Міністерство освіти і науки України

Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя

Навчально-науковий інститут природничо-математичних, медико-біологічних наук та інформаційних технологій

Кафедра інформаційних технологій, фізико-математичних та  
економічних наук

Освітня програма: Середня освіта (Математика)

Спеціальність: 014.04 Середня освіта (Математика)

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**

на здобуття освітнього ступеня *магістр*

**Реалізація культурної складової математичної освіти при викладанні математики учням 11 класу**

студентки **Салій Анастасії Сергіївни**

**Науковий керівник:**  
Пузирьов Володимир Євгенович, професор, доктор фізико-математичних наук

**Рецензенти:**

Віра М.Б., кандидат фізико-математичних наук, доцент,

Бульковська І.Ю., учитель математики, інформатики, спеціаліст II категорії

**Допущено до захисту:** \_\_\_ \_\_\_\_\_ 2024р.

Завідувач кафедри

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**\_\_проф.Казачков І.В.

Ніжин – 2024

**ЗМІСТ**

[ВСТУП 3](#_heading=h.30j0zll)

[РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ КУЛЬТУРНОЇ СКЛАДОВОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ ТА ЇЇ СКЛАДОВІ](#_heading=h.3znysh7) 7

[1.1. Культурна складова математичної освіти як складова загальної культури 7](#_heading=h.2et92p0)

[1.2. Розвиток математичної культури учнів на уроках математики 12](#_heading=h.3dy6vkm)

[1.3. Складові математичної культури 20](#_heading=h.1t3h5sf)

[ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ І 26](#_heading=h.4d34og8)

[РОЗДІЛ 2. ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ ФОРМУВАННЯ КУЛЬТУРНОЇ СКЛАДОВОЇМАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ В 11 КЛАСІ 28](#_heading=h.2s8eyo1)

[2.1. Реалізація концепції компетентнісно орієнтованого навчання в 11 класі у навчальних програмах 28](#_heading=h.17dp8vu)

[2.2. План-конспект уроків алгебри в 11 класі, що реалізують культурну складову математики 33](#_heading=h.3rdcrjn)

[2.2.1. Тема: Повторення і систематизація навчального матеріалу з теми «Похідна» 33](#_heading=h.26in1rg)

[2.2.2. Тема: Основна властивість первісної. Правила знаходження первісних 39](#_heading=h.z337ya)

[2.3. План-конспект уроків геометрії в 11 класі, що реалізують культурну складову математики 45](#_heading=h.3whwml4)

[2.3.1. Тема уроку: Площа сфери 45](#_heading=h.2bn6wsx)

[2.3.2. Тема: Об'єм піраміди. Об’єм конуса 50](#_heading=h.1jlao46)

2.3.3. Тема: Об'єм піраміди……………………………………………… 55

2.3.4. Тема: Правильні многогранники………………………………….60

[2.4. Практичні рекомендації щодо формування культурної складової математичної освіти на уроках математики 69](#_heading=h.2iq8gzs)

[ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ ІІ 79](#_heading=h.3hv69ve)

[ВИСНОВКИ 81](#_heading=h.1x0gk37)

[СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ 85](#_heading=h.4h042r0)

# **ВСТУП**

**Актуальність теми.** Математика є королевою наук. У зв'язку з цим підготовка майбутніх учителів математики повинна розглядатися як цінна передача універсальних і спеціалізованих знань. Кожна країна має власну систему освіти, яка має схожість і відмінності з іншими країнами [1; 65; 34; 42; 15 ]. Завдання кожної школи у світі - навчити дітей бути незалежними та розвивати їхню індивідуальність. Сучасна шкільна математична освіта має на меті виховання компетентної особистості, здатної реалізувати свій потенціал у продуктивній і творчій діяльності в дорослому житті. Формування математичної культури, що включає термінологічну грамотність, обчислювальну культуру та графічну культуру, є одним із засобів реалізації цієї мети шкільної математичної освіти.

Крім того, одним з основних завдань сучасного шкільного курсу математики є забезпечення умов для досягнення кожним учнем практичної компетентності, яка є важливим показником якості математичної освіти. Серед особливостей досягнення учнями практичної компетентності, сформульованих у чинній програмі з математики, є розвиток уміння створювати та використовувати прості математичні моделі (компетентність математичного моделювання).

**Мета і завдання дослідження.** Головною метою дослідження є дослідити особливості реалізації культурної складової математичної освіти при викладанні математики учням 11 класу. Для досягнення поставленої мети в роботі вирішуються такі завдання:

* дослідити культурну складову математичної освіти як складову загальної культури;
* з’ясувати розвиток математичної культури учнів на уроках математики;
* розглянути складові математичної культури;
* проаналізувати особливості реалізації концепції компетентнісно орієнтованого навчання в 11 класі у навчальних програмах;
* представити планів-конспектів уроків з алгебри та геометрії;
* розробити практичні рекомендації щодо формування культурної складової математичної освіти на уроках математики.

**Об'єктом дослідження** є культурна складова математичної освіти.

**Предметом дослідження** є шляхи реалізації культурної складової математичної освіти учнів 11 класів.

**Методи дослідження.** Для досягнення мети і вирішення завдань дослідження використана сукупність методів та прийомів наукового пізнання: аналіз, синтез, логічний і статистичний аналіз, системний підхід, порівняння тощо.

**Наукова новизна і теоретичне значення результатів дослідження.** Було здійснено аналіз реалізації концепції компетентнісно орієнтованого навчання в 11 класі у навчальних програмах, виявлено їхні специфічні особливості, було здійснено характеристику навчального змісту та особливостей його реалізації, розглянуто складові компоненти математичної культури.

**Практичне значення.** Отримані результати сприятимуть майбутньому вивченню шляхів реалізації культурної складової математичної освіти при викладанні математики учням 11 класу. Результати дослідження можуть бути використані в шкільній практиці викладання математики та в наступних дослідженнях науковців, що може слугувати доповненням до їх наукових праць.

**Апробація результатів дослідження.**

Результати дослідження, представлені у магістерській роботі на тему «Реалізація культурної складової математичної освіти при викладанні математики учням 11 класу», були апробовані через публікації наукових статей і тез, а також під час участі в наукових конференціях та публікаціях у спеціалізованих виданнях:

1. Науково-практична конференція SPC “Sci-conf.com.ua”, Львів

У тезах «Математична освіта як складова загальної культури учнів старшої школи» акцентовано увагу на значущості інтеграції культурного аспекту у викладання математики. Зокрема, було наведено приклади задач, які сприяють розвитку загальнокультурної компетентності учнів, що підтверджує необхідність формування культурної складової математичної освіти як частини загальної культури.

2. Студентський науковий журнал “UNIVERSUM”, № 9 (червень 2024)

У статті «Реалізація культурної складової математичної освіти при викладанні математики учням 11 класу» проведено аналіз навчальних програм та методичних підходів до викладання математики. Особливу увагу приділено дослідженню шляхів впровадження культурної складової в освітній процес. Результати довели ефективність використання компетентнісно орієнтованого підходу у формуванні математичної культури.

3. Видавництво НДУ ім. М. Гоголя

У тезах «Сучасні підходи до вивчення математики» розглянуто можливості використання інноваційних методів навчання, які сприяють інтеграції культурної складової у викладання математики. Особливий акцент зроблено на вплив цих методів на загальний розвиток учнів і їхнє розуміння міждисциплінарних зв’язків.

4. Науково-практична конференція SPC “Sci-conf.com.ua”, Львів

У тезах «Саморозвиток учнів 11 класів в процесі реалізації нових підходів до вивчення математики» висвітлено шляхи інтеграції культурних аспектів у навчальний процес. Автором запропоновано методичні підходи, які сприяють формуванню дослідницьких і самостійних навичок учнів, інтегруючи культурні компоненти у зміст уроків.

5. Студентський науковий журнал “UNIVERSUM”, № 14 (листопад 2024)

У статті «Сучасні методи навчання математики в аспекті особистісного саморозвитку учнів» було висвітлено нові підходи до викладання математики в старших класах, що акцентують увагу на використанні STEM-технологій та міждисциплінарної інтеграції. Стаття містить приклади задач і завдань, які стимулюють розвиток критичного мислення, дослідницьких здібностей і культурної компетентності учнів.

Також пройшли апробацію через складання планів-конспектів уроків для учнів 11 класу з алгебри та геометрії, у яких реалізована культурна складова математики,на теми:

1. Повторення і систематизація навчального матеріалу з теми «Похідна».
2. Основна властивість первісної. Правила знаходження первісних.
3. Площа сфери.
4. Об'єм піраміди. Об’єм конуса.
5. Об'єм піраміди.
6. Правильні многогранники.

Таким чином, результати магістерської роботи отримали належну апробацію через публікації та виступи на конференціях, складання планів-конспектів уроків, що підтвердило їхню актуальність та практичну значущість для вдосконалення математичної освіти учнів старшої школи.

**Структура роботи** зумовлена метою і завданнями дослідження, складається зі вступу, трьох розділів, що мають десять підрозділів, висновків до кожного розділу та загальних висновків, списку використаних джерел. Загальний обсяг роботи – 92 сторінки.

# **РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ КУЛЬТУРНОЇ СКЛАДОВОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ ТА ЇЇ СКЛАДОВІ**

# **Культурна складова математичної освіти як складова загальної культури**

За умов реформування на засадах демократизації та гуманізації системи освіти в цілому та математичної освіти зокрема особливого значення набуває розвиток особистості студента. Учені декларують, що навчання у ВНЗ має забезпечити майбутнім фахівцям набуття як професійних компетенцій, так і мета компетенцій, що передбачають уміння й бажання самостійно здобувати знання й ефективно оперувати ними [78; 52; 63; 35; 7].

Спонукальною внутрішньою силою, що спрямовує студентів на активну пізнавальну діяльність, перетворює набуття нових знань на емоційно-позитивний процес є пізнавальний інтерес [22].

Для початку розглянемо поняття «культура». Це поняття дуже багатогранне. За матеріалами енциклопедії сучасної України, культура – це прояв життя людини, що виражається у моделях поведінки, засобах і продуктах діяльності, зокрема ідеях, ідеалах, нормах та цінностях [18].

Вперше це поняття вжив видатний римський мислитель, оратор і державний діяч Цицерон (106-43 рр. до н. е. ). У культурі він вбачав, з одного боку, діяльність по перетворенню природи на благо людини, з іншого ж – засіб удосконалення духовних сил людини, її розуму. Пізніше слово «культура» все частіше починає вживатися як синонім освіченості, вихованості людини, і в саме такому розумінні воно увійшло у всі європейські мови. У середні віки поняття «культура» асоцінюється з міським укладом життя, а пізніше, в епоху Відродження з досканістю людини. У XVII ст. слово «культура» набуває самостійного наукового значення академічної доброчесності [48, с. 144-145].

Культура – все те, що людина створила власним розумом, а не отримала від природи. Культура – це сукупність матеріальних і духовних цінностей, які людство виробило протягом всієї його історії та сам процес творчості. Культура – водночас історично визначений рівень розвитку суспільства, творчих сил і здібностей людини, виражений у матеріальних та духовних цінностях, створених самою людиною [48, с. 144-145].

Таким чином, культура – це процес і результат досягнення людських цілей у природі відповідно до її законів, сфера природного розвитку та олюднення. Вочевидь, це можливо лише в суспільстві та через суспільство. Об’єкт стає об’єктом культури та набуває людської форми саме завдяки поєднанню природного та соціального змісту. Соціальний аспект є невід’ємною складовою предмета культури, визначаючи її якісні характеристики, міру впливу людини на суспільство та рівень гуманізації.

Глибинний зміст філософського розуміння культури полягає в тому, що це поняття відображає людське ставлення до природи, визначає рівень значущості речей та їх здатність ніби випромінювати людський сенс, служити людині як її власне відображення. «Культура є втілення людського ставлення до природи, втілення людяності – універсальності цього ставлення. І міра цієї людяності (універсальності), виявлена у відношенні до природи, є мірою культури, її іманентний критерій, міра відповідності культури своєму власному поняттю людяності (універсальності) ставлення до природи і відповідно до будь-якого визначення самої людини» [50, с. 4].

У сучасній філософії під культурою розуміється історично визначений рівень розвитку суспільства, творчих сил і здібностей людини, виражений у типах і формах організації життя та діяльності людей, їхніх взаєминах, а також у створюваних ними матеріальних і духовних цінностях [45, с. 38].

Зазначають [48, с. 145], що традиційно культуру поділяють на два основні напрями: матеріальний і духовний. Матеріальна культура охоплює сферу виробничої діяльності людини, включаючи предмети побуту, одяг, знаряддя праці. Духовна культура стосується свідомості, моралі, науки, освіти, літератури та мистецтва.

Математика є невід’ємною та надзвичайно важливою складовою культури суспільства. Її вивчення сприяє підвищенню ефективності мислення в різних життєвих ситуаціях і формуванню індивідуального математичного мислення.

Математика — одна з найдавніших наук, яка слугує інструментом пізнання та опису світу. Не через безпосереднє сприйняття матеріальних об'єктів учні пізнають складові блоки культури, а через розумову діяльність з використанням ідеальних моделей, які відображають все історичне людське буття. Математика, яка відображає дійсність через призму понять, символів і знакових систем, слугує універсальною мовою науки та інструментом опису світу.

Математика відображає реальність лише через поняття або символи — математичні, фізичні, хімічні, економетричні тощо; однак ці поняття й символи більше відображають культурно-світоглядне середовище, в якому працює науковець, ніж саму реальність. Математика є не теорією речей чи їхніх відносин, а теорією символів і взаємозв’язків між ними.

Завдяки абстрактній природі математики, отримані результати можуть бути застосовані не лише до вивчення відомих явищ і процесів, але й для дослідження «невідомих» з кардинально іншими фізичними властивостями. Ця властивість дозволяє математиці розробляти загальні правила і методи, що використовуються в інших науках як засоби розпізнавання і вираження в стислій формі кількісних і якісних закономірностей досліджуваних явищ і процесів. Розвиток математичних наук сприяє вдосконаленню та переосмисленню матеріальної культури суспільства, а практична діяльність людини та її результати, своєю чергою, збагачують цю галузь знань.

Математична культура — це рівень сформованості математичного мислення, здатність чітко викладати й обґрунтовувати виконані дії, розуміння математичних понять і операцій, специфічних для цієї науки. Вона також включає усвідомлення можливостей математики для сучасної науки і практики та розуміння внутрішніх зв’язків між різними її розділами. Дійсно, математична культура вважається одним з найважливіших аспектів культурної діяльності в цілому. Як і культура в цілому, вона нерозривно пов'язана із соціальною природою людини, є продуктом її розумових здібностей і виступає як змістовний аспект суб'єкт-об'єктних і суб'єкт-об'єктних відносин, зафіксованих за допомогою різних матеріальних носіїв. При цьому під суб'єктом розуміють людину (або соціальну групу), яка є носієм предметно-практичної діяльності та сприйняття.

У цьому випадку під суб'єктом розуміють людину (або соціальну групу), яка є носієм предметно-практичної діяльності та сприйняття, а під об'єктом - те, на що спрямована діяльність суб'єкта. Без конкретного носія (людини) математична культура стає «мертвою» наукою і перетворюється на чисто інформаційну структуру. Унікальні якості кожної людини як носія цієї культури неминуче впливають на її внутрішнє сприйняття змісту математичного знання.

Перехід від потенційної математичної ситуації до реальної ситуації у різних людей відбувається так само по-різному, як і стиль мислення. Це пов'язано з тим, що деякі люди віддають перевагу певним розділам математики і нехтують іншими, припускаються типових помилок при роботі з математичним матеріалом і використовують свої улюблені прийоми при розв'язуванні задач. На наш погляд, математична освіченість людини проявляється саме в цих сферах.

Параметри математичної культури можна розділити на дві групи відповідно до їх важливості. Перша – формується завдяки математики, використовується у різноманітних видах діяльності та підвищує рівень розвитку. Друга охоплює математичне та професійне мислення, морально-естетичний розвиток, світогляд, а також навички самонавчання, якості розуму (навички рахунку, гнучкість мови, мовне сприйняття, просторова орієнтація в просторі, пам'ять, навички мислення, пізнання інформації та швидкість прийняття рішень).

Щодо компонентів математичної культури, то Г. Пастушок також виділяє три компоненти: матеріальний, духовний, творчі сили і здібності людини.

Математична культура — це інтегральна характеристика особистості фахівця, заснована на математичному пізнанні, володінні математичною мовою та мисленням, яка проявляється в індивідуально-творчому стилі професійної математичної діяльності.

Критеріями сформованості математичної культури є:

• соціальний досвід (знання, уміння, навички);

• цілеспрямованість (переконання, світогляд, ідеали, прагнення);

• творчі здібності.

Серед показників виділяють: знання й уміння застосовувати їх на практиці, способи розв’язання інформаційних задач, інтереси та мотиви математичної діяльності, а також сформованість рефлексивної позиції.

На думку М. В. Третяка [64, c. 228], математична культура особистості є інтегральною характеристикою, що відображає здатність людини на певний момент адекватно сприймати доступну їй математичну складову наукової картини світу. Ця здатність впливає на освітню, професійну та суспільну діяльність особистості, а також формує її морально-етичні та естетичні ідеали.

Третяк у своїй статті [64, c. 228] описує математичну культуру як складну систему взаємопов’язаних якостей, зокрема: математичних знань, умінь і навичок; естетичних уподобань; елементів математичного мовлення; графічної, знаково-символьної культури; культури мислення та комунікації в математиці.

Т. Г. Захарова визначає математичну культуру особистості як професійний компонент загальної професійної культури математика. До її структурних елементів належать: математичні знання, вміння виокремлювати математичну складову серед різноманіття ситуацій у довкіллі, здатність до математичного мислення, використання широкого спектру математичних інструментів, готовність до творчого саморозвитку й рефлексії [43].

Є. О. Лодатко пропонує інше бачення, визначаючи математичну культуру суспільства як складне соціальне явище, що формується під впливом математичних традицій, усталеної системи математичної освіти та наукових досягнень у галузі математики [19, с. 78].

Таким чином, математична культура важлива складова професійно-педагогічної культури, що ґрунтується на об'єднанні та взаємозв'язку загальнокультурного, методологічного та математичного аспектів математичного розвитку особистості вчителя, виступає об'єктом творчо-перетворювальної діяльності та є основою різних видів математичної культури в різних сферах суспільного життя.

# **Розвиток математичної культури учнів на уроках математики**

Сучасна шкільна математична освіта спрямована на виховання компетентної особистості, здатної реалізувати свій потенціал у продуктивній і творчій діяльності в дорослому житті. Формування математичної культури, що включає термінологічну грамотність, обчислювальну культуру та графічну культуру, є одним із засобів реалізації цієї мети. Крім того, однією з головних проблем сучасної шкільної освіти є важливий показник в якості математичної освіти, оскільки різноманітні розумові здібності значним чином залежать від неї й вимірюються шляхом використання засобів тестування [53; 39].

Математична культура завжди пов'язана з певним професійним прошарком суспільства і багато в чому визначається домінуванням цього прошарку в суспільстві. Як суб'єктивну категорію математичну культуру можна розглядати як міру математичного розвитку людини як суб'єкта творчої та перетворювальної діяльності.

У свою чергу, зазначимо, що математична культура сприяє формуванню культурного освітнього середовища, яке включає такі складові: середовище навчання і виховання, середовище навчальної активності, середовище творчості, середовище взаємодії, середовище розвитку і саморозвитку, а також середовище самопізнання і самовдосконалення  [9; 23; 8; 40].

Важливий аспект проблеми формування математичної культури учнів пов'язаний з тим, що математична освіта впливає на формування не лише культури математичної мови, а й мовної культури в цілому. Культура математичної мови характеризується комунікативними якостями взаємопов'язаної математичної мови, а саме: правильністю, точністю, логічністю, ясністю, доступністю, виразністю і доречністю [46]. Правильність, точність, логічність і адекватність є ключовими комунікативними якостями математичної мови. Її основою є правильність, тоді як адекватність виступає показником найвищого рівня математичної культури мови.

У нашій країні базові принципи, цілі, завдання та напрями розвитку математичної освіти визначені в Концепції розвитку математичної освіти в Україні. У ній виокремлено три основні групи проблем сучасної математичної освіти:

1. Мотиваційні проблеми: низька зацікавленість учнів через недооцінку значущості математичної освіти, перевантаження програм, застарілий зміст навчальних матеріалів та методик.

2. Змістові проблеми: відсутність диференціації у програмах, методичних та оцінювальних матеріалах для різних груп учнів, що знижує ефективність навчання.

3. Кадрові проблеми: нестача кваліфікованих педагогів, здатних викладати математику з урахуванням інтересів та потреб різних груп учнів.

Для подолання цих проблем Концепція визначає такі завдання: модернізація змісту навчальних програм, усунення прогалин у базових знаннях учнів, створення доступних інформаційних ресурсів, підвищення якості підготовки вчителів, підтримка лідерів у сфері математичної освіти; забезпечення умов для розвитку та застосування талановитими учнями високих математичних здібностей популяризація математичних знань та математичної освіти.

Існує кілька проблем у розвитку математичної культури школярів. Однією з них є відсутність навчальних завдань для формування та закріплення математичних навичок. Таке завдання можна виконати в межах дистанційних занять, самостійної роботи в класі та поза ним, інтегрувавши мобільні додатки та сервіси в методику викладання [69; 52; 27; 21].

Мобільний додаток або сервіс бере на себе частину алгоритмічних функцій викладача при перевірці величезної кількості завдань, а навчання стає інтерактивним. Освітній потенціал використання мобільних додатків і сервісів у навчанні математики в старшій школі потребує дослідження.

Проте, розгляд математичної культури учнів як педагогічного феномену вимагає інтеграції знань з різних наук, таких як філософія, математика, культурологія, психологія та педагогіка. Міждисциплінарний контекст математичної освіти є вельми важливим, як стверджують науковці [10; 75]. Саме тому, що математична культура є феномен, ймовірно, і напевно це важко описати на концептуальному рівні.

Формування та розвиток математичної культури можна ефективно реалізувати через навчання математичних доведень. Сучасний шкільний курс математики, особливо геометрії, надає учням базові логічні знання, що сприяють закладанню основ логічної культури. У рамках шкільного курсу математики можна виділити кілька ключових елементів математичної культури: алгоритмічну, логічну, графічну, культуру перетворень, креслення, обчислювальну культуру та математичну мову.

Основою для розвитку математичної культури є математичні здібності учня. Вони визначаються як здатність формувати узагальнені, стислі, гнучкі й зворотні асоціації та їхні системи на основі математичного матеріалу. Ці здібності також розглядаються як індивідуально-психологічні характеристики, що сприяють високій продуктивності математичної діяльності, дають змогу знаходити нестандартні шляхи вирішення задач і створювати якісно нові продукти інтелектуальної діяльності.

В. А. Крутецький [17] виділяє серед математичних здібностей такі компоненти:

• гнучкість мислення,

• здатність переходити від прямого до зворотного ходу думки,

• вміння оперувати числами та математичною символікою,

• логічне мислення,

• здатність до узагальнення та систематизації.

Основою формування математичної культури є математичні здібності учня. Математичні здібності − це здатність утворювати на математичному матеріалі узагальнені, згорнуті, гнучкі й обернені асоціації та їх системи. Математичні здібності також розглядаються як індивідуально-психологічні особливості людини, що сприяють більш високій продуктивності її математичної діяльності, дозволяють використовувати в ході цієї діяльності нестандартні шляхи і методи, створюючи в результаті порівняно новий (або якісно новий) продукт розумової математичної діяльності.

Сформулюємо принципи розвитку математичної культури в учнів на уроках математики:

1. Використання комбiнованих, нестандартних завдань, направлених на повторення вже пройденого матерiалу i закрiплення матерiалу, що вивчається. Завдання такого типу повиннi активiзувати пізнавальну активність учнiв, навчити їх нестандартно мислити, дивитися на задачу глобально, привчити розбивати задачу на елементарні пiдзадачi.

2. Використання математичного диктанту як обов’язкового етапу уроку. Математичний диктант кожного уроку можливо та необхiдно робити якісно рiзним. Це обумовлено тим, що даний етап уроку може бути направлений на розвиток логiчної культури (логічні задачi), розвиток математичного мовлення (правопис термiнiв), розвиток обчислювальної культури (завдання на обчислення), графiчної культури (вiдшукання точок за графiком, робота з таблицями).

3. Постiйне удосконалення обчислювальної техніки учнів впродовж усього термiну їх навчання. Часто учням основної школи важко iнтерпритувати числову iнформацiю в рiзних формах.

4. Використання між предметних зв’язкiв на уроках алгебри. Корисно пропонувати учням завдання, якi перетинаються з iншими предметами. Можна запропонувати задачi з фізичним змiстом. Такi завдання повиннi допомогти зацiкавити дiтей у вивченнi математики та інших предметiв, показати прикладну сторону предмету, розвити математичну та алгоритмiчну мову.

5. Cистематизацiя та узагальнення знань учнiв. Один з важливих принципiв формування математичної культури учня – це формування у нього цiлiсної уяви про предмет математики та весь вивчає мий матерiал. Учень повинен мати цiлiсне уявлення з кожної змістовної лiнiї, яку вiн вивчав (числову, тотожнi перетворення), а не окремi знання, якi не перетинаються один з одним. Формуванню обчислювальної культури учнів в умовах дистанційної освіти сприяє використання тренажерів, використання симуляторів, відео-уроків тощо [2; 38; 73; 80].

Зокрема, популярності набула онлайн-олімпіада з усної математики: прангліміне, організована на освітньому сайті «Міксіке». Однак деяких учнів цього покоління потрібно мотивувати до використання таких цікавих методів для покращення своїх обчислювальних навичок. Тому корисно давати завдання на усні обчислення на різних етапах дистанційного навчання. Це пов'язано з тим, що в іншому випадку з віком відбувається регрес у розвитку обчислювальних навичок. На сайті також є завдання, спрямовані на розвиток графічної грамотності. Звичайно, сучасні інструменти та комп'ютерні креслярські програми можуть бути корисними та заощаджувати час, але перед тим, як почати ними користуватися, бажано повністю зрозуміти функціональність власне креслярських інструментів та розвинути навички їх використання для розв'язування задач. Цей сайт містить не лише демонстрації виконання завдань з креслення (графіків, рисунків), а й навчальні відео, спрямовані на заохочення студентів до виконання відповідних навчальних завдань.

Таким чином, більшість українських учнів вважають, що математика – це монотонна підготовка до іспитів та безглузде запам'ятовування великої кількості формул і теорем. Завдання розвитку математичної культури учнів включають: навчання цінувати математику як науку та навчальну дисципліну, вдосконалення навичок розв’язування математичних задач і проблем, а також розвиток комунікативних здібностей учнів. Важливо щорічно організовувати в школах тижні, присвячені точним наукам. Оскільки математика, фізика та інформатика тісно взаємопов’язані, такі тижні є більш цікавими, ніж ті, що присвячені лише математиці. У ході цих заходів залучаються учні з різними художніми, артистичними та музичними талантами. Художники можуть брати участь у конкурсі на оформлення стіннівок або створення емблем для змагань. Акторські, музичні та вокальні здібності допомагають додати емоційності і оживити математичний процес. Проведення вечорів, конкурсів, змагань і вікторин дає учням можливість проявити себе з різних боків, знайти своє “інше” я та одночасно вчитися працювати в команді, співпереживати. Найважливіше, що така діяльність приносить позитивні емоції, відчуття радості перемоги та подолання власної нерішучості та невпевненості.

Інтегровані уроки з математики дають можливість продемонструвати, як математика застосовується в різних сферах, зокрема в мистецтві та культурному розвитку суспільства. Наприклад, під час вивчення пропорцій, геометричних фігур і тіл можна звертатися до досягнень в архітектурі, скульптурі, живопису та музиці. Багато українських педагогів приділяють значну увагу цим аспектам у своїх дослідженнях [6; 24; 36].

Музика також чудово поєднується з вивченням теми звичайних дробів. А під час вивчення логарифмів можна використовувати той факт, що клавіші рояля розташовані відповідно до логарифмічної послідовності.

Відомо, що митці Леонардо да Вінчі та Моріц Ешер часто застосовували геометричні розрахунки у своїх роботах. Леонардо да Вінчі використовував геометричні елементи в образотворчому мистецтві, розробив математичні принципи передачі об’ємності реальних об’єктів на площину і підходив до живопису з точки зору суворих геометричних вимог, підкреслюючи, що гармонія ґрунтується на пропорціях, мірі та числі.

У першій половині ХХ століття в образотворчому мистецтві широко застосовувався кубізм, модерністська течія, яку французький критик Л. Восель вперше назвав у 1908 році як глузливе прізвисько для художників, які зображують предметний світ через поєднання геометричних фігур (кубів, куль, циліндрів, конусів).

Генрі Спенсер Мур, відомий скульптор ХХ століття, описував свою скульптуру 1938 року «Струнна мати з дитям»: «Без сумніву, джерелом моїх струнних фігур був Науковий Музей… Я був захоплений побаченими в ньому математичними моделями… Мене вразила не тільки сама наука, але й здатність побачити через решітку, як через пташину клітку, іншу форму всередині».

Відомий нідерландський художник-графік М. К. Ешер працював у жанрі концептуальних літографій, гравюр на дереві та металі, в яких він майстерно досліджував пластичні аспекти понять нескінченності та симетрії, а також психологічне сприйняття складних тривимірних об’єктів. У своїй роботі «Скетчі Альгамбри» Ешер продемонстрував, що мистецтво можна створювати за допомогою правильних многокутників, таких як трикутники, квадрати та шестикутники. Він також застосовував неправильні многокутники для поділу площини, часто використовуючи осьову симетрію та паралельне перенесення для створення додаткових орнаментів. Відома його робота «Підйом та спуск» («Ascending and Descending»), яка базується на концепції «неможливого трикутника», розробленого лікарем Лайонелом Пенроузом та його сином-математиком Роджером. М. К. Ешер також особливо цікавився п’ятьма многогранниками, які часто з’являються в його роботах.

У 1949 році американська ткаля Ада Дітц опублікувала монографію «Algebraic Expressions in Handwoven Textiles» (Алгебраїчні вирази в текстилі ручної роботи), в якій вона визначила ткацькі орнаменти, ґрунтуючись на розширенні багатовимірного многочлена.

Таким чином, вчитель математики має бути висококваліфікованим, володіти глибокими знаннями про застосування математики, вміти організовувати захоплюючий процес вирішення математичних задач та вірити в потенціал математичних занять для розвитку творчої особистості. Такий учитель повинен не тільки володіти методами розвитку критичного та творчого мислення учнів, а й створювати власні технології для цього процесу [66; 20; 12; 41; 56].

# **Складові математичної культури**

Математика відкриває широкі можливості для розвитку логічного мислення, алгоритмічної культури та вміння моделювати ситуації. Зокрема, математичне моделювання широко використовується для розв'язання задач у різних галузях, включаючи науку, економіку та виробництво. Це також відображено в програмі з математики в загальноосвітніх школах. Саме тому вкрай важливо приділяти увагу формуванню математичної культури учнів та розвитку математичної грамотності в процесі викладання математики в школах.

Складовими математичної грамотності є:

− термінологічна грамотність;

− правильна математична мова (усна та письмова);

− обчислювальна та графічна культура.

Математична грамотність визначається як здатність правильно використовувати математичні терміни, а також мати необхідні знання та інформацію для вирішення завдань у конкретній предметній області. За словами О.С. Чашечникової, це поняття повинно включати не тільки термінологічну грамотність, але й вміння правильно застосовувати математичну мову (як усно, так і письмово), а також обчислювальні та графічні навички [68; 69].

При формуванні математичної грамотності та математичної компетентності відбувається інтенсифікація інтелектуальних практик, а сама інтелектуальна діяльність стає на шлях активного споживання наукового знання, звільняючись від рутинних математичних операцій. Білюнас підкреслив особливу роль математики як найважливішого засобу збереження інтелектуальної культури суспільства, наступності знань та суттєвого чинника комунікативного розвитку людини.

Складовими математичної грамотності є математична грамотність, знання математичних методів та вміння їх застосовувати, а також набуття навичок математичного моделювання (особливо в процесі розв'язування прикладних задач). Зупинимося тут на питанні математичної грамотності, оскільки нам імпонує визначення математичної грамотності С. Березина. Математична грамотність – це здатність правильно застосовувати математичні терміни і використовувати математичні знання та інформацію, необхідні для роботи (розв'язування задач) у певній предметній галузі.

Для розвитку грамотної математичної мови рекомендується стежити не лише за правильністю розв'язування задач, логічними міркуваннями та доказовістю аргументації, але й за правильністю вживання термінів, використанням термінологічного наголосу, перехідністю числівників та правильними відношеннями між іменниками та числівниками.

Математична грамотність, зокрема її складова – «обчислювальна культура» - вимагає розвитку усних обчислювальних навичок, усної практики та різних форм усних обчислень на різних етапах навчання (актуалізація опорних знань, розпізнавання і свідоме розуміння матеріалу та застосування набутих знань):

- Усні обчислення без запису (швидкий рахунок на слух, зазвичай спереду);

- Усні обчислення (запитання та відповіді); математичний диктант (розпізнавання завдань на слух і запис лише вихідних даних або відповідей);

- Усні обчислення і попередній запис рухових дій (візуальне розпізнавання записаних рухів);

- Усні обчислення (складена форма обчислення), фіксація проміжних результатів обчислення;

- Усне розв'язування задач;

- Індивідуальні завдання.

Дійсно, математична грамотність – це здатність формулювати, застосовувати та інтерпретувати математику в різних ситуаціях. Вона передбачає використання математичних міркувань і математичних понять, процедур, фактів та інструментів для опису, пояснення та прогнозування явищ і подій. Розуміння ролі математики у світі допомагає учням приймати обґрунтовані судження та рішення, необхідні для того, щоб бути конструктивними, проактивними та мислячими громадянами.

У дослідженні PISA визначено декілька рівнів розвитку математичної грамотності:

1 рівень – низький рівень елементарних знань та невелика ймовірність успішного виконання завдань;

2 рівень – пороговий, при досягненні якого учні починають демонструвати набуті знання та уміння у найпростіших не навчальних ситуаціях;

3-4 рівень – здатність використовувати наявні знання та вміння для отримання нової інформації;

5-6 рівень – вміння мислити, аналізувати та висувати власні гіпотези та використовувати наявні знання для розв’язання життєвих завдань [71; 78; 80].

Ще однією складовою математичної культури є математичне моделювання. Математичне моделювання — це метод дослідження різних процесів і явищ через створення їх математичних моделей та подальше дослідження цих моделей.

У більш вузькому розумінні, це опис реальних фізичних, хімічних, технічних, біологічних, економічних та інших процесів за допомогою рівнянь та нерівностей. Для застосування математичних методів в аналізі та синтезі процесів необхідно вміти описувати ці процеси математично, тобто через рівняння та нерівності. Як методологія наукових досліджень, математичне моделювання об’єднує досвід різних наук, пов’язаних з природою і суспільством, а також прикладної математики, інформатики та системного програмування для вирішення основних проблем.

У загальному розумінні, математичне моделювання — це заміна дій з реальними об’єктами діями з їх образами, моделями, муляжами, макетами чи схемами.

Моделювання виконує наступні функції, функція оволодіння методами формування, розвитку та пізнання систем; моделювання є засобом створення проблемних ситуацій та формування математичних знань. Включення моделювання в навчальний процес дозволило раціоналізувати його і водночас активізувати пізнавальну діяльність учнів.

Таким чином, під час вивчення математики доцільно впроваджувати поняття математичної моделі для найпростіших об’єктів, предметів та процесів, набуваючи навичок виявляти за ними їх математичні моделі. Зі збільшенням складності об’єктів і явищ, що вивчаються, також ускладнюються відповідні математичні моделі.

Отже, для ефективного використання математичного моделювання для вирішення практичних завдань студенти повинні вміти:

- ідентифікувати множину елементів системи та визначати їхні властивості;

- визначати зовнішні умови, в яких знаходяться об'єкти моделювання, та характеризувати їх певними величинами

- знаходити зв'язки та відношення між елементами системи та записувати їх у математичній формі

- виявлення зв'язків, що утворюють систему, та їх математичне вираження;

- вибрати критерії оцінки повноти математичної моделі;

- реалізувати ієрархічний метод створення математичних моделей.

Основний сучасний орієнтир освіти – виховати вільну і відповідальну особистість, яка прагне саморозвитку, творчо ставиться до своєї справи і до світу в цілому. Однією з цілей вивчення геометрії є розвиток у внутрішній гармонії мислення, почуттів і волі учнів, щоб випускник школи, увійшовши в доросле життя, був здатний саморозвиватися, перетворювати навколишній світ, зважено приймати обґрунтовані рішення [76; 72].

Варто зазначити, сучасна загальноосвітня школа повинна бути місцем набуття підлітками компетентностей. Компетентність є інтегрованою характеристикою якості особистості як суб’єкта діяльності в певній галузі (сфері виробництва).

Дійсно, математична компетентність включає математичні знання, навички, вміння та вільне володіння способами здійснення діяльності.

До зовнішніх проявів математичної компетентності належать математичне моделювання, логіко-математичні навички, самоствердження в процесі навчально-математичної діяльності. До внутрішніх проявів належать цінність математики для учня, здатність учня до самооцінки математичної діяльності, розвиток математичної компетентності, психолого-педагогічні передумови – враховуються як зовнішні, так і внутрішні прояви математичної компетентності [55; 47; 49].

Ключовою умовою розвитку математичної компетентності є формування в учнів позитивних мотивів до навчання. Таке ставлення до навчання в підлітків формується, коли матеріал відповідає їхнім пізнавальним інтересам. Пізнавальний інтерес — це емоційно усвідомлене, вибіркове спрямування особистості на певний предмет і діяльність, що викликає внутрішнє задоволення від результатів цієї діяльності [26; 58; 57; 33; 74].

Однією з передумов розвитку математичної компетентності є сформованість у учнів змістово-операційної сфери діяльності. Це вимагає від вчителя постійного формування у учнів розумових дій, прийомів мислення, а також навчання методів доведення та вирішення задач, зокрема компетентнісних.

Крім того, важливо розвивати навички навчальної діяльності, прийоми самоконтролю та корекції власної роботи. Для молодших школярів важливою передумовою розвитку математичної компетентності є впровадження в навчальний процес дедуктивних форм мислення, які відповідають суті математики. Дедукція - це форма мислення, яка здійснює перехід від відомих загальних тверджень до менш загальних або конкретних тверджень [59; 54; 61; 60].

Безумовно, неминучою умовою формування математичної компетентності є забезпечення навчального процесу відповідними технологіями. Це реалізується через використання сучасних навчальних технологій, які створюють необхідне інформаційне середовище для активної педагогічної взаємодії між викладачем і учнем. Структура дидактичного комплексу визначається цілями навчання, поставленими завданнями та обраними методами, що є основою технології навчання.

Наступною умовою є професійна компетентність учителя математики, яка, розуміється як риса характеру, що виявляється в умінні навчати та в єдності теоретичної і практичної підготовки вчителя математики, єдність теоретичної та практичної підготовленості вчителя, здатність здійснювати педагогічну діяльність, ефективно діяти та ефективно вирішувати стандартні та проблемні ситуації, що виникають у педагогічній діяльності [32; 11; 16].

Сучасна педагогіка надає вчителям математики різноманітні методи та інструменти, які при правильному та вмілому поєднанні можуть зробити багато для мотивації учнів до вивчення математики в школах. При позитивному ставленні до навчання навіть учні з низькими математичними здібностями можуть досягти успіху в математиці, доклавши зусиль [4; 44].

Таким чином, до психолого-педагогічних передумов, що сприяють розвитку математичної компетентності, у даному дослідженні віднесено орієнтацію на процес навчання, формування позитивного ставлення до навчання, пріоритет розвивальних функцій навчання, спрямованість на розвиток математичної компетентності, організація цілісної педагогіко-математичної діяльності, професійна компетентність учителів математики їх прагнення до самовдосконалення.

**ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ І**

Математика є однією з найдавніших наук і засобом сприйняття та опису світу. Не через безпосереднє сприйняття матеріальних об'єктів учні пізнають складові блоки культури, а через розумову діяльність з використанням ідеальних моделей, які відображають все історичне людське буття. Математика, яка відображає дійсність через призму понять, символів і знакових систем, слугує універсальною мовою науки та інструментом опису світу.

Математика є тим предметом, який надає великі можливості для розвитку логічного мислення, алгоритмічної культури та навичок моделювання ситуацій. Зокрема, математичне моделювання широко використовується для розв'язання задач у різних галузях, включаючи науку, економіку та виробництво. Це також відображено в програмі з математики в загальноосвітніх школах. Саме тому вкрай важливо приділяти увагу формуванню математичної культури учнів та розвитку математичної грамотності в процесі викладання математики в школах.

Математична грамотність включає в себе вміння правильно застосовувати математичні терміни та володіння необхідними знаннями для вирішення проблем у певній предметній галузі. Однак, на нашу думку, це поняття повинно охоплювати не лише термінологічну грамотність, а й правильне використання математичної мови (усної та письмової), а також обчислювальну і графічну культуру.

Культура мови виконує регулювальну функцію, оскільки вона сприяє стабільності та узгодженості мови, водночас оновлюючи та живлячи її. Таким чином, культура мови є галуззю знань, яка вивчає нормативність мови та її відповідність вимогам суспільства, а також здатність особи вільно використовувати різні функціональні стилі.

Під час навчання математики формується специфічний стиль мислення людини, математична культура, математична грамотність. Математична культура є складовою частиною загальнолюдської культури. Термін «математична культура» використовується для позначення того, як індивід взаємодіє з математичними знаннями та як математика може впливати на формування структури і внутрішнього світу особистості.

Математична компетентність передбачає глибоке розуміння основних математичних концепцій, таких як числа, функції, геометричні форми та їх властивості. Це знання є основою для розв'язання складніших задач і застосування математики в різних контекстах. Важливо, щоб учні могли ефективно застосовувати математичні методи для розв'язання як стандартних, так і нестандартних проблем. Це включає вміння вибирати відповідні стратегії, аналізувати умови задачі і адаптувати свої рішення до нових ситуацій. Математична компетентність також передбачає розвиток критичного мислення. Учні повинні вміти аргументувати свої рішення, перевіряти їх коректність і пояснювати свої міркування. Це важливо для розуміння і перевірки математичних доведень і результатів.

Включення естетичних і культурних аспектів у навчання математики може підвищити інтерес і мотивацію учнів, демонструючи, як математика взаємодіє з іншими дисциплінами. Дослідження естетичних і культурних аспектів математики сприяє розвитку критичного мислення і творчих навичок, допомагаючи учням краще розуміти і застосовувати математичні концепції в різних контекстах. Таким чином, естетична та культурна складова математики не лише збагачує навчальний процес, але й допомагає краще усвідомити її роль у розвитку людської культури і мистецтва.

# **РОЗДІЛ 2. ШЛЯХИ ТА ЗАСОБИ ФОРМУВАННЯ КУЛЬТУРНОЇ СКЛАДОВОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 11 КЛАСІ**

# **2.1. Реалізація концепції компетентнісно орієнтованого навчання в 11 класі у навчальних програмах**

Компетентнісний підхід орієнтує освітній процес на досягнення результатів, які ієрархічно підпорядковані ключовим компетентностям, загальнопредметним і предметним (галузевим) компетентностям.

Компетентнісний підхід сприяє формуванню ключових і предметних компетентностей. Компетентність - це суспільно визнаний рівень знань, умінь, навичок, здатностей і ставлень у певній галузі людської діяльності.

Математична компетентність (як предметна) – це здатність використовувати математику в повсякденному житті, розуміти зміст і методи математичного моделювання, створювати математичні моделі, здійснювати дослідження за допомогою математичних методів, інтерпретувати результати та оцінювати похибки в обчисленнях. Процедурна - здатність розв'язувати типові математичні задачі; логічна - володіння дедуктивними методами доведення та спростування тверджень; технічна - володіння сучасними інформаційно-комунікаційними технологіями підтримки математичної діяльності; дослідницька - володіння застосуванням математичних методів для дослідження проблем суспільного та особистісного значення; методологічна - здатність розв'язувати проблеми особистісного та суспільного значення.

Математична компетентність - це інтегрована сукупність особистісних якостей, що ґрунтуються на базових математичних знаннях, практичних уміннях і навичках, які свідчать про готовність і здатність студента здійснювати професійну діяльність [3; 62; 14].

Математична компетентність - це системна характеристика особистості суб'єкта, що характеризується глибокою обізнаністю в предметній галузі знань, особистим досвідом суб'єкта, відкритістю до динамічного підкріплення, спрямованого на його світогляд у роботі та здатністю досягати значних результатів і якості в математичній діяльності.

Математична компетентність – це комплексна характеристика особистості, що проявляється у володінні глибокими та міцними знаннями з математики, вмінні застосовувати ці знання в нових ситуаціях, здатності досягати значущих якісних результатів і підвищувати ефективність діяльності.

Ціннісно-мотиваційні (аксіологічні) елементи включають ставлення учнів до інформації, пізнавальну активність, ініціативність, відповідальність, мотивацію до підвищення результативності своєї діяльності.

Мотиваційні елементи мають пробуджувати і закріплювати в учнів стійке позитивне ставлення до навчальної діяльності, викликати допитливість і пізнавальний інтерес, закріплювати особистісно значущий сенс навчальної поведінки, формувати в учнів внутрішнє прагнення до самостійного навчання. Проявами такої сформованості в учнів можуть бути такі характеристики діяльності:

1) вміння визначати мету діяльності (вміння ставити цілі та зосереджуватися на їх досягненні);

2) здатність самостійно приймати рішення

3) схильність перевіряти й оцінювати результати діяльності та співвідносити їх з поставленими цілями і власним життєвим досвідом

4) допитливість та пізнавальний інтерес

5) потреба самостійно досліджувати та здобувати нові знання

6) здатність емоційно захоплюватися математичними об'єктами, задачами, розв'язаннями, міркуваннями та математичною творчістю.

Навчально-пізнавальний (когнітивний) компонент охоплює різні методи організації та виконання навчальної діяльності учнем на різних рівнях пізнавальної самостійності (репродуктивному, частково-пошуковому, творчому), які є необхідними для подальшого навчання в галузі базових математичних знань, умінь, навичок і способів діяльності, достатніх для вивчення відповідних предметів на сучасному рівні (умінь, дій, операції та пізнавальні процеси) включено. Іншими словами, випускники повинні

1) володіти практичними прийомами обчислень з розумним поєднанням усних, письмових та інструментальних обчислень (точних і наближених)

2) володіти прийомами ідентифікаційних перетворень рівнянь, алгебраїчних та трансцендентних рівнянь і вільно застосовувати набуті навички в процесі розв'язування задач; та

3) вміє користуватися математичними формулами та може самостійно виводити формули залежностей між величинами

4) самостійно здійснює алгоритмічні та евристичні дії з використанням математичного матеріалу, перевіряє та оцінює результати цих дій.

Інтелектуальний компонент. Невід'ємними якостями інтелекту людини є логічне мислення (чітка послідовність умовиводів, які враховують усі суттєві аспекти досліджуваного предмета і всі можливі взаємозв'язки), доказові навички (вміння в потрібний момент використовувати факти і закономірності, які дають впевненість у правильності судження або висновку) та критичні навички (вміння оцінювати результати розумової діяльності та піддавати їх критичному аналізу), здатності піддавати їх критичному аналізу).

Світоглядний компонент. Світоглядний компонент результатів навчання математики стосується системи основних математичних понять, математичної мови як засобу вираження математичних законів, закономірностей тощо, а також уявлень учнів про математику як форму опису і метод пізнання дійсності. Таким чином, компетентнісний підхід не заперечує важливості знань, але його основна суть полягає в тому, що (на відміну від традиційного підходу, орієнтованого на знання як мету) знання розглядаються не як самоціль, а як засіб розвитку та виховання особистості учня [31]. Викладаються тільки ті знання, які мають особистісну цінність для учня. Отже, акцент у визначенні цілей компетентнісного навчання зміщується з того, що хоче досягти вчитель, на те, що необхідно учням.

Основною метою освітньої галузі “Математика”, відповідно до Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти, є «формування математичної компетентності учнів на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному суспільстві; успішне засвоєння знань з інших освітніх галузей у процесі навчання; забезпечення інтелектуального розвитку учнів; розвиток уваги, пам’яті, логіки, мислення та інтуїції» [78].

Впровадження компетентнісного підходу до навчання, зокрема в математиці, вимагає зміни орієнтації навчального процесу від традиційного накопичення інформації, засвоєння нормативно визначених знань, умінь і навичок до розвитку здатності учнів діяти самостійно, застосовуючи свій індивідуальний позитивний досвід і досягнення в нестандартних, творчих і життєвих ситуаціях. Необхідне зміщення акцентів на формування та розвиток ключових компетентностей, тобто таких, які необхідні в соціальному житті та у світі, що швидко змінюється.

Методична модель формування математичної компетентності в учнів основної школи базується на активізації мотивації до математичної діяльності, усвідомленні змістових аспектів математичної діяльності, а також поетапному введенні знань про математичні моделі реальних об’єктів (процесів і явищ), їх різновиди та класифікації на уроках математики та на уроках відповідних предметів, а також Забезпечує цілеспрямований розвиток компетентностей з моделювання.

Важливим поняттям в організації навчального процесу є поняття "методична система", яка в класичному трактуванні є сукупністю взаємозалежних компонентів: змісту, методів, засобів, форм організації навчання, очікуваних результатів та їх оцінювання.

З точки зору компетентнісного підходу до організації освітнього процесу зміст математичної освіти має бути спрямований на досягнення таких основних цілей

- формування типів мислення, характерних для інтелектуального розвитку учнів, математичної діяльності та необхідних людині для повноцінного життя в суспільстві;

- оволодіння методами математичної діяльності, необхідними для вивчення відповідних предметів для подальшого навчання та практичної діяльності;

- формування уявлень про математику як описовий вид діяльності та метод пізнання;

- виховання учнів у процесі навчання математики;

- формування позитивного ставлення та інтересу до математики.

Сутнісні умови організації процесу навчання математики, побудованого на компетентнісному підході, пов’язані з змістовим компонентом навчання та включають: орієнтацію на суб’єктивний досвід учнів при відборі завдань; застосування відкритих (з невизначеним результатом) і закритих (із заздалегідь визначеною відповіддю) завдань; використання практично-орієнтованих ситуацій для постановки проблеми та її вирішення; застосування завдань з надлишковою або недостатньою інформацією для розвитку в учнів навичок роботи в умовах невизначеності.

Об'єктами оцінювання в компетентнісному підході є

- знання, уміння, навички та способи діяльності (предметні результати) стосовно конкретного предметного змісту

- здатність учнів застосовувати знання, уміння, навички та способи діяльності для розв'язання проблем, пов'язаних із певним колом (або всіма) навчальних предметів і реальних (життєвих) ситуацій (загальнонавчальні результати);

- емоційне ставлення учня до предмета навчальної діяльності, сукупність ціннісних орієнтацій, мотивація, інтерес і готовність до навчання (особистісні результати).

Рівні математичної компетентності

- Перший (репродуктивний рівень): стандартні прийоми, відомі алгоритми, безпосереднє застосування технічних навичок у знайомих ситуаціях, використання стандартних і знайомих формул і рівнянь, безпосереднє застосування математичних властивостей об'єкта вивчення.

- Другий (кон'юнктивний рівень) ґрунтується на повторюваних діях з розв'язання проблем, які не є типовими, але знайомі учням або дещо виходять за межі відомих проблем.

- Третій рівень (рівень міркувань) розглядається як розвиток попереднього рівня. Розв’язання задач на цьому рівні потребує інтуїції, критичного мислення та творчого підходу у виборі математичних інструментів, а також самостійної розробки алгоритмів дій.

Тому необхідно ввести це поняття в навчальні програми та підручники:

1. учні повинні вміти застосовувати математичні знання в реальних життєвих ситуаціях

2. підручники та навчальні програми повинні враховувати розвиток ключових компетентностей учнів.

Методи, які мають бути впроваджені на уроках математики: вчителі мають використовувати методи і прийоми, спрямовані на розвиток ключових компетентностей учнів.

**2.2. План-конспект уроків алгебри в 11 класі, що реалізують культурну складову математики**

**2.2.1. Тема: Повторення і систематизація навчального матеріалу з теми «Похідна»**

**Мета:**

- навчальна: узагальнення та систематизація знань, умінь та навичок учнів з теми;

- розвивальна: розвиток творчих здібностей, уваги та пам’яті, вміння розподіляти час при самостійній роботі;

- виховна: виховувати прагнення до поглиблення та удосконалення знань; впевнено себе почувати під час ДПА та ЗНО, де досить легкі у розв’язанні задачі відрізняються нестандартним змістом.

**Тип уроку:** узагальнення і систематизація знань.

**Обладнання:** роздатковий матеріал, комп'ютер, проектор, «Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики 11 клас» авт. Мерзляк А.Г., Полонський В.Г., Якір М.С.

**Хід уроку**

***І. Організаційний етап***

Перевірка готовності до уроку, перевірка присутніх. Оголошення теми та мети уроку. Кожен учень отримує оціночний бланк, у якому буде реєструватися його робота на уроці за видами робіт.

***ІІ. Актуалізація опорних знань***

Усне (фронтальне) опитування учнів:

1. Сформулюйте визначення похідної функції в даній точці.

2. Як виглядає рівняння дотичної до графіка функції *f(x)* у точці *х0*?

3. Сформулюйте теорему про похідну суми двох функцій.

4. Як знайти похідну добутку двох функцій?

5. Як обчислюється похідна частки двох функцій?

6. У чому полягає геометричний зміст похідної?

7. У чому полягає фізичний зміст похідної?

Уявіть собі, що ви їдете на автомобілі. Ваша швидкість у певний момент часу є похідною від пройденого шляху. Якщо ви швидко рухаєтеся, це означає, що ви збільшуєте відстань між двома точками швидше, а отже, похідна в цей момент велика. Якщо ви зупиняєтеся, похідна дорівнює нулю. Також можете уявити, що ви йдете по гірській дорозі. Нахил дороги в будь-який момент є похідною від відстані, яку ви пройшли. Якщо дорога крута, то похідна велика, а якщо дорога рівна – похідна близька до нуля.

Робота з карткою формул:

Учням видаються картки з таблицею формул похідних. Кожен учень вписує своє прізвище та обирає правильні формули серед запропонованих, позначаючи їх кружечком. Після завершення роботи картки здаються вчителю, який оцінює виконання: за кожну правильну відповідь учень отримує 1 бал.

***ІІІ. Розв’язування вправ і задач***

*Групова робота.* Учні поділяються на 2 групи (по 4-5 учнів). Завдання полягає у застосуванні знань про похідну для розв’язування задач. Питання, що виникають під час роботи, обговорюються колективно за методом “мозкового штурму”. На дошці записано умову завдання, щоб учні могли звертатися до неї під час обговорення.

• Усі учасники групи мають право висловлювати ідеї щодо розв’язання. Коли учасники вирішують, що ідей достатньо, обговорення завершується.

• Подані ідеї аналізуються у групах, після чого обирається найраціональніший спосіб розв’язання.

• Якщо хтось із групи не погоджується з вибраним підходом, він має право самостійно запропонувати свій розв’язок.

• Кожна група презентує свій підхід, захищаючи його перед іншими. У результаті учні обирають найраціональніший спосіб розв’язання задачі.

*Задача 1.Запишіть рівняння дотичної до графіка функції*

*, якщо дотична паралельна прямій .*

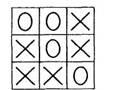
*Задача 2. Знайти миттєву швидкість руху точки у момент часу , якщо вона рухається по прямій згідно закону.*

*Задача 3. Знайдіть, при яких значеннях параметра а дотична до графіка функціїу точці з абсцисою проходить через точку N(3;4).*

***ІV. Тестування по темі «Похідна»***

Перевірка: шляхом взаємоперевірки. *(Кожен учень отримує окремий бланк з тестом та бланком відповідей, аналогічний бланку з ДПА )*

Завдання мають чотири відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її так:



1. Для якої з наведених функцій справедлива рівність?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

2. Точка рухається за законом(м). Знайдіть швидкість руху точки в момент с.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 2 м/с | 3 м/с | 4 м/с | 4,5 м/с |

3. Точка рухається за законом (м) (вільне падіння). Знайдіть швидкість точки в момент часу (в секундах).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| м/с | м/с | м/с | 0 м/с |

4. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до параболи у точці з абсцисою .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А. | Б. | В. | Г. |
|  |  | 2 | 1 |

5. Дотична до графіка у точці з абсцисою утворює з додатним напрямом осі *Ох* кут . Знайдіть

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А. | Б. | В. | Г. |
|  |  | 1 |  |

6. До якої з наведених функцій похідна в точці існує?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

7. Знайдіть значення похідної функції у точці

.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| -2 | -1 | 0 | 1 |

8. Знайдіть значення похідної функції у точці .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 0 | -1 | 1 | -2 |

9. Знайдіть похідну функції .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | 5 |  | 0 |

10. Знайдіть похідну функції .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

11. Знайдіть похідну функції .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

12. Знайдіть значення похідної функції у точці

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| -4 | -2 | 2 | 4 |

Відповіді до тесту

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер  Завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Відповідь | В | В | Б | А | В | Б | Г | В | А | Б | Б | Г |

***V. Домашнє завдання***

Повторити «Інтеграл та його застосування».

* Уявіть, що ви маєте великий контейнер під дощем. Інтеграл можна порівняти з обчисленням загальної кількості води, яку ви зібрали за певний період часу. Якщо ви вимірюєте висоту води в різні моменти, то інтеграл допомагає визначити, скільки води накопичилося в контейнері за весь час.
* Подумайте про те, що ви малюєте криву на графіку і хочете дізнатися площу під цією кривою. Інтеграл може бути порівняний з обчисленням цієї площі, де площа під кривою відображає суму всіх малих частинок (сегментів), які разом утворюють цілу площу.
* Уявіть, що ви збираєте ресурси, наприклад, гроші або сировину, протягом дня. Інтеграл може бути порівняний з підрахунком загальної кількості ресурсів, які ви зібрали за певний час. Це допомагає знайти загальну суму, яка є результатом накопичення маленьких частин.

***VІ. Підсумок***

Підсумки уроку, запитання учнів, рефлексія.

В оціночний лист виставлялись бали протягом уроку. Усі учні підраховують бали і роблять висновки, на яку тему треба звернути ще більше уваги.

Оцінки:

високий рівень - 2 уч.,

достатній рівень - 1 уч.,

середній рівень - 3 уч.,

початковий рівень - 2 уч.

**2.2.2. Тема: Основна властивість первісної. Правила знаходження первісних**

**Мета уроку:**

* навчальна: формування умінь учнів застосовувати основну властивість первісної до розв’язування задач, формування знань учнів про правила знаходження первісних (невизначених інтегралів);
* розвивальна: розвинути навички застосування правил знаходження первісних на практиці;
* виховна: виховувати інтерес до математичних досліджень та прагнення до самостійного вивчення матеріалу, виховувати почуття взаємоповаги та вміння працювати у групі.

**Тип уроку:** узагальнення і систематизація знань.

**Обладнання:** роздатковий матеріал, комп'ютер, проектор, «Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики 11 клас» авт. Мерзляк А.Г., Полонський В.Г., Якір М.С.

**Хід уроку**

***І. Організаційний етап***

Перевірка готовності до уроку, перевірка присутніх. Оголошення теми та мети уроку.

***ІІ. Перевірка домашнього завдання***

Відповіді на запитання, що виникли в учнів при виконанні домашніх вправ.

***ІІІ. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу***

Нагадаємо, що операція знаходження похідної для заданої функції називається диференціюванням. Обернена операція знаходження первісних для даної функції називається інтегруванням.

Наприклад: для функції на інтервалі первісною є функція , оскільки .

Зазначимо, що функція має ту саму похідну (х3+5)'=3х2. Отже, функція також є первісною для функції на множині **R**. Зрозуміло, що замість числа 5 можна підставити будь – яке інше число. Томі задача знаходження первісної має безліч розв’язків. Знайти всі ці розв’язки дозволяє основна властивість первісної.

Якщо функція є первісною функції на даному проміжку, а С– довільна стала, то функція також є первісною для функції , при цьому будь – яка первісна для функції на даному проміжку може бути записана у вигляді , де С – довільна стала.

Вираз називають загальним виглядом первісних для функції .

Невизначений інтеграл. Нехай функція має на деякому проміжку первісну . Тоді за основною властивістю первісної сукупність усіх первісних функції на заданому проміжку задається формулою , де С – довільна стала.

Сукупність усіх первісних даної функції називається невизначеним інтегралом і позначається символом , тобто, де – одна з первісних для функції, а С – довільна стала.

У наведеній рівності знак ∫ називається знаком інтеграла, функцію називають підінтегральною функцією, вираз – підінтегральним виразом, змінну х – змінною інтегрування і доданок С – сталою інтегрування.

Наприклад, як відмічалося вище, загальний вигляд первісних для функції записується так: , отже .

Правила інтегрування можна одержати за допомогою правил диференціювання.

1. Якщо і – первісні відповідно функцій і на деякому проміжку, то функція є первісною функції.

Первісна для суми (різниці) дорівнює сумі (різниці) для доданків.

За допомогою невизначеного інтеграла це правило можна записати так:

.

**Приклад 1:** Знайдіть первісні для функції .

Розв’язання: Оскільки для х одна із первісних є , а для однією із первісних є , то однією із первісних функції є функція , отже .

**Приклад 2:** Знайти .

Розв’язання:

1. *Якщо є первісною для функції , а С – стала, то – первісна для функції .*

*Сталий множник можна виносити за знак первісної.*

За допомогою невизначеного інтеграла це правило можна записати так:

.

**Приклад 1:** Знайдіть первісні для функції .

Розв’язання: .

**Приклад 2:** Знайдіть .

Розв’язання: .

1. *Якщо є первісною для , а k і b – сталі числа, причому , то є первісною для функції.*

*За правилом похідної складеної функції маємо: .*

За допомогою невизначеного інтеграла це правило можна записати так:

.

**Приклад 1:** Знайдіть первісну для функції .

Розв’язання: .

**Приклад 2:** Знайдіть.

Розв’язання: .

***IV. Формування умінь учнів застосовувати вивчений матеріал до розв’язувати задач.***

**Приклад 1:**

Перевірте, що функціяє первісною для функції на проміжку (0;+∞).

Розв’язання: , а це означає, що єпервісною для функції .

**Приклад 2:**

1. Знайдіть одну з первісних для функції на **R***.*
2. Знайдіть усі первісні для функції.
3. Знайдіть .

Розв’язання:

1. Однією з первісних для функції на множені **R** буде функція , оскільки .
2. Зa основною властивістю первісних усі первісні для функції можна записати у вигляді , де С – довільна стала.
3. , де С – довільна стала.

**Приклад 3:**

Для функції знайти первісну, графік якої проходить через точку М(9;10).

Розв’язання: . Загальний вигляд усіх первісних для функції такий: , за умовою графік первісної проходить через точку М(9;10), отже при одержуємо . Звідси . Тоді шукана первісна: .

**Приклад 4:** Знайдіть загальний вигляд первісних для функції

.

Розв’язання: Запишемо одну з первісних для кожного з доданків. Для функції первісною є функція . Другий доданок запишемо так: . Тоді первісною цієї функції буде функція . Первісною для функції є функція . Тоді загальний вигляд первісних для заданої функції є: .

Також планується низка завдань естетичного спрямування, пов’язаних з сучасними цифровими технологіями [21].

Задаємо учням функцію, що представляє звукову хвилю (наприклад, синусоїду) і попросимо знайти їх первісну. Потім учні спробують інтерпретувати ці результати як музичні ноти або акорди, щоб створити просту мелодію. Це завдання демонструє, як математичні функції можуть бути перетворені в музичні концепції.

Даємо учням функцію, яка описує природну форму, наприклад, лінію, що згинається, як у спіралі або хвилі. Вони шукають первісну цієї функції і побачать, як вона може бути використана для моделювання природних форм, таких як раковини або рослинні візерунки.

***V. Підведення підсумків уроку***

Учні описують свої враження від уроку фразами, які починаються з:

Мені цікавим будо….

Найважче мені далось….

Я навчився….

Труднощі виникли з….

***VI. Домашнє завдання***

Повторити таблицю первісних.

**2.3. План-конспект уроків геометрії в 11 класі, що реалізують культурну складову математики**

**2.3.1. Тема уроку: Площа сфери**

**Мета:**

- навчальна: ознайомити учнів з формулою площі сфери; сформувати навички застосування формули площі сфери до розв’язування задач;

- розвивальна: розвивати логічне мислення, просторову уяву та графічну культуру учнів;

- виховна: виховувати почуття відповідальності за набуті знання.

**Тип уроку:** засвоєння нових знань.

**Обладнання:** індивідуальні картки, макети циліндра, конуса, сфери.

**Хід уроку**

***І. Організаційний момент***

Привітання, перевірка готовності, перевірка присутніх, створення навчального простору та мікроклімату в класі.

***ІІ. Актуалізація опорних знань***

 Математичний диктант:

1. Наука про властивості геометричних фігур – це (геометрія)
2. Розділ геометрії, що вивчає фігури у просторі називається (стереометрія)
3. Тіло, що складається з усіх точок простору, які знаходяться від даної точки на відстані не більшій за дану називається (куля)
4. Як називається межа кулі? (сфера)
5. Як називається відстань від центра кулі до будь-якої її точки? (радіус сфери)
6. Як називається відрізок, який сполучає дві точки сфери і проходить через її центр? (діаметр сфери)
7. Як називаються кінці будь-якого діаметра (діаметрально протилежні точки сфери)
8. Як називається площина, яка проходить через центр кулі? (діаметральна площина)
9. Як називається переріз кулі діаметральною площиною? (великий круг)
10. Як називається переріз сфери? (велике коло)

Перевірка диктанта проводиться способом взаємоперевірки. На дошці норми оцінювання:

так «+»

ні «-»

Кожен «+» - один бал.

Вчитель з’ясовує на якому рівні написали учні і висловлює думку про ступінь підготовки учнів до сприйняття нового матеріалу.

***ІІІ. Вивчення нового матеріалу***

1. Оголошення теми та мети уроку.
2. Мотивація навчальної діяльності.
3. Сприймання та усвідомлення нового матеріалу.

Опишемо навколо сфери опуклий многогранник з малими гранями (плакат з малюнком 1 на дошці). Нехай *S -* площа поверхні многогранника, тобто сума площ його граней. Знайдемо наближене значення площі поверхні многогранника, припускаючи, що лінійні розміри граней, тобто відстань між будь-якими двома точками будь-якої грані менша за *Е.*

Об’єм многогранника дорівнює сумі об’ємів пірамід, основами яких є грані многогранника (плакат з малюнком 2 на дошці), а вершиною - центр сфери. Оскільки всі піраміди мають одну і ту саму висоту, що дорівнює радіусу сфери, то об’єм многогранника:

Об’єм многогранника більший, ніж об’єм кулі, обмеженої сферою, але менший, ніж об’єм кулі з тим самим центром, а радіусом *R + E.* Таким чином, .

Отже, площа сфери радіуса *R*обчислюється за формулою:

Аналогічно знаходимо площу сферичної частини поверхні кульового сектора, тобто площу сферичного сегмента:

де ***Н -*** висота сегмента.

***ІV.*** ***Вироблення початкових навичок та вмінь***

1. Довжина великого кола сфери дорівнює 10π см. Знайдіть площу цієї сфери.

2. Лінія перетину сфери і площини, віддаленої від центра сфери на 8 см, має довжину 12π см. Знайдіть площу сфери.

3. Площа поверхні кулі дорівнює 393 см2. Знайдіть площу поверхні другої кулі, радіус якої у √З разів менший, ніж у даної.

4. На фабриці дитячих іграшок було виготовлено партію гумових м’ячів із діаметром 10 см. Скільки фарби треба закупити для фарбування 1000 таких м’ячів, якщо на 1 дм2 поверхні потрібно 1,2 г фарби?

5. Прикладне значення теми: повідомлення про форму та розміри Землі та обчислення її площі при R ≈ 6,4 тис.км.

***V.*** ***Застосування набутих навичок і вмінь при розв'язуванні складніших задач***

Практична робота (в парах):

Мета: порівняти площі циліндра, конуса і сфери при однаковому об’ємі.

Обладнання: тенісна кулька з отвором; макети циліндра і конуса, склеєні з паперу, приблизно того ж радіуса, що і кулька (у макета конуса відсутня основа, а у циліндра одна з основ); сипуча речовина (можна манка); заготовка таблиці:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тіло | R | Н | *l* | S | Обчислення |
| 1. Сфера |  |  |  |  |  |
| 2. Циліндр |  |  |  |  |  |
| 3. Конус |  |  |  |  |  |

Хід роботи

1. Учні вимірюють циркулем діаметр сфери, знаходять радіус, обчислюють площу сфери.
2. Заповнюють сферу манкою, а потім висипають її у циліндр. Вимірюють радіус циліндра та висоту заповненої манкою частини. Обчислюють площу циліндра.
3. Висипають манку в конус. Вимірюють діаметр заповненої манкою частини конуса. Знаходять радіус. Вимірюють твірну заповненої частини. Обчислюють площу конуса.
4. Порівнюють результати. Формулюють висновок самостійно.

Висновок: з усіх фігур обертання, при однаковому об’ємі, сфера має найменшу площу поверхні.

Вчитель наголошує на прикладному значенні цього висновку: з усіх ємкостей однакової місткості у сферичної найменша площа. Саме з цієї причини резервуари для зберігання нафти та газу мають сферичну форму, адже при цьому відбувається економія матеріалу для резервуарів. Сферичні оболонки мають антени радіолокаторів, які слідкують за польотом космічних кораблів і супутників.

Вчитель планує завдання екологічного спрямування [5]. Як цікавий момент, можна показати відеосюжет про сферичні пам’ятники міста Харків та розповісти їх історію:

1. пам’ятник футбольному м’ячу в парку Шевченка;
2. студентський пам’ятник Шарі на подвір’ї Харківського аерокосмічного університету ім. Жуковського, в середині якого, за розповідями студентів, знаходиться послання студентським поколінням майбутнього.

***VІ. Д******омашнє завдання***

***VІІ. Підсумок уроку:***

* яку тему вчили?
* яка формула площі сфери?
* яку властивість площі сфери дослідили?
* прикладне значення з даної теми.

***VIII.* *Виставлення оцінок***

Впродовж уроку, вчитель за усні відповіді, за успішне виконання практичної роботи та інше, роздає учням жетони. На одному жетоні знаходиться позначка, про яку учні не знають. Цей жетон призовий. В кінці уроку відбувається розіграш цього жетону: або приз або «12» балів. Звичайно, жетон потрапляє до одного з найактивніших учнів. За допомогою жетонів виставляються оцінки іншим учням.

**2.3.2. Тема: Об'єм піраміди. Об’єм конуса**

**Мета:**

* навчальна: домогтися засвоєння формули для обчислення об'єму конуса; сформувати вміння розв'язувати задачі на обчислення об'єму конуса;
* розвивальна: розвивати аналітичні здібності, математичну мову;
* виховна: виховувати цілеспрямованість, працьовитість.

**Тип уроку:** засвоєння знань, формування вмінь.

**Обладнання:** моделі конусів.

**Форми і методи навчання:** тестові завдання, інтерактивна вправа «Вірю — не вірю».

**Хід уроку**

***І. Організаційний етап***

Перевірка готовності учнів до уроку, перевірка присутніх, налаштування на роботу.

***ІІ. Перевірка домашнього завдання***

*Тестові завдання*

**Варіант1**

1. Обчисліть об'єм піраміди, основою якої є прямокутник зі сто-ронами6 см і 10 см, а висота піраміди дорівнює 15 см.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | **Г** |
| 900 см3 | 240 см3 | 480см3 | **300см3** |

2. Основою піраміди є прямокутний трикутник, катети якого дорівнюють 18 см і 24 см. Обчисліть об'єм піраміди, якщо всі її бічні ребра рівні і дорівнюють 17см.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г |
| **576см3** | 624 см3 | 872 см3 | 964 см3 |

3. Ребро правильного тетраедра 2√3см. Обчисліть об’єм цього тетраедра.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А | Б | **В** | Г |
| 2√2см3 | 2√3 см3 | **2√6 см3** | 4 см3 |

**Варіант 2**

1. Обчисліть об'єм піраміди, основою якої є ромб із діагоналями 10 см і 18 см, а висота піраміди дорівнює 20 см.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А | Б | **В** | Г |
| 300 см3 | 1200 см3 | **600см3** | 1800см3 |

2. Основою піраміди є прямокутник із діагоналями 24 см і кутом 300 між ними. Обчисліть об'єм піраміди, якщо всі бічні ребра піраміди рівні і дорівнюють 13см.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А | **Б** | В | Г |
| 180см3 | **240 см3** | 300 см3 | 540см3 |

3. Об’єм правильного тетраедра . Чому дорівнює ребро тетраедра.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | **Г** |
| 1см | 6 см | √6 см | **∛36 см** |

***III. Формулювання мети й завдань уроку***

Задача практичного змісту. Рідину, що міститься у склянці діаметром 8 см і висотою 9 см, переливають у посудину конічної форми діаметром 10 см і висотою 15 см. Чи поміститься рідина у цій посудині?

***IV. Актуалізація опорних знань***

Фронтальне опитування:

1. Дайте визначення піраміди, вписаної в конус.

2. Сформулюйте визначення піраміди, описаної навколо конуса.

3. Запишіть формулу для знаходження об’єму піраміди.

4. У той самий конус вписано чотирикутну і 24-кутну піраміди. Як ви вважаєте, об’єм якої з них буде ближчим до об’єму конуса?

Виконання усних вправ:

1. У конус вписано піраміду. Висота піраміди дорівнює 5 см. Яка висота конуса?

2. Основа піраміди має площу 12 см², а її висота становить 6 см. Обчисліть об’єм піраміди.

3. Твірна конуса дорівнює 5 см, а висота — 3 см. Знайдіть площу основи конуса.

4. Осьовий переріз конуса — це рівносторонній трикутник зі стороною 6 см. Обчисліть висоту і площу основи конуса.

***V. Засвоєння знань***

План вивчення теми

1. Формула для обчислення об'єму конуса, зрізаного конуса (теорема, наслідки).

2. Приклад застосування формули для обчислення об'єму конуса.

***VI. Формування вмінь***

Виконання усних вправ

1. Висота конуса дорівнює 5 см, а площа його основи—36𝛑 см2, Знайдіть об'єм конуса.

2. Об'єм конуса з висотою 4 см дорівнює 12𝛑 см3. Знайдіть радіус основи конуса.

3. Об'єм циліндра дорівнює 36𝛑 см3. Чому дорівнює об'єм конуса з такою ж самою основою і висотою, удвічі меншою від висоти циліндра?

4. Об'єм конуса дорівнює 18𝛑 см3. Чому дорівнює об'єм циліндра з такою ж висотою і радіусом основи, удвічі більшим від радіуса основи конуса?

5. Прямокутний трикутник із гіпотенузою 5 см і катетом 4 см обертається навколо цього катета. Знайдіть об'єм тіла обертання.

6. Знайдіть об'єм конуса, осьовим перерізом якого є рівносторонній трикутник зі стороною 2√3 см.

Виконання письмових вправ:

1. Твірна конуса дорівнює √6 см і утворює з площиною основи кут 45°. Знайдіть об'єм конуса. ( √3𝛑)

2. Рідину, що міститься у склянці діаметром 8 см і висотою 9 см, переливають у посудину конічної форми діаметром 10 см і висотою 15 см. Чи поміститься рідина у цій посудині? (ні)

Виконання вправ:

Архітектурний дизайн:

• Запропонуємо учням дослідити відомі архітектурні конструкції, такі як єгипетські піраміди або сучасні конусоподібні будівлі. Попросимо їх знайти обʼєм цих конструкцій, використовуючи відповідні формули. Потім нехай учні створять свої власні архітектурні проєкти, включаючи піраміди та конуси, і розрахують їх обʼєм. Це завдання допоможе зв'язати математичні концепції з архітектурою та культурною спадщиною.

Моделювання природних форм:

• Відомо, що багато природних утворень мають форму конусів або пірамід. Пропонуємо учням дослідити, наприклад, форму вулканів або кристалів. Після цього нехай вони побудують модель природного обʼєкта у вигляді піраміди або конуса і розрахують його обʼєм. Це завдання допоможе візуалізувати математичні концепції через природні форми.

• Попросимо учнів створити декоративні предмети або скульптури у формі пірамід або конусів. Вони можуть використовувати різні матеріали, такі як картон, пластик або глина. Після створення моделей учні повинні розрахувати їх обʼєм і поділитися своїми роботами з класом. Це завдання сприятиме розвитку творчих навичок та розуміння геометричних обʼємів.

***VІІ. Підсумки уроку***

Вправа «Вірю — не вірю»:

Які з наведених тверджень правильні?

1. Об'єм конуса обчислюють за формулою V = 𝛑R2H.

2. Об'єм конуса дорівнює півдобутку площі його основи на висоту.

3. Для того щоб об'єм конуса зменшився у 27 разів, можна, не змінюючи радіуса основи, зменшити висоту конуса у 9 разів.

4. Об'єм тіла, утвореного в результаті обертання прямокутного трикутника з катетами 5 см і 12 см навколо більшого з катетів, дорівнює 100π см3.

5. Якщо конус і циліндр мають однакові радіуси основ і висоти, то об'єм циліндра утричі менший від об'єму конуса.

***VIII. Домашнє завдання***

Повторити теоретичний матеріал теми: «Об'єм піраміди. Об’єм конуса».

Виконати вправи.

1. Знайдіть об'єм конуса, висота якого дорівнює 8 см, а твірна нахилена до площини основи під кутом 60°.

2. Осьовим перерізом конуса є прямокутний трикутник із гіпотенузою 12 см. Знайдіть об'єм цього конуса. (72𝛑 см3)

3. Трикутник зі сторонами 13 см, 14 см і 15 см обертається навколо сторони довжиною 14 см. Знайдіть об'єм тіла обертання. (672𝛑 см3)

**2.3.3. Тема: Об'єм піраміди**

**Мета:**

* навчальна: узагальнення та систематизація вмінь використовувати на практиці набутих теоретичних знань для розв’язування задач, формування навичок контролю та самоконтролю власних навчальних досягнень;
* розвивальна: розвиток просторового уявлення, логічне мислення;
* виховна: виховання прагнення до краси, естетичної насолоди, почуття взаємодопомоги, наполегливості, культури.

**Тип уроку:** застосування знань, умінь та навичок.

**Обладнання:** картки, таблиця, підручник, презентація вчителя, проектор.

## Хід уроку

### *І. Організаційний етап*

Перевірка готовності учнів до уроку, перевірка присутніх, налаштування на роботу.

***ІІ. Перевірка домашнього завдання***

*(вчитель показує правильні розв’язки на дошці, учні звіряються. Також вчитель відповідає на питання, якщо такі виникають).*

***ІІІ. Актуалізація знань, умінь та навичок***

**Мікрофон** *(учні відповідають на питання, продемонстровані на екрані в уявний мікрофон, передаючи його по колу)*

1. Як знайти об’єм піраміди ?

2. Як обраховується об’єм правильної чотирикутної піраміди?

3. Як зміниться об'єм правильної чотирикутної піраміди, якщо сторона основи не зміниться, а висота зменшиться на 100 м?

4. Переріз, проведений паралельно основі піраміди ділить її на два тіла (піраміду і зрізану піраміду). Як відносяться об'єми піраміди й зрізаної піраміди?

***IV. Мотивація навчальної діяльності***

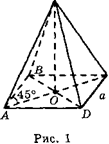
Давайте продовжимо наш урок з невеликої культурної довідки й задачі. Усі ви напевно знаєте, що країною пірамід є Єгипет. Найбільш відомими та популярними є такі великі піраміди як: Хеопса (Хуфу), Хефрена (Хафра) і Мекеріна (Менкаура). Найбільшою серед них ж піраміда Хеопса. Саме ця піраміда є найдавнішою серед семи чудес світу крім того, має ідеальний стан й на сьогодні. Хоча побудували піраміду Хеопса ще в 28 ст. до н. е. при побудові, висота піраміди становила 147 м, але у зв'язку з наступом пісків вона зменшувалася і з часом стала 137 м. Кожна сторона квадратної основи піраміди становить 233 м. Отже, нам потрібно обрахувати у скільки разів піраміда зменшилася у об’ємі? *(учні з допомогою вчителя вирішують завдання).*

***V. Застосування знань, умінь та навичок***

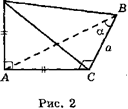
*Вчитель:* А тепер, пригадавши необхідний матеріал, ми можемо перейти до розв’язання задач. Розпочнемо з колективної роботи та двох задач, умови яких ви будете бачити не екрані проектора. Спрощенням до даних задач є уже готові малюнки.

Розв’язування задач з використанням готових малюнків

1.Обчислити об’єм правильної піраміди

S

2. Обчисліть об’єм піраміди

M

**Вчитель:** а зараз, пропоную вам виконати невеликий тест самостійно після чого, ми одразу виконаємо швидку перевірку результатів. *(завдання наведені на екрані проектора).*

Завдання для самостійної роботи:

Позначте на вашу думку правильну відповідь.

1. Площа основи трикутної піраміди дорівнює 3 , а висота становить 3 см. Обрахувати об’єм даної піраміди.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А | **Б** | В | Г |
| 1 | **3** | 9 |  |

1. Дано n-кутну правильну піраміду. Як зміниться її об’єм, якщо основи зменшаться в 3 рази, а висота залишиться незмінною?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А | Б | **В** | Г |
| В 3 рази | В 3n разів | **В 9 разів** | В 3 раз |

1. Дано піраміду, в основі якої лежить прямокутний трикутник, у якому катети дорівнюють 2 см і 3 см, а висота – 4 см. Обчислити об’єм піраміди.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **А** | Б | В | **Г** |
| **4** | 10 | 12 |  |

1. В основі піраміди лежить ромб, діагоналі якого дорівнюють 5 см та 9 см. Обчислити об’єм піраміди, якщо її висота дорівнює 10 см.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **А** | Б | В | **Г** |
| 60 | 75 | 120 | **150** |

1. Дано правильну шестикутну піраміду у якій висота дорівнює 3 см, а бічне ребро – 2 см. Обчислити об’єм піраміди.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **А** | Б | В | Г |
| **1,5** | 3 | 3,6 | 7,2 |

*(учні виконують самоперевірку робіт)*

Вчитель: усі молодці, а зараз, ми попрацюємо біля дошки. Ви можете працювати самостійно у зошиті і звірятися з дошкою чи правильні розв’язки вами отримані.

Робота біля дошки:

Задача №1

Основою піраміди є рівнобедрений трикутник, у якому основа дорівнює 12 см, а кут при вершині становить 60º. Між усіма бічними ребрами піраміди та площиною основи утворені кути, що дорівнюють 30º. Обчислити об’єм піраміди.

Задача №2

В основі піраміди лежить прямокутний трикутник, у якому катет дорівнює B, а протилежний до нього гострий кут – β. Дві бічні грані піраміди містять катети даного трикутника і є перпендикулярними до площини основи, а третя грань утворює з площиною основи кут α. Обчислити об’єм піраміди.

***VI. Підсумок уроку***

Учитель коментує та оцінює самостійні роботи учнів та біля дошки.

***VII. Домашнє завдання***

Вчитель: одним з ваших сьогоднішніх домашніх завдань буде задача про піраміду Джосера, яку ви зараз бачите на екрані *(учні переписують задачу чи фотографують).*

Піраміда Джосера є однією з найбільш великих пірамід Єгипту (якщо не враховувати піраміди Гізи). Вона розташована в селі Саккара й вважається однією з найдревніших великих світових споруд. Піраміда побудована Імхотепом у якості гробниці для фараона Джосера в 2650 р. до н.е.. піраміда також має назву Ступінчастої, оскільки має особливу форму. Дане диво світу складається з 6 ступенів. Завдання: знайти розміри даної піраміди й обрахувати її об’єм.

§ 32, з 1-6, № 1270, № 1276 ( по підручнику Геометрія (академічний, профільний рівень) 11 клас (Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г., Владіміров В.М.)).

**2.3.4. Тема: Правильні многогранники**

**Мета:**

* навчальна: ввести поняття правильного многогранника та їх видів, формувати вміння розв’язувати завдання з використанням поняття правильного многогранника; навчати правильно й влучно використовувати математичні терміни, формулювати власну думку чітко й зрозуміло, доводити вірність тверджень, розвивати навички пошуку інформації, оцінювання її достовірності й вміння доносити її до однокласників;
* розвивальна: розвивати навички аналізу, контролю, коригування та оцінювання результатів власної діяльності;
* виховна: виховувати інтерес до геометрії та просторового мислення.

**Тип уроку:** засвоєння нових знань та вмінь.

**Обладнання:** презентація, проектор, моделі правильних многогранників, роздатковий матеріал.

**Хід уроку**

### *І. Організаційний етап*

Перевірка готовності учнів до уроку, перевірка присутніх, налаштування на роботу.

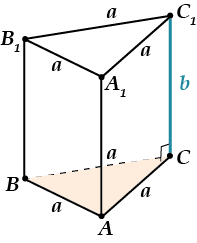
***ІІ. Перевірка домашнього завдання***

*(вчитель показує правильні розв’язки на дошці, учні звіряються. Також вчитель відповідає на питання, якщо такі виникають).*

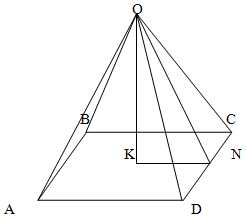
***ІІI. Актуалізація опорних знань учнів***

**Вчитель:** перш ніж розпочати вивчення нової теми, давайте повторимо усе, що ми знаємо про призми й піраміди *(вчитель ділить учнів на дві групи й кожна відповідає на один блок питань).*

Питання для 1 групи:

1. Призмою називають…
2. Правильною призмою називають…
3. Назвіть многокутники, які можуть лежати в основі призми.
4. Назвіть елементи, з яких складається поверхня призми.
5. Назвіть елементи, з яких складається бічна поверхня призми.
6. Які властивості має основа призми?
7. Який зв'язок між бічними ребрами прямої призми?

Питання для 2 групи:

1) Пірамідою називають ...

2) Правильною пірамідою називають…

3) Прямою пірамідою називають …

4) Назвіть елементи, з яких складається поверхня піраміди.

5) Назвіть многокутник, який може лежати в основі піраміди?

6) Назвіть елементи, з яких складається бічна поверхня піраміди.

8) Дайте визначення n-кутної піраміди.

***VI. Мотивація навчальної діяльності***

**Вчитель**: *(розповідь вчителя супроводжується демонстрацією прикладів на екрані проектора).* Як відомо, геометрія є не тільки наукою, а ще й інструментом, для пізнання навколишнього світу.



У природі немає геометричних тіл, які б мали таку ж довершеність та красу, яку мають правильні многогранники. Як казав відомий англійський математик, філософ та письменний Льюїс Керролл: «Правильних многогранників існує дуже мало, але не зважаючи на це, їх загін проник глибоко у різні науки». Найбільш відомими роботами Керролла є усім відомі твори «Аліса в країні чудес» та «Аліса в Задзеркаллі». Гадаю, ви точно про них чули й можливо бачили екранізації, й звернули увагу на правильні многогранники, які автор використовував. Отож, сьогодні, ми з’ясуємо що таке правильні многогранники, які їх елементи та види. А також зясуємо, де у природі можна побачити дані фігури.

Виділяють тільки 5 правильних многогранників, кожен з яких має свою назву, походження якої йде від грецької назви кількості його граней і слова “грань”. У правильних многогранників є своя велика історія, яку пов’язують з відомими усім стародавніми вченими, такими як Піфагор, Платон, Евклід, Архімед, Кеплер, про яких ви вже неодноразово чули на уроках.

***V. Сприйняття і усвідомлення нового матеріалу***

**Вчитель:** *(розповідь вчителя супроводжується демонстрацією означень та зображень правильних многокутників на екрані проектора).* Раніше, ми з вами вивчали теми планіметрії, на яких вивчали правильні многокутники, пропоную пригадати означення й властивості вказаних фігур. Ви знаєте, що є велика кількість правильних многокутників.

Опуклий многогранник є правильним за умови, що його грані є правильними многокутниками, що мають однакову кількість сторін, а всі його вершини рівновіддалені від точки, що називається центром.

Виділяють 5 типів правильних опуклих многогранників, а саме:

– правильний тетраедр;

– правильний гексаедр (куб);

– правильний октаедр;

– правильний додекаедр;

– правильний ікосаедр.

Ви вже знаєте, що для отримання правильного многогранника за означенням потрібно аби в кожній вершині сходилася однакова кількість граней, кожна з яких є правильним многокутником. А також, плоскі кути многогранного кута в сумі не мають перебільшувати 360о.

Припустимо, що *k*– число плоских кутів, які сходяться в одній вершині многогранника. При перебиранні можливих цілих розв’язків наступних нерівностей ми можемо довести, що правильних многогранників існує лише п’ять. Замисліться, як можна визначити кількість граней, вершин та ребер багатогранника? Цим питанням свого часу займався відомий математик Л. Ейлер.

• У правильного тетраедра грані є правильними трикутниками, і в кожній його вершині сходяться три ребра. Тетраедр — це трикутна піраміда з рівними ребрами.

• У куба всі грані мають форму квадратів, і в кожній вершині сходяться три ребра. Куб є прямокутним паралелепіпедом із рівними ребрами.

• У правильного октаедра грані є правильними трикутниками, і в кожній вершині сходяться чотири ребра.

• У додекаедра грані мають форму правильних п’ятикутників, і в кожній вершині сходяться три ребра.

• У ікосаедра грані є правильними трикутниками, і в кожній його вершині сходяться п’ять ребер.

А тепер, пропоную заслухати повідомлення, які ви підготували для сьогоднішнього уроку стосовно того, де зустрічаються правильні многогранники у природі, історії чи культурі.

*Заслуховування повідомлень учнів на задані раніше вчителем теми.*

**Учень 1:** відомий вчений Евклід присвятив правильним многогранникам тринадцяту книгу «Начал». Також, правильні многогранники також досить часто називають тіла Платона, оскільки у філософії вченого вони посідали досить особливе місце у побудові світогляду, а саме, були символами різних стихій. Так тетраедр на думку вченого є символом вогню, ікосаедр – води, гексаедр – землі, октаедр – повітря. А додекаедр вважався символом усього світогляду й займав головну позицію у філософії. У давніх греків в основі світогляду лежала гармонія у стосунках саме тому, вони пов’язували між собою 4 стихії наступною пропорцією: .

Також, цікавим є факт, що Платон вважав, що Всесвіт має форму додекаедра, саме це стало поштовхом до зображення Ісуса Христа разом з його учнями на фоні великого прозорого додекаедра (репродукція картини С. Далі «Таємна вечеря»).

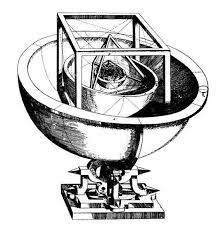


**Учень 2:** Ікосаедр використали біологи, коли виникли питання стосовно того, яку ж форму мають віруси. Оскільки раніше вважали, що вірус не може мати абсолютно круглу форму. При встановленні форми вірусу, вчені направляли світло на різні многогранники, використовуючи ті ж кути, які мають потоки атомів вірусу. І як вдалося встановити, існує лише один многогранник, що має таку ж тінь, ним виявився ікосаедр. Завдяки геометричним властивостям даного многогранника, з’явилася можливість економії генетичної інформації.

Також цікавим є факт, що форма ікосаедра схожа на скелет одноклітинного організму, що має назву феодарія. Також зазначу, що у ікосаедра об’єм є найбільшим, а площа поверхні при цьому – найменшою, даною властивістю користуються морські організми при подоланні тиску води.



**Учень 3:** згідно припущення німецького астронома І. Кеплера, п’ять правильних многогранників мають пов’язані з шістьма планетами Сонячної системи (які були відкриті у часи вченого). Дослідник припустив, що в сферу орбіти Сатурна можливо вписати куб, який є вписаним у сферу орбіти Юпітера.В неї, у свою чергу, вписується тетраедр, описаний навколо сфери орбіти Марса. У сферу орбіти Марса вписується додекаедр, в який вписується сфера орбіти Землі. А вона описана навколо ікосаедра. В який вписана сфера орбіти Венери. Сфера цієї планети описана навколо октаедра, в який вписується сфера Меркурія. Описана модель Сонячної системи була названа «Космічний кубок» Кеплера.



***VІ. Сприйняття та  усвідомлення нового матеріалу***

**Вчитель:** ще у ІV ст. до н. е. учні Піфагора будували фігури правильних многогранників. Давайте і ми спробуємо це зробити.

*Вчитель ділить клас на 5 груп, кожна з яких має виготовити правильний многогранник, використовуючи розгортки, підготовлені вчителем. Після чого, група або її представник демонструє отриману модель й заповнює таблицю, розташовану на дошці:*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Правильний многогранник | Вид грані | Число | | |
| Вершин | Граней | Ребер |
| Тетраедр | Правильний трикутник | 4 | 4 | 6 |
| Гексаедр | Правильний чотирикутник | 6 | 8 | 12 |
| Октаедр | Правильний трикутник | 8 | 6 | 12 |
| Додекаедр | Правильний п’ятикутник | 12 | 20 | 30 |
| Ікосаедр | Правильний трикутник | 20 | 12 | 30 |

**Вчитель:** дивлячись на отриману нами таблицю, у мене виникає запитання, а чи є певна закономірність у зростанні чисел у стовпцях? На перший погляд, ні. В стовпці «вершини» взагалі відсутнє постійне зростання. В стовпці «ребра» закономірність також не спостерігається. Давайте спробуємо розглянути суму чисел в двох стовпцях, наприклад, в стовпцях «грані» та «вершини» (Г+В).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Правильний многогранник | Число | | |
| Граней та вершин (Г + В) | Ребер (Р) |
| Тетраедр |  | 6 |
| Гексаедр |  | 12 |
| Октаедр |  | 12 |
| Додекаедр |  | 30 |
| Ікосаедр |  | 30 |

Можна сформулювати дану закономірність наступним чином: ***«Сума числа граней та вершин дорівнює числу ребер, збільшеному на 2»***, тобто **.** Отже, у нас з вами вийшло «відкрити» закономірність, яку вперше помітив Декарт ще у далекому 1640 році, але формула все ж таки носить ім’я Ейлера, який заново відкрив її трохи пізніше. Дана формула є дійсною для усіх довільних опуклих многогранників.

***VІ. Розв’язування задач***

Вчитель: а зараз, будемо працювати в групах, в яких ви складали многогранники. Ви розв’язуєте задачі після чого, представник від кожної групи продемонструє розв’язок біля дошки. За потреби, ви можете задавати запитання.

Завдання для груп:

1. «Тетраедр»

Дано правильний тетраедр з площею 12 . Знайти його ребро.

2. «Гексаедр»

Знайти кут під яким добре видно ребро куба з його центру.

3. «Октаедр»

Знайти кут під яким добре видно ребро правильного октаедра з його центру.

4. «Додекаедр»

Обчислити суму плоских кутів при всіх вершинах додекаедра.

5. «Ікосаедр»

Дано правильний ікосаедр, проща поверхні якого становить 360 см2. Обчислити площу однієї грані та ребро ікосаедра.

Додаткові завдання для всіх груп:

1. В основі піраміди лежить грань куба, а вершиною є його центр. Обчислити об’єм піраміди, якщо відомо, що ребро куба становить 3 см.
2. Завдання на самореалізацію та творчість згідно статті Лосєва Н., Луковська К. [30].

Учні досліджують використання правильних многогранників у різних культурах. Наприклад, можуть бути розглянуті декоративні елементи, що використовують форми тетраедра чи куба, в античному мистецтві або в сучасному дизайні. Учні можуть створити свої власні художні проекти або декоративні предмети, що включають правильні многогранники, і обчислити їх властивості.

Учні створюють геометричні композиції або скульптури, використовуючи моделі правильних многогранників. Наприклад, вони можуть виготовити тривимірні моделі куба, октаедра або додекаедра з паперу або інших матеріалів. Після створення моделей учні повинні розрахувати їх обʼєм і площу поверхні, а також описати, як вони обрали кольори та форми для своїх проектів.

Учні шукають приклади правильних многогранників у природі або в природних формах, таких як кристали. Нехай вони створять моделі цих форм і порівняють їх з математичними теоретичними конструкціями. Завдання може включати розрахунок обʼємів і площ поверхні цих моделей.

***VII. Підведення підсумків***

1. Яку тему ми сьогодні опрацьовували?
2. Хто може сказати що називають правильним многогранником.
3. Скільки виділяють типів правильних многогранників?

*Вчитель оцінює роботу учнів.*

***VIIІ. Домашнє завдання***

§ 37 № 1522, 1526 (по підручнику Геометрія (академічний, профільний рівень) 11 клас (Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г., Владіміров В.М.)).

# **2.4. Практичні рекомендації щодо формування культурної складової математичної освіти на уроках математики**

Основним завданням сучасної системи освіти є формування гармонійної особистості та підготовка конкурентоспроможних на сучасному ринку праці фахівців, які вміють системно мислити, аналізувати, порівнювати і практично вирішувати життєві та професійні проблеми. Це означає, що випускники загальноосвітніх навчальних закладів повинні вміти приймати самостійні рішення, працювати в команді, бути ініціативними, інноваційними, вміти справлятися з перевантаженнями та виходити з стресових ситуацій. Компетентнісний підхід спрямований на розвиток цих якостей.

Математична компетентність учнів формується на уроках шляхом засвоєння ними нових знань, умінь і навичок у процесі вивчення математики. Досягнення позитивних і якісних результатів у навчанні спонукає вчителів використовувати діяльнісні підходи, методи та прийоми роботи з учнями як на уроках, так і в позаурочний час, зокрема проблемне, проєктне, особистісно-орієнтоване, діяльнісне, блочно-модульне навчання, а також ігрові й інформаційні технології. Про всі ці аспекти написано багато наукових праць [71; 28; 29; 51; 25; 13; 37].

Формування компетентностей учнів залежить від реалізації загальних цілей шкільної математичної освіти, до яких відносяться:

1. Ознайомлення з ідеями та методами математики як універсальною мовою науки та техніки, формування ставлення до математики як до ефективного інструмента моделювання та дослідження процесів і явищ навколишнього світу, а також як складової частини загальної освіти людини.

2. Оволодіння математичною мовою, розуміння математичних символів, формул і моделей, що дають змогу описувати загальні властивості об’єктів, процесів і явищ.

3. Формування вміння логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження.

4. Застосування математичних методів для розв’язання навчальних і практичних задач, а також використання математичних знань і навичок у вивченні інших предметів.

5. Розвиток умінь працювати з підручниками, опрацьовувати математичні тексти, знаходити та використовувати додаткову навчальну інформацію, критично оцінювати інформацію та її джерела, виділяти ключові моменти, аналізувати, робити висновки та застосовувати отриману інформацію в повсякденному житті.

6. Формування вміння оцінювати правильність і раціональність розв’язування математичних задач, обґрунтовувати твердження та приймати рішення в умовах неповної, надлишкової, точної або ймовірнісної інформації.

Розв'язування задач є найважливішим видом навчальної діяльності в математичній освіті. Важливо приділяти увагу розвитку здатності застосовувати здобуті в школі знання в реальних життєвих ситуаціях.

Виклики виникають у процесі розв’язання реальних проблем, коли людина стикається з труднощами на шляху до досягнення певної мети. Якщо ці труднощі усвідомлені й виникає бажання їх подолати, активізується розумова діяльність. Для аналізу й пояснення проблемної ситуації людина прагне вийти за її межі, розглядаючи її в ширшому контексті.

Як зауважує Л. М. Романишина, наразі виявляються характерні недоліки в математичній освіті учнів. Зокрема, вони не отримують достатніх знань з широкого кола практичних тем, таких як розв'язування задач на відношення, пропорційні величини та пропорції чисел, визначення периметра та площі фігур, читання графіків фактичних залежностей.

Зміст навчання: у 11 класі вивчають алгебру, початки аналізу та геометрію на рівні стандарту. Зміст відповідає Державному стандарту базової та повної загальної середньої освіти.

Особливості реалізації:

- Учні досліджують проблемні ситуації, моделюють процеси та розробляють стратегії для розв’язання математичних задач.

- Розвивають математичне мислення, володіють математичною мовою.

Проєктні технології навчання створюють спільну, цілеспрямовану, сплановану та усвідомлену діяльність, спрямовану на формування системи інтелектуальних і практичних умінь і навичок, орієнтованих на активний розвиток навчання та вдосконалення творчих здібностей особистості.

Методика проектного навчання забезпечує перехід від традиційних методів навчання до інноваційних і забезпечує набуття студентами певної системи інтелектуальних і практичних умінь, орієнтованих на вдосконалення творчої особистості та розвиток навичок саморегуляції, самооцінки та самовдосконалення. Дослідницька діяльність має виконувати функцію підготовки учнів до самостійного здобуття знань, пошуку та опрацювання інформації (навчання вчитися) та розвитку здатності перетворювати набуті знання на цілісну систему і використовувати їх у нестандартних ситуаціях, як важливої життєвої навички.

Ігрові методи навчання (які будують навчальний процес шляхом залучення учнів до ігрового моделювання ситуацій) надають максимальну свободу інтелектуальній діяльності учнів, яка раніше була обмежена лише конкретними правилами гри. Обираючи власні ролі, учні вчилися створювати проблемні ситуації, обмірковувати та шукати шляхи їх вирішення, обґрунтовувати правильність отриманих результатів. Залучення учнів до обговорення важливих питань та вибір шляхів досягнення кінцевого результату в дискусії сприяло розвитку їхнього мислення, давало можливість визначити та відстояти свою позицію, розвивало мислення, навички узагальнення, аналізу та синтезу, поглиблювало та розширювало їхні знання та вчило користуватися ними. Методи реверсивного мислення (які зосереджені на дослідженні ідей у нових і несподіваних напрямках), часто всупереч традиційним поглядам і переконанням, активізують мислення учнів і впливають на рівень їхньої креативності.

Науково-дослідницька діяльність не лише допомагає учням опановувати освітні стандарти, розвивати академічні, міжпредметні, ключові компетентності та подальші творчі навички, але й відіграє важливу роль у соціалізації та профорієнтації. Потенціал соціальної творчості дозволяє учням розвивати здатність до самореалізації в сучасному суспільстві та формувати морально-етичні ціннісні орієнтації. Вміння планувати та організовувати самостійну діяльність, налагоджувати комунікативні стосунки з однолітками та партнерами по діяльності.

Задачі з теми «Пропорції» можна розв’язувати на інтегрованих уроках, що поєднують математику з біологією (природознавством), фізикою чи хімією. Також доцільно заохочувати учнів до виконання проєктних робіт, наприклад, у старших класах за такими темами: «Математичні моделі, що описують систему дихання чи кровообігу», «Періодичні процеси в математиці та життєдіяльності людини», «Логарифмічна і показникова функції у навколишньому світі», «Шкідливі звички у цифрах» тощо.

У 10 та 11 класах рекомендується ознайомити учнів із задачами, пов'язаними з цінними паперами, такими як акції та облігації, щоб допомогти їм зрозуміти важливість ринку цінних паперів.

Для учнів 10 та 11 класів завдання можуть бути пов'язані з конкретними розділами математики з усієї навчальної програми. Старшокласників можна запросити до участі в груповій роботі з магістрантами, докторантами та молодими вченими.

Такий підхід позитивно впливає на результати навчання учнів, формує навички самостійної роботи, розвиває творчі здібності, підвищує мотивацію до навчання та інтерес до предмета. Для того, щоб вчителі могли ефективно організувати дослідницьку діяльність учнів на уроках математики, були розроблені учнівські робочі зошити.

Наведемо теми уроків та їх елементи щодо формування культурної складової математики в 11 класі:

Пізнавально-розважальний захід *«Український фольклор та національні традиції в математиці»*.

Важливою складовою духовної спадщини народу є задачі, засновані на матеріалі народної творчості, або так звані фольклорні задачі. Ці задачі, як правило, базуються на синонімах і мають форму числових завдань. Розв’язуючи їх, той, хто шукає відповідь, нерідко сприймає умову буквально, як математичну задачу, замість того щоб зрозуміти просте питання.

Наприклад: «Мужик купив козу за три карбованці. По чому коза дісталась?» Більшість розуміє це як «скільки коштує» або «в скільки обійшлась», і замість правильної відповіді «по землі» відповідає «три карбованці».

Ось кілька прикладів таких задач:

1. На одному дереві сиділо 40 сорок. Повз проходив мисливець, вистрелив і вбив 6 сорок. Скільки сорок залишилось на дереві?

Відповідь: Жодної, оскільки інші сороки при пострілі розлетілися.

2. Пастух гнав гусей. Його запитали: «Пастух, скільки у тебе гусей?» А він відповів: «Один спереду двох іде, один двох підганяє, а один посередині іде».

Відповідь: Троє.

3. Пара коней пробігла 12 км. Скільки кілометрів пробіг кожний кінь?

Відповідь: 12 км.

Скоромовка — це жартівливий жанр народної творчості, побудований на поєднанні звуків, які ускладнюють швидке й правильне вимовляння слів. Скоромовки слугують засобом розвитку мовлення у дітей, артистів, дикторів, ведучих радіо, викладачів та всіх, хто прагне говорити виразно, чітко й розбірливо.

Приклади скоромовок із числами:

1. Йшли три попа, три Прокопія попа, три Прокоповича, говорили про попа, про Прокопа попа, про Прокоповича.

2. Розкажу про п’ять покупок, про покупки, про покупки, про покупочки мої.

3. Ось спритно шиють вісім ос, Аж вісім ворків осам. Пообіцяв тим осам хтось, Аж вісім ворків проса.

Прислів’я — це невелика форма народної поетичної творчості, що являє собою короткий, ритмічний вислів із узагальненою думкою, повчальним висновком або іносказанням. Прислів’я з числами є частиною народної творчості з глибокими історичними коренями. Вони вбирають у себе досвід і мудрість багатьох поколінь.

Приклади прислів’їв із числами:

1. Без чотирьох кутів хата не будується.

2. Горе на двох — півгоря, радість на двох — дві радості.

3. Два чоботи — пара.

4. Дві години збирався, дві години вмивався, годину витирався, добу одягався.

5. Кінь на чотирьох ногах, та й то спотикається.

6. Один в полі не воїн.

Приказка — це лаконічний, часто римований вислів, схожий на прислів’я, але без властивого йому повчального змісту.

Приклади приказок:

1. Віз розсипав, а два нагорнув.

2. Для матері дитина до ста років дитя.

3. Коли з правдою, так не один.

Орнамент — це візерунок, побудований на повторі та чергуванні його елементів. Він слугував не лише прикрасою, але й мав сакральне значення, виконуючи роль оберега від злих сил природи. Традиційно такі візерунки вишивали на краях одягу — на комірі, подолі, манжетах, де тканина торкалася відкритого тіла.

Математична символіка в орнаментах-оберегах:

1. Ромб — символ родючості.

2. Хвилясті лінії — вода, початок життя, здатність адаптуватися до обставин.

3. Горизонтальні лінії — земля.

4. Косі лінії — дощ, що перетинає шлях до сонця.

5. Точки між лініями — зерна, кинуті в землю.

6. Хрест — перепона злу, знак закритості й захисту.

Таким чином, вивчення народної математики, тобто давніх математичних знань, має велике значення для глибшого розуміння культури народу. Знайомство зі способами підрахунків, народними мірами та українським фольклором у математиці відкриває захопливий світ розвитку поняття числа та його властивостей.

Впроваджувати сучасні підходи до навчання математики варто поступово, як під час уроків, так і в процесі організації позакласної роботи. Учителі математики у співпраці з колегами з інших предметів можуть залучати учнів до участі в різноманітних конкурсах і змаганнях, пов’язаних із STEM-програмою в позашкільній освіті. Це можуть бути заходи, як-от Мала академія наук, Фестиваль науки Sikorsky Challenge, Фестиваль ROBOTICA, Міжнародний природознавчий конкурс «Геліантус», Всесвітня олімпіада з робототехніки World Robot Olympiad, конкурси Intel Techno Ukraine та Intel Eco Ukraine, науково-технічні турніри за програмами First LEGO League, наукові пікніки, хакатони тощо.

Компоненти математичної компетентності:

* обчислювальна (готовність учнів застосовувати обчислювальні навички на практиці), форми роботи на уроці: тренувальний мікрофон, вдала рибалка, лісова стежина;
* інформаційно-графічна (готовність учнів застосовувати навички та прийоми, пов'язані з графічною діяльністю), форми роботи на уроці: ігри "Хто швидше?", практичні вправи (визначення часу за допомогою годинника, побудова кіл без циркуля);
* логічна (вміння логічно мислити, наприклад, розв'язувати рівняння, розгадувати ребуси, розрізняти істинне та хибне);
* геометрична (просторова уява): обчислення периметру та площі класів і клумб під час вивчення теореми Піфагора.

На уроках доцільно пропонувати учням прикладні задачі, що інтегрують знання з різних наук, таких як математика і фізика, біологія і математика, хімія і математика, математика і інформатика, або математика і економіка. Для розвитку логічного мислення учнів важливо використовувати задачі з логічним навантаженням. Щоб формувати відповідні компетентності, варто демонструвати виконання завдань із застосуванням програмного забезпечення, наприклад, створення діаграм у Microsoft Word або Excel. Як приклад, можна запропонувати проєкт “Мозаїка Ешера”. Для розвитку творчого мислення слід заохочувати учнів використовувати малюнки та схеми для розв'язування задач. Практичні роботи на уроках математики.

Учням слід давати творчі завдання, наприклад, аналізувати малюнки, визначати пропорції, в яких зазвичай зображені частини людського тіла, і малювати фігури відповідно до цих пропорцій. Не варто нехтувати історичною інформацією. Наприклад, завдання про розлив нафти в море не лише актуалізує знання учнів про пропорції, а й знайомить їх з екологічними проблемами.

Вимоги до організації уроку включають чітко сформульовані цілі та завдання уроку, визначення типу уроку, органічний зв'язок усіх частин уроку, зв'язок з попереднім уроком і закладення основ для наступного уроку, а також вибір найбільш підходящого уроку, виходячи з цілей і завдань уроку.

Вимоги до підготовки та організації уроку включають підготовку та використання демонстраційних і роздаткових матеріалів, можливість самостійного виконання учнями деяких завдань під керівництвом учителя, використання засобів контролю та самоконтролю учнів у процесі виконання навчальних завдань, а також перевірку та самоперевірку після виконання завдань.

Вимоги до змісту занять та процесу навчання включають сприяння розвитку пізнавальних процесів учнів (сприйняття, пам'яті, уваги, мислення та мовлення), формування особистісних якостей учнів (дисциплінованості, акуратності, ініціативності тощо) та мотивацію учнів до позитивного ставлення до навчання.

Необхідними умовами застосування педагогічних технологій є оптимальний для учнів класу ритм і темп навчання, сприятливий психологічний клімат у класі (взаємна доброзичливість, готовність учителя прийти на допомогу учням тощо).

Формування математичної компетентності учнів є важливим завданням сучасної освіти. Отже, розглянемо практичні рекомендації щодо формування культурної складової математичної освіти на уроках математики:

Впровадження елементів STEM-освіти:

- включення елементів науки, техніки, інженерії та математики (STEM) допомагає збільшити зацікавленість учнів математикою;

- використання практичних завдань, проектів та реальних ситуацій сприяє розвитку математичних навичок.

Застосування історичного матеріалу:

- вивчення історії математики допомагає учням зрозуміти, як математика розвивалася протягом століть;

- розгляд внеску великих математиків та їх відкриття сприяє формуванню культурної компоненти.

Розвиток критичного мислення:

- задачі, які вимагають аналізу, оцінки та вибору оптимального рішення, розвивають критичне мислення учнів;

- порівняння різних методів розв’язання задач також сприяє розвитку критичного мислення.

Застосування математики в реальному житті:

- практичні завдання, пов’язані з фінансами, геометрією, статистикою тощо, допомагають учням бачити застосування математики в повсякденному житті;

- вивчення математичних концепцій через реальні приклади сприяє культурному розвитку.

Інтерактивні методи навчання:

- використання ігор, головоломок, дослідів та спільних проектів допомагає зробити математику цікавішою та доступнішою для учнів;

- взаємодія учнів під час розв’язання завдань сприяє формуванню культурної компонентності.

**ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ ІІ**

Математична освіта – це шлях до всебічного розвитку особистості. Вона допомагає учням не тільки освоїти математичні знання, а й розвинути критичне мислення, творчі здібності та вміння працювати з інформацією. Завдяки математиці учні вчаться аналізувати, узагальнювати та робити висновки, що корисно в будь-якій сфері життя.

Математична компетентність — це комплексна характеристика особистості, що проявляється у глибоких і стійких знаннях із предмета, здатності застосовувати ці знання в нових умовах, досягати значущих результатів та підвищувати ефективність діяльності.

Отже, основним завданням сучасної системи освіти є формування гармонійної особистості та підготовка конкурентоспроможних фахівців, здатних системно мислити, аналізувати, порівнювати й ефективно розв’язувати життєві та професійні завдання. Це означає, що випускники загальноосвітніх навчальних закладів мають вміти самостійно приймати рішення та працювати в команді, бути ініціативними, інноваційними, вміти справлятися з перевантаженнями та виходити з стресових ситуацій. Компетентнісний підхід спрямований на розвиток цих якостей.

Таким чином, математика часто вимагає елегантних і простих рішень для складних проблем. Це створює естетичне задоволення від знайдених рішень, де простота і симетрія підкреслюють красу математичних структур. Правильні многогранники, фрактали, і симетричні фігури є прикладами візуальної краси в математиці. Вивчення їх властивостей допомагає зрозуміти, як математичні об'єкти можуть бути як функціональними, так і естетично привабливими. Графіки, діаграми і моделі допомагають візуалізувати і зрозуміти математичні концепції, що робить навчання більш приємним і наочним. Також математика має глибокі корені в різних культурах. Дослідження математичних досягнень стародавніх цивілізацій, таких як єгипетські піраміди або греків, демонструє, як математика вплинула на культурний розвиток і архітектуру. Багато культурних символів і декоративних елементів мають математичну основу. Наприклад, фрактали в природі, геометричні візерунки в традиційному мистецтві і архітектурі. Тому сучасні митці і дизайнери використовують математичні концепції для створення інноваційних і естетичних проектів. Це включає використання комп'ютерної графіки і 3D-друку для створення складних геометричних форм і структур.

# **ВИСНОВКИ**

Досліджено, що математична культура – це сукупність знань, умінь та навичок, які дозволяють людині ефективно працювати з математичними поняттями та методами. Вона включає в себе:

* розвинуте математичне мислення, що дозволяє аналізувати інформацію, встановлювати закономірності та робити висновки;
* здатність чітко і лаконічно формулювати математичні ідеї та доводити їх;
* розуміння специфічних математичних понять і операцій, а також їх ролі в різних галузях науки і техніки;
* уявлення про взаємозв’язки між різними розділами математики та їх застосування в практичній діяльності.

Дійсно, математична культура є одним з найважливіших аспектів загальної культурної діяльності.

Як і культура в цілому, вона нерозривно пов'язана із соціальною природою людини, є продуктом її розумових здібностей і виступає як змістовний аспект суб'єкт-об'єктних і суб'єкт-об'єктних відносин, зафіксованих за допомогою різних матеріальних носіїв. При цьому під суб'єктом розуміють людину (або соціальну групу), яка є носієм предметно-практичної діяльності та сприйняття.

З’ясовано, що концепція розвитку математичної культури ставить низку завдань, спрямованих на подолання проблем у математичній освіті: модернізація змісту навчальних програм; забезпечення відсутності прогалин у базових знаннях кожного учня; надання загальнодоступних інформаційних ресурсів; підвищення якості підготовки вчителів математики; підтримка лідерів математичної освіти; забезпечення умов для розвитку та застосування талановитими учнями високих математичних здібностей популяризація математичних знань та математичної освіти.

Розглянуто, що складовими математичної грамотності є: термінологічна грамотність; правильна математична мова (усна та письмова); обчислювальна та графічна культура. Під математичною грамотністю розуміють уміння правильно застосовувати математичні терміни, наявність необхідних знань і відомостей для виконання роботи (вирішення проблеми) в конкретній предметній області. Також це поняття має включати в себе не лише термінологічну грамотність, але й правильну математичну мову (усну та письмову), обчислювальну та графічну культуру.

Проаналізовано, що важливою передумовою розвитку математичної компетентності є формування в учнів позитивних мотивів навчання. Позитивне ставлення до навчання в підлітків виникає тоді, коли знання відповідають їх пізнавальним інтересам. Пізнавальний інтерес – це емоційно усвідомлена, вибіркова спрямованість особистості, яка звернена до предмета й діяльності, пов’язаної з ним, що супроводжуються внутрішнім задоволенням від результатів цієї діяльності.

Проаналізовано, що під термінологічною компетенцією можна розуміти вміння добирати терміни відповідно до теми висловлювання, ураховувати відмінності паронімічних термінів, не допускати заміни однієї термінологічної одиниці іншою, уживати терміни відповідно до їх дефініції, розрізняти терміни та професіоналізми.

Обчислювальний вміння – це глибоке розуміння математичних операцій та алгоритмів, яке дозволяє не тільки отримувати правильні результати, але й пояснювати кожен крок обчислення, усвідомлюючи його логіку. Обчислювальний навик – це автоматизована здатність виконувати математичні дії без зайвих зусиль, що досягається завдяки багаторазовому повторенню та практиці.

Графічна грамотність – це здатність сприймати та інтерпретувати різноманітні візуальні дані, такі як графіки, діаграми, схеми, і витягувати з них корисну інформацію, а також практичні навички створення таких зображень різними креслярськими засобами, вміння охайно та логічно оформляти записи., моделювати та конструювати графічні ситуації та працювати з графічними об’єктами за допомогою інформаційних технологій.

Проаналізовано, що математична компетентність (як предметна) - це здатність розпізнавати та використовувати математику в реальному житті, розуміти суть і методи математичного моделювання, створювати математичні моделі, досліджувати їх за допомогою математичних методів, тлумачити отримані результати та аналізувати похибки обчислень. Компетентнісний підхід не заперечує важливості знань, але його суть полягає в тому, що (на відміну від традиційного знаннєвого навчання) він розглядає знання не як самоціль, а як засіб розвитку і виховання особистості учня. Викладаються лише ті знання, які мають суб'єктивну цінність для учня. Таким чином, акцент у постановці цілей у компетентнісному навчанні зміщується з того, чого хоче досягти вчитель, на те, що потрібно учням.

Досліджено, що формування математичної компетентності учнів на уроках відбувається через засвоєння нових знань, умінь і навичок у процесі навчання математики. Поява позитивних, якісних результатів навчання учнів спонукає вчителів до використання діяльнісних навичок, методів і прийомів роботи з учнями на уроці та в позаурочний час, серед яких проблемне навчання, проектне навчання, особистісно-орієнтоване навчання, блочно-модульне навчання, інформаційні технології. У 10 та 11 класах рекомендується ознайомити учнів із задачами, пов'язаними з цінними паперами, такими як акції та облігації, щоб допомогти їм зрозуміти важливість ринку цінних паперів. Для учнів 10 та 11 класів завдання можуть бути пов'язані з конкретними розділами математики з усієї навчальної програми. Старшокласників можна запросити до участі в груповій роботі з магістрантами, докторантами та молодими вченими. Такий підхід позитивно впливає на результати навчання учнів, формує навички самостійної роботи, розвиває творчі здібності, підвищує мотивацію до навчання та інтерес до предмета.

Розроблено такі рекомендації, а саме впровадження елементів STEM-освіти (включення елементів науки, техніки, інженерії та математики (STEM) допомагає збільшити зацікавленість учнів математикою; використання практичних завдань, проектів та реальних ситуацій сприяє розвитку математичних навичок); застосування історичного матеріалу: (вивчення історії математики допомагає учням зрозуміти, як математика розвивалася протягом століть; розгляд внеску великих математиків та їх відкриття сприяє формуванню культурної компоненти); розвиток критичного мислення: (задачі, які вимагають аналізу, оцінки та вибору оптимального рішення, розвивають критичне мислення учнів; порівняння різних методів розв’язання задач також сприяє розвитку критичного мислення); застосування математики в реальному житті: (практичні завдання, пов’язані з фінансами, геометрією, статистикою тощо, допомагають учням бачити застосування математики в повсякденному житті; вивчення математичних концепцій через реальні приклади сприяє культурному розвитку); інтерактивні методи навчання: (використання ігор, головоломок, дослідів та спільних проектів допомагає зробити математику цікавішою та доступнішою для учнів; взаємодія учнів під час розв’язання завдань сприяє формуванню культурної компонентності).

# **СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ**

* + 1. Андрущенко В. П. Роздуми про освіту : статті, нариси, інтерв’ю. Київ : Знання України, 2005. 804 с.
    2. Баришок М., Пузирьов В.Є. Відеоуроки з розділу «Функції» для учнів загальноосвітньої школи. / Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ плюс 2017»: матеріали Міжн. дистанційної наук.-метод. конференції Суми, 2017. С.12-13.
    3. Бевз В. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: монографія. Київ, 2005 р. 360 с.; Тарасенкова Н. Компетентнісний підхід у навчанні математики: теоретичний аспект. 2016 р. №11 (179). С. 26-30.
    4. Бібік Н. М. Компетентністна освіта – від теорії до практики. К: Плеяда, 2005 р. с. 120.
    5. Білан І.В., Лосєва Н.М. Естетичний контекст екологічних задач у математиці. П’ята міжнародна конференція молодих учених: Харківський природничий форум (19-20 травня 2022 р., м. Харків): збірник тез. Харків: ХНПУ імені Г.С. Сковороди, 2022. С. 202-204.
    6. Білан І.В., Лосєва Н.М. Розвиток культурних компетентностей засобами математичних дисциплін. Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ\*плюс-2020» Суми: СДПУ ім. А.С. Макаренка, 2020. С. 8-9.
    7. Білан І.В. Муртазієв Е.Г. Пузирьов В.Є. Лосєва Н.М. Математична компетентність майбутніх фахівців. Scientific Collection «InterConf», (66): with the Proceedings of the 9 th International Scientific and Practical Conference «Challenges in Science of Nowadays» (July 16-18, 2021). Washington, USA: EnDeavours Publisher, 2021. Р. 113-116.
    8. Борзих А.Р., Лосєва Н.М. Інформаційно-комунікаційні технології і самореалізація студента у процесі навчання університету. – Серія: Педагогіка. – Мелітополь, 2018. – С. 190-194.
    9. Буркіна Н.В., Лосєва Н.М. Самореалізація викладача вищого навчального закладу і дистанційне навчання // Комп’ютер у школі та сім’ї . №4 (84). – 2010. – С.39-41.
    10. Віра М.Б., Сак В.В. Міжпредметні зв′ язки на уроках математики. Відповідальний редактор: Ковальчук ЮО. 2019, 84с.
    11. Воєвода А.Л. Формування фахової компетентності майбутніх учителів математики засобами розвитку пізнавальної активності. ВДПУ ім. Михайла Коцюбинського. Вінниця. 2009. С. 241.
    12. Губар Д.Є., Лосєва Н.М. Використання інформаційного інтерактивного порталу «Аналітична геометрія» для організації самостійної роботи студентів // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО-2013), м. Черкаси, 8-10 квітня 2013 р. – Черкаси: Вид-во ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2013. – С. 273-275.
    13. Губар Д.Є., Лосєва Н.М. Особливості організації змішаного навчання аналітичної геометрії у синхронному та асинхронному режимах // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ\*плюс – 2014»: матеріали Міжнародної дистанційної науково-методичної конференції (20-21 березня 2014 р., м. Суми): У 3-х частинах. Частина 3 / упорядник Чашечникова О.С. – Суми : «Мрія» ТОВ, 2014. – С. 37-38.
    14. Головань М.С. Математична компетентність: структура та сутність. Науковий вісник Східноєвропейського національного університету. 2014 р. №1, с. 35-39.
    15. Забезпечення якості загальної середньої освіти у провідних країнах Європи та США : Монографія / Л.Л. Волинець, А.П. Джурило, Г.С. Єгоров, Н.М. Лавриченко, О.І. Локшина, Б.Ф. Мельниченко, О.С. Оржеховська, О.О. Першукова, Н.В. Шеверун, О.М. Шпарик. За заг. ред. Локшиної О.І. Київ : Інститут педагогіки НАПН України, 2014. 374 с. URL: <http://comparlab.org.ua/wp-content/uploads/2021/12/comparlab_quality_full.pdf>.
    16. Зіненко І.М. Визначення структури математичної компетентності учнів старшого шкільного віку. Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. 2009 р. №2. С. 165-174.
    17. Крутецький В.А. Психологія математичних здібностей школярів/В.А. Крутецький. - М.: Педагогіка, 1968. - 422 с.
    18. Культура. Енциклопедія сучасної України. URL: https://esu. com. ua/search\_articles. php?id=51449.
    19. Лодатко Є. О. Математична культура вчителя початкових класів як основа професійного світосприйняття. Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ\*плюс 2012»: матеріали міжнародної науково-методичної конференції (6-7 грудня 2012 р., м. Суми): У 3-х частинах. Частина 2 / упорядник Чашечникова О. С. Суми : видавничо-виробниче підприємство «Мрія» ТОВ, 2012. 162 с.
    20. Лосєва Н.М., Білан І.В. Актуальність питання професійного самовдосконалення сучасного викладача. // Наумовські читання: матер. XVІІI наук. конф. студентів та молодих вчених, Харків: ХНПУ, 2020. С. 208-211.
    21. Лосєва Н.М., Білан І.В. Інформаційні технології як засіб естетичного розвитку особистості під час вивчення математики. Інформаційні технології– 2021: зб. тез VІІІ Всеукр. наук.-практ. конф. молодих науковців, 2021 р., м. Київ: Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2021. С.50-53.
    22. Лосєва Н.М. Взаємозв’язок емоційних і пізнавальних процесів у навчанні // Педагогіка і психологія формування творчої особистості: проблеми і пошуки: Зб. наук. пр. / Редкол.: (Т.І.Сущенко) (відп. ред.) та ін. – Київ-Запоріжжя. – 2002. – Вип. 24. – С. 81-84.
    23. Лосєва Н.М. Виховання прагнення до саморозвитку учнів засобами стереометрії // Дидактика математики: проблеми і дослідження. Міжнар. збірник наукових робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2002, Вип.17. С. 50-61.
    24. Лосєва Н.М. Геометричні тіла: Навчальний посібник. – Донецьк: Донецький нац. ун-т, 2001. – 231 с.
    25. Лосєва Н.М, Дубровський В.Л. Застосування інтерактивних технологій навчання на уроці математики у школі // Наукові записки: Серія Психолого-педагогічні науки. 2021.№1. С.59-67.
    26. Лосєва Н. М., Панова А. Ю., Інтерактивні методи навчання математики на традиційних заняттях і заняттях з використанням інформаційно-комунікаційних технологій», Вісник ВПІ, вип. 2, с. 182–187, Листоп. 2010.URL: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1417>.
    27. Лосєва Н. М. Застосування інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні дисципліни “Аналітична геометрія”. Вісник Черкаського університету. Педагогічні науки. 2011. № 201. С. 46-52.
    28. Лосєва Н.М., Кодіна Паскуаль Р. Рекреаційна математика у підготовці вчителя початкової школи: досвід факультету освіти Університету Барселони. Наукові записки. Серія «Психолого-педагогічні науки». Ніжин: Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя. 2022. Вип. 3. С. 93-100. <https://doi.org/10.31654/2663-4902-2022-PP-3-93-100>
    29. Лосєва Н., Копитко О. Різні аспекти використання інтерактивної дошки на уроках математики у загальноосвітній школі // Актуальні питання природничо-математичної освіти. – Вип. 1 (9). – Суми, 2017. – С.160-166.
    30. Лосєва Н., Луковська К. Виховання прагнення учнів до саморозвитку при вивченні теми „Правильні многогранники” (Розробка уроку для 11 класу) // Математика в школі. – 2009. –№ 6. – С. 25-30.
    31. Лосєва Н.М., Луковська К.С. Елективні курси з математики як основний інструмент індивідуалізації навчання у старшій школі // Матеріали міжнародної науково-методичної конференція „Проблеми математичної освіти” (ПМО – 2009), м. Черкаси, 7-9 квітня 2009 р. – Черкаси: Вид. Від ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – С.65-66.
    32. Лосєва Наталія. Розвиток готовності педагогічних працівників до самовдосконалення на основі короткотермінових курсів-тренінгів / Наталія Лосєва, Віктор Стрельніков // Імідж сучасного педагога. – 2020. – № 1 (190). – C. 49–53.
    33. Лосєва Н. М., Пузирьов В. Є. Досвід застосування ігрових технологій при вивченні математичних дисциплін. Тенденції забезпечення якості освіти: матеріали міжнародної науково-практичної конференції Дніпро: Міжнародний гуманітарний дослідницький центр, 2021. С. 87-88.
    34. Лосєва Н. М., Пузирьов В. Є. Освітній простір Іспанії: погляд зсередини. Здобутки та досягнення прикладних та фундаментальних наук XXI століття: матеріали міжнародної науково-практичної конференції Черкаси, 2022. С.235-237.
    35. Лосєва, Н.М., Пузирьов, В.Є., Терменжи, Д.Є, Організація самостійної роботи студента у реаліях дистанційного навчання. Суми: ФОП Цьома СП, 2021. С.154-155.
    36. Лосєва Н.М. Розвиток особистості учня в процесі вивчення геометрії // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнародний збірник робіт. Вип. 28. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2007. – С.145-148.
    37. Лосєва Н.М., Терменжи Д.Є., Баришок М.В. Ігровий компонент відеоуроку як спосіб підвищення пізнавального інтересу учнів. Всеукраїнська конференція «Україна в гуманітарних і соціально-економічних вимірах». Том 2. Дніпро. 2017 – С.233-234.
    38. Лосєва Н.М., Терменжи Д.Є Розробка сучасного дистанційного курсу з математики // Матеріали Міжнародної наук.-метод. конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО-2017) Черкаси, 2017. С.223-225.
    39. Лосєва Н.М. Тестування в умовах багатоступеневої підготовки фахівців у вищій школі // Освіта і управління. – 2002. – Т. 5. – № 4. – С. 150-156.
    40. Лосєва Н.М. Шкільний підручник допомагає саморозвитку особистості // Наукові записки Тернопільського держ. пед. ун-ту. – Тернопіль, 2002. – № 6. – С. 35-38.
    41. Луковська К.,Лосєва Н. Виховання прагнення учнів до саморозвитку при вивченні теми „Правильні многогранники” (Розробка уроку для 11 класу) // Математика в школі. – 2009. –№ 6. – С. 25-30.
    42. Ляшенко Л. М. Реформування професійної освіти в Фінляндії в умовах глобалізаційних процесів : дис. … кан-та пед. наук : спец.13.00.04 / Інститут вищої освіти Академії педагогічних наук України. Київ, 2003. 163 с.
    43. Математична культура як інноваційна складова професійної компетентності майбутнього вчителя математики. URL: http://dspace. pnpu. edu. ua/bitstream/123456789/5587/1/Zinchenko. pdf.
    44. Матяш О.І. Актуальні проблеми формування методичних компетентностей майбутніх учителів математики. Зб. наук. праць. Вип. 33, Київ-Вінниця, 2012 р. с. 404-407.
    45. Національна доктрина розвитку освіти: довідк.-метод. вид. / Упоряд. Н. Б. Лосина, Б. М. Терещук. Харків: ТОРСІНГ ПЛЮС, 2006. С. 38 – 56.
    46. Непомняща Т.В., Лосєва Н.М. Спеціальні комунікативні конструкції як засіб розвитку особистості учня при вивченні основ комбінаторики і теорії ймовірностей // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнародний збірник робіт. Вип. 30. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2008. – С.190-193.
    47. Овчарук О. Компетентності як ключ до оновлення змісту освіти. Стратегія реформування освіти в Україні. Київ: «К.І.С.». 2003 р. с. 13-41.
    48. «Освіта і доля нації». Освіта та її ресурси у подоланні сучасних соціокультурних і політичних викликів: Матеріали ХХ Міжнародної науково-практичної конференції (7-8 червня 2019 року)/ Харк. нац. пед. ун-т ім. Г. С. Сковороди. Харків: ХНПУ, 2019. с. 156.
    49. Пометун О.І. Запровадження компетентнісного підходу – переспективний напрям розвитку сучасної освіти. Вісник програм шкільних обмінів. 2004. №22.
    50. Поняття культури: філософський дискурс на рубежі століть. URL: https://enpuir.npu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/32262/Andrushchenko. pdf?sequence=1.
    51. Пузирьов В.Є., Лосєва Н.М. Реалізація принципу наочності при вивченні вищої математики // Міжнародна науково-практична інтернет-конференція “Світ дидактики: дидактика в сучасному світі”, вересень 2021, Київ: Інституту педагогіки НАПН України. 2021. С. 25-27.
    52. Пузирьов В.Є. Новації у викладанні вищої математики: застосування інформаційно-комунікаційних технологій // Гуманітарний вісник ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди» – Том 4 – К.: Гнозис, 2015. С. 414-421.
    53. Раков С.А., Вашуленко О.П., Горех В.П., Миляник А.І, Пузирьов В.В. Три виміри логікоматематичної компетентності. Вісник. Тестування і моніторинг в освіті. 2009. № 12. С.6-15.
    54. Раков С.А. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія математичної освіти. 2007 р. №5. С. 2-7.
    55. Рекомендації щодо формування математичної компетентності. 43 с. URL: <https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2022/09/Metodychni_matematychna.pdf>.
    56. Розробка і використання дистанційних курсів у навчальному процесі: методичні рекомендації / уклад. Н.М. Лосєва, Л.Б. Ігнатова. – Вінниця: ДонНУ імені Василя Стуса, 2016. – 88 с.
    57. Сафонова І.Я. Ключові й предметно-математичні компетентності. Педагогічний альманах: Збірник наукових праць. Випуск 21. Херсон. 2014 р. с. 329.
    58. Сафонова І.Я. Формування математичної компетентності у старшокласників. Актуальні проблеми державного управління, педагогіки та психології. 2013 р. Вип. 2, с. 397-402.
    59. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. 2-ге вид., доповн., переробл. К.: Вища школа, 2006 р. 584 с.;
    60. Раков С.А. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія математичної освіти. 2007 р. №5. С. 2-7.
    61. Тарасенкова Н.А. Зміст і структура математичної компетентності учнів загальноосвітніх навчальних закладів. 2008 р. №6, с. 3-9.
    62. Тарасенкова Н.А. Компетентнісний підхід у навчанні математики: теоретичний аспект. 2016 р. № 11. С.18-22.
    63. Тарасенкова Н. Компетентнісний підхід у навчанні математики: теоретичний аспект. 2016 р. №11 (179). С. 26-30.
    64. Терменжи Д. Є., Лосєва Н. М., Пузирьов В. Є. Самостійна робота студента в синхронному та асинхронному режимах: особливості організації. Scientific Collection «InterConf», (45): 3th International Scientific and Practical Conference «Scientific Community: Interdisciplinary Research». Hamburg, Germany: Busse Verlag GmbH, 2021. С. 135-142.
    65. Третяк М. В. До питання про математичну культуру. Міжнародна науково-практична конференція «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики». До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З.І. Слєпкань. Тези доповідей. К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2011. 352 с.
    66. Шпарик О. М. Поняття «освітній розвиток» та «реформування освіти» у сучасному науковому дискурсі України та Китаю. Український педагогічний журнал. 2019. 3. С. 38–49. DOI: <https://doi.org/10.32405/2411-1317-2019-3-38-49>.
    67. Bilan I., Nikolaieva O., Losyeva N. Rozwój kompetencji estetycznych uczniów. Paideia Παιδεία. Warszawa: Collegium Verum, 2021. №3. Р.247-265.
    68. Chashechnikova O.S. Development of mathematical abilities of primary school students / O.S. Chashechnikova. Diss. kpn 13.00.02. K., 1997. 208 p.
    69. Chashechnikova O.S. Some aspects of forming students' mathematical literacy / O.S. Chashechnikova, M.V. Melnikova, L.V. Nosachenko, Yu.M. Tverezovska, N.O. Shevchenko // Development of intellectual skills and creative abilities of pupils and students in the process of teaching mathematics: Materials Vseuk. science and method conf. (December 3-4, 2009, Sumy). Sumy: Publishing House of Sumy DPU named after A.S. Makarenko, 2009. P. 103-105.
    70. Daria Termenzhy, Nataliya Losyeva. Blended Learning In Action: Up-To-Date Teaching Mathematics. – Conference Proceedings. Abstracts. – X International GUIDE Conference «Optimizing Higher Education for the Professional Student: A balance of flexibility, quality and cultural sensitivity». – Vienna, Austria. – September 16-18, 2015. – P. 35.
    71. Formation of students' mathematical literacy through the development of computing culture. URL: <https://repository.sspu.edu.ua/bitstream/123456789/10795/1/Shevchenko.pdf>.
    72. Losyeva N. Game Frame of Reference as Preconditions for Students and Teachers Self-Realization// Journal of Research in Innovative Teaching. Publication of National University. Volume 2, Issue 1, 2009. – La Jolla, CA USA. Р.173-179.
    73. Losyeva N., Gubar D. Helping child to learn mathematics // FAMA – Family Math for Adult Learners/ Family and communities in and out of classroom: Ways to improve mathematics' achievement – Barcelona, 2011. P. 98-105.
    74. Losyeva N., Kyrylenko N., Kyrylenko V. Introduction of information communication technologies for the development of creative thinking in future educators in Ukraine // Zeszyty naukowe szkoly Wyzczej Rodzin w Warszawie. Seria Pedagogiczna. Zeszyt 16-17, Numer serii 9-10., Warszawa, 2018. P.121.
    75. Losyeva N., Puzyrov V. Game technologies of learning: experience of using the "tangram" / Матер.конф. «Психолого-педагогічні проблеми вищої і середньої освіти в умовах сучасних викликів: теорія і практика»: матеріали VІІІ Міжнародної науково-практичної конференції. Харк. нац. пед. ун-т імені ГС Сковороди. Харків, 2024. С.169-175.
    76. Nataliya Losyeva, Volodymyr Puzyrov. Міждисциплінарний контекст математичної освіти / Матер.конф. The 9th International scientific and practical conference «Modern problems of science, education and society» SPC «Sciconf. com. Ua»,Kyiv, Ukraine 2023. С. 529-535.
    77. Nataliya Losyeva, Svitlana Medvedieva, Supporting student development through active and interactive learning methods // Paideia: Szkoła Wyższa Przymierza Rodzin, №1-2019. С. 253-270.
    78. Romanyshina L.M., Khmelyar I.M., Lukashchuk M.M./ Formation of key competencies of future specialists in the process of studying at a medical college// Scientific notes of V. Hnatyuk TNPU. Series: Pedagogy. No. 2. 2011. P.71-78.
    79. Savchenko N. Puzyrov V. Organization of independent work in mathematics in the modern conditions of the information and educational environment // Scientific Collection «InterConf». Proceedings of the 2nd International Scientific and Practical Conference «Diversity and Inclusion in Scientific Area» (January 26-28, 2023). Warsaw 2023, Poland. – Р. 159-162.
    80. Skvortsova S.O. Teacher's professional competence: the meaning of the concept. Science and education. 2009. Issue 4. P. 93–94.
    81. Termenzhy D., Losyeva N. Prospect of implementing a blended learning of mathematics in higher education: a case study of Vasyl Stus Donetsk National University // International Conference on mathematics, informatics and information technologies (MITI-2018). – Balti, 2018. Moldova. P.215-217.