

Міністерство освіти і науки України
Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя

**ННІ природничо-математичних, медико-
біологічних наук та інформаційних технологій**

**Кафедра інформаційних технологій,
фізико-математичних та економічних наук**

Середня освіта (Математика)

014.04 Середня освіта (Математика)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття освітнього ступеня *магістр*

Реалізація культурної складової математичної освіти при викладанні математики учням 10 класу

студентки **Компанець Юлії Володимирівни**

Науковий керівник:

Пузирьов Володимир Євгенович,
доктор фіз.-мат. наук, проф.

Рецензенти:

Віра Марина Борисівна,
канд. фіз.-мат. наук, доцент;
Петриченко Наталія Григорівна,
старший викладач математики

Допущено до захисту

Завідувач

кафедри _____

(посада) (підпис) (дата) (Власне ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Ніжин – 2024

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ I КУЛЬТУРНА СКЛАДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ.....	7
1.1 Роль культурної складової в сучасній математичній освіті	7
1.2 Шляхи підготовки та самопідготовки вчителя до реалізації культурного аспекту математичних дисциплін.....	13
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ I	22
РОЗДІЛ II ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ КУЛЬТУРНОЇ СКЛАДОВОЇ МАТЕМАТИКИ НА III СТУПЕНІ ШКІЛЬНОЇ ОСВІТИ.....	25
2.1 План-конспект уроків алгебри в 10 класі, що реалізують культурну складову математики.....	28
2.1.1 Тема: Дійсні числа та дії з ними. Відсоткові розрахунки.....	28
2.1.2 Тема уроку: Правила диференціювання.....	35
2.1.3 Тема уроку: Числові функції. Способи задання числових функцій	41
2.2 План-конспект уроків геометрії в 10 класі, що реалізують культурну складову математики	46
2.2.1 Тема уроку: Паралельне проектування та його властивості	46
2.2.2 Тема уроку: Прямокутна система координат у просторі.....	53
2.2.3 Тема: Відстані у просторі.....	58
2.3. Розвиток творчого мислення та культурного досвіду через математичні змагання та ігри на уроках алгебри і геометрії у старшій школі	65
2.4 Апробація роботи, аналіз та коригування підходів	71
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ II.....	74
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ	76
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	79

ВСТУП

Актуальність теми. Державний стандарт про освіту передбачає компетентнісний підхід до всіх освітніх галузей. Проте як свідчать результати ЗНО з математики, випускники шкіл демонструють недостатній рівень знань з даної дисципліни. Це пов'язане з тим, що більшість здобувачів освіти мають низький рівень мотивації до вивчення даного предмету, оскільки вважають, що отримані в школі знання з математики не знадобляться в майбутньому. Причиною цього є те, що при викладанні математики основний акцент робиться на предметну компетентність. Тобто учні засвоюють формули, вчать алгоритми розв'язку задач, але при цьому не вміють використати отримані знання в побутових ситуаціях.

Культурна складова на уроках математики сприяє демонстрації того, як знання з математики допомагають в живописі, архітектурі, будівництві, інженерії та дизайні. Математична культура є складовою загальної культури, проте на сучасному етапі саме для цієї компетентності приділяється найменша увага. Саме культурна складова може підвищити рівень мотивації здобувачів освіти до вивчення математики та сприятиме розумінню значення цієї науки в повсякденному житті. Учні 10 класу в більшій мірі визначилися з майбутніми професіями, але екзамен з математики сприймають як надважке випробування. Саме культурна складова полегшить сприйняття та розуміння даного предмету, усвідомлення причинно-наслідкових зв'язків при розв'язуванні задач.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Останнім часом проблема впровадження культурної складової в математичну освіту висвітлюється в роботах багатьох вчених. Наприклад, В. В. Корольський описує як можна використати на прикладі державних символів геометричні інтерпретації [33]. С. М. Лук'янова розкриває головні особливості впровадження прикладної компетентності на уроках математики в умовах НУШ [46].

О. О. Одінцова розкриває способи мотивації вивчення математики за допомогою ігрових технологій [58]. І. В. Лов'янова описує проблеми підготовки до сучасного уроку вчителя математики та як створити власне електронне

портфоліо [35]. К. В. Польгун характеризує особливості формування іншомовної компетентності на уроках геометрії [63]. О. С. Чашечникова в своїй роботі висвітлює проблеми формування математичної культури в умовах змішаного навчання [105; 24; 99]. Лосева Н. описує активні групові методи навчання шляхом використання на уроках геометрії ділових ігор, які являються способом професійної комунікації [111]. Білан І. В. та Лосева Н. М. стверджують, що естетичне виховання відіграє важливу роль у формуванні багатогранної особистості сучасного випускника та майбутнього спеціаліста [37]. Даними авторами також розкрито приклад як математична освіта може ефективно поєднуватися з розв'язком екологічних задач та оцінювати позитивні і негативні наслідки антропогенної діяльності для природи [4; 5]. К. Луковська та Н. Лосева розкривають як можна сприяти саморозвитку учнів при вивченні теми «Правильні многогранники» [41]. Лосева Н. М. та Пузирьов В. Є. описують досвід застосування ігрових технологій при вивченні математичних дисциплін, а також міждисциплінарний контекст математичної освіти [110; 43; 45]. Губар Д. та Лосева Н. зазначають, що підготовка кваліфікованого спеціаліста реалізовується в сучасному світі за 2 основними принципами: формуванні всебічно розвинутого фахівця та працівника вузького профілю з обмеженими знаннями [25; 74]. Також Лосева Н. та Білан І. описують математичні дисципліни як окреме мистецтво, що має інструментарій для реалізації культурної складової на прикладі вивчення многогранників у архітектурі, пропорції у живописі, фракталів та різних формул [36]. Васильєва Д. В. розкриває шляхи патріотичного виховання на уроках математики на прикладі використання на уроках задач, що викликають почуття гордості за рідну країну і стосуються державності [9]. Зінченко Г. розглядає математичну культуру як інноваційну складову професійної компетентності вчителя та як основу формування ключових життєвих компетентностей у здобувачів освіти [29].

Мета дослідження. Довести, що культурна складова математичної освіти є важливим компонентом навчального процесу і сприяє підвищенню рівня мотивації до вивчення математики серед учнів 10 класу та формуванню вміння використовувати набуті знання у практичних цілях.

Завдання дослідження:

- З'ясувати роль культурної складової в сучасній математичній освіті;
- Проаналізувати результати сучасних досліджень з вивчення проблематики впровадження культурної складової в математичну освіту;
- Розкрити шляхи підготовки вчителя до реалізації культурної складової на уроках математики;
- Презентувати приклади розроблених поурочних планів з алгебри та геометрії в 10 класі, які демонструють ефективність впровадження загальнокультурної складової в математичну освіту для кращого засвоєння навчального матеріалу та розуміння його значення в повсякденному житті, виборі майбутньої професії.

Об'єкт дослідження. Культурна складова математичної освіти

Предмет дослідження. Реалізація культурної складової математики в процесі її викладання у 10 класі.

Матеріали та методи дослідження. Спостереження, аналіз, порівняння, гіпотези, пізнання, моделювання, описовий.

Гіпотеза. Математика і культурна складова – взаємопов'язані компоненти освіти. Саме культурний аспект сприяє кращому засвоєнню математичних знань за рахунок тісного зв'язку з навколишнім світом та повсякденним життям учнів.

Наукова новизна одержаних результатів. Розкрито аспект культурної складової на уроках математики в 10 класі, розроблено конспекти уроків алгебри та геометрії з висвітленим аспектом впровадження культурної складової як способу підвищення мотивації здобувачів освіти до вивчення математики.

Практичне значення отриманих результатів. Результати дослідження можна використовувати вчителям математики, які викладають в 10 класах під час підготовки до уроків, а також як теоретичну основу під час викладання в інших класах з метою реалізації впровадження культурної складової в математичну галузь.

Апробація результатів. Роботу було представлено на трьох конференціях: V Всеукраїнська студентська наукова онлайн-конференція «Розвиток сучасної науки: актуальні питання теорії та практики» (Тернопіль, Україна, 19 квітня

2024), VIII Міжнародна студентська наукова онлайн-конференція «Сучасні аспекти та перспективні напрямки розвитку науки» (Вінниця, Україна, 8 листопада 2024), XVI Всеукраїнська студентська наукова конференція «Перспективи розвитку точних наук, економіки та методики їх викладання» (Ніжин, Україна, 13-14 листопада 2024).

Публікації. На основі участі у конференціях опубліковано відповідно три тези: «Роль культурної складової на уроках математики у старшій школі», «Розвиток творчого мислення та культурного досвіду через математичні змагання та ігри на уроках математики у старшій школі», «Підвищення мотивації учнів до вивчення математики шляхом інтеграції культурного аспекту».

А також, написано дві статті: «Реалізація культурної складової математики на уроках геометрії» (випуск №9 студентського наукового журналу «UNIVERSUM», 20 червня 2024 року) та «Патріотичне виховання на уроках математики у старшій школі» (випуск №14 студентського наукового журналу «UNIVERSUM», 20 листопада 2024 року).

Структура та обсяг роботи. Робота складається зі вступу, основної частини (I Розділ – теоретична частина дослідження, II розділ – практична частина), висновків до кожного розділу та загальних висновків та списку використаної літератури. Робота містить 76 сторінок.

РОЗДІЛ І КУЛЬТУРНА СКЛАДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ

1.1 Роль культурної складової в сучасній математичній освіті

Згідно державного стандарту про середню освіту математична галузь передбачає вивчення даного предмету здобувачами освіти з 1 по 11 клас. В теорії компетентнісного підходу до навчання висувається положення про сукупність компетентностей, які мають бути сформовані в учнів протягом навчання в закладі середньої освіти [27]. Таку систему складають: предметна, здоров'язберігаюча, соціальна та громадянська, загальнокультурна, компетентність до інформаційно-цифрових технологій, фінансова грамотність, підприємливість, вміння вчитися впродовж життя, екологічна. Загальнокультурна компетентність полягає у використанні під час викладання математики [6; 70]:

- інформації з історії математичних відкриттів чи цікавих фактів з біографії відомих вчених-математиків, особливо варто звертати увагу на лауреатів Нобелівської премії та вітчизняних математиків, що увійшли в історію;
- використанні художньої літератури в математиці [83];
- розв'язанні задач історико-культурного та екологічного змісту, наприклад, теорія ймовірності виникнення якогось явища за певних умов, задачі військової тематики, що сьогодні є надзвичайно актуальними;
- наголошенні на внеску українських математиків в розвиток математичної науки;
- вихованні учнів на прикладі життєвого досвіду та вражаючих фактів біографії творчого шляху відомих математиків [53].

Розвиток патріотичного виховання на уроках математики є ключовим для формування ціннісного ставлення учнів до Батьківщини. Учні мають усвідомлювати свою роль у суспільстві, проявляючи відповідальність та активну громадянську позицію. Важливо також розвивати культурний аспект патріотичного виховання, акцентуючи увагу на досягненнях української математики, історії та традиціях.

Цей підхід включає використання прикладів з української історії та культури у математичних задачах, що дозволяє учням краще усвідомити свій зв'язок з рідною

країною. Діяльнісний підхід, що передбачає активну участь учнів у проектах, математичних конкурсах та тематичних позакласних заходах, сприяє формуванню почуття громадянської відповідальності та ідентифікації з національною ідеєю. Таким чином, учні не лише вивчають математику, а й стають свідомими громадянами, готовими до активних дій на благо України.

Патріотичне виховання на заняттях з математики втілюється шляхом розширення змісту навчання, застосування результативних методик та форм навчальної діяльності, створення позитивних виховних умов, а також завдяки впливу викладача [54].

Навчальна програма з математики для старшої школи націлена в першу чергу на засвоєння здобувачами освіти математичної культури, вироблення відповідного стилю мислення та аналізу, формування вміння встановлювати закономірності, виявляти логічні зв'язки між явищами та процесами [64; 65]. Особлива увага приділяється не лише практичній складовій вивчення математичної галузі освіти, а й висвітлення історичних аспектів розвитку математичної сфери, поєднання математики і соціології та вміння використовувати отримані знання в повсякденному житті. Варто зауважити, що учні 10-11 класів в основному визначилися з майбутньою професією, тому слід зауважити, що під час викладання математики в старшій школі, необхідно планувати уроки таким чином, щоб вони були наповнені не лише практичними завданнями відповідного змісту, а й містили культурну і профорієнтаційну складову [96, с.154-155].

Математична культура стала однією з необхідних складових загальної культури сучасного покоління. Загальний культурний рівень визначається поєднанням рівня розвитку критичного математичного мислення та математичної мови, які стали двома взаємозв'язаними компонентами математичної культури [91, с.183].

Третяк М. В. у своїй статті індивідуальну математичну культуру подає як складну систему взаємно залежних, взаємно обумовлених якостей особистості – елементів математичної культури: математичних знань, умінь і навичок, уподобань, естетичних уподобань і навіть деяких частинних (по відношенню до

математичної) культур, наприклад, культури математичного мовлення, графічної, знаково-символьної культури, мислення, комунікаційної математичної культури, тощо [68; 63, с. 23].

Систематична робота на кожному уроці має бути спрямована на те, щоб здобувачі освіти свідомо та глибинно оволоділи математичною мовою, тобто вміли використовувати відповідну термінологію, логічно і послідовно висвітлювати свою думку. Лише чітке розуміння значення математичної мови допоможе їм повноцінно засвоювати весь курс математики і використовувати набуті знання на практиці [18, с. 42]. Уроки алгебри та геометрії в старшій школі сприяють також розвитку усного мовлення. Постійне розв'язування текстових задач сприяє формуванню вміння чітко та послідовно висловлювати власну думку [90, с. 332]. Особливо цьому сприяє систематичне усне опитування класу, повторення математичних правил та алгоритмів розв'язку задач, коментування розв'язків під час виконання завдань учнями біля дошки [75]. Також в аспекті розвитку усного мовлення варто відмітити формувальне оцінювання, яке можна використовувати в форматі самооцінювання або ж взаємооцінювання учнів. В будь-якому випадку учень має оцінити рівень здобутих знань, аргументувати свою думку, використовуючи правильно підібрану математичну термінологію [20, с. 501-508].

Аналіз досвіду системи освіти високорозвинутих країн, демонструє, що орієнтація навчальних програм на впровадження компетентнісного підходу та створення дієвих механізмів його реалізації сприяє перезавантаженню змісту навчання та освітніх технологій, їх взаємодії із сучасними запитами українського суспільства та інтеграційних процесів у всьому світі [78, с. 5-7]. Сучасний ринок праці потребує випускника, який не просто володіє теоретичними знаннями, а вміє практично застосувати отримані вміння та навички. Окрім того інформаційний світ та ринок професій динамічно змінюється з кожним роком, саме тому успішною в такому світі буде особистість, котра є багатогранною або мультикультурною. Це є важливим аспектом освіти у старшій школі, а саме в 10 класі, коли здобувачі освіти починають визначатися зі сферою майбутньої професії [91, с. 183].

У 2018 році українські школярі взяли участь у міжнародній програмі PISA. Згідно результатів проведеного дослідження Україна опинилася на 41-46 місці у рейтингу математичної компетентності серед 78-и країн. Це свідчить про те, що українські здобувачі освіти мають низький рівень вмінь практичного застосування математичних знань. Але як свідчать результати зовнішнього незалежного оцінювання з математики, невміння практично застосувати математичні знання – це не єдина проблема математичної освіти в Україні. Відомо, що в основному перевірка знань в старших класах проходить в тестовій формі, практично кожен урок проводиться з використанням ІКТ, все це зручно, допомагає швидко отримати результат перевірки знань та сприяє повній візуалізації навчального матеріалу. Але водночас втратилась направленість освітнього процесу на розуміння важливості спрямування навчання на формування математичної культури школярів як складової загальної культури. [93, С. 154-162].

Проблем додалося і через дистанційний формат навчання спочатку через пандемію, а згодом і через повномасштабне вторгнення Росії до України.

Недооцінювання важливості математичної культури перешкоджає розвитку критичного мислення у сучасних школярів, вміню практично застосовувати набуті знання шляхом доведення правильності чи хибності відповідних теорій, гальмується розвивальна, концентруюча та регулювальна функції. Психологи та нейрофізіологи всього світу відзначають, що інтелектуальний рівень людства почав стрімко спадати [7].

Розглядає і математичну культуру суспільства (Лодатко Є. О., 2012), і математичну складову культури як процес виховання, становлення та індивідуальне зростання особистості. У своїй роботі Г. М. Булдик (1997) представляє математичну культуру як спосіб накопичення та формування сталої системи математичних знань, розвитку навичок та вміння використовувати їх у різних професіях, залежно від умов та обставин, а Т. Г. Захарова (2005) описує математичну культуру саме як важливий професійний аспект загальної культури фахівця не лише математичної спеціальності. У дослідженнях О. В. Артеб'якіної (2002), Д. У. Біджієва (2005), С. А. Розанової (2003), М. В. Третьака (2011),

В. М. Худякова (2001), І. В. Шалашової (2013) культура математики вже розкрита як багатогранна освіта будь якої особистості. Багаторічні дослідження М. С. Кагана про масштаби культури загалом стверджують, що математична культура людства, окремих соціальних груп чи індивідів є важливим елементом професійного зростання та безперервного розвитку особистості.

Культурна складова на уроках математики проявляється в наступних основних формах [62]:

- система математичних знань та умінь;
- математичне мислення;
- математична мова;
- математична самоосвіта;
- творчий саморозвиток;
- математична грамотність;
- знання математичних методів і вміння їх застосовувати;
- озброєння навичками математичного моделювання.

У дослідженні О. С. Чашечникової проаналізовано зріз рівня сформованості математичної культури школярів в контексті загальнокультурного аспекту. Зріз продемонстрував, що саме на 10-11 клас припадає найнижчий рівень обчислювальної грамотності, культури спілкування та дотримання правил академічної доброчесності. Це пов'язано з тим, що старшокласники частіше використовують різноманітні гаджети для обчислень, здачі тестових завдання та підготовки домашніх робіт. В умовах дистанційного навчання найбільше втрачає саме графічна культура та грамотність учнів серед учнів 10 класу. Проблема полягає не лише у невмінні правильно будувати графіки, схеми та діаграми, а й у низькому рівні каліграфічності записів, правильності використаних символів у графічних зображеннях [13, с. 82-87]

Впровадження культурної складової в математичну освіту передбачає:

- здатність здобувача освіти вивчати, аналізувати та оцінювати досягнення національної та світової культури в різних її проявах (архітектура, скульптура, живопис);

- вміння орієнтуватися та розбиратися в культурному та духовному контексті сучасного суспільства, дотримуватися моральних цінностей (наприклад, принципи академічної доброчесності під час виконання домашніх завдань);
- сформовані навички правильно та доречно застосовувати методи самовиховання, самооцінювання та самореалізації, які орієнтовані на загальнолюдські цінності [71; 1, с. 5-10].

З переходом учнів в старшу школу, значно ускладнюється рівень навчального матеріалу, особливо в математичній галузі. Як наслідок в учнів 10-11 класу змінюється тип мислення, а саме: з наочно-образного їх мислення поступово стає абстрактно-понятійним. Але в учнів 10 класу часто зустрічається наступна проблема: вони добре знають визначення, формули, чітко і злагоджено оперують ними, та не можуть належно розкрити їх зміст і успішно застосовувати до розв'язування конкретних задач. А вміння використовувати набуті знання на практиці – це є головна вимога до сучасного випускника [9, с. 27].

Принцип наочності у викладанні математики базується на залученні різних органів чуття для кращого сприйняття інформації, що сприяє ефективності навчання. Відомо, що зорове сприйняття значно перевершує слухове, оскільки очі передають у мозок більше інформації, ніж вуха. У навчальному процесі застосування наочності допомагає учням та студентам краще зрозуміти математичні концепції, використовувати візуальні моделі та макети, спостерігати за розрахунками і дослідженнями, що полегшує засвоєння матеріалу й стимулює інтерес до математики [23; 69].

Прикладом того, як культурна складова допомагає розвивати математичні вміння учнів є використання на уроках інформації про відомі архітектурні пам'ятки, використання зображень орнаментів різних країн. Особливо актуальними такі завдання будуть серед учнів 10 класів гуманітарного профілю. Тобто, щоб зацікавити їх у вивченні математики, дослідити симетрію орнаментів у елементах одягу, побутових речей, приміщень, тощо. Так, наприклад, у Давньому Вавилоні симетрія була присутня навіть на бруківці дороги. Таким чином реалізовується не лише загальнокультурна складова, а міжпредметні наскрізні лінії з історією, архітектурою і т.д [48].

Ніщо не демонструє впровадження культурної складової на уроках математики як зв'язок з державними символами. Практичну реалізацію культурної складової на уроках алгебри та геометрії висвітлили В. В. Корольський та А. І. Римар. Їхня робота описує процес генерації числових рядів, в основі якої лежить геометрична інтерпретація різних елементів державної символіки України. Це інтерпретація кривих прапора. Карти нашої держави, тощо. Також описано і розв'язано велика кількість задач по генерації числових рядів з унаочненням та демонстрацією їх членів методом використання геометричних інтерпретацій державних символів України; виконано дослідження та проведено аналіз отриманих в результаті рядів на подібність; розглянуто та проаналізовано ймовірність впровадження та інтеграції міжпредметних зв'язків при утворенні числових рядів на прикладі різноманітних геометричних інтерпретацій з іншими шкільними предметами; виявлено, що використані алгоритми отримання рядів можна використати на інтегрованих уроках алгебри, геометрії та інших навчальних курсів в 10-11 класах, не обов'язково природничо-математичного циклу. Даний тип завдань також можна використати на факультативах та гуртках. [2; 15; 87]

1.2 Шляхи підготовки та самопідготовки вчителя до реалізації культурного аспекту математичних дисциплін

Існує система курсів підвищення кваліфікації педагогічних працівників, що допомагає педагогам: заощадити час і кошти (що є важливим в умовах сучасної кризи освіти) й удосконалити свою кваліфікацію, не зупиняючи освітній процес. Пропонується програма короткотермінових курсів-тренінгів, яка складається на основі пропозицій замовників – педагогічні працівники можуть вибрати для вивчення й оволодіння сучасні технології навчання – модульні, ігрові, дослідницькі чи інші технології [10; 78; 73].

Важливим аспектом культурної складової на уроках математики є термінологічна культура. Формуванню термінологічної культури, грамотної математичної мови сприяють онлайн тестування [81]. Онлайн тестування можна розробляти за допомогою сервісів «На Урок», «Всеосвіта», LearningApps,

Wordwall, Kahoot і т.д [94]. Також формуванню термінологічної культури сприяють завдання, пов'язані на переклад математичних символів на слова і навпаки [84, с. 99]. Оскільки з віком спостерігається регрес в обчислювальній культурі здобувачів освіти, то підвищенню рівня цієї складової культурної компетентності математичної галузі сприятимуть використання вчителем тренажерів. Зокрема популярності набуло прангліміне – це змагання, під час якого учасники демонструють навички усного рахунку в режимі онлайн, яке проводиться на освітньому сайті Міксіке [95, с. 13].

Особливу роль в підготовці до уроків алгебри та геометрії відіграють методичні сайти вчителів, на яких вони діляться власними методичним розробками. Під час створення сайту, вчитель має слідкувати за правильністю та грамотністю викладеного ним матеріалу, контролювати достовірність даних, що є нічим іншим як культурною складовою математичної освітньої галузі. Ведення власного предметного сайту вчителя математики, і не тільки, має ряд переваг:

- оперативність і комфорт;
- доступність в будь які часові рамки;
- підлаштування до конкретних вікових категорій учнів з урахуванням інтелектуальних особливостей;
- можливість оперативного редагування залежно від умов;
- можливість використання у ході дистанційного та змішаного навчання, а також під час підготовки до очних уроків [21; 18].

Останніми роками для поширення власного педагогічного досвіду та ознайомлення напрацювань своїх колег з метою запровадження компетентнісного підходу у вивченні математики, окрім вже знайомих предметних сайтів та блогів, активний вчитель, який прагне до постійного професійного зростання, все частіше користується соціальними мережами. За допомогою соціальних мереж можна комунікувати зі здобувачами освіти, колегами та провідними методистами. Таким чином вчитель має змогу ділитись методичними знахідками та розробками, може ознайомиться з напрацюваннями своїх колег. Найбільш популярними соціальними мережами для цього є Instagram та Facebook. Часто виникає неправильне уявлення про те, що мережа Instagram створена для того, щоб

ділитися гарними та яскравими фото про відпочинок чи модний одяг, але насправді це не так. Вчитель у своїй підготовці до уроків може активно використовувати даний ресурс. Сторінка сучасного вчителя математики може розміщувати підручники та збірники задач, відеоматеріали (власні та посилання на корисні відео) [79; 82], опорні поурочні плани та презентації до уроків, пам'ятки розв'язку задач та вправ з різноманітних тем, розробки інтерактивних вправ на різних платформах, сценарії позакласних заходів, календарно-тематичне планування і т. ін [39]. Кожен власник сторінки регулярно здійснює оновлення наявної інформації, а отже використовуючи під час підготовки до уроків дану соціальну мережу, вчитель буде ознайомлений з усіма сучасними інноваціями та нововведеннями, а також актуальними розробками, особливо в категорії інтерактивних вправ. Ще одна функція описаної соціальної мережі, яку можна використовувати з навчальною метою – ведення прямих ефірів. Ця опція дає змогу урізноманітнити форми проведення консультацій з учнями, організувати короткі майстер класи та вебінари з розв'язування задач чи аналізувати результати після проведення тестових опитувань [50, с. 116-123].

Ще одним ресурсом, який проводить регулярні вебінари для підвищення кваліфікації вчителів базових дисциплін, в тому числі й математики є освітня платформа «На Урок». Даний ресурс організовує майстер класи та вебінари для вчителів на різні тематики, в тому числі впровадження різних компетентнісних складових в математичній освіті. Також вчитель має змогу отримати сертифікат, що підтверджує участь у відповідному заході та свідчить про підвищення рівня педагогічної майстерності, що особливо є актуальним під час атестації педагогічних працівників за новим положенням від 23.12.2022 [28].

Сучасну освіту неможливо уявити без STEM-освіти. Саме впровадження методів STEM-освіти забезпечує найбільш ефективне впровадження компетентнісних складових та сприяє продуктивній підготовці вчителя до уроків. Марченко Олена у своїй статті висвітлила методологічні аспекти реалізації та рекомендації впровадження STEAM-концепції як сучасного способу інтеграції математичних і мистецько-культурологічних знань у процесі здобуття

природничо-математичної освіти з метою формування й розвитку креативної компетенції учасників освітнього процесу в старших класах. [47, с. 19-26]

Сьюзен Райлі, яка є засновницею The Institute for Arts Integration and STEAM (Інститут об'єднання мистецтв і STEAM, штат Меріленд, США), описує як метод поєднання на перший погляд непоєднаних дисциплін, а саме, предмети природничо-математичного циклу і мистецьку галузь. Сьюзен Райлі та Н. Кириленко стверджують, що єдиний спосіб сформувати множинний інтелект, а саме художній та емоційний, креативність – це сформувати в собі вміння знаходити зв'язки всередині та ззовні системи знань тощо. Вчитель математики, який використовує на уроках STEAM освіту може організовувати зі своїми учнями створення проектів, спрямованих на дослідження та вивчення використання знань, закономірностей і методів математики у мистецтві, архітектурі, інженерії, дизайні тощо [113; 109].

Прикладом використання STEAM підходів у математичній освіті України став проєкт «Культурні коди математики». Він повністю відповідає засадам сучасної методики й особливостям вивчення математики, теоретичний фундамент яких вивчається та реалізується педагогами-теоретиками, методистами, розробниками навчальних та модельних програм, вчителями країн, де використовується STEAM-підхід в освіті. У статті «Expanding the Math Classroom with STEM or STEAM» Deborah McGinley (Дебора МакГінлі), яка вчителем-експертом з методики викладання математики (м. Орlando, штат Флорида, США), наголошує про важливість розширенням STEM-освіти включенням до неї культурного підходу у викладання математики в старших класах, особливо це стосується уроків геометрії. Інтеграція арт підходів та математики – це найвиразніший спосіб реалізації культурної складової в математичній галузі [114].

Проєкт «Культурні коди математики» – це реальна демонстрація взаємодії та інтеграції двох течій математики та культури, оскільки його основні завдання:

- підвищення рівня загальнокультурної компетентності вчителів та здобувачів освіти на основі використання підходу STEAM до викладання та вивчення математики»;

- практична реалізація основних засад формування освітніх компетентностей, які спрямовані на реалізацію Концепції розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти) в Україні;

- формування свідомості як у сфері культури, так і в процесі викладання та опанування математики, особливо для особистісного розвитку тих здобувачів освіти, для яких традиційні форми та методи навчання математики є неефективними, що сприятиме для свідомого та мотивованого створення індивідуальної освітньої траєкторії;

- розуміння всіма учасниками навчального процесу взаємодії математики та культури у таких сферах як: архітектура, живопис, дизайн, інженерія, що демонструє практичне втілення дослідницького, проєктного підходів до освіти старшокласників й вивчення математики в цілому, а також активного використання сучасних інноваційних методичних розробок, зокрема «мейкерства» (з допомогою, наприклад, 3D технологій) для виготовлення власних продуктів, у яких математичні знання стануть джерелом пізнання естетики й візуальної гармонії витвору мистецтва, створеного власними руками [104].

Даний проєкт особливо актуальний для учнів 10 класів, оскільки під час пошуково-дослідницької роботи, учні максимально занурюються в сферу таких професій: архітектор, дизайнер, програміст, історик і т.д. До того ж технології, які застосовуються під час реалізації проєкту сприяють ефективному засвоєнню навчального матеріалу особливо тими учнями, яким важко даються традиційні методи навчання. Засвоєння складних тем – це запорука успішного складання мультипредметного тесту.

Наприклад, «Симетрія в математиці та архітектурі», його учасники матимуть змогу у практичному й мистецько-прикладному вимірі дослідити використання симетрії як властивості об'єкта відтворювати себе при певних змінах навколишнього світу чи перетвореннях. Усвідомлюється значення знань про пропорції під час проєктування й будівництва всесвітньо відомих пам'яток культури, що є спадщиною, ЮНЕСКО, а саме, мавзолею Тадж Махал в Індії, збудованого у XVII столітті правителем Могольської імперії, чи архітектурного ансамблю Альгамбра в Іспанії [44]. Будівництво останньої пам'ятки тривало

майже століття. Під час участі у проєкті «Пропорція в математиці й мистецтві», учасники пошуково-дослідницької роботи набуватимуть практичних навичок аналізувати значення пропорції як математичної основи та фундаменту архітектурної гармонії між математично розрахованою практичністю та естетичністю збудованих форм. Також вивчати важливість пропорцій можна на прикладі творів образотворчого мистецтва великих художників Відродження: Леонардо да Вінчі, Боттічеллі, Мікеланджело та багатьох інших, а також величних майстрів мистецтва XX століття, наприклад, відомого на весь світ архітектора Ле Корбюз'є тощо [66].

Так, наприклад, працюючи за проєктом «Парабола в архітектурі», учасники проєкту не тільки мали можливість дослідити та оцінити застосування параболи у таких відомих на весь світ пам'ятках архітектури як Триумфальна арка в Парижі чи палац Гуеля в Барселоні, але й відчутти себе справжнім туристом під час віртуальної подорожі цими відомими містами за допомогою мережевого проєкту Google Arts & Culture [48]. Це в свою чергу дозволить вчителям та учням:

- підвищити рівень обізнаності про культурні аспекти організації суспільного простору в даних мегаполісах та агломераціях;
- підвищувати рівень мотивації для подальшого розвитку когнітивних характеристик освіченої особи;
- сприятиме пошуку причинно-наслідкових зв'язків, аналізу, систематизації та відбору потрібних даних для задоволення потреби зростання культурної компетентності та особистісного саморозвитку;
- створюватиме ефект розуміння, інтерпретації, аналізу та екстраполяції теоретичних даних;
- формуватиме розвиток навичок перевірки достовірності, надійності та критичного аналізу будь-якої інформації.

Такий розвиток необхідний вчителям для підвищення рівня своєї професійної майстерності, а учням для визначення свого майбутнього у відповідних сферах [51].

На даний момент впровадження проєкту «Культурні коди математики» здійснюється навчальними закладами Рівненської області, проте, якщо результати

зовнішнього незалежного оцінювання доведуть ефективність вивчення математики таким способом, то рамки проекту в межах України розширяться [7, с. 5].

Ще однією формою роботи, де вчитель може здійснювати підготовку до реалізації культурного аспекту в математичній освіті є гурткова робота. Формування ключових життєвих компетентностей здобувачів освіти на математичних гуртках розглядалось у роботі Салань Н., Салань О. (2018, 2020). Вплив позакласної роботи на формування здатності учнів до математичного моделювання висвітлено в роботі Матяш О., Катеренюк Д. (2018).

Даними педагогами розроблено програму математичного гуртка для учнів від 9 до 11 класів, в основу якої покладено вивчення елементів теорії ігор. Метою створеної програми стало сприяння мотивації розвитку зацікавленості учнів до вивчення математики, одержання теоретичних знань про прийняття рішень в умовах недостатньої обізнаності чи ймовірного ризику та розширення загального кругозору здобувачів освіти під час процесу вирішення різноманітних практичних завдань та життєвих ситуацій. У результаті учні повинні набути практичних навичок створювати математичні моделі реальних ймовірних життєвих ситуацій: конфліктних випадків, екологічних криз. Результатом роботи має стати пошук вирішення проблемних ситуацій за допомогою методів математичного аналізу та прогнозу. Програма гуртка, розрахована на 1 годину на тиждень. Вона враховує вимоги Державного стандарту базової середньої освіти та цілей програми з математики для базової та старшої шкіл. [49, с. 87-95]

Демонструє ефективність реалізації культурної складової на уроках математики ігрова діяльність. О.О. Одінцова розкриває ефективність реалізації культурної складової під час занять на гуртках, демонструє ефективність впровадження ігрових технологій на уроках математики на прикладі результатів НМТ [108; 58, с. 87-89].

Сучасний вчитель має володіти інформаційно-комунікативними технологіями [40; 71]. Тому неможливо здійснювати підготовку до сучасного продуктивного уроку математики без використання інтерактивних вправ. Особливо актуальними ці вправи є під час дистанційного навчання. Нині значна частка шкіл проводить

освітній процес або виключно дистанційно, або з використанням технологій дистанційного навчання для окремих дисциплін. Під час дистанційного навчання складно говорити про дотримання здобувачами освіти норм академічної доброчесності при виконанні контрольних робіт та домашніх завдань, що свідчить про ще одну прогалину в реалізації культурної складової математичної освіти [96, с. 155]. Під час дистанційної форми навчання складно здійснювати наступні культурологічні аспекти математичної освіти [80]:

- неможливість стовідсотково перевірити рівень засвоєних знань і вмінь здобувачів освіти з тих чи інших тем;
- недостатня комунікабельність учнів між собою, що гальмує розвиток усного мовлення, володіння математичної термінологією;
- виникає необхідність у мотивації себе, тобто учням зі слабким рівнем самоконтролю складно почати працювати над поставленими завданнями;
- необхідно постійно здійснювати самоосвіту, опрацьовувати нові модернізовані способи викладання та доступні додатки та сервіси [1, с. 6].

Але використання для перевірки знань власних авторських інтерактивних вправ, які можна обмежити в часі, зробити візуально яскравими, сприятиме самотійному розв'язанню завдань та ефективному засвоєнню навчального матеріалу [76].

Звичайно дистанційне навчання має багато переваг, оскільки забезпечує безперервність навчального процесу незалежно від місцезнаходження учня, але якщо розглядати дану форму освіти з точки зору формування культурної компетентності, то тут виникають питання.

Ще однією складністю у старшій школі на уроках алгебри та геометрії є зображення різноманітних просторових фігур. Учні не можуть зрозуміти, зображуючи, наприклад похилу призму, де у неї будуть видимі та невидимі лінії. Це досить поширена проблема через недостатньо сформовану у школярів просторову уяву. На допомогу вчителю можуть прийти різноманітні технічні засоби, такі як комп'ютерна програма Mathematica. Однією з функцій якої є побудова просторових тіл. Візуалізувати навчальний матеріал допоможуть

додатки для створення презентацій: PowerPoint, Canva, Google Slides, Prezi [87, с. 11].

Формуванню графічної грамотності сприяє розв'язання наступних типів задач: на зображення геометричних фігур; на виконання основних побудов заданим набором інструментів; на відновлення геометричної фігури; на побудову геометричної фігури за даними фігурами та вказаними геометричними перетвореннями; на включення одного і того ж елементу в різні геометричні фігури; на розпізнання геометричних фігур, в яких необхідно встановити вид фігури; на порівняння властивостей геометричних фігур; задачі на усне чи аналітичне зчитування графічної інформації [50, с. 199].

Сучасна математична освіта має недостатній рівень реалізацією культурної складової, а отже і практичної спрямованості вивчення даної дисципліни. Але сучасні інформаційно-комунікативні технології, обмін досвідом, персональні сайти та блоги вчителів сприяють вирішенню цієї проблеми, а отже з часом буде спостерігатися підвищення рівня мотивації навчальної діяльності на уроках математики учнями старшої школи.

У II розділі буде розглянуто практичне впровадження культурної складової при викладанні математики в старших класах на прикладі авторських розробок поурочних планів з алгебри та геометрії у 10 класі.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ I

Нормативні документи, що визначають організацію навчальної діяльності в школах, спрямовані на всебічний розвиток учнів, що включає їхній інтелектуальний, духовний, фізичний та культурний розвиток. Кожен аспект навчального процесу ретельно регламентований для досягнення основної мети – формування життєвих компетентностей учнів, необхідних для успішної соціалізації та адаптації в умовах сучасного світу. Серед цих компетентностей важливе місце посідає культурна складова, особливо в таких дисциплінах, як математика, де вона не лише сприяє розвитку мислення, але й допомагає учням краще зрозуміти роль науки в історії та сучасності.

Культурна складова в освітньому процесі має широку функцію. У випадку математичних дисциплін вона забезпечує не просто засвоєння теоретичних знань і навичок розв'язування задач. Йдеться про значно ширший підхід до освіти, який охоплює знайомство учнів з біографіями видатних математиків, як світових, так і вітчизняних, а також із значними відкриттями, що змінили хід історії. Такі знання дають можливість краще зрозуміти зв'язок між математикою та реальним світом, а також показують, як математика впливає на розвиток інших наук і технологій, економіку, мистецтво, архітектуру тощо.

Культурний компонент у вивченні математики сприяє формуванню у здобувачів освіти не лише математичних компетентностей, але й широкого світогляду. Вивчаючи математику через призму культури, учні краще усвідомлюють її присутність у повсякденному житті, в природі, мистецтві та людській діяльності загалом. Вони розуміють, що математика – це не лише абстрактні формули та обчислення, але й інструмент, що допомагає описувати світ і вирішувати реальні проблеми. Таким чином, культурна складова допомагає перетворити процес вивчення математики з механічного засвоєння алгоритмів у цікавий і захоплюючий процес пізнання.

Зокрема, вона дозволяє відійти від сухого запам'ятовування фактів і шаблонного розв'язування задач без розуміння глибинної суті математичних законів. Завдяки культурної складової предмету математики учні вчаться

застосовувати отримані знання в реальних життєвих ситуаціях. Наприклад, знання про пропорції та геометрію допомагають в архітектурі, розуміння симетрії та гармонії важливе для живопису та дизайну, а обчислювальні навички необхідні в економіці та інженерії. Культурний аспект у вивченні математики також сприяє усвідомленню учнями важливості цієї науки в майбутніх професіях, незалежно від того, чи оберуть вони математичну кар'єру, чи займатимуться іншими сферами діяльності.

Однак, впровадження культурної складової в процес викладання математики стикається з певними труднощами. Особливо ці проблеми загострилися під час пандемії, коли більшість шкіл перейшла на дистанційне навчання. Така форма навчання суттєво вплинула на якість засвоєння матеріалу, а також на розвиток ключових компетентностей, включаючи культурну. Під час дистанційного навчання учні втратили можливість спілкуватися з вчителем віч-на-віч, що призвело до зниження рівня академічної доброчесності, зокрема при виконанні контрольних робіт і тестів. Учні часто користуються готовими відповідями з інтернету, не докладаючи власних зусиль до вирішення задач, що не сприяє розвитку критичного мислення та розуміння математичних концепцій.

Крім того, дистанційне навчання обмежило розвиток усного мовлення. Уроки в форматі онлайн рідко сприяють активному використанню учнями математичної термінології в усному мовленні. Відсутність живої комунікації з вчителем і однокласниками призвела до зниження рівня правильного, грамотного та логічно структурованого усного мовлення з використанням математичних термінів. Це, в свою чергу, стало на заваді формуванню повноцінної культурної компетентності учнів, яка базується не лише на знаннях, але й на здатності виражати ці знання чітко і зрозуміло. Особливо це стосується учнів 10-х класів, у яких зафіксовано найнижчий рівень формування культурної компетентності на уроках математики.

Попри ці труднощі, сучасний вчитель математики має безліч можливостей для впровадження культурної складової в навчальний процес. Розвиток інформаційних технологій створює нові підходи до викладання, роблячи уроки цікавішими та інтерактивнішими. Одним із таких підходів є STEAM-освіта (наука, технології, інженерія, мистецтво і математика), яка інтегрує різні

дисципліни і показує взаємозв'язок між математикою і мистецтвом, технікою чи наукою. Крім того, використовуються ігрові технології, що дозволяють зробити навчання захоплюючим і мотивуючим.

Активно застосовується також гурткова робота, де учні можуть брати участь у математичних конкурсах і проектах, інтерактивні вправи, пошуково-дослідницькі проєкти, що залучають учнів до активного пізнавального процесу. Соціальні мережі, персональні сайти та блоги вчителів стають все більш популярними ресурсами для впровадження культурної складової в математичну освіту. Усі ці підходи дозволяють не тільки підвищити інтерес учнів до математики, але й сформувати у них культурну компетентність, яка є важливою складовою їхнього особистісного розвитку.

РОЗДІЛ II ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ КУЛЬТУРНОЇ СКЛАДОВОЇ МАТЕМАТИКИ НА III СТУПЕНІ ШКІЛЬНОЇ ОСВІТИ

Планування уроків математики є складним і багатограним процесом, що вимагає не лише знання предмету, але й врахування різних аспектів, які впливають на ефективність навчання. Одним з ключових аспектів, що вимагає уваги, є культурна складова математики. Культура є невід'ємною частиною освітнього процесу, адже вона формує уявлення учнів про світ, їхнє сприйняття знань і їхнє ставлення до навчання. Включення культурних елементів у навчальний процес математики дозволяє розширити горизонти учнів, підвищити їхню мотивацію та зацікавленість, а також сприяти глибшому розумінню математичних концепцій.

Коли мова йде про такі теми, як дійсні числа та дії з ними, відсоткові розрахунки, натуральні числа та правила диференціювання, важливо розглядати, як ці математичні поняття відображаються в різних культурах і як вони можуть бути пов'язані з реальним життям учнів. Наприклад, відсоткові розрахунки можна ілюструвати на прикладах з фінансової грамотності, що є важливою частиною повсякденного життя в будь-якій культурі. Аналіз натуральних чисел у контексті культурних традицій може включати в себе вивчення різних систем числення, які використовувалися в історії, що дозволяє учням бачити, як математика розвивалася разом із суспільством.

Тематика числових функцій і способів їх задання може бути цікавою через призму сучасних технологій та їх впливу на різні культурні сфери, такі як мистецтво, музика і навіть кулінарія. Введення у поняття стереометрії в контексті паралельного проектування надає можливість учням дослідити, як просторове мислення та геометричні концепції використовуються у архітектурі та дизайні, які також мають культурне підґрунтя. Таким чином, вивчення властивостей фігур паралельного проектування не лише збагачує математичні знання учнів, а й демонструє зв'язок між математикою та культурною спадщиною.

Прямокутна система координат у просторі та відстані у просторі відкривають нові можливості для інтерпретації культурних аспектів, оскільки вони дозволяють

моделювати реальні ситуації, наприклад, розташування архітектурних пам'яток, культурних об'єктів або навіть природних ландшафтів. Включення таких прикладів у уроки математики може допомогти учням краще зрозуміти не лише математичні концепції, але й їхнє місце у світі, в якому вони живуть.

У результаті, підходи до планування уроків з врахуванням культурної складової математики можуть значно підвищити зацікавленість учнів, їхню активність та здатність до критичного мислення. Це створює передумови для розвитку не лише математичних знань, а й розуміння зв'язків між наукою, культурою та суспільством.

Отже, розглянемо теми уроків, які включатимуть дійсні числа, відсоткові розрахунки, натуральні числа, правила диференціювання, числові функції, стереометрію та координатні системи в просторі. Кожна тема буде проаналізована з точки зору інтеграції культурної складової, що допоможе учням глибше зрозуміти матеріал і підвищити мотивацію [72; 42; 77; 14].

Тема уроку	Реалізація культурної складової
Дійсні числа та дії з ними. Відсоткові розрахунки	• інтерактивна вправа в додатку Wordwall; • розв'язування задач на екологічну та соціальну тематику.
Правила диференціювання	• перегляд відеоролику від Всеукраїнської школи онлайн; • прийоми «фішбоун» та «Естафета» • приклади впливу математики на реальні технології; • закріплення аналізу професій, де можуть знадобитися знання з обраної теми: інженерія, економіка, комп'ютерні науки.
Числові функції. Способи задання числових функцій	• культурне сприйняття математичної науки через вклад

	таких математиків, як Леонард Ейлер та Джон Венн. ● тестування за допомогою освітньої платформи «На Урок»; ● метод «Мікрофон»
Паралельне проектування та його властивості	● знайомство з закономірностями природних явищ; ● знайомство з особливостями переробки сміття; ● знайомство з творами мистецтва епохи Відродження; ● демонстрація відеоролику; ● написання математичного диктанту за допомогою платформи Всеосвіта; ● аналіз картин художників, креслення інженерів, фотографій; ● висвітлення аспектів професійного використання знань з даної теми; ● розробка проекту «Паралельне проектування у навколишньому світі»» (архітектура, живопис).
Прямокутна система координат у просторі.	● вивчення фактів життя Декарта; ● проведення паралелі роботи з координатною шкалою Декарта та координатами ворожих позицій на полі бою; ● вивчення значимість системи

	координат у сучасних реаліях військового стану.
Відстані у просторі	• знайомство з характеристикою кольорів Макса Люшера, • знайомство з особливостями різних архітектурних стилів, • знайомство з мудрістю Конфуція; • розгадування кросворду у додатку LearningApps; • розв'язування задач практичного спрямування; • розвивати усвідомлення важливості геометричних знань у аспекті української архітектурної спадщини, зокрема, будівництв старовини та сучасної культури.

2.1 План-конспект уроків алгебри в 10 класі, що реалізують культурну складову математики

2.1.1 Тема: Дійсні числа та дії з ними. Відсоткові розрахунки

Мета: ознайомити здобувачів освіти з характеристиками дійсних чисел, повторити як здійснюються відсоткові розрахунки, поглибити вміння здійснювати обчислення дійсних та відсоткових чисел, закріпити вміння розрізняти види чисел, подальше виховувати культуру мовлення та правильне застосування математичної термінології, а також формувати розуміння важливості релігії, культурних проєктів у суспільстві та їх фінансової складової.

Очікувані результати: учні вміють розв'язувати задачі на відсотки, активно та доречно використовують математичну термінологію, розрізняють види чисел,

вміють використати набуті знання для обрахунків екологічних і соціальних явищ, розуміють значення релігії, культурних проектів.

Тип уроку: комбінований.

Обладнання: підручники, зошити, мультимедійна презентація, відеоматеріал.

Формування ключових життєвих компетентностей: математична (вміння проводити розрахунки), вміння вчитися впродовж життя (повторення знань про відсотки, бесіда про можливе застосування отриманих знань під час уроку в майбутньому), загальнокультурна (бесіда під час мотивації, де застосовують відсотки, розв'язок задач на екологічну та соціальну тематику)

Хід уроку

I. Організаційний момент

Вчитель перевіряє присутність учнів на уроці, наявність необхідного приладдя для роботи, справність техніки.

II Актуалізація опорних знань

Бесіда з класом:

- Що таке натуральні числа?
- Яку частину числа становить один відсоток?
- В яких сферах використовують відсотки?
- Як знайти відсоток від числа?
- Як знайти число за величиною його відсотка?

За допомогою додатку Wordwall, а саме опції «Колесо фортуни» вчитель обирає учня, який буде відповідати на певне питання.

III Мотивація навчальної діяльності

Бесіда з учнями на тему їх майбутньої професії та того, яким чином їх майбутня робота може бути пов'язана з відсотками.

IV Вивчення нового матеріалу

Повторення поняття «дійсні числа». Учні записують визначення до зошитів:

Дійсні числа – це множина чисел, що складається з раціональних та ірраціональних чисел.

Головне! Натуральний ряд чисел нескінченний

Складання схеми «Класи натуральних чисел»

Завдання записати суму розрядних доданків:

- Перша згадка про Україну датується 1187 роком
- Населення Землі 8041563789 осіб
- Площа України 603628 кв.км

Повторення визначення координатної прямої та протилежних чисел

Учні визначають категорії чисел та наводять конкретні приклади до кожної категорії (цілі, раціональні, ірраціональні)

Завдання інтерактивна вправа в додатку *Wordwall* «Знайди пару». Учні наводяться приклади чисел, їхнє завдання обрати відповідну категорію.

Визначення поняття модуля числа (*робота з презентацією*)

Відстань від точки відліку до точки, що позначає число на прямій координат, називається модулем відповідного числа. Позначення: $|a|$ – модуль a . Відповідно, що для чисел, які лежать по праву сторону від 0 і $0|a| = a$, для від'ємних чисел $|-a| = a$, якщо $a \geq 0$; $-a$, якщо $a < 0$. $|a| \geq 0$ для будь-якого числа a . Модулі додатних і від'ємних чисел рівні: $|a| = |-a|$.

Наприклад: (Вчитель називає число, учні знаходять його модуль)

$$|5,2| = 5,2;$$

$$|-3| = |3|;$$

$$|-183| = |183|;$$

$$|0| = 0.$$

Завдання: Знайдіть значення рівняння:

$$a) |x| = 6;$$

$$x = 6 \text{ або } x = -6;$$

$$б) |x| = 0;$$

$$x = 0;$$

в) $|x| = -9$. Дане рівняння не може мати коренів, оскільки модуль числа не може становити від'ємне число.

$$г) ||x| - 2| = 5;$$

$$|x| - 2 = 5 \text{ або } |x| - 2 = -5;$$

$$|x| = 7; \quad |x| = -3 - \text{рівняння розв'язківне має};$$

$$x = 7 \text{ або } x = -7.$$

Питання: якщо число стоїть по праву сторону від 0, то воно....

Якщо число знаходиться по ліву сторону від числа, то воно по відношенню до 0....?

Перегляд відеоролику про модулі чисел від Всеукраїнської школи онлайн.

Повторення основних законів дій над дійсними числами (*Робота з презентацією*).

Дії над дійсними числами здійснюються згідно наступних законів:

$a + b = b + a$ (комутативний закон додавання);

$a + (b + c) = (a + b) + c$ (асоціативний закон додавання);

$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ (асоціативний закон множення);

$a \cdot b = b \cdot a$ (комутативний закон множення);

$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ (права дистрибутивність множення).

Запис до зошитів основних законів дій над дійсними числами.

Повторення поняття відсотків.

Випереджаюче завдання: один з учнів читає повідомлення про історію виникнення відсотків.

Відсотком числа називають 0,01 частину цього числа і позначають 1%.

Головні тези про відсотки:

- Будь-який десятковий дріб можна відобразити у вигляді відсотків.
- Будь-яку кількість відсотків можна відобразити у вигляді десяткового дробу.
- Щоб розрахувати відсотки від певного числа, потрібно це число поділити на 100 й помножити на відповідне число відсотків. Напр. 24% від 80 – це $80 \div 100 \cdot 24 = 19,2$.
- Щоб знайти число відповідно до його відсотків, тобто якщо відомо, значення відсотків від невідомого числа, потрібно помножити це число на 100 й поділити на число відсотків.
- Щоб знайти, яку кількість відсотків становить одне число відносно іншого, потрібно перше число поділити на друге, а отриманий десятковий дріб записати у вигляді відсотків.

Розв'язування задач на відсотки.

Задача 1. Згідно останніх соціологічних досліджень, більшість українців, які погодилися пройти опитування віднесли себе до православних (74%), 8% – до греко-католиків, по 1% – до римо-католиків і протестантів та віруючих Євангелічних церков. Знайдіть яка кількість осіб сповідує ту чи іншу релігію, якщо кількість населення України 38 млн осіб.

Розв'язання

- 1) $38000000 \cdot 0,74 = 14440000 = 14440$ (тис. осіб) – православні,
- 2) $38000000 \cdot 0,08 = 3040000 = 3040$ (тис. осіб) – (греко-католики),
- 3) $38000000 \cdot 0,01 = 380000 = 380$ (тис. осіб) – (римо-католики / протестанти / євангелісти).

Відповідь: православні – 14440 тис. осіб; греко-католиків – 3040 тис. осіб; римо-католиків, протестантів та євангелістів – по 380 тис. осіб.

Задача 2. Вчителю за поточний місяць нарахували заробітну плату у розмірі 12565 грн. Податок на прибуток – 18 %, військовий збір – 1,5 %, профвнески – 1 %. Розрахуйте, яку заробітну плату отримає вчитель після вирахування всіх податків.

Розв'язання

- 1) $12565 \cdot 0,18 = 2261,7$ (грн.) – податок на прибуток;
- 2) $12565 \cdot 0,015 = 188,5$ (грн.) – військовий збір;
- 3) $12565 \cdot 0,01 = 125,6$ (грн.) – профвнески;
- 4) $2261,7 + 188,5 + 125,6 = 2575,8$ (грн.) – сума всіх податків;
- 5) $12565 - 2575,8 = 9989,2$ (грн.) – зарплата після вирахування всіх податків.

Відповідь: 9989,2 грн.

Задача 3. У місті заплановано реалізувати соціальний проєкт, спрямований на покращення умов життя. В рамках цього проєкту потрібно зібрати 1,000,000 грн. За перший місяць зібрано 25% від запланованої суми. Скільки грошей зібрано? Яка частина суми залишилася для збору, якщо другий місяць передбачає збори 40% від залишкової суми?

Розв'язання

- 1) $1,000,000 \times 0,25 = 250,000$ (грн.) – сума, зібрана за перший місяць;
- 2) $1,000,000 - 250,000 = 750,000$ (грн.) – залишок для збору;
- 3) $750,000 \times 0,40 = 300,000$ (грн.) – сума, яку потрібно зібрати за другий місяць;
- 4) $750,000 - 300,000 = 450,000$ (грн.)

Відповідь: за перший місяць було зібрано 250,000 грн. Після другого місяця залишилося ще 450,000 грн для збору.

Задача 4. Із 25 учнів десятого класу 48 % знають та дотримуються правил академічної доброчесності. Скільки учнів розбирається в цьому понятті?

Розв'язання

25 учнів – 100%,

X учнів – 48%,

$$X = 25 \cdot 48 \div 100 = 12 \text{ (учнів)}$$

Відповідь: 12 учнів.

Задача 5. Із 40 учасників шахового турніру 9 осіб мають звання гросмейстера. Який відсоток учасників турніру становлять гросмейстери?

Розв'язання

$$9 \div 40 \cdot 100\% = 22,5\%.$$

Відповідь: 22,5%.

Задача 6. Згідно маркетингових досліджень (вчитель запитує у класу, хто такі маркетингологи?), картопля впала у ціні на 20%. На скільки відсотків більше можна купити даного продукту на цю ж суму?

Розв'язання.

Нехай гіпотетично потрібно придбати 1 кг картоплі і це коштує $100\% = 1$. Після того як ціна на картоплю знизилася на 20%, то 1 кг картоплі можна купити за $80\% = 0,8$. Відповідно, можна скласти відсоткову пропорцію наступним чином: А кг картоплі коштує 0,8, тоді X кг картоплі коштує 1. Тобто, $1 \div X = 0,8 \div 1$, Звідси, маємо:

$$X = 1,25 = 1 + 0,25. \text{ Тобто картоплі можна купити на чверть більше: } 0,25 \cdot 100\% = 25\%.$$

Відповідь: на 25%.

Задача 7. Чоловік поклав на зберігання у банк 9000 грн під депозит. Через три місяці його вклад зріс на 4%, а через наступні три місяці – ще на 4%. На скільки відсотків збільшилися заощадження чоловіка за півроку?

Розв'язання

За перші три місяці вклад зріс на:

$$9000 \div 100 \cdot 4 = 360 \text{ грн і його величина становить:}$$

$$9000 + 360 = 9360 \text{ грн.}$$

За наступні три місяці вклад збільшився на:

$$9360 \div 100 \cdot 4 = 374,4 \text{ грн.}$$

За півроку прибуток чоловіка склав:

$$360 + 374,4 = 734,4 \text{ грн, що становить } 734,4 \div (9000 \div 100) = 8,16\%.$$

Відповідь: на 8,16%.

V Закріплення знань

Прийом «Ти мені, я тобі». Учні обирають напарника та задають один одному питання з відповідної теми.

VI Рефлексія

Учні описують свої враження від уроку фразами, які починаються з:

Мені цікавим було....

Найважче мені далось....

Я навчився....

Труднощі виникли з....

VII Домашнє завдання

- Розв'язати наступні задачі:

А) Завдяки продуманому розкрою фанерного листа столяру вдалося вирізати 35 деталей замість 20. Скільки відсотків економії фанерного листа вдалося при цьому досягти?

Б) В результаті послідовно виконаних етапів очищення та сушки насіння шипшини маса насіння зменшилася на 13%, а потім на 7%. Визначити на скільки відсотків зменшилася маса насіння.

- Скласти 2 задачі на відсотки (12 балів)

- Написати повідомлення про професії, де використовуються відсоткові обрахунки.

2.1.2 Тема уроку: Правила диференціювання.

Мета уроку: закріпити знання про правила обчислення похідних; повторити основні правила диференціювання за допомогою використання математичної термінології; ознайомити учнів з історією розвитку обчислень похідних, що демонструє культурний прогрес людства в математичному мисленні, і проаналізувати, як ці знання вплинули на технологічний розвиток, зокрема у створенні машин та інших винаходів; сформувати вміння практично використовувати отримані знання з теми «диференціальне числення», навчитися шукати похідні функції; закріпити вміння розв'язувати задачі з даної теми на основі формул та основних правил; розвивати правильне математичне мислення, усну вимову математичної термінології та написання символів.

Тип уроку: комбінований.

Очікувані результати: здобувачі освіти знають основні правила диференціювання, вміють розв'язувати відповідні задачі, розуміють, як історичний розвиток математики сприяв створенню сучасних технологій, включаючи автомобілі, і можуть навести приклади впливу математики на реальні технології.

Обладнання: підручники, презентація, зошити, відеоматеріал, роздаткові картки з таблицею елементарних функцій.

Формування життєвих компетентностей: математична (обчислення задач з похідними функцій); загальнокультурна (нагадування правил академічної доброчесності, толерантності один до одного, дотримання правил етикету та умов гри «Естафета», використання математичної термінології в усному мовленні), вміння вчитися впродовж життя (закріплення аналізу професій, де можуть знадобитися знання з обраної теми: інженерія, економіка, комп'ютерні науки).

Хід уроку

I. Організаційний момент

Привітання з учнями, перевірка присутніх в класі та наявності у них необхідного приладдя до уроку, перевірка наявності інтернету.

II. Перевірка домашнього завдання

За допомогою «Колеса фортуни» у додатку Wordwall обирається учень, який біля дошки висвітлить розв'язок задач заданих додому.

1. Знайдіть приріст функції f у точці x_0 , якщо:

а) $f(x) = 4 - 3x$, $x_0 = 1$, $x = 0,3$

б) $f(x) = 0,5x^2$, $x_0 = -2$, $x = 0,8$

Розв'язання

а) $f = f(x) - f(x_0)$, $x = x_0 + x = 1 + 0,3 = 1,3$

$$f = (4 - 3x) - (4 - 3x_0) = 4 - 3x + 3x_0 = 3x_0 - 3x = 3 - 3,9 = -0,9$$

б) $f = f(x) - f(x_0)$; $x = x_0 + x = -2 + 0,8 = -1,2$

$$f = 0,5x^2 - 0,5x_0^2 = 0,5 \cdot (-1,2^2) - 0,5(-2^2) = 0,5 \cdot 1,44 - 0,5 \cdot 4 = 0,72 - 2 = 1,28).$$

2. Тіло переміщується по прямій координатної площини відповідно до закону $s(t) = 5t^2$ (одиниці вимірювання переміщення – метри, час вимірюється в секундах). Знайдіть:

а) значення середньої швидкості тіла при змінній часу в діапазоні від $t_0 = 1c$ до $t_1 = 3c$;

б) миттєву швидкість тіла в момент $t_0 = 1c$.

Розв'язання

$$а) \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t} = \frac{5(t_0 + \Delta t) - 5t_0}{\Delta t} = \frac{5t_0^2 + 10t_0\Delta t + \Delta t^2 - 5t_0^2}{\Delta t} = \frac{10t_0\Delta t + \Delta t^2}{\Delta t} = 10t_0 + \Delta t$$

– середня швидкість; $\Delta t = t_1 - t_0 = 3 - 1 = 2$ (с).

$$v_{\text{сеп}}(t_0) = 10 \cdot 1 + 2 = 12 \text{ (м/с)}.$$

$$б) \frac{\Delta s}{\Delta t} = (10t_0 + \Delta t + \Delta t) = 10(t_0);$$

$$v(1) = 10 \cdot 1 = 10 \text{ (м/с)}.$$

III. Актуалізація опорних знань

Прийом «Закінчи речення»

1. (Похідною функції $y = f(x)$ в точці x_0 називається границя відношення приросту функції до.....(*приросту аргументу при умові, що приріст аргументу прямує до нуля, а границя існує, тобто*

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x})$$

2. Символом Δx позначають.....(*приріст аргументу*)

3. Символом Δf , Δy позначають.....(*приріст функції*)

4. Кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції f у точці з абсцисою x_0 , дорівнює значенню.....(*похідної функції f у точці x_0 , тобто $k(x_0) = f'(x_0)$.*

5. Якщо $y = s(t)$ – закон руху матеріальної точки по координатній прямій, то її миттєва швидкість у момент часу t_0 дорівнює.....(*значенню похідної функції $y = s(t)$ у точці t_0 , $v(t_0) = s'(t_0)$*)

IV. Мотивація навчальної діяльності учнів

Природа людини сформована таким чином, що вона завжди прагне полегшити собі життя. Люди намагаються скоротити час дороги, знайти коротший маршрут, прибирати не за допомогою віника, а за допомогою пилососа і т.д. Якби не ця властивість людської цивілізації прагнути до кращого і більш комфортного життя, невідомо як жили б люди нині. Можливо розвиток цивілізації залишився б і досі на рівні Середньовіччя.

Люди завжди прагнули покращити свої умови життя, зокрема через винайдення машин. Автомобілі — це не лише зручний спосіб пересування, але й складний технічний витвір, який використовує закони математики та фізики. Обчислення похідних є важливою складовою в інженерії, зокрема для проектування та оптимізації машин. Наприклад, розрахунок траєкторій руху автомобілів, або поведінка їхніх частин під час прискорення та гальмування потребує математичних методів, зокрема диференціювання.

Сьогодні ми з вами простежимо вчергове як люди змогли спростити обчислення за допомогою формул. Слід зазначити, що похідну відповідної функції $y = 2x - 8$, $y = x^3$ або $y = \frac{1}{x}$, значно простіше обрахувати не за формулюванням визначення самого поняття, а за формулами, тож сьогодні ми

маємо ознайомитися з таблицею елементарних функцій і основних правил диференціювання.

V. Вивчення нового матеріалу

Робота з роздатковими картками та презентацією

Спробуймо ознайомитися із прикладами пошуку похідної різних елементарних функцій. Одним із прикладів використання математичних знань у реальному житті є автомобільна індустрія. Розробка нових моделей автомобілів, зокрема двигунів, ґрунтується на складних обчисленнях, де широко застосовуються похідні. Похідні дозволяють аналізувати зміну швидкості, прискорення, а також ефективність паливного використання залежно від різних змінних, таких як швидкість або обороти двигуна.

Спробуймо ознайомитися із прикладами пошуку похідної різних елементарних функцій.

Перегляд відеоролику від Всеукраїнської школи онлайн.

Завдання 1

Прийом «фішбоун». Учні по одну сторону своєї «рибки» записують

$$1) y = x^4; 2) y = x^{15}; 3) y = \frac{1}{x^{17}}; 4) y = x^{\frac{1}{5}}.$$

По іншу сторону записують розв'язання:

$$1) y' = (x^4)' = 4x^{4-1} = 4x^3;$$

$$2) y' = (x^{-15})' = -15x^{-15-1} = -15x^{-16};$$

$$3) y' = \left(\frac{1}{x^{17}}\right)' = x^{-17} = -17x^{-17-1} = -17x^{-18} = \frac{-17}{x^{18}};$$

$$4) y' = \left(x^{\frac{1}{5}}\right)' = \frac{1}{5} x^{\frac{1}{5}-1} = \frac{1}{5} x^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{5 \cdot x^{\frac{4}{5}}}.$$

Зараз розглянемо приклади, як похідні використовуються в розробці гальмівних систем автомобілів. Інженери розраховують зміну швидкості автомобіля під час екстреного гальмування, щоб правильно налаштувати ефективність гальм і забезпечити безпеку пасажирів. Використовуючи похідні, можна визначити, як зміна швидкості автомобіля впливає на довжину гальмівного шляху.

Завдання 2

Продиференціюйте функцію: 1) $y = \sqrt[4]{x}$; 2) $y = \sqrt[8]{x^7}$; 3) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$;

4) $y = \frac{1}{\sqrt[8]{x^5}}$.

Розв'язання

$$1) y' = (\sqrt[4]{x})' = (x^{\frac{1}{4}})' = \frac{1}{4} x^{\frac{1}{4}-1} = \frac{1}{4} x^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}};$$

$$2) y' = (\sqrt[8]{x^7})' = (x^{\frac{7}{8}})' = \frac{7}{8} x^{\frac{7}{8}-1} = \frac{7}{8} x^{-\frac{1}{8}} = \frac{7}{8\sqrt[8]{x}};$$

$$3) y' = \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)' = (x^{-\frac{1}{2}})' = -\frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}} = -\frac{1}{2x\sqrt{x}};$$

$$4) y' = \left(\frac{1}{\sqrt[8]{x^5}}\right)' = (x^{-\frac{5}{8}})' = -\frac{5}{8} x^{-\frac{5}{8}-1} = -\frac{5}{8} x^{-\frac{13}{8}} = -\frac{5}{8x\sqrt[8]{x^5}}.$$

Уявіть, що ви працюєте інженером у компанії з виробництва електромобілів. Ви отримуєте завдання оптимізувати витрати енергії при збільшенні швидкості автомобіля на різних ділянках дороги. За допомогою диференціювання ви зможете побудувати моделі енергетичних витрат та ефективніше планувати роботу двигунів, щоб зменшити споживання енергії і підвищити ефективність електромобілів.

VI. Закріплення знань

Учні з роздаткового матеріалу вирізають правила диференціювання та як знайти похідну від складеної функції та вклеюють до зошитів, виділяючи головні моменти:

$$x \div f(x_0) = f; g(x_0) = g$$

$$f'(x_0) = f'; g'(x_0) = g'$$

Правила диференціювання:

1. $(Cf)' = Cf$ – сталий множник, який можна винести за знак похідної.

2. $(f \pm g)' = f' \pm g'$ – похідна суми або різниці диференційованих функцій, що дорівнює сумі чи різниці їх похідних.

3. $(f \cdot g)' = f'g + g'f$ – похідна добутку.

4. $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$ – похідна частки.

Завдання 3

Прийом «Естафета». Кожен ряд отримує свою похідну функції, розбиває на етапи процес розв'язку завдання та по черзі виходять до дошки і здійснюють обчислення. Важливо !!! Потрібно по черзі підходити до дошки, з повагою відноситися до однокласників.

$$1) y = x^7 + x^3;$$

$$2) y = x^8(2x + x^4);$$

$$3) y = \frac{x+2}{5-x}.$$

Розв'язання

$$1) y' = (x^7 + x^3)' = (x^7)' + (x^3)' = 7x^6 + 3x^2.$$

$$2) y' = (x^8(2x + x^4))' = (x^8)'(2x + x^4) + (2x + x^4)' \cdot x^8.$$

$$\text{Ураховуючи, що } (x^8)' = 8x^7;$$

$$(2x + x^4)' = (2x)' + (x^4)' = 2 + 4x^3$$

$$\text{Маємо: } y' = 8x^7(2x + x^4) + (2 + 4x^3) \cdot x^8 = 16 \cdot x^8 + 8x^{11} + 2 \cdot x^8 + 4x^{11} = 18 \cdot x^8 + 12x^{11}.$$

$$3) y' = \left(\frac{x+2}{5-x}\right)' = \frac{(x+2)'(5-x) - (5-x)'(x+2)}{(5-x)^2}.$$

$$\text{Ураховуючи, що } (x + 2)' = x' + 2' = 1 + 0 = 1,$$

$$(5 - x)' = 5' - x' = 0 - 1 = -1,$$

$$\text{маємо } y' = \frac{1(5-x) - (-1)(x+2)}{(5-x)^2} = \frac{5-x+x+2}{(5-x)^2} = \frac{7}{(5-x)^2}$$

VII. Рефлексія

Вчитель:

- проаналізувавши ті формули, що ми з вами сьогодні використали, спробуйте довести, що «математика – це особлива культура людської цивілізації»
- якби ви були графічним дизайнером, де б ви використали формули похідних функцій?
- які технології ми можемо створити, використовуючи сучасні математичні концепції?

VIII. Повідомлення домашнього завдання

Виконати № 19, 20.

Оголошення оцінок за роботу на уроці

Окремі учні в індивідуальному порядку підходять до вчителя зі своїми роздрукованими критеріями оцінювання та оцінюють свою роботу під час уроку. Вчитель коментує та ставить відповідну оцінку.

2.1.3 Тема уроку: Числові функції. Способи задання числових функцій

Мета: Узагальнити знання учнів про числові функції, навчитися розрізняти їх види; формувати вміння працювати з математичними символами, розвивати культуру наукового запису і розвивати культурне сприйняття математичної науки через вклад таких математиків, як Леонард Ейлер та Джон Венн.

Тип уроку: комбінований

Очікувані результати: Учні знають визначення функцій, їх види (зростаючі, спадні, парні, непарні), вміють їх застосовувати на практиці, розуміють культурний контекст через внесок математиків у розвиток науки.

Обладнання: підручники, робочі зошити, презентація, відеоматеріал, портрети та короткі біографічні довідки про Леонарда Ейлера та Джона Венна, відеоматеріал до уроку.

Формування ключових компетентностей: математична (розв'язування задач відповідної тематики); загальнокультурна (учні вчаться правильно здійснювати записи в зошиті, ознайомляться з вкладом у розвиток математичної науки Леонарда Ейлера та Джона Венна, вчаться робити записи в зошитах, ознайомлюються з математиками), вміння вчитися впродовж життя.

Хід уроку

I. Організаційний етап

Вчитель використовує короткий відеоролик про відомих математиків, щоб налаштувати учнів на позитивний настрій і показати, як знання про функції пов'язані з внеском великих математиків, таких як Леонард Ейлер. Вчитель наголошує, як ці знання допомагають розвивати сучасну науку і техніку, зокрема в контексті застосувань в економіці та інженерії.

II. Перевірка домашнього завдання

Вчитель проводить тестування з попередньої теми за допомогою освітньої платформи «На Урок».

III. Актуалізація опорних знань та вмінь учнів

Фронтальна бесіда з класом (під час бесіди вчитель контролює правильність вимови математичних символів та знання правил).

Метод «Мікрофон». Вчитель підходить по черзі до учнів, підносить імітований мікрофон, в який учні озвучують свої відповіді, щоб сформувати математично грамотне усне мовлення.

1. Як позначають наступні поняття: порожню множину, множини натуральних, цілих, раціональних, дійсних чисел?

2. Дайте визначення поняття «рівність множин». Спробуйте навести приклади двох рівних множин.

3. Поясніть, що означає поняття переріз об'єднання, різниця двох множин. Наведіть приклади, які відображають ці поняття.

Під час фронтальної бесіди вчитель показує, як зображення функцій у вигляді кругів Ейлера-Венна допомагає наочно відображати відношення між множинами. Учні можуть навести приклади з сучасного життя, де використовуються ці методи, наприклад, в аналітиці даних або алгоритмах машинного навчання.

4. Нехай A , B , C – є певними множинами. Доведіть наведені рівності та відобразіть їх графічно за допомогою кругів Ейлера-Венна:

1) $C = A \cup B$ або $C = A + B$ – сполучний закон для об'єднання;

2) $C = A \cap B$ або $C = A \cdot B$ – сполучний закон для перерізу;

IV. Вивчення нового матеріалу

Випереджаюче завдання (учень озвучує короткі факти біографії Леонарда Ейлера та Джона Венна, наводить приклади їхнього внеску в розвиток математичної науки).

Леонард Ейлер (1707-1783):

Ейлер був видатним швейцарським математиком, чий вплив на розвиток сучасної математики є величезним. Він створив та впровадив безліч фундаментальних математичних понять і символів, які використовуються й досі.

Окрім широко відомого числа e , яке стало основою натурального логарифма і грає центральну роль в експоненціальних функціях, Ейлер активно розвивав теорію графів, яка зараз застосовується в багатьох галузях, від програмування до аналітики мереж. Наприклад, його розв'язок задачі про Кенігсберзькі мости поклав початок дослідженню графів та мереж, що мають величезне значення у моделюванні реальних процесів – від комунікаційних мереж до транспортних маршрутів.

На уроці варто наголосити, що, використовуючи функції, учні насправді продовжують традиції дослідження залежностей між величинами, які започаткував Ейлер. Його відкриття у цій галузі заклали основу для розуміння того, як складні системи можуть описуватися за допомогою функцій.

Джон Венн (1834-1923):

Джон Венн, англійський математик і логік, відомий завдяки своїй роботі над теорією множин. Саме круги Венна, які сьогодні широко використовуються не тільки в математиці, але й у таких галузях, як логіка, комп'ютерні науки та навіть лінгвістика, дозволяють учням легко візуалізувати відношення між різними множинами. На уроці можна підкреслити, що, працюючи з множинами й функціями, учні фактично взаємодіють з математичними концепціями, які мають відношення до реальних життєвих ситуацій: класифікації, аналізу даних, складання прогнозів і навіть вирішення правових завдань.

Важливо розуміти, що як Ейлер, так і Венн, створювали свої теорії не лише для абстрактної математики, а для вирішення реальних проблем. Наприклад, круги Венна використовуються в сучасних дослідженнях даних для визначення перетинів між різними категоріями інформації – це може стосуватися маркетингового аналізу, вивчення споживацьких звичок або аналізу великих даних. У свою чергу, математичні відкриття Ейлера застосовуються в інженерії, фізиці та навіть економіці. Наприклад, розуміння зростаючих і спадних функцій важливе для опису економічних тенденцій або прогнозування змін у фінансових ринках.

Перегляд відеоролику від Всеукраїнської школи онлайн.

Робота з презентацією.

Вчитель роз'яснює тему числових функцій на прикладах з наукових досягнень, пов'язаних з дослідженнями в галузі інженерії, фізики, і навіть мистецтва. Наприклад, пояснюючи парні та непарні функції, можна зробити паралелі з симетрією у мистецтві (особливо абстрактних картинах).

Учні знайомляться з поняттям функції, записують до зошитів основні поняття та вирази. В зошитах має бути визначення числової функції, зростаючої функції, спадної функції, парної функції

Числовою функцією з областю визначення D називається залежність, при якій кожному числу x із множини D ставиться у відповідність єдине число y . Функції позначають латинськими (інколи грецькими) буквами.

- Функція $y = f(x)$ вважається **зростаючою**, якщо більшому значенню аргументу відповідає більше значення функції, це означає, що для будь-яких значень x_1 і x_2 з області визначення функції таких, що $x_1 < x_2$, виконується нерівність $f(x_1) < f(x_2)$ і навпаки: випливає, що $f(x_1) < f(x_2)$, тоді виконується нерівність $x_1 < x_2$.

- Функція $y = f(x)$ зветься **спадною**, у випадку, якщо більшому значенню аргументу відповідає протилежно менше значення функції, тобто для будь-яких значень x_1 і x_2 з області визначення функції таких, що $x_1 < x_2$, виконується нерівність $f(x_1) > f(x_2)$ і навпаки: якщо $y = f(x)$ – спадна, то із того, що $f(x_1) > f(x_2)$, виконується нерівність $x_1 < x_2$.

- Функція $y = f(x)$ буде **парною**, коли для будь-якого значення x із $D(y)$ значення $-x$ також належить $D(y)$ і виконується рівність $f(-x) = f(x)$.

- Функція $y = f(x)$ називається **непарною**, якщо для будь-якого значення x із $D(y)$ значення $-x \in D(y)$ і виконується рівність $f(-x) = -f(x)$.

Робота з підручником (учні розглядають зображення кожного виду функції)

Гра «Доведи свою думку»

- Чи парна функція $f(x) = x^4 + x^2$?

Оскільки $D(f) = R$ і $f(-x) = (-x)^4 + (-x)^2 = x^4 + x^2 = f(x)$ (функція парна);

- Чи парна функція $f(x) = x^2 + x$?

Оскільки $D(f) = R$, але $f(-x) = (-x)^2 + (-x) = x^2 - x$, то (функція не є парною);

- Чи непарна функція $f(x) = x^3 - x^5$?

Оскільки $D(f) = R$ і $f(-x) = (-x)^3 - (-x)^5 = -x^3 + x^5 = -(x^3 - x^5) = -f(x)$ (функція є непарною);

- Чи непарна функція $f(x) = x^3 - x^2$?

Оскільки $D(f) = R$ і $f(-x) = (-x)^3 - (-x)^2 = -x^3 - x^2 = -(x^3 + x^2)$, $f(x) = -x^3 - x^2$, (функція не є непарною).

IV. Закріплення вмінь та навичок

1. Обчисліть значення функції:

Задаючи приклади на визначення області значень функцій, учні можуть подумати, як ці знання використовуються у розрахунках витрат в економічних моделях або у прогнозуванні попиту на продукцію.

а) $f(x) = \frac{x+1}{x}$ у точках 1; -1; 5;

б) $f(x) = \sqrt{x-3}$, у точках 3; 12; 52

Відповідь: а) $f(1) = 2$, $f(-1) = 0$, $f(5) = 1,2$;

б) $f(3) = 0$, $f(12) = 3$, $f(52) = 7$

2. Функцію задано формулою $y = x^2$ на області визначення $D = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$. Задайте її за допомогою: таблиці

Відповідь: Таблиця 2.1

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

3. Знайдіть область значень функції: а) $y = \sqrt{x^2 + 4}$; б) $y = \sqrt{x^2 + 4} - 1$.

а) $E(y) = [2; +\infty)$ – всі значення будуть додатні, оскільки підкореневий вираз не може бути від'ємний

б) $E(y) = [-1; +\infty)$ – всі значення також будуть додатні, найменшим підкореневим значенням може бути 2, але ще -1, тому маємо відповідну відповідь.

V. Підведення підсумків уроку

Вчитель оцінює роботу учнів згідно критеріїв оцінювання, також учні самостійно оцінюють себе відповідно до критеріїв та порівнюють свою думку з думкою вчителя. Учитель підкреслює важливість розуміння не лише математичних концепцій, але й їх культурного та історичного значення для розвитку науки.

VI. Домашнє завдання

1. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = x^2 + x^3$;

б) $y = \frac{x+2}{x-3}$;

в) $y = \frac{x^3+1}{x(x+2)}$;

г) $y = \frac{x+6}{x^2-5x+4}$;

д) $y = \sqrt{x+6}$.

2.2 План-конспект уроків геометрії в 10 класі, що реалізують культурну складову математики

2.2.1 Тема уроку: Паралельне проектування та його властивості

Мета уроку: ознайомити здобувачів освіти з особливостями поняття «Паралельне проектування, з'ясувати основні властивості паралельного проектування; продемонструвати широкий спектр сфер, де можна застосувати паралельне проектування; проаналізувати проект «Паралельне проектування у навколишньому світі»» (архітектура, живопис), виховувати поняття прекрасного, через аналіз картин із застосуванням принципів паралельного проектування.

Тип уроку: засвоєння нових знань.

Очікувані результати: учні мають первинне уявлення про особливості паралельного проектування, розуміють його значення у будівництві та механіці, розрізняють властивості паралельного проектування, знають про використання паралельного проектування у мистецтві та інженерії.

Обладнання: підручники, робочі зошити, мультимедійна презентація, відеоматеріали.

Формування ключових компетентностей: математична (учні вчаться здійснювати відповідні обчислення); загальнокультурна (знайомство з закономірностями природних явищ, наприклад причиною виникнення тіні, особливостями переробки сміття, творами мистецтва епохи Відродження); вміння вчитися впродовж всього життя (висвітлення аспектів професійного використання знань з даної теми).

Хід уроку.

I. Організаційний момент

Вчитель перевіряє присутніх в класі, наявність зошитів та підручників, оцінює настрій учнів.

II. Актуалізація опорних знань

Демонстрація відеоролику «Як виникає тінь»

На основі відео вчитель проводить фронтальну бесіду з класом

- Як утворюється тінь? *(коли на шляху світла знаходиться непрозорий предмет, що перешкоджає проходженню світлових променів, предмет відкидає тінь)*
- Чи всі предмети здатні відкидати тінь? *(ні, прозорі тіла не відкидають тінь)*
- Що таке стереометрія? *(розділ геометрії, що вивчає тіла в просторі)*
- Назвіть основні поняття стереометрії *(точка, пряма, площина)*
- Який вигляд має тінь об'ємного предмету? *(вона плоска)*

III. Мотивація навчальної діяльності

Робота з презентацією

Вчитель: розгляньте на слайді картини художників, креслення інженерів, фотографії.

Презентація картин.

«Мона Ліза» Леонардо да Вінчі (рис. 2.1)

Учитель пояснює, що Леонардо активно використовував закони геометрії для створення ефекту глибини і простору. Одним із таких методів було паралельне

проектування, яке допомагало йому досягти точності зображення тривимірних об'єктів на площині.



Рис. 2.1. картина «Мона Ліза» Леонардо да Вінчі

Аналіз картини: вчитель звертає увагу на об'єкти, які відображені в перспективі, і пояснює, як їх можна спроектувати на площину.

«Школа Афін» Рафаеля (рис. 2.2)

Ця картина чудово демонструє застосування паралельного проектування для зображення архітектурних елементів і створення ілюзії простору. Учні розглядають, як Рафаель використовував геометрію для зображення перспективи на площині.

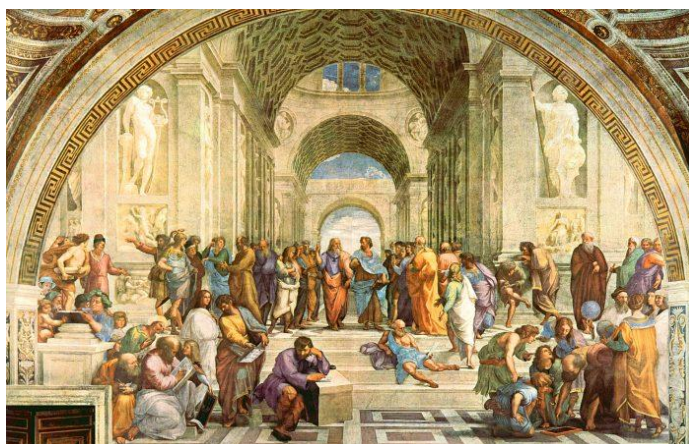


Рис. 2.2. картина «Школа Афін» Рафаеля

Аналіз картини: розглядаємо, як на прикладі центральної арки використовуються властивості паралельного проектування.

Що спільного в різних на перший погляд і цих роботах? Все це є зображення об'ємних фігур на площині. Все це є проектування, а дані зображення проекції. Якби не було проектування люди не могли б будувати, створювати деталі до механізмів, робити меблі і т.д.

Випереджаюче завдання (учень зачитує повідомлення про походження слова проект та розвиток проектування як галузі)

Вчитель: щоб створювати правильні та детальні зображення на площині необхідно володіти знаннями про закони та властивості паралельного проектування.

IV Вивчення нового матеріалу

Розповідь вчителя та паралельна робота з презентацією

Учитель пояснює, як за допомогою паралельного проектування можна відобразити об'єкти тривимірного простору на площині. Пояснюється приклад побудови проекції точки на площину через проектуючу пряму (Рис. 2.1, рис. 2.2 у презентації).

Для відображення предметів у просторі у стереометрії використовують паралельне проектування. За допомогою презентації, давайте пригадаємо що це (учні паралельно здійснюють записи до своїх зошитів).

Нехай дано довільну площину α , точку A і пряму h , яке перетинає площину α . Проведемо через точку A пряму, яка паралельна h , вона перетинає площину α у деякій точці A_1 . Знайдену таким способом точку A_1 ; називають **паралельною проекцією точки A на площину α у напрямі h** . Пряму h називають **проекуючою прямою**, площину α – **площиною проекцій**.

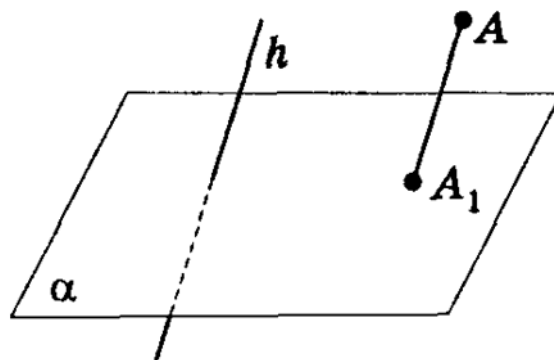


Рис. 2.3 Приклад паралельної проекції

Щоб спроектувати будь яку фігуру на площину, необхідно перенести на площину проектування кожен точку даної фігури. Наведемо головні властивості паралельного проектування (Рис. 2.3).

Теорема. (Робота з підручником)

Коли відрізки проектують на паралельні проектуючі прямі, то згідно правил паралельного проектування:

- 1) відрізки будь якої фігури проектуються відрізками;
- 2) будь які паралельні відрізки завжди в паралельному проектуванні будуть паралельними відрізками або ж відрізками однієї прямої;
- 3) довжини проєкцій паралельних відрізків або відрізків однієї прямої знаходяться в співвідношенні, як довжини проєктованих відрізків.

З наведених законів робимо висновок, що під час проектування фігур на площину відбувається спотворення певних їхніх властивостей (Рис 2.4).

Властивості фігур під час паралельного проектування

ЗБЕРІГАЮТЬСЯ	НЕ ЗБЕРІГАЮТЬСЯ
1) Належність фігури до свого класу фігур (точку зображають точкою, пряму – прямою, відрізок – відрізком, трикутник – трикутником, тощо); 2) Належність точок прямій; 3) Порядок розміщення точок на прямій (внутрішню точку відрізка зображають внутрішньою точкою відрізка); 4) Паралельність прямих; 5) Рівність (пропорційність) відрізків, що лежать на паралельних прямих або на одній прямій	1) Довжина відрізка; 2) Міра кута (зокрема, прямий кут зображають довільним кутом); 3) Перпендикулярність прямих; 4) Рівність (пропорційність) кутів; 5) Рівність (пропорційність) відрізків, які лежать на прямих, що перетинаються.

Рис. 2.4 Властивості фігур паралельного проектування

Розповідь вчителя:

Ці знання необхідні архітекторам, інженерам, дизайнерам.

Запис визначення до зошитів: *Зображенням фігури називається будь-яка фігура, подібна до паралельної проєкції даної фігури на деяку площину.*

Вивчення алгоритму побудови проєкцій способом паралельного проектування (робота з презентацією)

Складання алгоритму дій:

1. З'ясувати, як будуть відображатися усі його грані.

- З'ясувати які елементи проекції зберігаються під час паралельного проектування (на них треба спиратись, будуючи проекцію);

- Вияснити, які елементи геометричної фігури не збережуться під час паралельного проектування (їх не можна використовувати, будуючи проекцію)

2. Послідовно виконати побудову кожної з граней (Рис. 2.5)

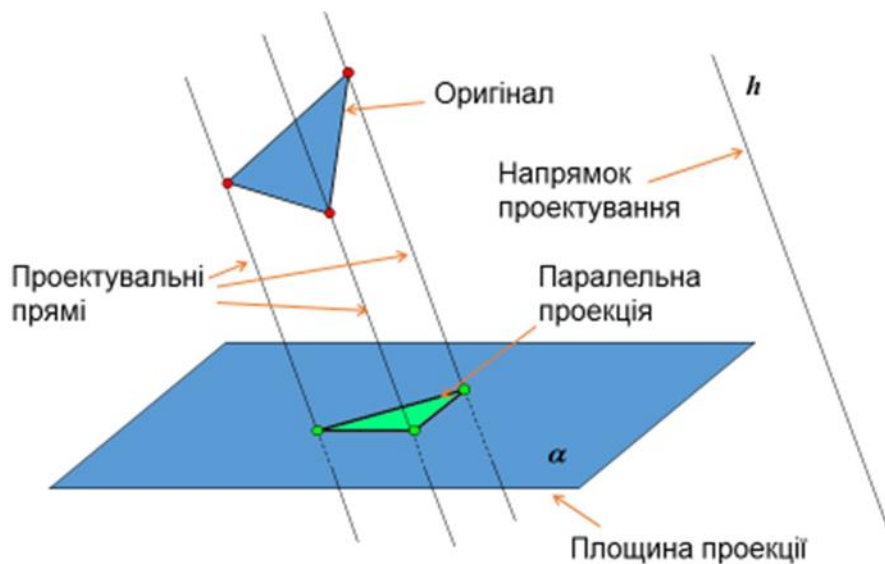


Рис. 2.5 Властивості паралельного проектування

Аналіз картин.

«Тайна вечеря» Леонардо да Вінчі (рис. 2.6)



Рис. 2.6. «Тайна вечеря» Леонардо да Вінчі

Учитель пояснює, як паралельне проектування допомагає створити ілюзію глибини. Фігури апостолів і Христос зображені на одній площині, але завдяки проектуванню виглядають тривимірними.

«Вітрувіанська людина» Леонардо да Вінчі (рис. 2.7)

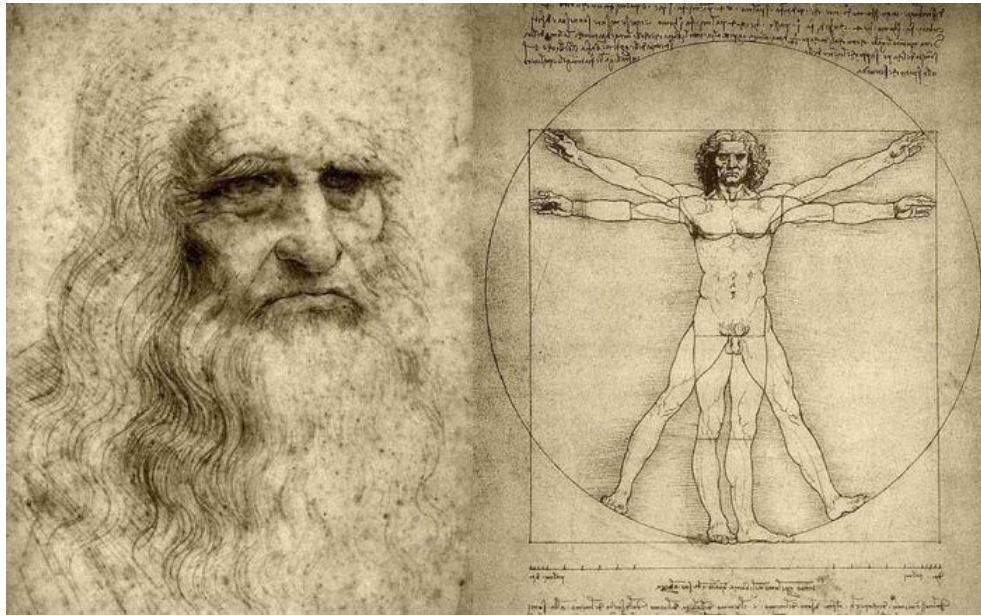


Рис. 2.7. «Вітрувіанська людина» Леонардо да Вінчі

Цей рисунок демонструє знання Леонардо про пропорції людського тіла, що дозволяє йому точно проектувати різні частини тіла на площину. Учні аналізують, як фігура відображається в різних проекціях.

V Закріплення знань

За допомогою платформи Всеосвіта учні проходять завдання математичного диктанту

Математичний диктант

1. Чи правильними є твердження?

- Паралельною проекцією точки завжди буде точка.
- Паралельною проекцією на площині будь якої прямої обов'язково є пряма.
- Під час паралельного проектування будь які паралельні відрізки проектуються відповідно паралельними відрізками або ж відрізками певної прямої.
- При паралельному проектуванні довжина відрізків завжди буде збережена.
- Умовою паралельного проектування є збереження величини кутів.

2. Відрізок A_1B_1 – паралельна проекція відрізка AB на площину α . Точка C лежить на відрізку AB . Вкажіть, які з описаних тверджень правильні, а які – неправильні:

- проекція точки C на площину α не належить відрізку A_1B_1 ;
- відрізки AB і A_1B_1 не лежать в одній площині;
- якщо $AC:BC = 2:3$, то $A_1C_1:C_1B_1 = 2:3$;
- якщо $AC = CB$, то $A_1C_1 = 2C_1B_1$;
- якщо $AC = 3\text{см}$, $AB = 12\text{см}$, то $A_1A_1:A_1B_1 = 1:4$

VI Підведення підсумків

Учні отримують оцінки за виконання завдань математичного диктанту. Учні діляться, де ще зустрічаються принципи паралельного проектування (архітектура, інженерія, живопис), і як ці знання можна використовувати в реальному житті.

VII Домашнє завдання

- Виконати вправу на ст. 178 підручника. автор Бевз.
- Зробити паралельне проектування державного прапора України (Рис. 2.8)

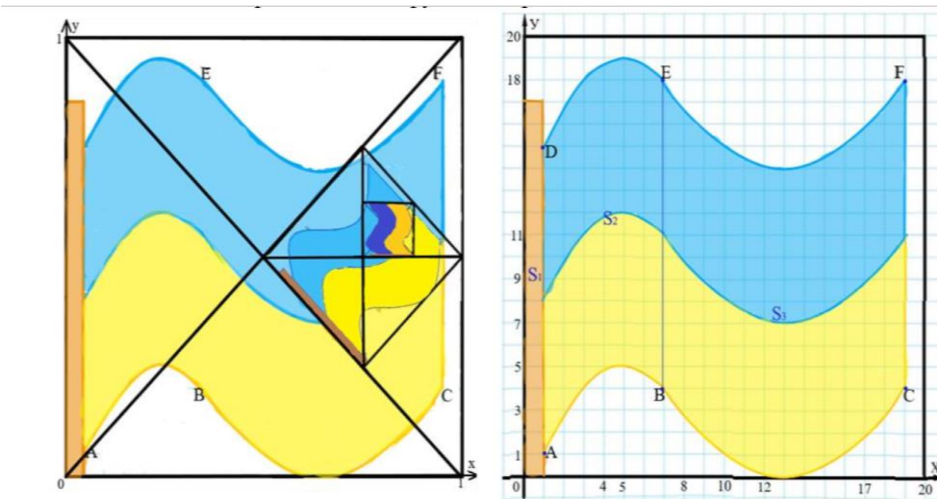


Рис. 2.8 Геометрична інтерпретація прапора України шляхом розбиття криволінійної трапеції на фрагменти

2.2.2 Тема уроку: Прямокутна система координат у просторі.

Мета уроку: сформувати систему знань про декартову прямокутну систему координат у просторі; розвивати вміння визначати координати точок за системою та виконувати завдання навпаки: за числовими значеннями наносити точки на

координатні прямі; навчитися проводити аналогії; поглибити знання про вплив історичних постатей (Рене Декарта) на сучасну науку, розвинути культурну свідомість, дати зрозуміти значимість системи координат у сучасних реаліях військового стану.

Обладнання: моделі прямокутного паралелепіпеда та куба, презентація, зошити, підручники, відеоматеріал, портрет Декарта.

Тип уроку: урок засвоєння нових знань

Очікувані результати: учні знають структуру системи координат Декарта, вміють наносити на неї точки, шукати місце знаходження точки за її значенням чисел із системи координат. Проведення паралелі між роботою з координатною шкалою Декарта та сучасними технологіями, зокрема картографією та навігацією.

Формування ключових компетентностей: володіння державною мовою; математична (здійснення математичних обрахунків з обраної теми); загальнокультурна (вивчення фактів життя Декарта, проведення паралелі роботи з координатною шкалою Декарта та пошукам прямокутних координат)

ХІД УРОКУ

I. Організаційний момент

Перевірка відсутніх в класі, побажання на продуктивну роботу.

II. Актуалізація опорних знань

Ознайомлення з Рене Декартом через його біографію та перегляд відео про нього.

Рене Декарт (1596-1650) — французький математик, філософ і науковець, один із засновників сучасної філософії та аналітичної геометрії. Він розробив Декартову систему координат, яка дозволяє точно описувати положення точок у просторі за допомогою числових значень. Це відкриття стало основою для багатьох сучасних наукових дисциплін, таких як математика, фізика, навігація і картографія.

Декарт також відомий своїм філософським принципом «Cogito, ergo sum» («Я мислю, отже, існую»), що стало фундаментом раціоналістичної філософії. Він підкреслював важливість сумніву як засобу досягнення істини і розробив новий підхід до наукового методу, заснований на раціональному аналізі та

критичному мисленні. Його ідеї мали великий вплив на розвиток західної думки та сучасної науки.

Після перегляду біографічного відео та зачитування тексту, обговорюється у класі, чому внесок Декарта залишається актуальним у сучасних технологіях, зокрема в військовій сфері (геолокація, координатна навігація).

У прямокутній системі координат Декарта використовують 2 прямі: x та y . x – це вісь абсцис, а y – вісь ординат.

Накресліть координатну площину та побудуйте точки $A(4; 2)$, $B(-3; -6)$, $C(0; -5)$, $D(-2; 4)$.

III. Мотивація навчальної діяльності

З початком повномасштабного вторгнення гнітючою проблемою виявилось те, що 70 % мобілізованих солдат не вміють визначити по карті своє місце знаходження, локації ворога, розрахувати відстані, а тим паче знайти координати ворожих позицій, щоб нанести по них удар. Без знань і вмінь користуватися системою координат неможливо здійснити такі важливі дії. Всі ви бачили різного роду графіки та криві певних явищ, наприклад на уроках географії, їх неможливо побудувати без системи координат Декарта. Тому вивчення сьогоднішньої теми є важливим не лише в плані вашого особистісного зростання, а й в рамках освіти цілої країни.

IV. Вивчення нового матеріалу:

Пояснення вчителя з допомогою презентації з паралельним занотовуванням в зошити.

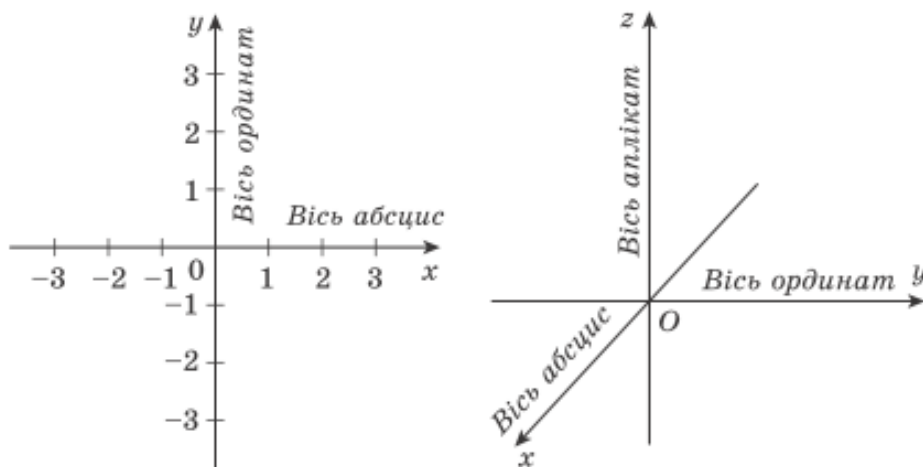


Рис. 2.5 Приклад побудови осі координат

Аналогічну систему координат можна ввести і для простору. Прямі координат перетинаються в точці O . Нехай x, y, z – три попарно перпендикулярні координатні прямі, які перетинаються в точці O (Рис. 2.5).

Кожна вісь в свою чергу має дві частини: додатну та від'ємну.

Площини, які проходять через x і y , x і z , y і z , називають **координатними площинами** і позначають відповідно: xy, xz, yz . Координатні площини розбивають весь простір на вісім частин, які називають октантами.

Візьмемо довільну точку A і проведемо через неї площину, паралельну yz . Вона перетинає вісь x у деякій точці A_1 . Координатою x точки A називається число, яке дорівнює за абсолютною величиною довжині відрізка OA_1 ; додатне, якщо точка A_1 лежить на додатній півосі x , від'ємне, якщо вона лежить на від'ємній півосі і дорівнює нулю, якщо точка A , збігається з точкою O . Аналогічно визначаємо координати y z точки A . Координати точки записуватимемо в дужках поряд із позначенням точки: $A(x; y; z)$, інколи позначатимемо точку просто її координатами $(x; y; z)$.

Якщо задано систему координат у просторі, то кожній точці простору можна поставити у відповідність три впорядковані дійсні числа x, y, z і навпаки: кожній трійці чисел x, y, z – єдину точку простору.

Знайдемо координати точки A . Проведемо з точки A перпендикуляри AA_x , AA_y і AA_z (проводимо відрізки паралельно осям). Довжини цих перпендикулярів, взятих з відповідними знаками, будуть координатами точки A .

Щоб у прямокутній системі координат побудувати точку $B(6; 5; -4)$ на осях Ox, Oy, Oz позначимо числа 6, 5, -4, що відповідають координатам даної точки. Одержали точки B_x, B_y, B_z . На відрізках $OB_x = 6$, $OB_y = 5$, $OB_z = |-4| = 4$, як на ребрах будемо прямокутний паралелепіпед $OB_x B_y B_z B_x z B_y z$. Його вершина B – шукана точка.

Розробив цю систему координат французький математик Рене Декарт.

Учень зачитує біографічні дані даного вченого.

Перегляд відео Всеукраїнської школи онлайн.

V Закріплення знань

1. Сторона квадрата OABC дорівнює 5. Знайдіть координати його вершин (Рис 2.6).

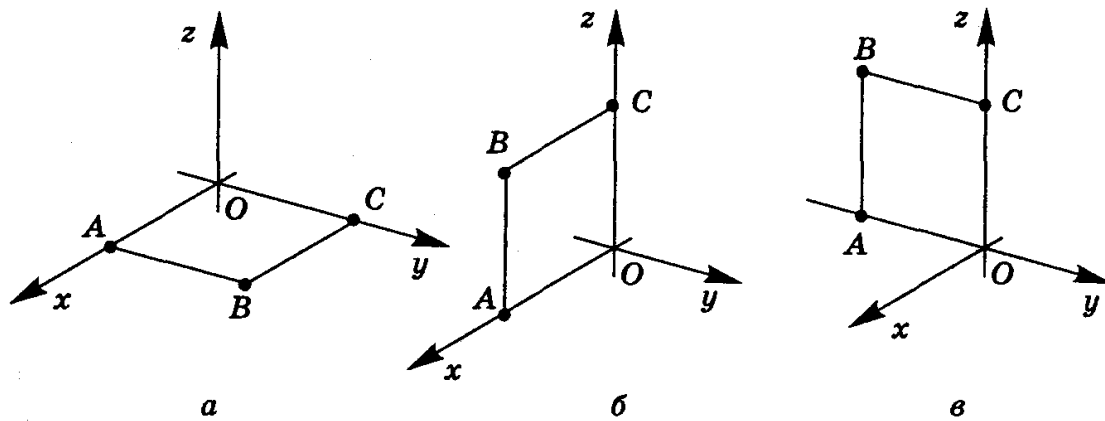


Рис 2.6 Визначення координат вершин квадрата

а) $A(5; 0; 0)$; $B(5; 5; 0)$; $C(0; 5; 0)$; $O(0; 0; 0)$.

б) $A(5; 0; 0)$; $B(5; 0; 5)$; $C(0; 0; 5)$; $O(0; 0; 0)$.

в) $A(0; -5; 0)$; $B(0; -5; 5)$; $C(0; 0; 5)$; $O(0; 0; 0)$.

2. Сторона куба дорівнює 10. Знайдіть координати його вершин.

а) $A(0; 10; 0)$; $B(10; 10; 0)$; $C(10; 0; 0)$; $O(0; 0; 0)$.

$A_1(0; 10; 10)$; $B_1(10; 10; 10)$; $C_1(10; 0; 10)$; $O_1(0; 0; 10)$.

б) $A(0; 10; 0)$; $B(-10; 10; 0)$; $C(-10; 0; 0)$; $O(0; 0; 0)$.

$A_1(0; 10; 10)$; $B_1(-10; 10; 10)$; $C_1(-10; 0; 10)$; $O_1(0; 0; 10)$.

Картографія і культурний контекст

Розгляньте, як система координат Декарта використовується в картографії. Обговоріть, яким чином знання про координати може вплинути на сучасну культуру та життя, зокрема в умовах військового стану. Подумайте, як ви самі могли б використовувати ці знання в реальному житті (наприклад, при плануванні маршрутів або розумінні навігації).

VI. Підведення підсумків

Учні здійснюють самооцінювання за допомогою розроблених критеріїв вчителем.

VII. Домашнє завдання

- Побудуйте точки $A(2; 4; 1)$, $B(1; -1; 5)$, $C(3; 2; 0)$, $F(0; 4; -1)$, $X(0; 0; -3)$.
- Запишіть координати точки A , якщо відомо, що вона розміщена:

а) на від'ємній півосі z на відстані 54 від початку координат;

б) в площині xu на відстані 3 і 4 від осі x і u відповідно;

в) на відстані 3, 2, 6 від координатних площин xu, zx, zu відповідно;

г) на відстані 1, 4, 4 від координатних осей x, u, z відповідно.

- Використовуючи знання про координатну систему Декарта, побудуйте карту умовного поля бою, де необхідно розташувати військові об'єкти, використовуючи задані координати.

2.2.3 Тема: Відстані у просторі

Мета: ознайомити учнів з особливостями визначення відстаней у просторі; сформувати вміння розв'язувати задачі даного типу; навчитися будувати спільний перпендикуляр; розвивати усвідомлення важливості геометричних знань у контексті культурного виховання, а саме у аспекті української архітектурної спадщини, зокрема, будівництва старовини та сучасної культури.

Тип уроку: урок засвоєння нових знань

Очікувані результати: учні знають, як шукати відстані у просторі, знають ключові формули, вміють будувати спільний перпендикуляр, використовувати отримані знання у побутових ситуаціях, усвідомлюють значення геометрії у культурному контексті.

Обладнання: комп'ютер, телевізор, підручники, зошити, роздатковий матеріал, моделі куба, зразки української архітектури (фото або малюнки).

Формування ключових компетентностей: володіння державною мовою; математична (формування вміння розв'язувати відповідні задачі);

загальнокультурна (знайомство з українською архітектурною спадщиною, особливостями будинків старовини, стилем українського національного будівництва); соціальна та громадянська (вміння працювати в групі).

Хід уроку

I. Організаційний етап.

Перед початком уроку клас поділяється на 3 групи.

Вчитель перевіряє присутніх, налаштовує на плідну роботу під час уроку.

Для того, щоб краще зрозуміти психологічний настрій учнів, що є особливо актуальним під час війни, проводиться вправа «Якого кольору мій настрій?»

Сьогодні на уроці ви познайомитеся з інформацією, яка може знадобитися в майбутньому тим, хто пов'яже своє життя з професією будівельника, архітектора, дизайнера, водія чи картографа. Важливість знань про відстані і форми в геометрії можна продемонструвати на прикладі українських будинків старовини, які відзначаються унікальними геометричними формами та конструкціями.

Приклади, такі як дерев'яні церкви Карпат, запорізькі козацькі садиби чи традиційні села, не лише підкреслюють значення геометрії, але й є свідченням національної ідентичності.

III Актуалізація опорних знань

Учням пропонується розгадати кросворд за попередніми темами, створеному у додатку LearningApps (Рис. 2.7). Перехід до вправи за посиланням URL: <https://learningapps.org/watch?v=pwit3acvt24>

Запитання до кросворду

1. Прямі лінії, які ніколи не перетинаються і відповідно не знаходяться в одній площині називаються (*мимобіжні*).
2. Як називається перпендикуляр, який провели з вершини многокутника на протилежну сторону (*висота*).
3. Як називають точку, за допомогою якої дві площини перетинаються по прямій, що проходить через неї? (*спільна*).
4. Як називається певний відрізок, що сполучає одну точку з точкою на площині і розміщується на прямій, що є перпендикулярною до даної площини (*перпендикуляр*).

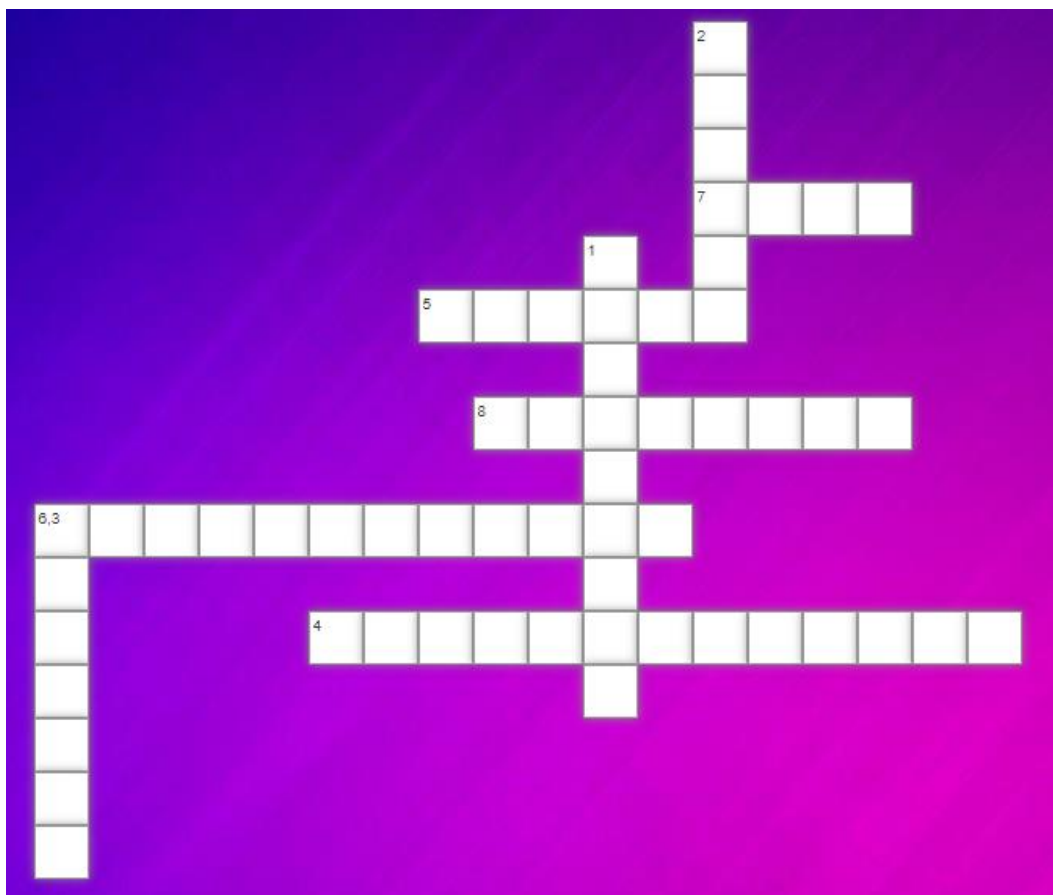


Рис 2.7 Зразок кросворду до уроку

5. Як називається пряма, що перетинає площину але при цьому не є перпендикуляром (*похила*).

6. Розділ геометрії, що займається вивченням геометричних фігур та їх головних характеристик у просторі (*стереометрія*).

7. Назвіть число прямих перпендикулярних площині, які можна провести через точку, що не належить цій площині (*одну*).

8. Як називається відрізок, який сполучає основи перпендикуляра і похилої (*проекція*).

Вчитель: Перша група сьогодні представляє знавців теорії, друга – методистів, третя – практики.

Працюємо з першою групою, а друга і третя – допомагають.

Прийом «Закінчити речення» (усно)

- Є 2 точки, відстань між ними – це...(довжина відрізка, що їх сполучає).
- Відстань між точкою та прямою – це...(довжина відрізка перпендикуляра, проведеного з даної точки до даної прямої).

- Відстань між точкою і площиною – це...(довжина рівна відрізку перпендикуляра, який провели з даної точки до даної площини).
- Відстань між двома паралельними прямими – це...(довжина їхнього спільного перпендикуляра).
- Відстанню між деякою прямою і паралельною до неї площиною буде...(довжина спільного перпендикуляра, проведеного з будь-якої точки прямої на площину).
- Відстань між двома паралельними площинами – це...(та відстань, що проходить від довільної точки однієї площини до другої площини).
- Відстань, яка знаходиться між двома мимобіжними прямими дорівнює...(довжині їх спільного перпендикуляра).

Розв'язування задач (кожна група працює над своєю задачею)

Задача 1. з довільної точки C потрібно провести перпендикуляр до прямої AB , тобто, потрібно обчислити відстань від точки M до прямої AB .

Розв'язання

Щоб зобразити відстань від даної точки M до прямої AB , потрібно провести таку похилу, щоб на площині з'явилася пряма, яка буде перпендикулярна відповідно до її проекції. Таким чином AB стає основою рівнобедреного трикутника. Потім проведемо відрізок CK , що є медіаною трикутника і в свою чергу буде перпендикулярною до прямої AB . З'єднаємо наші точки M і K , тоді MK стане похила, відповідно CK буде її проекцією на площину рівнобедреного трикутника ABC , пряма AB , що знаходиться на площині, буде перпендикулярною до проекції похилої. Отже, згідно теореми про три перпендикуляри, MK стане перпендикулярною до AB , таким чином MK – це є потрібна відстань від точки M до прямої AB .

Задача 2. Відрізок MC перпендикулярний до площини прямокутного трикутника ABC .

Розв'язання

Для того, щоб відобразити відстань від точки M до прямої AB , потрібно провести таку похилу, яка на площині дасть пряму, яка буде перпендикулярною до її проекції. AB є катетом прямокутного трикутника CAB , AC є також катетом

даного трикутника. З'єднаємо відповідно точки M і A . Отримаємо – MA , похилу, AC – отримана в ході креслення проекція на площину прямокутного трикутника, AB – пряма на даній площині, що є перпендикулярною проекції похилої. Відповідно до теореми трьох перпендикулярів MA – це перпендикуляр до прямої AB , а отже відстань від точки M до прямої AB .

Задача 3. Довільний відрізок MO перпендикулярний до площини прямокутного трикутника ABC , $AO = OC$, кут ABC дорівнює 90° (Рис. 2.8).

Щоб побудувати відстань від точки M до прямої AB необхідно провести таку похилу, щоб на площині знайшлася пряма, перпендикулярна до її проекції. AB – катет прямокутного трикутника CAB , точка O – середина гіпотенузи AC .

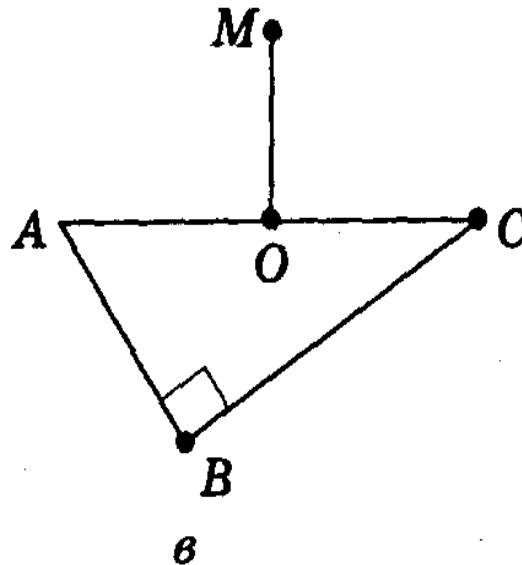


Рис. 2.8 Допоміжний малюнок для розв'язку задачі 3

Проведемо OK паралельно BC . Тоді OK – перпендикуляр до AB . Сполучимо точки M і K . MK – похила, OK – її проекція на площину трикутника ABC , AB – пряма на площині, перпендикулярна до проекції похилої. За ТТП MK – перпендикулярно до AB , тобто MK – відстань від точки M до прямої AB .)

Після розв'язку учні діляться отриманими результатами

Розв'язок попередніх задач був способом підготовки до вирішення проблемного завдання уроку.

1. Дах будинку побудований таким чином, що утворює чотири схили квадратної форми, кожен зі стороною 16 метрів і висотою 6 метрів. Скільки квадратних метрів дахової покрівлі знадобиться на покриття, якщо додаткові витрати на згин і рештки становлять 6%?(Рис 2.9)



Рис. 2.9 Допоміжний малюнок до задачі

Розв'язання:

Нехай ми маємо умовний квадрат $ABCD$,

$AB = 16\text{м}$. $EO \perp (ABCD)$, $EO = 6\text{м}$.

Оскільки точка O рівновіддалена від сторін $ABCD$, то відповідно точка O є центром вписаного кола (іншими словами точка перетину діагоналей). Якщо $EK \perp CD$, то за оберненою теоремою про три перпендикуляри $OK \perp CD$, $OK = 8$ метрів.

З $\triangle EOK$, $\angle O = 90^\circ$, за теоремою Піфагора $EK^2 = EO^2 + OK^2$.

$$EK = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10(\text{м}).$$

$$S = 4S_{\triangle CDE},$$

$$S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot TK = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 10 = 80 (\text{м}^2).$$

Оскільки даних трикутників у нас чотири, то

$$S = 4 \cdot 80 = 320 (\text{м}^2).$$

$$S_1 = 320 + 0,06 \cdot 320 = 339,2 (\text{м}^2).$$

Відповідь: $339,2 \text{ м}^2$.

Задача 4 За уявної ситуації, необхідно протягнути два високовольтні електричні дроти від стовпа біля дороги до приватного будинку. На стовпі дроти знаходяться на висоті, що становить 19 метрів, а на стіні будинку дроти закріплені на висоті 9 метрів. Скільки метрів дроту необхідно для даної операції, якщо відстань від стовпа до будинку становить 30 м, а на кріплення і провисання слід ще накинути 5% від знайденої довжини.

Розв'язання

Стовп знаходиться в перпендикулярній площині Землі і стіна будинку відповідно перпендикулярна площині землі, це значить, що оскільки дві прямі, перпендикулярні однієї і тій самій площині і паралельні між собою, з цього випливає, що ми можемо побудувати математичну модель задачі – прямокутну трапецію (Рис 2.10).

Отже, $AB = 19$ м, $CD = 9$ м, $AD = 30$ м.

Потрібно знайти BC .

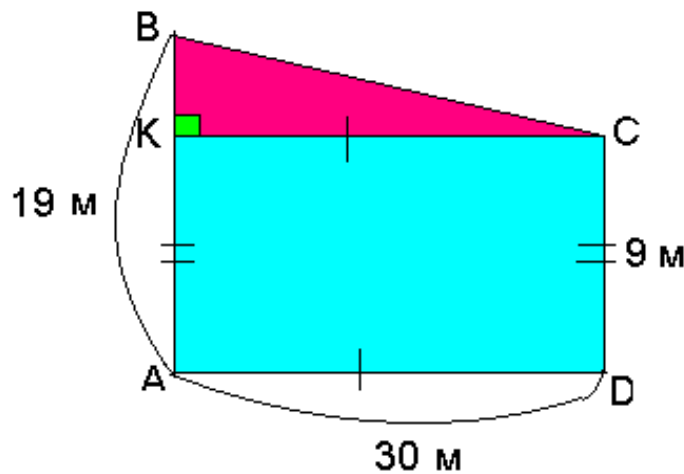


Рис. 2.10 Допоміжний малюнок для розв'язку задачі

Потрібно провести перпендикуляр CK на сторону AB . $AK = CD = 9$ м, отже,

$$BK = AB - AK = 19 - 9 = 10(\text{м}).$$

$$KC = AD = 30 \text{ м.}$$

З $\triangle BCK (\angle K = 90^\circ)$:

$$BC = \sqrt{BK^2 + KC^2} = \sqrt{10^2 + 30^2} = \sqrt{100 + 900} = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10} (\text{м})$$

$$1) 10\sqrt{10} = 20\sqrt{10} (\text{м}) - \text{довжина 2-х дротів.}$$

$$2) 20\sqrt{10} \cdot 0,05 = \sqrt{10} (\text{м}) - \text{на провисання.}$$

$$3) 20\sqrt{10} + \sqrt{10} = 21\sqrt{10} (\text{м})$$

Відповідь: необхідно $21\sqrt{10}$ м дроту.

V. Закріплення знань

Завдання 1.

Виконання тестових завдань на платформі На Урок

Завдання 2.

Культурний контекст українських будиночків

Розгляньте, як геометричні форми та пропорції використовуються в архітектурі традиційних українських будинків. Обговоріть, як знання про відстані та форми може вплинути на сучасне розуміння української архітектурної спадщини. Які особливості форм, ліній та відстаней ви помітили у традиційних будинках, і як це відображає українську культуру?

Подумайте, як ви могли б використовувати ці знання при проектуванні власних конструкцій або реконструкції старовинних будинків. Приведіть приклади українських архітектурних стилів, які відзначаються особливими формами та пропорціями, наприклад, дерев'яні церкви або сільські хати.

VI Підведення підсумків

Вчитель пропонує повернутися до кольорових карток та порівняти настрої учнів на етапі завершення уроку

Кожен учень отримує оцінку за тест, окрім того учасники групи оцінюють один одного та виставляють свої оцінки у відповідні картки

VII Домашнє завдання

1. Скласти опорний конспект з теми,
2. Розглянути опорні задачі,
3. Підготуватися до контрольної роботи.

2.3. Розвиток творчого мислення та культурного досвіду через математичні змагання та ігри на уроках алгебри і геометрії у старшій школі

Через те, що у старшій школі особливого значення набуває розвиток не лише математичних знань, але й творчого мислення та культурної обізнаності учнів, математичні змагання та інтерактивні ігри на уроках алгебри і геометрії є потужним інструментом для стимулювання креативності, формування просторового мислення та розвитку вміння вирішувати задачі нестандартними методами. Завдяки цим активностям учні не лише покращують свої академічні

результати, але й здобувають навички командної роботи, критичного аналізу та адаптації до нових умов [31, с. 379-383].

Математичні змагання створюють середовище, що заохочує учнів шукати нестандартні рішення та виходити за межі традиційного навчання. Участь у змаганнях вимагає творчого підходу, оскільки багато завдань не мають чітких алгоритмів розв'язання, що стимулює критичне мислення та генерування нових ідей.

Ці змагання також розвивають просторове мислення, оскільки учні працюють із задачами, які потребують уявлення про тривимірні об'єкти та їх геометричні властивості. Це формує вміння аналізувати та синтезувати інформацію, важливі для творчого мислення.

Аспект командної роботи також є важливим: участь у командах сприяє обміну ідеями та колективному вирішенню задач, що покращує комунікаційні навички і формує почуття відповідальності за спільний результат. Командний дух розвиває цінності співпраці та взаємодопомоги.

Інтеграція культурних аспектів у змагання допомагає учням усвідомити зв'язок між математикою та повсякденним життям, що робить навчання більш змістовним і цікавим. Учні, які бачать практичні застосування математики у культурному контексті, стають більш зацікавленими у предметі, що підвищує їхню мотивацію до навчання [49].

Отже, використання ігрових методів навчання на уроках алгебри та геометрії є важливим аспектом сучасної освіти, що істотно підвищує мотивацію учнів та ефективність навчального процесу, а також сприяє культурному вихованню. Ці методи включають різноманітні ігри, вікторини, конкурси та інші інтерактивні формати, які формують активне навчальне середовище, заохочуючи учнів до участі та глибшого засвоєння матеріалу. Інтеграція культурних аспектів у ці активності допомагає учням усвідомити зв'язок математики з їхньою культурною спадщиною.

Однією з основних переваг ігрових методів є їх здатність підтримувати інтерес учнів до математики. Традиційні лекції, які часто здаються нудними, поступаються місцем динамічним і захопливим іграм, які стимулюють активну

участь учнів. Наприклад, ігри на основі історії математики або національних традицій можуть викликати зацікавленість і спонукати до глибшого вивчення теми. Ігрові елементи на уроках алгебри та геометрії створюють атмосферу змагання та співпраці, де кожен учень може проявити свої навички та знання в умовах, що нагадують справжні змагання.

Завдяки ігровим методам учні мають можливість практично застосувати теоретичні знання. Наприклад, вирішуючи математичні задачі у формі гри, вони можуть перевіряти свої рішення в реальному часі, отримуючи миттєвий зворотний зв'язок. Це не лише допомагає закріпити матеріал, але й показує, як математичні концепції застосовуються в житті, підкреслюючи їхню культурну значущість. Таке практичне навчання підвищує впевненість учнів у своїх знаннях, що стимулює їх до активнішого вивчення предмета.

Ігрові методи також розвивають соціальні навички, оскільки учні часто працюють у командах. Спільна робота над задачами під час гри навчає їх комунікувати, ділитися думками та шукати компромісні рішення. Це важливо, оскільки навички командної роботи є необхідними в сучасному світі. Під час ігор учні вчаться керувати своїми емоціями, розвивати лідерські якості та підходити до вирішення проблем креативно. Крім того, ці ігри можуть бути пов'язані з культурними темами, що розширює їх світогляд та виховує повагу до культурного різноманіття [65, с. 155- 160].

Ефективність ігрових методів навчання підтверджується численними дослідженнями, які показують, що ці підходи сприяють кращому засвоєнню навчального матеріалу. Багато експериментів виявили, що учні, які брали участь у навчальних іграх, демонстрували вищі результати на тестах і контрольних роботах порівняно з тими, хто навчався традиційними методами. Це свідчить про те, що ігрові методи не лише підвищують мотивацію, а й покращують якість знань учнів, зокрема у контексті їх культурної обізнаності.

Інтеграція ігрових методів у навчальний процес також дозволяє врахувати різноманітність стилів навчання. Учні з різними здібностями можуть знайти свій шлях до засвоєння матеріалу через гру. Наприклад, візуальні учні краще сприймають графічні ігри, тоді як аудіальні — активніше залучаються до

обговорень під час командних змагань. Це забезпечує інклюзивність навчання, де кожен учень може розвивати свої навички відповідно до своїх потреб. Залучення культурних елементів до ігор допомагає учням усвідомити важливість математики в культурі, що підвищує їхню мотивацію та інтерес до навчання.

Поєднання математичних змагань і ігор із культурними елементами має великий потенціал для розширення світогляду старшокласників та розвитку їхнього творчого мислення. Цей підхід стимулює зацікавленість учнів у математиці та формує глибше розуміння зв'язку між культурою та наукою.

Наприклад, на уроках про дійсні числа та відсоткові розрахунки учні можуть не лише вивчати теоретичні аспекти, а й застосовувати свої знання на практиці. Одне з завдань може полягати в розрахунку відсоткових ставок по кредитах, що дозволить учням усвідомити важливість фінансової грамотності. Доцільно також обговорити, як математика впливає на реальні економічні процеси в Україні, і провести міні-змагання, в якому команди учнів розроблять фінансові плани, застосовуючи відсоткові розрахунки, стимулюючи їх до креативності та практичного використання математичних знань.

Крім того, під час вивчення числових функцій учні можуть дослідити історію математики, вивчаючи внесок таких видатних математиків, як Леонард Ейлер і Джон Венн. Це допоможе їм не лише освоїти важливі математичні концепції, а й розширити культурні горизонти. Наприклад, можна організувати командні змагання, де учні створюють проекти на тему «Вклад математиків у розвиток науки та культури». Кожна команда може обрати конкретного вченого, вивчити його біографію та математичні досягнення, а потім представити результати у формі інтерактивної презентації. [96]

На уроках, присвячених паралельному проектуванню та його властивостям, учні мають можливість дослідити актуальні теми, пов'язані з екологією та мистецтвом. Наприклад, завдання може включати аналіз методів переробки сміття з використанням паралельних проекцій. Учні можуть вивчати, як архітектори застосовують ці знання для створення екологічних будівель, або дослідити роботи художників епохи Відродження, які використовують паралельні проекції у своїх творах. У рамках змагання можна організувати проект

«Екологічні рішення через призму математики», де команди представляють свої ідеї, базуючись на математичних моделях та культурних аспектах.

Вивчення прямокутної системи координат у просторі також відкриває можливості для інтеграції культурних елементів. Учні можуть досліджувати життя Рене Декарта, його внесок у математику та філософію, а також провести паралелі між координатною системою та сучасними військовими технологіями. У змаганнях учні можуть працювати над завданнями, пов'язаними з використанням системи координат для аналізу географічних або історичних даних, що допоможе їм зрозуміти, як математика використовується в різних сферах життя.

Культурні елементи також можуть бути важливою частиною змагань. Наприклад, учні можуть організувати математичну вікторину з питаннями, пов'язаними з українською культурною спадщиною. Задачі можуть стосуватися традиційних свят, національних символів або видатних діячів культури, таких як Тарас Шевченко чи Леся Українка. Це дозволить учням поєднати знання з математики та культури, розвиваючи їхню творчість і інтерес до обох дисциплін.

Іншим прикладом може бути організація математичних змагань на тему «Математика в мистецтві», де учні розроблять проекти, що демонструють, як математичні принципи застосовуються в живопису, архітектурі чи музиці. Вони можуть дослідити, як пропорції, симетрія та геометричні форми впливають на сприйняття художніх творів. Наприкінці конкурсу команди можуть представити свої роботи, що сприятиме розвитку навичок презентації та критичного аналізу.

Важливим аспектом є також групова діяльність старшокласників. Цей інтеграційний підхід не лише підвищує інтерес учнів до математики, а й сприяє розвитку їхньої культурної обізнаності та соціальних навичок. Наприклад, під час вивчення теми «Числові функції» учні можуть працювати в командах над створенням проектів, що демонструють вплив математики на різні культурні явища. Команди можуть обрати конкретні художні твори та проаналізувати, як числові функції впливають на їхню композицію або структуру. Це допомагає закріпити знання про функції та розвиває креативність і культурну свідомість учнів.

Тема «Прямокутна система координат у просторі» також надає широкі можливості для інтеграції культурних аспектів. Учні можуть досліджувати значення системи координат через призму сучасного мистецтва або архітектури, аналізуючи, як художники та архітектори використовують координати у своїх роботах. Під час змагання команди можуть представити свої дослідження, включаючи практичні приклади з української архітектурної спадщини, що дозволить поєднати математику з національною культурою.

При вивченні теми «Відстані у просторі» учні можуть організувати математичну гру з елементами української географії. Команди можуть змагатися у розрахунках відстаней між визначними пам'ятками, створюючи інтерактивну карту, що поєднує математику з культурним вихованням. Це допоможе учням зрозуміти, як геометричні знання застосовуються в реальному житті та їхній вплив на культурний контекст.

Крім того, можна організувати змагання на тему «Математика в музиці», де команди досліджують, як математичні принципи, такі як пропорції та ритм, впливають на музичні композиції. Це сприятиме розвитку математичних навичок і формуванню естетичного сприйняття та культурного виховання. Учні можуть підготувати виступи, у яких демонструють своє розуміння зв'язку між математикою та мистецтвом, що активізує їхню креативність [103].

Отже, участь у змаганнях заохочує учнів шукати нестандартні рішення, що сприяє розвитку їх просторового мислення та аналітичних навичок. Командна робота покращує комунікаційні здібності та формує цінності співпраці. Інтеграція культурних аспектів у математичні заняття робить навчання більш змістовним і цікавим, що підвищує мотивацію учнів.

Використання ігрових методів на уроках підвищує ефективність навчального процесу та допомагає учням практично застосовувати теоретичні знання. Це не лише стимулює інтерес до математики, а й сприяє глибшому розумінню культури та її зв'язку з наукою.

Отже, математичні змагання та інтерактивні ігри є потужними інструментами, які сприяють розвитку креативних, соціально відповідальних та культурно обізнаних особистостей.

2.4 Апробація роботи, аналіз та коригування підходів

Робота проходила апробацію через участь у 3 конференціях. Зокрема, була представлена на V Всеукраїнській студентській науковій онлайн-конференції «Розвиток сучасної науки: актуальні питання теорії та практики» (Тернопіль, Україна, 19 квітня 2024), за результатами якої було опубліковано тези на тему «Роль культурної складової на уроках математики у старшій школі». У них досліджено реалізацію культурної складової математики у старшій школі. Здійснено короткий огляд методів та прийомів, що сприяють впровадженню культурної компетентності на уроках математики. Розглядається питання мотивації вивчення математики серед учнів старших класів. Презентовано зміст проєктів, що сприяють інтеграції математичної освіти з живописом, архітектурою, скульптурою. Описано необхідність систематичного поєднання навчального матеріалу з математики з реальними життєвими ситуаціями.

Також опубліковано тези «Розвиток творчого мислення та культурного досвіду через математичні змагання та ігри на уроках математики у старшій школі» в збірнику за матеріалами VIII Міжнародної студентської наукової конференції «Сучасні аспекти та перспективні напрямки розвитку науки» (Вінниця, Україна, 08 листопада 2024). У роботі продемонстровано ефективність використання ігрових методів та інтеграції культурних аспектів у процесі навчання математики в старшій школі. Підкреслено, що сучасні учні потребують нестандартних підходів, які б стимулювали їхню цікавість та мотивацію до навчання. Обґрунтовано, що математичні змагання та інтерактивні ігри є потужними інструментами для розвитку критичного мислення, творчості та просторового уявлення учнів. Інтеграція культурних елементів у ці активності допомагає учням побачити зв'язки між математикою та реальним життям, а також сприяє формуванню їхньої культурної свідомості. Запропоновано різноманітні приклади інтеграції культурних аспектів у математичні завдання та проєкти, такі як: вивчення історії математики та внеску видатних математиків, аналіз математичних принципів в мистецтві та архітектурі, дослідження математичних аспектів музики, використання математичних моделей для розв'язання задач, пов'язаних з екологією та культурною спадщиною. У тезах також наголошено на

важливості командної роботи та розвитку соціальних навичок у процесі навчання. Обґрунтовано, що ігрові методи сприяють створенню позитивного навчального середовища та підвищують ефективність засвоєння матеріалу.

У роботі XVI Всеукраїнської студентської наукової конференції «Перспективи розвитку точних наук, економіки та методики їх викладання», що відбулася 13-14 листопада 2024 року на базі Навчально-наукового інституту природничо-математичних, медико-біологічних наук та інформаційних технологій Ніжинського державного університету імені Миколи Гоголя у м. Ніжині, було презентовано доповідь «Підвищення мотивації учнів до вивчення математики шляхом інтеграції культурного аспекту». Тут досліджено актуальну проблему дедалі зростаючої демотивації учнів до вивчення математики та запропоновано інноваційний підхід до вирішення цієї проблеми. Аргументовано, що інтеграція культурних аспектів у процес навчання математики може суттєво підвищити зацікавленість учнів до предмета та сприяти розвитку їхнього цілісного світогляду. Розглянуто різноманітні способи інтеграції культури в математичне навчання, такі як вивчення історії математики, аналіз математичних принципів у мистецтві та архітектурі, дослідження математичних аспектів музики та літератури. Наведено конкретні приклади проектів та заходів, які можуть бути реалізовані в навчальному процесі для підвищення мотивації учнів.

У процесі роботи над темою магістерського дослідження опубліковано дві статті. Перша – на тему «Реалізація культурної складової математики на уроках геометрії» опублікована у випуску №9 студентського наукового журналу «UNIVERSUM» 20 червня 2024 року. У статті розглянуто питання інтеграції культурної складової в процес вивчення математики, зокрема геометрії. Продемонстровано, як через приклади з мистецтва, архітектури та інших сфер життя можна зробити математику більш цікавою та зрозумілою для учнів. Особливу увагу приділено вивченню геометрії в старших класах. Запропоновано конкретні приклади того, як можна інтегрувати культурні аспекти в уроки геометрії, демонструючи учням, як геометричні принципи застосовуються в реальному світі.

Друга стаття має тему «Патріотичне виховання на уроках математики у старшій школі». Вона опублікована 20 листопада 2024 року у випуску №14 студентського наукового журналу «UNIVERSUM». У статті досліджено актуальне питання патріотичного виховання в контексті навчання математики в старшій школі. Проаналізовано теоретичні основи патріотичного виховання та запропоновано практичні рекомендації щодо його реалізації на уроках математики. Тут підкреслюється важливість формування в учнів почуття патріотизму, громадянської відповідальності та національної ідентичності. Також продемонстровано, як математика може стати інструментом для розвитку цих якостей через вивчення внеску українських математиків у світову науку, аналіз статистичних даних про Україну та використання математичних моделей для розв'язання задач, пов'язаних з національними проблемами.

Усі публікації отримали схвальні рецензії й були позитивно сприйняті освітньою спільнотою педагогів.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ II

Вивчення математики в 10 класі передбачає уроки алгебри 52 години та уроки геометрії 52 години. Програми затверджені Наказом Міністерства освіти України. Культурну складову під час викладання алгебри можна впроваджувати шляхом розробки завдань відповідного змісту, наприклад про релігійний склад населення, екологічні процеси. Культурна складова передбачає також правильний запис математичних символів, усне мовлення та використання математичної термінології. Культурний аспект полягає також в ознайомленні з фактами біографії відомих математиків, творів мистецтва, а саме картин відомих художників тощо.

Під час вивчення геометрії в 10 класі культурну компетентність можна впроваджувати шляхом використання державної символіки, розповідей про професії, які базуються на знаннях з геометрії, розв'язанні ситуативних задач та побутових питань.

Важливу роль у формуванні культурної складової є дотримання правил академічної доброчесності учнями під час виконання домашніх завдань та вчителем під час підготовки до уроків.

Коли мова йде про такі теми, як дійсні числа та дії з ними, відсоткові розрахунки, натуральні числа та правила диференціювання, важливо розглядати, як ці математичні поняття відображаються в різних культурах і як вони можуть бути пов'язані з реальним життям учнів. Наприклад, відсоткові розрахунки можна ілюструвати на прикладах з фінансової грамотності, що є важливою частиною повсякденного життя в будь-якій культурі. Аналіз натуральних чисел у контексті культурних традицій може включати в себе вивчення різних систем числення, які використовувалися в історії, що дозволяє учням бачити, як математика розвивалася разом із суспільством.

Тематика числових функцій і способів їх задання може бути цікавою через призму сучасних технологій та їх впливу на різні культурні сфери, такі як мистецтво, музика і навіть кулінарія. Введення у поняття стереометрії в контексті паралельного проектування надає можливість учням дослідити, як просторове мислення та геометричні концепції використовуються у архітектурі та дизайні, які

також мають культурне підґрунтя. Таким чином, вивчення властивостей фігур паралельного проектування не лише збагачує математичні знання учнів, а й демонструє зв'язок між математикою та культурною спадщиною.

Прямокутна система координат у просторі та відстані у просторі відкривають нові можливості для інтерпретації культурних аспектів, оскільки вони дозволяють моделювати реальні ситуації, наприклад, розташування архітектурних пам'яток, культурних об'єктів або навіть природних ландшафтів. Включення таких прикладів у уроки математики може допомогти учням краще зрозуміти не лише математичні концепції, але й їхнє місце у світі, в якому вони живуть.

Також варто зазначити, що участь у змаганнях заохочує учнів шукати нестандартні рішення, що сприяє розвитку їх просторового мислення та аналітичних навичок. Командна робота покращує комунікаційні здібності та формує цінності співпраці. Інтеграція культурних аспектів у математичні заняття робить навчання більш змістовним і цікавим, що підвищує мотивацію учнів.

Використання ігрових методів на уроках підвищує ефективність навчального процесу та допомагає учням практично застосовувати теоретичні знання. Це не лише стимулює інтерес до математики, а й сприяє глибшому розумінню культури та її зв'язку з наукою.

У результаті, різноманітні та цікаві підходи до планування уроків з врахуванням культурної складової математики можуть значно підвищити зацікавленість учнів, їхню активність та здатність до критичного мислення. Це створює передумови для розвитку не лише математичних знань, а й розуміння зв'язків між наукою, культурою та суспільною спадщиною.

Усі дидактичні матеріали, що були запропоновані в роботі, пройшли апробацію на конференціях та наукових публікаціях.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Культурна складова в сучасній математичній освіті є важливим аспектом, що сприяє всебічному розвитку учнів. Нормативні документи, що регулюють організацію навчальної діяльності, чітко визначають мету формування у здобувачів освіти не лише інтелектуальних, а й духовних, фізичних і культурних компетентностей. Весь освітній процес спрямований на розвиток життєвих навичок, які учні можуть застосовувати у різних сферах життя. У цьому контексті культурна складова відіграє мотиваційну роль у формуванні математичного мислення, обчислювальної грамотності та мотивації вивчати математичні дисципліни.

Математична культура включає наступні компоненти: знання про історію математики, ознайомлення з життєвим шляхом і досягненнями видатних математиків, а також розуміння культурних контекстів, у яких розвивалися математичні концепції. Культурний компонент у математичній галузі передбачає не просто механічне засвоєння навчального матеріалу та виконання алгоритмічних задач, а й знайомство з цікавими історичними фактами, що демонструють розвиток цієї науки та її застосування до різних сфер життя людини.

З метою реалізації культурної складової на уроках математики в 10 класі вчителі можуть застосовувати різні методи та технології, які допомагають перетворити навчальний процес з рефлексорного запам'ятовування сухих фактів на активне формування вмінь застосовувати отримані знання на практиці. Це дозволяє учням не лише розуміти, але й використовувати математику у життєвих ситуаціях і в майбутній професійній діяльності. Культурна складова демонструє, що математика присутня в усіх сферах оточуючого середовища, таких як архітектура, живопис, будівництво тощо.

Проте, певною перешкодою для розвитку культурної компетентності на уроках математики стало дистанційне навчання, під час якого учні часто перестають дотримуватися принципів академічної доброчесності. Це, в свою чергу, призводить до втрати можливостей розвитку усного мовлення, яке має бути

грамотно структурованим та логічним, з використанням математичної термінології.

Сучасний вчитель математики може реалізовувати культурний аспект через впровадження різноманітних форм навчання. Розвиток інформаційних технологій істотно сприяє цій меті. Основними формами інтеграції культурної складової в математичну освіту є STEAM-освіта, ігрові технології, гурткова робота, інтерактивні вправи, пошуково-дослідницькі проєкти, використання соціальних мереж, персональних сайтів та блогів вчителів.

Вивчення математики в 10 класі включає 52 години уроків алгебри та 52 години уроків геометрії, програми яких затверджені Наказом Міністерства освіти України. Культурну складову під час викладання алгебри можна інтегрувати шляхом розробки завдань відповідного змісту, наприклад, на тему релігійного складу населення, екологічних процесів. Окрім того, важливо забезпечити правильний запис математичних символів та активне використання математичної термінології під час усного мовлення. Значна частина культурного аспекту також полягає в ознайомленні учнів із фактами біографії відомих математиків, що дозволяє учням усвідомити, що математика є частиною людської культури.

Під час вивчення геометрії в 10 класі культурну компетентність можна реалізувати через використання державної символіки, розповіді про професії, пов'язані з геометрією, а також шляхом розв'язання ситуативних задач і побутових питань. Наприклад, при вивченні теми «Дійсні числа» та «Відсоткові розрахунки» доцільно розглядати, як ці поняття відображаються в різних культурах, та яким чином вони можуть бути пов'язані з реальним життям учнів. Аналіз натуральних чисел у контексті культурних традицій може включати в себе вивчення різних систем числення, які використовувалися в історії, що дозволяє учням побачити, як математика розвивалася разом із суспільством.

Важливою складовою є також дотримання правил академічної доброчесності учнями під час виконання домашніх завдань і вчителями під час підготовки до уроків. Коли йдеться про теми, такі як дійсні числа та дії з ними, відсоткові розрахунки, натуральні числа та правила диференціювання, важливо розглядати культурні аспекти, що стосуються цих понять.

В ході дослідження було встановлено, що культурна компетентність є однією з ключових складових математичної освіти. Впровадження культурної складової значно підвищує мотивацію здобувачів освіти на вивчення математики серед учнів 10 класу. Використання під час уроків алгебри та геометрії фактів біографії відомих математиків і творів мистецтва також сприяє підвищенню рівня зацікавленості математикою серед учнів, дозволяючи їм бачити практичне застосування математичних знань у житті.

Впровадження культурного аспекту на уроках математики в 10 класі сприяє вибору майбутньої професії учнів. Відповідно до отриманих даних, підходи до планування уроків, що враховують культурну складову математики, можуть значно підвищити зацікавленість учнів, їхню активність та здатність до критичного мислення. Це створює передумови для розвитку не лише математичних знань, а й усвідомлення зв'язків між наукою, культурою та суспільством.

Також варто зазначити, що участь у змаганнях заохочує учнів шукати нестандартні рішення, що сприяє розвитку їх просторового мислення та аналітичних навичок. Командна робота покращує комунікаційні здібності та формує цінності співпраці.

Таким чином, культурна складова в математичній освіті є невід'ємною частиною навчального процесу, що сприяє всебічному розвитку учнів, формуючи в них усвідомлення важливості математики в житті, її впливу на різні сфери діяльності, а також ролі, яку вона відіграє в культурному розвитку суспільства.

Дидактичні матеріали, запропоновані в дослідженні, пройшли апробацію на трьох конференціях та п'ятих наукових публікаціях.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Басараб Л. О. Особливості розробки дистанційних курсів з математики для учнів базової школи ЗЗСО. Актуальні питання природничо-математичної освіти: зб. Матеріалів Міжнар. Наук.-практ. Конф. Суми, 2022. С. 5-10.
2. Баришок М., Пузирьов В.Є. Відеоуроки з розділу «Функції» для учнів загальноосвітньої школи. / Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ плюс 2017»: матеріали Міжн. дистанційної наук.-метод. конференції Суми, 2017. С.12-13.
3. Бевз Г. П. Поетика математики. Харків, 2016. 126с.
4. БІЛАН, І. В.; ЛОСЄВА, Н. М. Естетичний контекст екологічних задач у математиці. 2022. П'ята міжнародна конференція молодих учених: Харківський природничий форум. Харків: ХНПУ імені ГС Сковороди. С.202-203.
5. Білан І. В., Лосєва Н. М. Розвиток культурних компетентностей засобами математичних дисциплін. 2020. м. Суми: СДПУ ім. АС Макаренка. С. 8-9.
6. Білан І.В. Муртазієв Е.Г. Пузирьов В.Є. Лосєва Н.М. Математична компетентність майбутніх фахівців. Scientific Collection «InterConf», (66): with the Proceedings of the 9 th International Scientific and Practical Conference «Challenges in Science of Nowadays» (July 16-18, 2021). Washington, USA: EnDeavours Publisher, 2021. P. 113-116.
7. Білик А. А. Компетентнісно-орієнтовані завдання на уроках математики. 2019. 20 с.
8. Бобирь В. Д., Христюк, А. М. Реалізація дидактичного принципу наочності при вивченні числових рядів. Кооперативні читання: 2019 рік: матеріали X Міжнарод. конференц. молодих вчених «Молоді вчені 2019 – від теорії до практики», 7 бер. 2019 р. Дніпро, 2019. С. 23-32.
9. Бурда М. І. Особливості організації навчання математики в 10–12 класах на профільному рівні. Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки». Вип. 150. – Черкаси, 2009. С. 24–31.

10. Буркіна Н.В., Лосєва Н.М. Самореалізація викладача вищого навчального закладу і дистанційне навчання. *Комп'ютер у школі та сім'ї*. Вип. №4 (84). 2010. С.39-41.
11. Вакуленко Т. С., Горох В. П., Ломакович С. В. Математична грамотність. 2018. Київ: УЦОЯО. С. 13-17
12. Васильєва Д. Аксіологічна складова навчання математики у старшій школі. *Математика в рідній школі*. 2017. № 3. С. 16-19
13. Вдовенко В. В. Використання дивергентних задач на уроках математики як необхідна умова розвитку творчої особистості учня. *Актуальні питання природничо-математичної освіти*. – Суми, 2013. Вип.1. С. 69–73.
14. Величко І. Г. Стеганцев Є.В. Хроматичне число функції. *Прикладні питання математичного моделювання*. Том 4 № 2.1. 2023. С. 58-65.
15. Віра М.Б., Сак В.В. Міжпредметні зв'язки на уроках математики. 2019. 84 с.
16. Габура З. Позакласна робота з математики в школі як складова математичної підготовки в школі. 9 с.
17. Гаєвець Я. С. Математична компетентність Здобувачів початкової освіти *Актуальні питання природничо-математичної освіти*. 2022. Випуск 2(20) С. 82-87
18. Глобін О. І, Бурда М. І. Компетентнісно орієнтована методика навчання математики в основній школі: Метод. Посібник. Київ, 2014. 245 с.
19. Годованюк Т., Ярова М. Про культуру мовлення і мови вчителя математики. 9 с.
20. Голик О. Технології організації дистанційного навчання в Україні. *Центральноукраїнський науковий вісник. Технічні науки*. 2021. Вип. 4(35). 2021. С. 94-99.
21. Голінко П. Актуальність застосування дистанційних технологій при викладанні математики. *Формування сучасної науки: методика та практика*. Молодіжна наукова ліга. Вінниця, 2022. С. 294-295.

22. Головань М. Математична компетентність: сутність та структура. Науковий вісник Східноєвропейського національного університету. 2014. Вип. 1 С. 35-39.
23. Грищенко С.Г. Застосування нових інформаційних технологій при вивченні функцій у шкільному курсі математики. 2000. С. 330-332.
24. Губар Д.Є., Лосєва Н.М. Особливості організації змішаного навчання аналітичної геометрії у синхронному та асинхронному режимах. Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс – 2014»: матеріали Міжнародної дистанційної науково-методичної конференції (20-21 березня 2014 р., м. Суми): У 3-х частинах. Частина 3 / упорядник Чашечникова О.С. Суми : «Мрія» ТОВ, 2014. С. 37-38.
25. Губар Д., Лосєва Н. Аналітична геометрія в інтерактивній формі: практичний курс: навч. посіб. для студентів. Київ: Кафедра, 2014. – 236 с.
26. Державна національна програма «Освіта: Україна ХХІ століття» від 3 лист. 1996 р № 896 URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/896-93-%D0%BF#Text> (дата звернення 04.02.2024)
27. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти. Постанова КМУ № 898 від 30.09.2020 р. URL: https://ru.osvita.ua/legislation/Ser_osv/76886/ (дата звернення 10.02.2024) .
28. Закон України «Про освіту»; Закон України «Про загальну середню освіту» від 05.09.2017 р. №2145-VIII. URL: https://urst.com.ua/act/pro_osvitu (дата звернення 01.02.2024)
29. Зінченко Г. Математична культура як інноваційна складова професійної компетентності майбутнього вчителя математики. *Педагогічні науки*, 2015, 64: 88-95.
30. Ковальчук В., Білецька Л., Стасів Н., Силюга Л. Формування культури усного математичного мовлення в учнів початкових класів. *Рідне слово в етнокультурному вимірі*. 2013.С. 501-508.
31. Компанець Ю. В. Реалізація культурної складової математики на уроках геометрії. *UNIVERSUM*. Вип. 9 (14). 2024. С. 377-384.

32. Концепція STEMосвіти в Україні: проєкт URL: http://mkkor.at.ua/STEM/M/STEM_2017.pdf (дата звернення 10.02.2024)
33. Корольський В. В., Римар А. І. Геометрична інтерпретація числових рядів, пов'язаних з державною символікою. Актуальні питання природничо-математичної освіти. 2022. Випуск 2(20) С. 29-38
34. Крюков М. М., Клецька Т. С. До історії розвитку і становлення теорії нескінченних числових рядів. Математичне моделювання. 2013. С. 117-120.
35. Лов'янова І. В., Калугін Р., Гейдарова Е. З. Електронне портфоліо вчителя математики. Актуальні питання природничо-математичної освіти. 2022. Випуск 2(20) С. 116-123.
36. Лосєва Н., Білан І. Математичні дисципліни як мистецтво: приклади використання многогранників в архітектурі, пропорцій у живописі, фракталів та формул. — 2022. — С. 45-58.
37. ЛОСЄВА, Н. М.; БІЛАН, І. В. Інформаційні технології як засіб естетичного розвитку особистості під час вивчення математики. 2021. С.50-53.
38. Лосєва Н.М., Губар Д.Є. Використання інформаційного інтерактивного порталу «Аналітична геометрія» для організації самостійної роботи студентів. *Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО-2013)*, м. Черкаси, 8-10 квітня 2013 р. Черкаси: Вид-во ЧНУ ім. Б. Хмельницького. 2013. С. 273-275.
39. ЛОСЄВА, Н. М.; ДУБРОВСЬКИЙ, В. Л. Застосування інтерактивних технологій навчання на уроці математики у початковій школі. 2021 .№1.С.59-67.
40. ЛОСЄВА, Н. М. Застосування інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні дисципліни «Аналітична геометрія». Вісник Черкаського університету: Педагогічні науки—Черкаси, 2011, 201-С: 46-52.
41. ЛОСЄВА, Н.; ЛУКОВСЬКА, К. Виховання прагнення учнів до саморозвитку при вивченні теми «Правильні многогранники»(Розробка уроку для 11 класу). Математика в школі, 2009, 6: 25-30.
42. ЛОСЄВА, Н. М.; НЕПОМНЯЩА, Т. В. Спеціальні комунікативні конструкції як засіб розвитку особистості учня при вивченні основ комбінаторики

і теорії ймовірностей. Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнародний збірник робіт. Вип, 2008, 30: 190-193.

43. ЛОСЄВА, Н. М.; ПУЗИРЬОВ, В. Є. Досвід застосування ігрових технологій при вивченні математичних дисциплін. Тенденції забезпечення якості освіти: матеріали міжнародної науково-практичної конференції Дніпро: Міжнародний гуманітарний дослідницький центр, 2021, 87-88.

44. ЛОСЄВА, Наталія Миколаївна; ПУЗИРЬОВ, Володимир Євгенович. Освітній простір Іспанії: погляд зсередини. 2022. С.235-237.

45. LOSYEVA, Nataliya; PUZYROV, Volodymyr. Міждисциплінарний контекст математичної освіти. 2023. С. 529-535.

46. Лук'янова С. М. Текстові задачі на уроках і в позаурочний час. Алгебра 7-9 класи. Київ: Шкільний світ, 2023. 120 с.

47. Марченко О. Реалізація STEAM-підходу до формування креативної компетенції здобувачів освіти у процесі вивчення математики. STEAM -школа-2021: зб. Матеріалів доп. Учасн. Всеук. Наук.-практ. Конф. Київ, 2021. С. 19-26.

48. Математика та мистецтво. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0_%D1%82%D0%B0_%D0%BC%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D1%86%D1%82%D0%B2%D0%BE (дата звернення 15.02.2024)

49. Матяш О. І., Тереп А. В. Математика у творчості. Творчість у математиці: монографія. Вінниця ВДПУ імені Михайла Коцюбинського, 2018. 285 с.

50. Мітельман І. М. Синхронізація спеціалізованих компетентностей під час підготовки учнів до математичних олімпіад. 2021. Педагогічна наука і освіта у сучасному вимірі: проблеми і перспективи розвитку: Матеріали III Всеукраїнської науковопрактичної конференції 14 травня 2021 р. Одеса. С. 198–204.

51. Навесні в Україні відбудеться пілотний етап дослідження PISA 2022. URL: <https://osvitoria.media/news/navesni-v-ukrayini-vidbudetsya-pilotnyj-etapdoslidzhennya-pisa-2022/> (дата звернення 16.02.2024)

52. Наказ Міністерства освіти і науки України № 776 від 16.07.2018 р. «Концепція розвитку педагогічної освіти». URL: <https://mon.gov.ua/ua/npa/prozatverdzhennya-koncepciyi-rozvitku-pedagogichnoyi-osviti> (дата звернення 15.02.2024)
53. Національна доктрина розвитку освіти. Указ Президента України від 17 квітня 2002 року N 347/2002. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/347/2002#Text> (дата звернення 03.02.2024)
54. Національно - патріотичне виховання у середній та старшій школі. URL: <https://vseosvita.ua/library/nacionalno-patrioticne-vihovanna-u-serednij-ta-starsij-skoli-172744.html> (дата звернення 15.10.2024)
55. Національна стратегія розвитку освіти в Україні на період до 2021 року. Указом Президента України від 25 червня 2013 року № 344/2013. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/344/2013#Text> (дата звернення 04.02.2024)
56. Нова українська школа. URL: <https://mon.gov.ua/ua/tag/nova-ukrainska-shkola> (дата звернення 11.02.2024)
57. Нова українська школа. Концептуальні засади реформування середньої школи. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkolacompressed.pdf> (дата звернення 12.02.2024)
58. Одінцева О. О. ДО питання використання елементів теорії ігор у гуртковій роботі з математики. Актуальні питання природничо-математичної освіти. 2022. Випуск 2(20) С. 87-95.
59. Освітня платформа На Урок. URL: <https://naurok.com.ua/> (дата звернення 18.02.2024)
60. Освітня платформа Всеосвіта. URL: <https://vseosvita.ua/> (дата звернення 18.02.2024)
61. Пекконен Е. Порівняльні дослідження поглядів учнів на навчання математики у Фінляндії та Україні. Математика в школі. 2006. № 5. С. 2-11.
62. Півторак А.А. Особливості проведення уроку з математики в умовах реалізації концепції НУШ. Вінниця. 2019. 15 с.
63. Польгун К. Формування іншомовної компетентності майбутніх учителів математики під час вивчення аналітичної геометрії [Текст] / К. Польгун,

А. Римша // Актуальні питання природничо-математичної освіти : збірник наукових праць / МОН України, СумДПУ імені А. С. Макаренка ; [ред. рада: М. І. Бурда, М. Гарнер, О. І. Мельников та ін.]. – Суми : СумДУ імені А. С. Макаренка, 2022.– Вип. 2 (20). – С. 124–130. – DOI: 10.5281/zenodo.7427039

64. Програма ЗНО з математики. URL: <https://testportal.gov.ua/progmath/> (дата звернення 11.02.2024)

65. Програма з математики 10-11 класи: Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalniprogrami/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv> (дата звернення 12.02.2024)

66. Про схвалення Концепції розвитку природничо-математичної освіти (STEM освіти) : розпорядження Кабінету Міністрів України від 5 серпня 2020 р. №960-р. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/960-2020-%D1%80#Text> (дата звернення 14.02.2024).

67. Про оголошення 2020/2021 навчального року Роком математичної освіти в Україні : Указ Президента України №31/2020. URL: <https://www.president.gov.ua/documents/312020-32165> (дата звернення 10.02.2024).

68. ПУЗИРЬОВ, В. Є. Новації у викладанні вищої математики: застосування інформаційно-комунікаційних технологій. Гуманітарний вісник ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди, 2015, 4: 414-421.

69. Пузирьов В.Є., Лосєва Н.М. Реалізація принципу наочності при вивченні вищої математики. Міжнародна науково-практична інтернет-конференція «Світ дидактики: дидактика в сучасному світі». Київ: Інституту педагогіки НАПН України. 2021. С. 25-27.

70. Раков С.А., Вашуленко О.П., Горех В.П., Милянник А.І, Пузирьов В.В. Три виміри логікоматематичної компетентності. Вісник. Тестування і моніторинг в освіті. 2009. № 12. С.6-15.

71. ЛОСЄВА, Наталія; БОРЗДИХ, Анна. Інформаційно-комунікаційні технології і самореалізація студента в процесі навчання. Науковий вісник

Мелітопольського державного педагогічного університету. Серія: Педагогіка, 2018, 1: 190-194.

72. Лосєва Н.М. Виховання прагнення до саморозвитку учнів засобами стереометрії. *Дидактика математики: проблеми і дослідження. Міжнар. збірник наукових робіт.* Донецьк: Фірма ТЕАН, 2002, Вип.17. С. 50-61.

73. ЛОСЄВА, Н. М.; ПУЗИРЬОВ, В. Є. Досвід застосування ігрових технологій при вивченні математичних дисциплін. Тенденції забезпечення якості освіти: матеріали міжнародної науково-практичної конференції Дніпро: Міжнародний гуманітарний дослідницький центр, 2021, 87-88.

74. ЛОСЄВА, Н. М.; КОДІНА ПАСКУАЛЬ, Рузе. Рекреаційна математика у підготовці вчителя початкової школи: досвід факультету освіти університету Барселони. 2022.

75. КОПИТКО, О. В.; ЛОСЄВА, Наталія. Різні аспекти використання інтерактивної дошки на уроках математики у загальноосвітній школі. 2017. С.160-166.

76. ЛОСЄВА, Н. М.; ПУЗИРЬОВ, В. Є.; ТЕРМЕНЖИ, Д. Організація самостійної роботи студента у реаліях дистанційного навчання. 2021. PhD Thesis. Суми: ФОП Цьома СП, 2021. С.154-155.

77. ЛОСЄВА, Н. М. РОЗВИТОК ОСОБИСТОСТІ УЧНЯ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРІЇ. *Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнародний збірник робіт.* Вип. 28. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2007. С.145-148.

78. ЛОСЄВА, Наталія Миколаївна; СТРЕЛЬНИКОВ, Віктор Юрійович. Розвиток готовності педагогічних працівників до самовдосконалення на основі проходження короткотермінових курсів-тренінгів. Імідж сучасного педагога, 2020, 1 (190): 49-53.

79. Лосєва Н.М., Терменжи Д.Є., Баришок М.В. Ігровий компонент відеоуроку як спосіб підвищення пізнавального інтересу учнів. Всеукраїнська конференція «Україна в гуманітарних і соціально-економічних вимірах». Том 2. Дніпро. 2017. С.233-234.

80. ЛОСЄВА, Н. М.; ТЕРМЕНЖИ, Д. Є. Розробка сучасного дистанційного курсу з математики. Матеріали Міжнародної наук.-метод. конференції «Проблеми математичної освіти»(ПМО-2017) Черкаси, 2017, 223-225.
81. ЛОСЄВА, Н. М. Тестування в умовах багатоступеневої підготовки фахівців у вищій школі. Освіта і управління, 2002, 5.4: 150-156.
82. ЛОСЄВА, Наталія. Шкільний підручник допомагає саморозвитку особистості. Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету. Серія: педагогіка, 2002, 6: 35-38.
83. Ляшова Н.М., Ляшов Н.М. Математичні категорії в контексті змісту літературних творів. *Теорія і методика професійної освіти*. 2019. С. 95-99.
84. Прядко Н. О. Формування математичної грамотності учнів старшої школи. Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Педагогічні науки. 2013. Вип. 109. С. 98-100.
85. Семенець С. П.. Задачний підхід до формування навчально-математичної діяльності та розвитку математичних здібностей учнів. Математика в рідній школі. 2016. Вип. 4. С. 14–18.
86. Семеніхіна О. В., Друшляк М. Г. Використання принципу когнітивної візуалізації в навчанні математики. Фізико-математична освіта. 2017. 3 (13).С. 136–140
87. Смалько О. А. Розвиток творчого мислення старшокласників на уроках математики з використанням інформаційних технологій навчання: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02. Київ, 2003. 20 с.
88. Тарасенкова Н. А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики. Черкаси:Відлуння-Плюс, 2002. 400 с.
89. Тарасенкова Н. А. Організація навчання математики у старшій профільній школі : монографія. Черкаси: Видавець ФОП Гордієнко, 2017. 216 с
90. Терепан А. В. Система задач, як засіб формування математичних компетентностей. «Методичний пошук вчителя математики»: збірник наукових праць за матеріалами І Всеукраїнської дистанційної науково-практичної конференції, м. Вінниця, 16 березня 2017 Вінниця: Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, 2017. – С. 332-334.

91. Терепа А. В. Місце і роль математичних компетентностей в професійній діяльності сучасної людини / А. В. Терепа / «Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики» за матеріалами Міжнародної науково-практичної конференції, 30 травня-1 червня 2018 р. Вінниця, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, 2018. – С. 182 – 187.

92. Терменжи Д. Є., Лосєва Н. М., Пузирьов В. Є. Самостійна робота студента в синхронному та асинхронному режимах: особливості організації. Scientific Collection «InterConf», (45): 3th International Scientific and Practical Conference «Scientific Community: Interdisciplinary Research». Hamburg, Germany: Busse Verlag GmbH, 2021. С. 135-142.

93. Топ 10 найрозумніших країн світу. URL: <https://taslife.com.ua/blog/smartestcountries> (дата звернення 14.02.2024)

94. Фролова І. Інноваційні технології викладання математики — в відповідно до концепції «Нова Українська школа». Краматорськ. 2020. 54 с

95. Уроки PISA-2018 / кол. авт.: Васильєва Д. В., Головка М. В., Жук Ю.О., Козленко О. Г., Ляшенко О. І., Науменко С. О., Новосьолова В. І. Інститут педагогіки НАПН України. Київ : Педагогічна думка, 2020. 98 с.

96. Чашечникова О. С., Заєць В. О., Котляр Н. Г. Формування математичної культури учнів в умовах змішаного навчання. Актуальні питання природничо-математичної освіти. 2022. Випуск 2(20) С. 154-162

97. Чашечникова О. С., Чухрай З. Б., Заєць В. О., Котляр Н. Г. Специфіка формування математичної культури учнів в умовах дистанційного навчання. Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ плюс – 2021»: матеріали IV Міжнарод. наук-метод конференції 11-12 лист. 2021. Суми: ФОП Цьома С.П., 2021 С. 178-179.

98. Чашечникова О. С. Концептуальні засади формування і розвитку творчого мислення школярів в ході навчання математики / О. С. Чашечникова. Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. 2013. № 2. С. 141 – 152.

99. Чашечникова О. С. Створення творчого середовища в умовах диференційованого навчання математики: монографія. Суми: Видавництво ПП Вінниченко М. Д., ФОП Литовченко Є. Б., 2011. 412 с.
100. Числові ряди, які пов'язані з параметрами додекаедра/ В. В. Корольський та ін. Вісник міжнародного дослідницького центру «Людина: мова, культура, пізнання»: науковий журнал. Кривий Ріг. 2018. т. 2. С. 39-45.
101. Чому багатьом дітям не подобається математика та як це виправити. URL: <https://life.pravda.com.ua/society/2020/09/7/242229/> (дата звернення 18.02.2024)
102. Шпак С. М. Формування математичних компетентностей в учнів за новими програмами. *Всеукраїнська інтернет-конференція «На урок»*. 2018.
103. Як зробити навчання математики цікавим і продуктивним. URL: <https://nus.org.ua/view/yak-zrobyty-navchannya-matematyky-tsikavym-i-produktyvnym/> (дата звернення 20.10.2024)
104. Bilan I., Nikolaieva O., Losyeva N. Rozwój kompetencji estetycznych uczniów. *Paideia Παιδεία*. Warszawa: Collegium Verum, 2021. №3. P.247-265.
105. Daria Termenzhy, Nataliya Losyeva. Blended Learning In Action: Up-To-Date Teaching Mathematics. Conference Proceedings. Abstracts. X International GUIDE Conference «Optimizing Higher Education for the Professional Student: A balance of flexibility, quality and cultural sensitivity». Vienna, Austria. September 16-18, 2015. P. 35.
106. Expanding the Math Classroom with STEM or STEAM. URL: <https://blog.savvas.com/expanding-the-math-classroom-with-stem-or-steam/> (дата звернення 16.02.2024).
107. How STEAM education develops 21st century skills. URL: <https://www.studyinternational.com/news/steam-education/> (дата звернення 12.02.2024).
108. LOSYEVA, Natalie. Game Frame of Reference as a of Preconditions for Students and Teachers Self-Realization. *Journal of Research in Innovative Teaching*. Publication of National University, 2009, 2.1: 208-217.

109. Losyeva N., Kyrylenko N., Kyrylenko V. Introduction of information communication technologies for the development of creative thinking in future educators in Ukraine. Zeszyty naukowe szkoły Wyzszej Rodzin w Warszawie. Seria Pedagogiczna. Zeszyt 16-17, Numer serii 9-10., Warszawa, 2018. P.121-140.

110. Losyeva N., Puzyrov V. Game technologies of learning: experience of using the «tangram». Матер.конф. «Психолого-педагогічні проблеми вищої і середньої освіти в умовах сучасних викликів: теорія і практика»: матеріали VIII Міжнародної науково-практичної конференції. Харк. нац. пед. ун-т імені ГС Сковороди. Харків. 2024. С.169-175.

111. Nataliya Losyeva, Svitlana Medvedieva, Supporting student development through active and interactive learning methods // Paideia: Szkoła Wyższa Przymierza Rodzin, №1-2019. С. 253-270.

112. Savchenko N. Puzyrov V. Organization of independent work in mathematics in the modern conditions of the information and educational environment. *Scientific Collection «InterConf». Proceedings of the 2nd International Scientific and Practical Conference «Diversity and Inclusion in Scientific Area»*. Warsaw 2023. Poland. P. 159-162.

113. Susan Riley. Особиста сторінка Сьюзен Райлі в міжнародній професійній спільноті LinkedIn. URL: <https://www.linkedin.com/in/susan-riley-78199140> (дата звернення 15.02.2024).

114. What is STEAM Education? URL: <https://educationcloset.com/what-is-steameducation-in-k-12-schools/> (дата звернення 13.02.2024).