність прямих і площин у просторі»**

**Початковий рівень**

**1.** До площини квадрата АВСD проведено перпендикуляр HB. Укажіть пряму, яка перпендикулярна до прямої HD.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| AC | AH | AB | BD | AD |



**Розв’язання:** Пряма HB утворює прямий кут з площиною квадрата ABCD, тому кожна пряма, яка лежить у цій площині та є перпендикулярною до проекції HD на площину квадрата, також буде перпендикулярною до HD. Якщо HB ⟂ (ABC), то HB ⟂ BD. Оскільки HD – це похила, а BD – її проекція на площину квадрата, і ми знаємо, що BD ⟂ AC (оскільки BD і AC – діагоналі квадрата), то, згідно з теоремою про три перпендикуляри, отримуємо, що HD ⟂ AC.

Відповідь: А.

**2.** Обчисліть площу ортогональної проекції багатокутника, площа якого становить 70 см², за умови, що кут між площиною багатокутника та його проекції дорівнює 45°.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 35 | 20 | 70 | 35 | 50 |

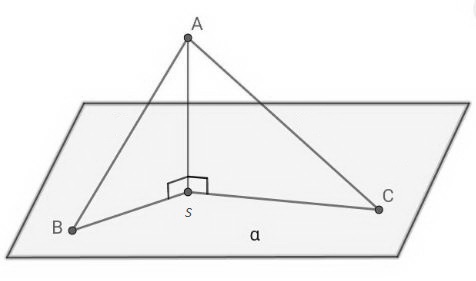
**Розв’язання:** Для знаходження площі проекції многокутника необхідно використати формулу: , де – кут між площинами проекції та самого многокутника. Тоді маємо: 70 = 35 .

Відповідь: Г.

**3.** Від точки A до площини проведено дві похилі AB і AC та перпендикуляр AS, де AC дорівнює 45 см, а AB – 15 см. Порівняйте довжини проекцій цих похилих на площину.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| *SB > SC* | *SB = SC* | *SB = 3SC* | *SB < SC* | *SB = 2SC* |

**Розв’язання:** Для початку необхідно зобразити умову задачі на рисунку:

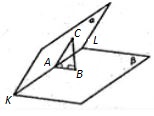


SC – проекція похилої AC на площину α, BS – проекція похилої AB на площину α. Якщо з точки, що знаходиться поза площиною, опустити на цю площину перпендикуляр і провести кілька похилих, то похила з більшою довжиною матиме й більшу проекцію на площину. Тоді, за вказаною властивістю, маємо: *AB < AC*, отже проекції *SB < SC*.

Відповідь: Г.

**4.** Задано двогранний кут із величиною 60°. Прямі *CA* і *BA* перпендикулярні до *KL*, відрізок *CB* перпендикулярний площині β, причому довжина *CB* дорівнює 12 см. Знайдіть довжину відрізка *CA*.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 12 |  |  | 12 | 14 |



**Розв’язання:** Оскільки *CB*⟂ β, *CA* ⟂ *KL*, *BA* ⟂ *KL* , *AB = ,* то *∠BAC –* лінійний кут двогранного кута, *∠BAC =* . Також *ΔABC –* прямокутний, оскільки *CB*⟂ β. З *ΔABC (∠ABC= ) sin(∠BAC) =*  ⇒ *sin =* ⇒ *=* ⇒  *CA* = 24.

Відповідь : Б.

**5.** У просторі задано площину α та точку *A*, яка не лежить на цій площині. Скільки прямих можна провести через точку *A*, що будуть перпендикулярними до цієї площини?

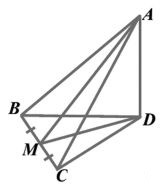
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| *Одну* | *Дві* |  | *Безліч* | *Жодної* |

**Розв’язання:** Через точку 𝐴, яка розташована поза площиною, можна провести лише одну пряму, перпендикулярну до цієї площини. Це випливає з геометричного принципу, що через точку поза площиною можна провести тільки одну пряму, яка утворює з площиною прямий кут. Цю пряму називають перпендикуляром до площини з даної точки.

Відповідь: А.

**6.** Рівнобедрені трикутники *BDC* і *BAC* мають спільну основу. Вкажіть лінійний кут двогранного кута, ребром якого є відрізок *AC*.

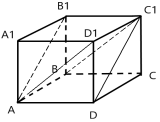
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| *∠ABD* | *∠ACD* | *∠ADB* | *∠ADC* | *∠AMD* |



**Розв’язання:** *AM* – одночасно медіана та висота *ΔABC*, *DM* – одночасно медіана та висота *ΔBDC.* Оскільки *AM* ⟂ *BC*  (як висота в рівнобедреному *ΔBAC*) і *DM* ⟂ *BC*  (як висота в рівнобедреному *ΔBDC*), то кут між двома перпендикулярами *AM і DM,* які проведені до спільного ребра *BC* площин (*ABC)* та (*BDC*), і буде лінійним кутом двогранного кута з ребром *BC.* Отже, *∠AMD –* лінійний кут двогранного кута з ребром *BC.*

Відповідь: Д.

**Середній рівень**

**7.** На рисунку зображено куб . Визначити відповідність між відрізками (1-4), розташованими на гранях і ребрах куба, та значеннями кутів між ними (А-Д).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | та *DC* | А |  |
| 2 | та | Б |  |
| 3 | та | В |  |
| 4 | та | Г |  |
|  |  | Д |  |

**Розв’язання:**

1. Оскільки - куб, то протилежні площини в ньому паралельні одна одній, тобто площина ∥ за означенням. Пряма , тоді, сама пряма *DC* ∥. Отже, *DC* ∥ *AB*  за властивістю паралельності площин. Тоді *∠(*, *DC) = ∠(*, *AB) = ,* оскільки – діагональ квадрата .

Відповідь: В.

2. Оскільки та грані куба , то за означенням ∥ . Отже, *∠(*, *) =* ;

Відповідь: Б.

3. Проведемо діагональ у квадраті , тоді утвориться трикутник . Цей трикутник рівносторонній, оскільки його сторони – це діагоналі граней куба : = = . Тоді *∠(*, *) =* .

Відповідь: А.

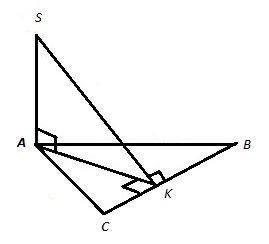
4. Оскільки , ⟂(*ABC*), *AC* ⊂ *(ABC), AD = ,* то за теоремою про три перпендикуляри: ⟂ *AC.* Отже, *∠(*, *) = .*

Відповідь: Г.

Загальна відповідь матиме вигляд: 1 – В; 2 – Б; 3 – А; 4 – Г.

**Достатній рівень**

**8.** У трикутнику зі сторонами 11 см, 25 см і 30 см через вершину найбільшого кута проведено перпендикуляр до площини трикутника. З кінця цього перпендикуляра, який знаходиться поза трикутником, опущено інший перпендикуляр завдовжки 11 см на сторону, що лежить навпроти цього кута. Визначте довжину перпендикуляра, проведеного до площини трикутника.  [64, c.162]

**Дано:** *ΔABC,* AC = 11 см, AB = 25см, BC = 30 см, *SA*⟂(*ABC*), *SK*⟂*BC*;

**Знайти:***SA - ?;*

**Розв’язання:** Нехай *ΔABC* – заданий трикутник, *SA*⟂(*ABC*), *SK*⟂*BC.* З *ΔSAK (∠SAK = )*, оскільки *SA*⟂(*ABC*), *SK*⟂*BC, BC* ⊂ *(ABC), AK = ,* то за теоремою про три перпендикуляри: *AK* ⟂ *BC*. Отже, *AK –* висота *ΔABC.* Для знаходження висоти *AK* – використаємо формулу Герона для площі *ΔABC:*

= , де = *(a + b + c)*

= (11 +25 + 30) = 33 см

= = 132

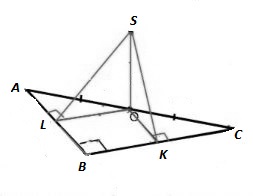
Також *=* ⇒  30 ⇒ звідки = 15 , тоді:

15 = 132 ⇒ звідки = 8,8 см;

З *ΔSAK (∠SAK = )* з теореми Піфагора: *SA* = = = =  = 6,6 см.

Відповідь: 6,6 см.

**9.** У прямокутному трикутнику катети мають довжини 12 см і 30 см. Через середину гіпотенузи проведено перпендикуляр до площини трикутника, довжина якого становить 8 см. Знайти суму відстаней від верхньої точки перпендикуляра, яка не належить площині трикутника, до прямих, які проходять уздовж катетів цього трикутника. [64, c.194]

**Дано:** *ΔABC*, ∠*ABС* = , *AB* = 30 см, *BC* = 12 см, *AO* = *OC*, *SO*⟂(*ABC*), *SO* = 8 см;

**Знайти:** *SL* + *SK* - ?;

**Розв’язання:** Нехай *ΔABC* – прямокутний, ∠*ABС* = , т. *О* – середина гіпотенузи *AС.* Проведемо з т. *О* перпендикуляри *OL* та *OK* на катети *AB* та *BC* відповідно: *OL* ⟂ *AB, OK* ⟂ *BC.* З *ΔSOL (*∠*SOL*= *),* оскільки *SO⟂(ABC), AB*⊂*(ABC), OL* ⟂ *AB*, *OL = ,* то за теоремою про три перпендикуляри: *SL* ⟂ *AB*. Аналогічно з *ΔSOK (*∠*SOK*= *),* оскільки *SO⟂(ABC), BC*⊂*(ABC), OK*⟂ *BC*, *OK = ,* то за теоремою про три перпендикуляри: *SK* ⟂ *BC*. Отже, *SL* та *SK* – відстані від т. *S* до катетів. *ΔABC* ~ *ΔOKC* (*∠C* – спільний, ∠*KOC* = ∠*BAC* – відповідні при паралельних прямих і січній). Тоді із подібності трикутників:

= = ⇒ = ⇒ звідки *OK* = 6 см;

З *ΔSOK*  з теореми Піфагора: *SK* = = = 10 см.

Аналогічно *ΔABC* ~ *ΔALO* (*∠A* – спільний, ∠*LOA* = ∠*BCA* – відповідні при паралельних прямих і січній). Тоді із подібності трикутників:

= = ⇒ = ⇒ звідки *OK* = 15 см;

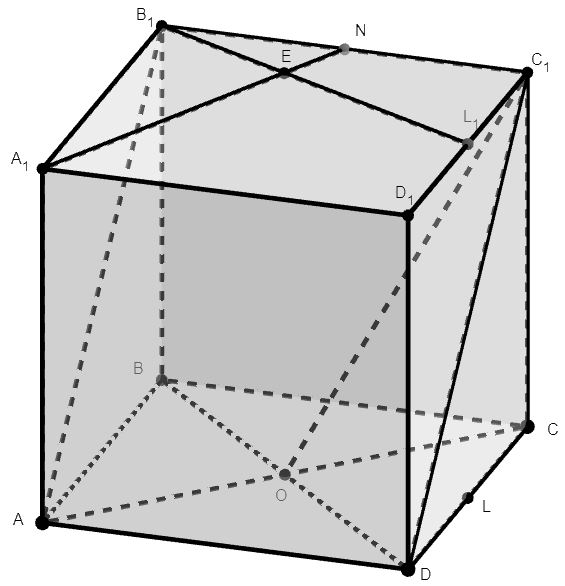
З *ΔSOL*  з теореми Піфагора: *S*L= = = 17 см.

Отже сума відстаней від т. *S* до катетів дорівнює: *SL* + *SK* = 10 + 17 = 27см.

Відповідь: 27 см.

**Високий рівень**

**10.** У кубі точка *N* є серединою ребра , точка L – серединою ребра *CD*, а точка *O* – точкою, де перетинаються діагоналі квадрата . Потрібно визначити кут між наступними прямими: 1) і *BL*; 2)  і . [64, c.218]



**Дано:**  – куб, = , *DL = CL*;

**Знайти:** *∠(*, *BL) - ?, ∠(*, *) - ?;*

**Розв’язання:** 1)Оскільки - куб, то протилежні площини в ньому паралельні одна одній, тобто площина ∥ за означенням. За властивістю паралельних площин ∥*BL*, ⊂, отже кут між прямими та *BL* рівний куту між прямими та . *Δ* = *Δ* (за двома катетами: ). Нехай ∩ = *E*. З *Δ*(*∠N =* ) позначимо *∠N =* α (α > ), *∠**=* β (β > ), тоді *∠N + ∠=* α + β = , оскільки сума кутів трикутника . З того, що *Δ* = *Δ* слідує, що *∠N = ∠ =* α. Далі розглянемо *Δ*, в ньому *∠ =* α, *∠NE =* β, тоді *∠EN = (*α + β*) = - =* . Отже ∩ під кутом , тоді *∠(*, *BL) =* ;

2) Оскільки - куб, то ∥ – за означенням. Проведемо ∥, тоді *∠(*, *) = ∠(*, ), тобто *∠*. З квадрата , позначимо сторону квадрата *DC = a*, (a > 0). За властивістю діагоналі квадрата  = . З квадрата : *OD = OB = BD* , за властивістю діагоналей квадрата. *OD = BD = ,* тобто половина діагоналі квадрата. З *Δ ()* = *a*, OC *= ,*тоді з теореми Піфагора:

 =  = = .

З *Δ* за наслідком з теореми косинусів:

= ;

= ;

= ;

= *=* ;

Тоді *= =* .

Відповідь: 1) *∠(*, *BL)* = ; 2) *∠(*, *)* = .

Оскільки наведені вище завдання крім етапу розв’язання потребують також перевірки, то пропонуємо зупинитися на навчальних тестах. Учені [28; 30; 35] стверджують, що за їх допомогою можна швидко отримати інформацію про рівень засвоєння значного обсягу матеріалу як для вчителя, так і для учня. Тести мають низку переваг, серед яких: охоплення обширних тем одночасно, оперативність оцінювання та можливість швидкого надання зворотного зв’язку учням (якщо відповідь неправильна – пошук правильної, повернення до опрацювання матеріалу, на який вказує запитання). Важливою перевагою тестів є також їх об'єктивність, що дозволяє отримувати достовірні результати.

Контроль виконання завдань для самостійної роботи є важливим етапом навчання, особливо у вивченні геометрії, де необхідно розуміти абстрактні поняття, такі як "прямі і площини у просторі". Використання інформаційно-комунікаційних технологій [19; 20; 26] значно полегшує цей процес, забезпечуючи можливість миттєвої перевірки знань та надання зворотного зв’язку учням.

Одним із дієвих засобів автоматизованого контролю є платформи Classtime та Learning Apps. Використання цих інструментів дозволяє створювати інтерактивні вправи та тести, що сприяє кращому засвоєнню теми. Наприклад, у Classtime можна розробляти завдання, які вимагають від учнів визначення взаємного розташування прямих і площин у просторі, перевірки перпендикулярності та паралельності елементів. Ця платформа надає можливість не лише проводити контроль, але й аналізувати результати, визначати сильні та слабкі сторони в знаннях учнів.

Learning Apps [71] є корисною для створення інтерактивних вправ, таких як пазли, схеми, та асоціативні ряди. Учні можуть працювати з візуальними матеріалами, що допомагає краще уявити та зрозуміти просторові об’єкти. Наприклад, можна створити вправу, де учень має обрати правильну відповідь щодо розташування прямих відносно площини. Завдяки яскравому ігровому підходу платформа підвищує мотивацію учнів, а система автоматичної перевірки відповідей дозволяє вчителю швидко оцінити рівень засвоєння матеріалу.

Під час організації контролю важливо дотримуватися принципів послідовності та систематичності, щоб учні мали чітку структуру завдань і могли відстежувати свій прогрес. Поєднання ІКТ із традиційними методами перевірки забезпечує комплексний підхід: комп’ютерні програми дають можливість миттєвого контролю, тоді як класична форма опитування сприяє глибшому розумінню теми.

Застосування Classtime [72] дозволяє додавати до завдань таймер, що стимулює учнів зосереджуватись на швидкому і точному виконанні завдань. Звітність за результатами, яку платформа формує автоматично, допомагає вчителю швидко оцінити індивідуальні досягнення та потреби кожного учня.

Отже, використання ІКТ у контролі виконання завдань для самостійної роботи на тему "Прямі і площини у просторі" дозволяє автоматизувати процес перевірки знань, підвищити ефективність навчання та мотивацію учнів. Сучасні платформи забезпечують інструменти для інтерактивного і цікавого контролю, роблячи процес навчання більш доступним і зрозумілим.

## 2.5. Апробація результатів дослідження

Відомо, що апробація результатів досліджень є важливою складовою наукового процесу, яка сприяє перевірці достовірності, ефективності та практичної цінності отриманих даних. Вона дозволяє не лише теоретично обґрунтувати положення дослідження, а й отримати зворотний зв’язок від наукової спільноти для їх вдосконалення.

Оскільки процес апробації включає участь у різних наукових заходах, таких як конференції, семінари, круглі столи, а також публікацію статей у фахових журналах, то такі форми взаємодії забезпечують можливість обговорення результатів із колегами, експертами в галузі, а також студентами, які цікавляться тематикою дослідження. Завдяки цьому відбувається не лише оцінка достовірності результатів, але й розширення спектру їх застосування.

Зокрема, наукові конференції є одним із найважливіших етапів апробації. Вони дають змогу представити основні ідеї, гіпотези та результати дослідження широкій аудиторії, що включає дослідників із різних країн та сфер діяльності. Це створює можливість для отримання критичних зауважень, конструктивних порад та ідей для подальших досліджень.

Також, публікація статей у фахових виданнях слугує не лише формою апробації, а й способом документування результатів дослідження. У процесі підготовки статті необхідно ретельно перевірити та структурувати свої ідеї, що сприяє чіткості та логічності викладу. Етап рецензування, який є обов’язковим для багатьох журналів, допомагає підвищити якість роботи, оскільки дозволяє врахувати зауваження інших фахівців.

Таким чином, апробація результатів досліджень є не лише формою перевірки їх наукової цінності, а й невід’ємною частиною комунікації в науковому середовищі.

Певні частини магістерської роботи були оприлюднені на VII міжнародній студентській науковій конференції «НАУКА СЬОГОДЕННЯ: ВІД ДОСЛІДЖЕНЬ ДО СТРАТЕГІЧНИХ РІШЕНЬ» та VI міжнародній студентській науковій конференції «ДІДЖИТАЛІЗАЦІЯ НАУКИ ЯК ВИКЛИК СЬОГОДЕННЯ».

У тезах «ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З МАТЕМАТИКИ В УМОВАХ ІНФОРМАЦІЙНОГО СУСПІЛЬСТВА» опублікованих на VI міжнародній студентській науковій конференції «ДІДЖИТАЛІЗАЦІЯ НАУКИ ЯК ВИКЛИК СЬОГОДЕННЯ» обґрунтовано важливість організації самостійної роботи учнів в умовах сучасного інформаційного суспільства. Розглянуто різні підходи до визначення самостійної роботи та її значення для розвитку когнітивної незалежності, критичного мислення та самоорганізації. Виокремлено основні форми самостійної роботи (індивідуальна, фронтальна, групова) та методи її організації, включаючи проблемно-пошукові технології, проектне навчання, колективну розумову діяльність і застосування інформаційних технологій. Наголошено на актуальності використання електронних платформ, спеціалізованих програм і гібридного навчання для підвищення ефективності самостійної роботи, особливо в умовах дистанційної освіти. Зроблено висновок, що сучасні методи організації самостійної роботи сприяють формуванню творчих здібностей, критичного мислення та вмінь працювати в команді, забезпечуючи розвиток і самореалізацію учнів.

У тезах «ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ГЕОМЕТРІЇ У СТАРШИХ КЛАСАХ» опублікованих на VII міжнародній студентській науковій конференції «НАУКА СЬОГОДЕННЯ: ВІД ДОСЛІДЖЕНЬ ДО СТРАТЕГІЧНИХ РІШЕНЬ» розглянуто актуальність організації самостійної роботи учнів старших класів у процесі навчання геометрії, зокрема, у контексті сучасних освітніх реформ та впровадження інформаційно-комунікаційних технологій. Наголошено на важливості диференційованого підходу, який забезпечує індивідуалізацію навчального процесу, враховуючи особливості, потреби та рівень підготовки учнів. Представлено методи і засоби ефективної організації самостійної роботи, включаючи використання сучасних технологій, диференційованих завдань та творчих матеріалів. Підкреслено роль учителя в плануванні, підтримці та оцінюванні навчальної діяльності. Зроблено висновок, що диференціація у навчанні сприяє кращому засвоєнню матеріалу, формуванню ключових компетентностей, розвитку критичного мислення, відповідальності та самостійності учнів.

Стаття «МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІНОЇ РОБОТИ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ПАРАЛЕЛЬНОСТІ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ В КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ» опублікована на VIII міжнародній науковій конференції «ЗДОБУТКИ ТА ДОСЯГНЕННЯ ПРИКЛАДНИХ ТА ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ НАУК XXI СТОЛІТТЯ» присвячена організації самостійної роботи старшокласників під час вивчення геометрії, зокрема теми «Паралельності прямих та площин у просторі». Розглянуто роль самостійної роботи у розвитку просторового мислення, аналітичних навичок, здатності до самоконтролю та самооцінки. Особливу увагу приділено диференційованому підходу, який дозволяє враховувати рівень підготовки учнів через завдання чотирьох рівнів складності: початкового, середнього, достатнього та високого.

Підкреслено важливість використання інформаційно-комунікаційних технологій, таких як презентації, програми для 3D-моделювання (GeoGebra) та платформи для тестування (LearningApps, Classtime), для підвищення ефективності навчання. Описано можливості інтерактивних візуалізацій і самоперевірки, що сприяють глибокому розумінню абстрактних геометричних понять.

Запропоновано завдання різного рівня складності, зосереджені на паралельності у просторі, включаючи метричні та позиційні задачі, адаптовані до формату НМТ/ЗНО. Висновки підкреслюють, що індивідуальні завдання й інтеграція ІКТ сприяють не лише засвоєнню теоретичного матеріалу, але й розвитку практичних умінь, критичного мислення та самостійності у навчальній діяльності.

Публікації отримали позитивні рецензії, що свідчить про їхню високу якість та відповідність очікуванням читачів. Особливо відзначено актуальність обраної тематики, глибину аналізу та практичну цінність представлених матеріалів.

# Висновки до розділу 2

Організація самостійної роботи учнів у курсі геометрії старших класів є важливим елементом навчального процесу, оскільки вона сприяє розвитку критичного мислення, логічної вправності та здатності до самостійного вирішення навчальних завдань. Завдяки самостійній роботі учні мають можливість не лише закріплювати вже засвоєні знання, але й відкривати нові аспекти теми, що вивчається. Цей процес дозволяє формувати вміння аналізувати ситуації, розв’язувати задачі різного рівня складності та використовувати отримані знання в нестандартних умовах. Важливою особливістю організації самостійної роботи є врахування індивідуальних можливостей учнів, що дозволяє створювати завдання, які відповідатимуть їхньому рівню підготовки, заохочуючи до активної навчальної діяльності та забезпечуючи прогрес у розвитку математичних навичок.

Методичні рекомендації щодо організації самостійної роботи учнів з теми «Прямі й площини у просторі» орієнтовані на те, щоб учні змогли глибше зануритися в проблеми, пов’язані з геометрією простору. Залучення різноманітних форм навчання, таких як індивідуальні, парні та групові завдання, дозволяє стимулювати учнів до більш творчого підходу в роботі та створює умови для глибшого осмислення складних геометричних понять.

Презентація теоретичного матеріалу є ключовим етапом у навчальному процесі, оскільки вона забезпечує учням зрозуміле й наочне подання нових концепцій. Завдяки сучасним технологіям, таким як цифрові презентації та інтерактивні засоби, теоретичні відомості стають більш доступними та зрозумілими, а процес навчання — більш захоплюючим. Інтерактивні елементи сприяють активному залученню учнів до навчальної діяльності, що значно підвищує їх зацікавленість у темі.

Індивідуальні завдання з теми «Прямі й площини у просторі» дозволяють учням не лише відпрацювати теоретичні знання, але й самостійно застосувати їх до вирішення реальних геометричних проблем. Це сприяє розвитку аналітичного мислення, вміння бачити взаємозв’язки між різними геометричними об'єктами та застосовувати логічні доведення для обґрунтування своїх рішень.

Апробація результатів дослідження підтверджує, що застосування таких методів навчання, зокрема індивідуальних завдань, позитивно впливає на рівень засвоєння матеріалу та розвиток самостійності учнів. Ці методи сприяють не лише підвищенню якості знань, а й формуванню у школярів навичок, які будуть корисними для подальшого навчання та професійної діяльності.

# ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Самостійна робота учнів є важливою складовою навчального процесу, оскільки вона сприяє розвитку пізнавальних і самостійних здібностей. Це один із основних інструментів для досягнення високих результатів у навчанні, що дозволяє учням працювати над отриманням глибоких знань і навичок необхідних для подальшого навчання. Самостійна робота передбачає значну частку самостійності учнів. Вона має на меті сформувати в учнів інтерес до навчання, розвивати критичне мислення. Водночас самостійна робота – це один з основних шляхів до реалізації принципу індивідуалізації навчання, який дозволяє враховувати індивідуальні особливості учнів і забезпечувати високий рівень навчальної діяльності.

Основною характеристикою самостійної роботи є її автономність. Це дозволяє учням самим визначати темп та обсяг навчальної діяльності, що позитивно впливає на розвиток їхньої відповідальності за результат. Самостійна робота також має важливу функцію самоконтролю та самовдосконалення, що дозволяє учням критично ставитись до власних знань і поступово підвищувати рівень своїх навчальних досягнень.

Методи та форми організації самостійної роботи змінюються в залежності від навчальної дисципліни, теми та рівня підготовки учнів. Для кожної теми навчального плану важливо обрати таку форму і метод, які змогли б забезпечити найкращу результативність. Вони повинні враховувати особливості конкретної теми, доступні матеріали та рівень підготовки учнів. Наприклад, самостійні вправи, практичні завдання, реферати, дослідження — все це може бути застосовано для розвитку в учнів навичок самостійної роботи.

Особливу увагу варто приділяти застосуванню інформаційно-комп'ютерних технологій (ІКТ) для активізації самостійної роботи учнів. ІКТ дозволяють не тільки зробити навчання більш цікавим і інтерактивним, а й значно розширити можливості для самостійної роботи. Завдяки різноманітним онлайн-ресурсам, навчальним програмам і платформам учні можуть отримувати додаткові матеріали, що дозволяє поглибити їхні знання та навички. Такі технології створюють нові можливості для дистанційного навчання, спрощують доступ до інформації і надають учням можливість працювати в індивідуальному темпі, що є важливим аспектом сучасної освіти.

Організація самостійної роботи учнів у курсі геометрії має свої специфічні вимоги. Особливо важливою є підготовка учнів до розв'язування задач, що вимагають не тільки теоретичних знань, але й уміння застосовувати ці знання на практиці. Оскільки геометрія є наукою, що передбачає наявність уявлень про просторові об'єкти, самостійна робота в цьому контексті має на меті формування просторового мислення учнів, розвиток їхньої здатності до абстрактного мислення, а також здатності здійснювати логічний аналіз геометричних задач.

Диференційований підхід, враховуючи різні рівні підготовки учнів у навчанні, забезпечує ефективну організацію самостійної роботи. Такий підхід передбачає розподіл завдань відповідно до індивідуальних можливостей, рівня знань та здібностей учнів, що, у результаті, оптимізує навчальний процес і підвищує мотивацію до навчання.

Цей підхід включає створення різних рівнів завдань, що відповідають підготовленості учнів, а також врахування індивідуальних темпів роботи. Учні з високим рівнем підготовки отримують складніші завдання, що розвивають аналітичне мислення, а учні з середнім і початковим рівнями працюють над завданнями, що забезпечують поступове засвоєння знань.

Диференціація також включає використання різноманітних методів і форм роботи, таких як проекти для підготовлених учнів або вправи для закріплення теорії для інших. Оцінювання може бути як традиційним, так і альтернативним, наприклад, через портфоліо або самооцінку, що дозволяє врахувати індивідуальні досягнення.

Загалом, диференційований підхід сприяє кращому засвоєнню матеріалу, розвитку впевненості та зацікавленості учнів у навчанні, що веде до досягнення високих результатів.

При організації самостійної роботи за темою «Прямі і площини у просторі» важливо акцентувати увагу на методичних вказівках, які допомагають учням краще засвоїти основні поняття цієї теми. Для цього можуть бути запропоновані як індивідуальні завдання, так і практичні роботи, що стимулюють учнів до пошуку і розв'язування задач на застосування теоретичних знань. Завдання можуть мати різний рівень складності, що дає змогу учням на різних етапах їхнього розвитку виявляти відповідні рівні досягнень.

Індивідуальні завдання є важливим елементом організації самостійної роботи, оскільки вони дозволяють учням працювати в зручному для них темпі та з урахуванням їхніх особистих потреб. Це також створює можливість для вчителя здійснювати більш персоніфікований підхід до кожного учня, визначаючи його сильні та слабкі сторони, а також здійснюючи нагляд за процесом навчання та допомагаючи в разі необхідності. Таким чином, самостійна робота є не тільки важливим елементом навчального процесу, але й потужним інструментом для розвитку ключових навичок учнів, які стануть у пригоді в їхньому подальшому житті.

# СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бондар В.І. Дидактика: навч. посібник / Володимир Іванович Бондар. – К. : Либідь, 2005. – 264 с
2. Габелко О. Гуманістична спрямованість педагогічних ідей Мішеля Монтеня та Джона Локка // Рідна школа. -2007. -№ 2. - С. 77-79
3. Коменський Я.А. Велика дидактика// Коменський Я.А. Вибрані педагогічні твори – М.: Учпедгіз, 1939. – Т.1. – С. 179-181.
4. Дістервег А. Керівництво до утворення німецьких вчителів // Дістервег А. Вибрані педагогічні твори. М .: Учпедгіз, 1956. С. 136-203.
5. Величко С.П., Слободяник О.В. Сучасні інноваційні технології в організації самостійної роботи учнів. Наша школа. 2009. №6. С.4-7.
6. Ушинский К.Д. Вибрані твори. - М.: Радянська школа, 1974. - Т. 10. - 576с.
7. Гончаренко С. Український педагогічний словник. Київ: Либідь, 2007. 376 с.
8. Буйницька О. П. Інформаційні технології та технічні засоби навчання: навчально-методичний. Посібник для самостійного вивчення курсу. Кам’янець-Подільський : ПП Буйницький, 2009. 100 с.
9. Ягупов В. В. Педагогіка. Методи контролю і самоконтролю в навчанні. Самостійна робота учнів. : веб-сайт. URL: <https://eduknigi.com/ped_view.php?id=193>
10. Мелешко В. Самостійна робота в класах з малою чисельністю учнів // Початкова школа. – 2006. – № 3. – С. 27 – 34
11. Грищенко І. М. Самостійна робота як метод пізнавальної діяльності на уроках математики - М.: Ексмо - 2015-57 с.
12. Буряк В. К. Самостійна робота як системоутворюючий елемент навчальної діяльності студентів / В. К. Буряк // Вища школа. – 2008. – № 5. – С. 10-24.
13. Гриценко, Т.Ю., Турка Т.В., Шулик. Т.В. "Особливості організації самостійної роботи учнів у процесі навчання математики."- 2022. – С.112‑118.
14. Сосинець Т., Чосік Л. "Використання групової форми навчальної роботи на уроках математики в початковій школі." 2018. – С.86-93.
15. Дичківська І. М. Інноваційні педагогічні технології / І. М. Дичківська.– К. : Академвидав, 2004. – 351 с.
16. Шихальова С. В. Впровадження нових інформаційних технологій у процес вивчення іноземних мов / С. В. Шихальова // Педагогічний пошук. –2002. – № 4. – С. 27– 28.
17. Сапожникова, О.М. Методи організації колективної розумової діяльності як інструмент мовної підготовки студентів, 2018. – С. 291 – 295.
18. Лосєва, Н.М., Пузирьов, В.Є., Терменжи, Д.Є, Організація самостійної роботи студента у реаліях дистанційного навчання. Суми: ФОП Цьома СП, 2021. – С.154-155.
19. Пузирьов В.Є. Новації у викладанні вищої математики: застосування інформаційно-комунікаційних технологій // Гуманітарний вісник ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди» – Том 4 – К.: Гнозис, 2015. С. 414-421.
20. Лосєва Н. М. Застосування інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні дисципліни “Аналітична геометрія”. Вісник Черкаського університету. Педагогічні науки. 2011. № 201. С. 46-52.
21. Розробка і використання дистанційних курсів у навчальному процесі: методичні рекомендації / уклад. Н.М. Лосєва, Л.Б. Ігнатова. – Вінниця: ДонНУ імені Василя Стуса, 2016. – 88 с.
22. Гризун Л. Є. Дидактичні особливості сучасного комп’ютерного підручника / Гризун Л. Є. // Засоби навчальної та науководослідної роботи. – ХДПУ, 2000
23. Бевз Г.П. Методика викладання математики /Бевз Г.П.–К.:Вища шк.,1989. – 388с.
24. На заміну Power Point: сучасні програми для створення презентацій : веб-сайт. URL: <https://chmnu.edu.ua/na-zaminu-power-point-suchasni-programi-dlya-stvorennya-prezentatsij/>
25. Тополя Л. Методичні та психолого-фізіологічні вимоги до створення презентацій. Науковий часопис Українського державного університету імені Михайла Драгоманова. Серія 2. Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання, 2020, С. 63–67.
26. Лосєва Н.М., Губар Д.Є. Використання інформаційного інтерактивного порталу «Аналітична геометрія» для організації самостійної роботи студентів // Матеріали міжнародної науково- практичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО-2013), м. Черкаси, 8-10 квітня 2013 р. – Черкаси: Вид-во ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2013. – С. 273-275.
27. Hohenwarter, Markus and Jones, Keith , BSRLM Geometry Working Group (2007) Ways of linking geometry and algebra, the case of Geogebra. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 27 (3), 126-131.
28. Раков С.А., Вашуленко О.П., Горех В.П., Миляник А.І, Пузирьов В.В. Три виміри логікоматематичної компетентності. Вісник. Тестування і моніторинг в освіті. 2009. № 12. С.6-15.
29. Лосєва Н.М. Тестування в умовах багатоступеневої підготовки фахівців у вищій школі // Освіта і управління. – 2002. – Т. 5. – № 4. – С. 150-156.
30. Losyeva N., Kyrylenko N., Kyrylenko V. Introduction of information communication technologies for the development of creative thinking in future educators in Ukraine // Zeszyty naukowe szkoly Wyzczej Rodzin w Warszawie. Seria Pedagogiczna. Zeszyt 16-17, Numer serii 9-10., Warszawa, 2018. P.121-140.
31. Лосєва Н. М. Застосування інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні дисципліни “Аналітична геометрія”. Вісник Черкаського університету. Педагогічні науки. 2011. № 201. С. 46-52.
32. Daria Termenzhy, Nataliya Losyeva. Blended Learning In Action: Up-To-Date Teaching Mathematics. – Conference Proceedings. Abstracts. – X International GUIDE Conference «Optimizing Higher Education for the Professional Student: A balance of flexibility, quality and cultural sensitivity». – Vienna, Austria. – September 16-18, 2015. – P. 35.
33. Терменжи Д. Є., Лосєва Н. М., Пузирьов В. Є. Самостійна робота студента в синхронному та асинхронному режимах: особливості організації. Scientific Collection «InterConf», (45): 3th International Scientific and Practical Conference «Scientific Community: Interdisciplinary Research» (March 16-18, 2021). Hamburg, Germany: Busse Verlag GmbH, 2021. С. 135-142.
34. Баришок М., Пузирьов В. Відеоуроки з розділу «Функції» для учнів загальноосвітньої школи. / Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ плюс – 2017»: матеріали міжнародної дистанційної науково-методичної конференції Суми 2017 – С.12-13.
35. Лосєва Н. М. Тестування в умовах багатоступеневої підготовки фахівців у вищій школі. Освіта і управління. 2002. Т. 5. № 4. С. 150-156.
36. Лосєва Н. М. Використання програми ASSISTENT у процесі навчання дисципліні «Аналітична геометрія» / Н. М. Лосєва, Д. Є. Губар // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Освітні вимірювання в інформаційному суспільстві». – К.: НПУ, 2010. – С. 67.
37. Буковська О. І. Диференційований підхід до організації самостійної навчальної діяльності старшокласників у процесі поглибленого вивчення геометрії : веб-сайт. URL: <https://enpuir.npu.edu.ua/handle/123456789/41675>
38. Кравчук, О. "Диференційований підхід до організації самостійної роботи майбутніх вчителів математики при навчанні аналітичної геометрії." Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems 52 (2018): 325-328.
39. Диференційований підхід до організації самостійної роботи майбутніх вчителів математики при навчанні аналітичної геометрії. (2022). Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems, 52, 325-328.
40. Харламова, Л. Д. (2016). Особливості організації самостійної діяльності студентів технікумів (коледжів) у процесі навчання лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Проблеми сучасного підручника, (17), 493–501.
41. Сизоненко Б. Система особистісно зорієнтованого навчання : веб- сайт. URL: <https://ru.osvita.ua/school/method/technol/1171/>
42. Лосєва Н. М., Пузирьов В. Є. Досвід застосування ігрових технологій при вивченні математичних дисциплін. Тенденції забезпечення якості освіти: матеріали міжнародної науково-практичної конференції Дніпро: Міжнародний гуманітарний дослідницький центр, 2021. С. 87-88.
43. Білан І.В. Муртазієв Е.Г. Пузирьов В.Є. Лосєва Н.М. Математична компетентність майбутніх фахівців. Scientific Collection «InterConf», (66): with the Proceedings of the 9 th International Scientific and Practical Conference «Challenges in Science of Nowadays» (July 16-18, 2021). Washington, USA: EnDeavours Publisher, 2021. Р. 113-116.
44. Лосєва Наталія. Розвиток готовності педагогічних працівників до самовдосконалення на основі короткотермінових курсів-тренінгів / Наталія Лосєва, Віктор Стрельніков // Імідж сучасного педагога. – 2020. – № 1 (190). – C. 49–53.
45. Гулеватий В. Л. Шляхи підвищення мотивації навчання. Вінниця: АРК, 2006. 147 с.
46. Losyeva N., Puzyrov V. Game technologies of learning: experience of using the &quot;tangram&quot; / Матер.конф. «Психолого-педагогічні проблеми вищої і середньої освіти в умовах сучасних викликів: теорія і практика»: матеріали VІІІ Міжнародної науково-практичної конференції. Харк. нац. пед. ун-т імені ГС Сковороди. Харків, 2024. С.169-175.
47. Волинський В. П. Інформаційні функції, роль і призначення електронних підручників. Проблеми сучасного підручника: зб. наук. праць. К.: Педагогічна думка. 2010. Вип. 10. С. 113-120.
48. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів  
    загальноосвітніх навчальних закладів. : веб-сайт. URL:<https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>
49. Лосєва Н.М. Взаємозв’язок емоційних і пізнавальних процесів у навчанні // Педагогіка і психологія формування творчої особистості: проблеми і пошуки: Зб. наук. пр. / Редкол.: (Т.І.Сущенко) (відп. ред.) та ін. – Київ-Запоріжжя. – 2002. – Вип. 24. – С. 81-84.
50. Шпіц, С.А. Використання прийомів перевернутого навчання під час вивчення взаємного розміщення прямих і площин у просторі курсу стереометрії профільної школи. 2022.
51. Степанюк С.П. "Про методику вивчення перпендикулярності прямих і площин в просторі в курсі математики 10 класу на рівні стандарту." Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації: Серія КВ № 14707-3678 ПР від 12.12. 2008 р, 2022. – С.108.
52. Пузирьов В.Є., Лосєва Н.М. Реалізація принципу наочності при вивченні вищої математики // Міжнародна науково-практична інтернет-конференція “Світ дидактики: дидактика в сучасному світі”, вересень 2021, Київ: Інституту педагогіки НАПН України. 2021. С. 25-27.
53. Лов’янова І.В. "Методи формування геометричних умінь учнів у навчанні розділу «прямі і площини у просторі» за програмою рівня «стандарт»." Вісник Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького. Серія:" Педагогічні науки" 16 (2017). – С.70-74.
54. Білан І.В., Лосєва Н.М. Розвиток культурних компетентностей засобами математичних дисциплін. Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ\*плюс-2020» Суми: СДПУ ім. А.С. Макаренка, 2020. С. 8-9.
55. Лосєва Н.М. Інтерактивні технології навчання математики: навч.-метод. посіб. для студ.: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. /Н.М. Лосєва, Т.В. Непомняща, А.Ю. Панова. – К.: Кафедра, 2012. – 228 с.
56. Білан І.В., Лосєва Н.М. Естетичний контекст екологічних задач у математиці. П’ята міжнародна конференція молодих учених: Харківський природничий форум (19-20 травня 2022 р., м. Харків): збірник тез. Харків: ХНПУ імені Г.С. Сковороди, 2022. С. 202-204.
57. Bilan I., Nikolaieva O., Losyeva N. Rozwój kompetencji estetycznych uczniów. Paideia Παιδεία. Warszawa: Collegium Verum, 2021. №3. Р.247-265.
58. Фредерік П. Вісім варіантів читання лекції/Фредерік П.//Університетська освіта: від ефективного викладання до ефективного вчення. Зб. статей-рефератів з дидактики вищої школи [Біл.держ.університет. Центр проблем освіти]. -Мн., 2001. -С.141-154.
59. Нелін Є.П. "Геометрія 10 клас (профільний рівень)." (2018).
60. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища школа, 2006. С. 582.
61. Віра М.Б., Сак В.В. МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ′ ЯЗКИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ Відповідальний редактор: Ковальчук ЮО. 2019, 84с.
62. Nataliya Losyeva, Volodymyr Puzyrov. Міждисциплінарний контекст математичної освіти / Матер.конф. The 9th International scientific and practical conference «Modern problems of science, education and society» SPC «Sciconf. com. Ua»,Kyiv, Ukraine 2023. С. 529-535.
63. Мерзляк А.Г. "Геометрія 10 клас (профільний рівень)." (2018).
64. Істер О.С., Єргіна О.В. "Геометрія 10 клас (профільний рівень)." (2018).
65. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владіміров В. М. "Геометрія 10 клас (профільний рівень)." (2018).
66. Родінова, Наталія, Марія Червоній, Ірина Діордіца. "Особливості дистанційного навчання студентів в умовах воєнного стану." Перспективи та інновації науки, 2022. С. 285-296.
67. Савчук, Оксана Анатоліївна. "МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ПАРАЛЕЛЬНОСТІ ПРЯМИХ У ПРОСТОРІ." Наукові записки молодих учених 4 (2019).
68. Степанюк, С. П. "ПРО МЕТОДИКУ ВИВЧЕННЯ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТІ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН В ПРОСТОРІ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ 10 КЛАСУ НА РІВНІ СТАНДАРТУ." – 2022. – С.108-110.
69. Zakusilo, Anatolij. "ДО ПИТАННЯ ПРО ОПТИМАЛЬНІСТЬ ПІДГОТОВКИ УЧНІВ ДО ЗНО З МАТЕМАТИКИ." Actual Problems in the System of Education: General Secondary Education Institution–Pre-University Training–Higher Education Institution 3 – 2023. – С.307-313.
70. Глемезда В. В. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІНОЇ РОБОТИ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ПАРАЛЕЛЬНОСТІ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН У ПРОСТОРІ В КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ (ГО «Міжнародний центр наукових досліджень». - Вінниця: ТОВ «УКРЛОГОС Груп») - 2024.
71. LearningApps.org – інтерактивні та мультимедійні навчальні блоки. : веб-сайт. URL: <https://learningapps.org/>.
72. Classtime : веб-сайт. URL: <https://www.classtime.com/uk.html>.

# ДОДАТКИ

ДОДАТОК А ……………………………………………………………………… 95

ДОДАТОК Б ……………………………………………………………………… 96

ДОДАТОК В ……………………………………………………………………… 97

**ДОДАТОК А**



**ДОДАТОК Б**



**ДОДАТОК В**

