**Міністерство освіти і науки України**

**Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя**

**Навчально-науковий інститут природничо-математичних, медико-біологічних наук та інформаційних технологій**

**Кафедра інформаційних технологій, фізико-математичних та економічних наук**

*Середня освіта (Математика)*

*014.04 Середня освіта (Математика)*

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**

на здобуття освітнього ступеня ***магістр***

**МЕТОДИКА РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПРАКТИЧНИМ ЗМІСТОМ У СТАРШІЙ ШКОЛІ**

студентки Спаської Дарʼї Андріївни

*Науковий керівник:*

Віра Марина Борисівна,

канд. фіз.-мат. наук, доцент

*Рецензенти:*

Тарасенко Оксана Володимирівна,

канд. фіз.-мат. наук, доцент;

Пісоцький Олександр Петрович,

канд. псих. наук, доцент

*Допущено до захисту:*

Зав. кафедри

Казачков І. В. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Ніжин – 2024 рік

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота складається: сторінок – 99, рисунків - 10, таблиця - 8, джерел - 78.

В роботі досліджується методика розв’язування задач з практичним змістом у старшій школі та їх впровадження до навчального процесу при вивченні математики в старших класах.

Під час вивчення шкільного курсу математики неможливо обійтись без задач практичного змісту. Практичні задачі у математиці представляють собою задачі, умови яких включать нематематичні поняття. Їх застосування направлене на формування в учнів системи знань, умінь та навичок, робота із ними розвиває вміння осмислювати зміст понять й використовувати здобуті знання на практиці, аналізувати результати, робити порівняння, узагальнення, висновки, розширює кругозір учнів.

Ці задачі переконують учнів у необхідності вивчення теоретичного матеріалу й показують, що математичні абстракції виникають із задач. Практичні задачі допомагають визначити міжпредметні зв’язки, що у свою чергу обумовлюють свідоме засвоєння теорії, розширене та поглиблене сприйняття учнями фактів, формування цілісної картини природи.

Ключові слова: ЗАДАЧІ З ПРАКТИЧНИМ ЗМІСТОМ, МЕТОДИКА РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПРАКТИЧНИМ ЗМІСТОМ

АНОТАЦІЯ

Освіта в сучасному світі є освітою для людини, що повинна включати розвиваючу та культуротворчу домінанту, яка обумовлює виховання відповідальної особистості, що здатна до саморозвитку та самоосвіти, уміє опрацьовувати різноманітну інформацію, критично мислити, використовувати отриманні знання та навички для творчого розв'язання проблем, прагне змінити на краще як своє життя, так і життя своєї країни.

Середовище школи має формувати компетентну особистість, що здатна самостійно здобувати знання та використовувати їх на практиці, правильно опрацьовувати інформацію, бути контактним у різних соціальних групах, комунікабельним, працювати над розвитком інтелекту, морального та культурного рівня розвитку, творчо і критично мислити, планувати стратегію власного життя, генерувати нові ідеї, приймати рішення та швидко адаптуватися до змін у навколишньому середовищі.

В педагогічній літературі поняття практичної задачі визначається по різному, а саме:

1. сюжетна задача, яка сформульована у вигляді задачі-проблеми;
2. задача, що за формулюванням та методами розв’язування близька до задач, які виникають на практиці;
3. задача, яка вимагає перекладу з природної мови на математичну.

Задача із практичним змістом повинна задовольняти наступні умови:

* дані й шукані величини задачі повинні бути реальними, взятими життя;
* розв’язок задачі повинна мати практичну значимість;
* питання задачі формулюється таким чином, як вони зазвичай формулюється у житті.

Задача з практичним змістом виконує різні функції, які за певних умов виступають явно чи приховано. Деякі задачі ілюструють наявний в природи принцип оптимізації трудової діяльності, а інші – розвивають здібності учнів до технічної творчості.

Розв’язування практичних задач сприяє ознайомленню учнів із роботою галузей народного господарства та підприємств, що є умовою орієнтації інтересу учнів до деяких професій. Використання практичних задач дозволяє добре формулювати проблемну ситуацію на уроці. Ці задачі стимулюють учнів до здобуття нових знань, збагачування учнів теоретичними знаннями із технічних й інших дисциплін.

ABSTRACT

Education in the modern world is education for a person, which should include a developing and culture-creating dominant, which conditions the upbringing of a responsible individual who is capable of self-development and self-education, knows how to process various information, think critically, use the acquired knowledge and skills for creative problem solving, seeks to change both his life and the life of his country for the better.

The school environment should form a competent personality capable of independently acquiring knowledge and using it in practice, processing information correctly, being a contact in various social groups, communicative, working on the development of intelligence, moral and cultural level of development, creative and critical thinking, planning the strategy of one's own life, generate new ideas, make decisions and quickly adapt to changes in the environment.

In pedagogical literature, the concept of a practical task is defined in different ways, namely:

1) plot task, which is formulated in the form of a task-problem;

2) a problem that, in terms of formulation and solution methods, is close to problems that arise in practice;

3) a task that requires translation from natural language to mathematical language.

A task with a practical content must satisfy the following conditions:

• given and sought values of the problem must be real, taken from life;

• the solution to the problem must have practical significance;

• the question of the task is formulated in the way that it is usually formulated in life.

A task with a practical content performs various functions that, under certain conditions, appear overtly or covertly. Some problems illustrate the natural principle of optimization of labor activity, while others develop students' abilities for technical creativity.

Solving practical problems helps students get acquainted with the work of branches of the national economy and enterprises, which is a condition for the orientation of students' interest in certain professions. The use of practical problems allows you to formulate a problem situation well in class. These tasks stimulate students to acquire new knowledge, enrich students with theoretical knowledge from technical and other disciplines.

ЗМІСТ

ВСТУП 8

1 РОЗДІЛ ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЗАДАЧ З ПРАКТИЧНИМ ЗМІСТОМ

1.1 Науково-теоретичні основи понять задач практичного змісту 11

1.2 Методичні аспекти використання задач із практичним змістом при вивченні математики 18

1.3 Значення задач при формуванні математичної компетентності учнів 20

2 РОЗДІЛ ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У СТАРШІЙ ШКОЛІ 27

2.1 Дидактичні вимоги до організації навчального процесу в старших класах 27

2.2 Рівні та критерії сформованості прийомів розумової діяльності в учнів старших класів 34

2.3 Семіотичний компонент навчання математики у старших класах 40

3 РОЗДІЛ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПРАКТИЧНИМ ЗМІСТОМ У СТАРШІЙ ШКОЛІ 54

3.1 Задачі з практичним змістом у старшій школі 54

3.2 Впровадження інноваційних підходів до організації навчання

математики 59

3.3 Задачі з практичним змістом в ЗНО з математики 97

ВИСНОВКИ 78

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ 86

ДОДАТКИ 96

ВСТУП

**Актуальність.** Сучасна освіта є освітою для людини, яка включає розвиваючу та культуротворчу домінанту, що обумовлює виховання відповідальної особистості, яка здатна до саморозвитку та самоосвіти, уміє опрацьовувати різноманітну інформацію, критично мислити, використовувати отриманні знання та навички для творчого розв'язання проблем, прагне змінити на краще як своє життя, так і життя своєї країни.

Шкільне середовище повинне формувати компетентну особистість, що здатна самостійно здобувати знання та використовувати їх на практиці, правильно опрацьовувати інформацію, бути контактним у різних соціальних групах, комунікабельним, працювати над розвитком інтелекту, морального та культурного рівня розвитку, творчо і критично мислити, планувати стратегію власного життя, генерувати нові ідеї, приймати рішення та швидко адаптуватися до змін у навколишньому середовищі.

В Державному стандарті базової середньої освіти головною метою освітньої галузі «Математика» визначається формування в учнів математичної компетентності на рівні, який зможе забезпечити життєдіяльність у сучасному світі, успішне оволодіння знаннями з інших освітніх галузей під час навчання в школі, інтелектуальний розвиток учнів, розвиток уваги, пам’яті, логіки, інтуїнції та культури мислення учнів.

На сьогодні, Україна є учасником програми PISA - 2018. В межах цієї Програми учні проходять тестування із математики, читання та природничих наук, а також відповідають на питання під час анкетувань. Тут потрібно зазначити, що дослідження не перевіряє знань програмового матеріалу, проте воно визначає здатність учнів різних країн до використання знань та умінь з математики й природничих наук в різноманітних життєвих ситуаціях.

Беручи до уваги умови сьогодення, все частіше вчителі стикаються із тим, що учні втрачають інтерес до навчання, зі зменшенням чи відсутністю зовнішньої мотивації, відсутністю бажання здобувати знання. Також, виникло протиріччя між потребою забезпечення належної якості освіти за умов динамічного розвитку науки і техніки та неможливістю розв’язати дану проблему традиційним шляхом. Саме тому перед учителями математики, постає проблема: за умов становлення високотехнологічного інформаційного суспільства в Україні виникає потреба підвищення якості й пріоритетності шкільної математичної освіти, включення математичних предметів до навчальних планів на всіх рівнях освіти, покращення математичної підготовки школярів.

Реалізувати вищезазначені заходи можна за умови формування практичної, політехнічної та прикладної направленості шкільного курсу математики. Такий рівень математичної підготовки можна досягти у процесі навчання, що буде орієнтоване на широке розкриття зв'язків математики із навколишнім світом, із вирішенням життєвих проблем і повсякденним життям. Для цього необхідне підсилення практичного та прикладного спрямування шкільної математичної освіти й мотивації навчальної діяльності учнів. Відповідно, застосування отриманих навичок, умінь та знань, при вирішенні повсякденних життєвих проблем є необхідним.

**Метою** роботи є визначення методики розв’язування задач із практичним змістом у старшій школі.

**Об’єктом** роботи є математична компетентність учнів старших класів загальноосвітньої школи.

**Предметом** роботи є дослідження процесу формування математичної компетентності при вирішені задач практичного змісту учнями старших класів.

**Завдання**, які потрібно вирішити для досягнення мети:

* Визначити зміст, завдання і мету методики викладання математики;
* Встановити цілі навчання математики у старшій школі;
* Охарактеризувати виховання учнів в процесі вивчення математики;
* Дослідити історію використання задач із практичним змістом при вивченні математики;
* Визначити науково-теоретичні основи понять задач практичного змісту;
* Дослідити методичні аспекти використання задач із практичним змістом при вивченні математики;
* Охарактеризувати значення задач при формуванні математичної компетентності учнів;
* Встановити дидактичні вимоги до організації навчального процесу в старших класах;
* Надати визначення рівням та критеріям сформованості прийомів розумової діяльності в учнів старших класів;
* Визначити семіотичний компонент навчання математики у старших класах;
* Охарактеризувати вплив інноваційних підходів на організацію навчання математики.

1 РОЗДІЛ ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЗАДАЧ З ПРАКТИЧНИМ ЗМІСТОМ

**1.1 Науково-теоретичні основи понять задач практичного змісту**

Відповідно до змісту та характеру використання у курсі математики задачі практичного змісту поділяються на такі основні групи:

1. Вправи на побудову;
2. Вправи обчислювального характеру;
3. Вправи спрямовані на оцінку точності використаних на практиці методів вимірювання;
4. Задачі, що ілюструють застосування формул і теорем.

Задачі, що ілюструють використання теорем за формою та змістом бувають двох видів. До першого виду належать питання, що вимагають пояснення певного явища [30]. Наприклад, чому мотоцикл із коляскою стоїть на дорозі стійко, а для мотоцикла без коляски потрібна додаткова підпора ?

Розв’язуючи таку задачу, учень має сам розібратися у тому, на яку аксіому або теорему треба послатися для того, щоб пояснити наведений факт. Відповідно, ці задачі допомагають встановити зв'язок багатьох положень математики із реальним життям [74].

Задачі другого виду передбачають, що учні продемонструють застосування теореми чи аксіоми на практиці. Зазвичай їм надаються підказки щодо загальних явищ, в яких можна знайти приклади використання цих принципів. Наприклад, як формула різниці квадратів чисел може бути застосована при наближеному діленні, або як ознака паралельності площин використовується при настиланні підлоги?

Вправи на перевірку правильності застосовуваних на практиці способів вимірювання. В умові задачі цього типу подається певний спосіб вимірювання чи виконання інших практичних завдань. При цьому від учнів вимагають встановити, чи є він правильним. Якщо спосіб наближений, то учні повинні встановити його точність. Учням необхідно перевірити правильність запропонованого способу. Якщо метод є наближеним, вони повинні визначити його точність. Коли точність є достатньою, слід порівняти практичний підхід з теоретичним і вирішити, який з них є кращим для використання. У разі правильності способу учні його запам’ятовують і застосовують, а якщо метод виявляється неправильним, потрібно довести це [62].

Задачі цієї групи сприяють розвитку практичних навичок учнів, орієнтуючи їх на застосування різних методів вимірювання та обчислень у реальних умовах. Вони вчать учнів не лише використовувати ці методи, а й критично оцінювати їхню точність і ефективність, що є важливим аспектом для майбутньої професійної діяльності. Крім того, ці задачі допомагають учням сформувати вміння аналізувати пропоновані способи вирішення задач і знаходити можливі недоліки.

Саме завдяки таким вправам учні отримують можливість ознайомитись з практичними підходами, що застосовуються в різних галузях, і, в разі необхідності, вносити пропозиції щодо вдосконалення конкретних трудових процесів. Це є важливим кроком у підготовці до майбутньої професії, адже допомагає не лише вивчити теоретичні основи, а й навчитися адаптувати їх до реальних умов.

До прикладів таких вправ можна віднести наступні ситуації

* **Геодезичні інструменти:** Для перевірки горизонтальності при використанні геодезичних інструментів часто застосовують циліндричні рівні, які перевіряють положення інструмента в двох непаралельних напрямках. Однак питання полягає в тому, чи достатньо лише цієї перевірки для забезпечення необхідної точності при виконанні геодезичних вимірів?
* **Площі рівнобедреного трикутника:** У стародавньому Єгипті вважали, що площа рівнобедреного трикутника дорівнює половині добутку основи на бічну сторону. Це спрощена формула, яка могла мати практичне застосування в той час. Однак чи є ця формула правильною з математичної точки зору? Якщо вона помилкова, потрібно виявити величину похибки та дослідити, як це може вплинути на практичне застосування цієї формули.
* **Розподіл дошки на рівні частини:** У столярній справі для поділу дошки на кілька рівних частин майстер зазвичай двічі прикладає лінійку з поділками вздовж країв дошки та відмічає потрібну кількість відрізків. Це простий метод, однак виникає питання, чи є він достатньо точним, щоб досягти рівномірного поділу дошки, чи існують інші способи, які забезпечать більшу точність?

При вирішенні таких задач важливо враховувати профіль навчання учнів, оскільки це дозволяє значно прискорити процес освоєння професійних навичок та сприяє більш ефективному засвоєнню виробничої спеціальності. Розв’язуючи такі задачі, учні отримують не лише теоретичні знання, але й практичні навички, необхідні для роботи в реальних умовах [61].

Вправи обчислювального характеру можуть бути надзвичайно різноманітними. У курсі арифметики до таких завдань відносять, наприклад, розрахунок запасу кормів на фермі, обчислення вартості транспортування вантажів, визначення кількості кормових одиниць, складання кошторисів, відомостей, рахунків та інших подібних завдань. Такі задачі можуть мати різні форми: від побудови діаграм і графіків до задач на прогресії, пропорції, складання рівнянь тощо. Крім того, сюди включаються й задачі, що базуються на місцевому матеріалі, з урахуванням специфічних умов та особливостей [28].

У курсі геометрії є багато вправ, що стосуються визначення об’ємів, відстаней та площ поверхонь. Важливо, щоб розв’язання задач обчислювального характеру не обмежувалося лише виконанням однієї дії або простим підставленням даних у формулу. Хоча можна використовувати й невелику кількість таких вправ, значно більше уваги слід приділяти задачам, які мають глибокий математичний зміст та цікаві з практичної точки зору, оскільки вони стимулюють розвиток критичного мислення та здатності до аналітичного підходу [32].

Під час розв’язування задач та вправ обчислювального характеру учні можуть закріпити навички наближених обчислень. Однак часто учні не усвідомлюють, як точність вимірювань впливає на результат роботи. Це призводить до ситуацій, коли учні вважають прийнятним вимірювання кутів з точністю до градуса або вимірювання бази з трьома значущими цифрами, що не завжди відповідає необхідній точності для певних задач. Розв’язуючи вправи цієї групи, учні систематизують свої знання з наближених обчислень, уточнюють і доповнюють їх.

До вправ на побудову можна віднести, зокрема, відому задачу Я. Перельмана про чотири альтанки. Таку задачу можна розширити, доповнивши її запитанням про максимальну можливу величину площі ставка, що дозволяє не тільки розв’язати задачу, а й розвинути вміння застосовувати наближені обчислення для практичних ситуацій.

До цієї категорії завдань також входять числові задачі, що перевіряють правильність методів, які використовуються в креслярській практиці. Задачі практичного характеру є надзвичайно різноманітними. Робота з ними дозволяє учням глибше засвоїти математичний матеріал, оскільки дає змогу побачити реальне застосування теоретичних знань у практичних умовах [75].

Ще однією ефективною формою навчальної роботи є проведення екскурсій, практичних та лабораторних занять з математики. Вони дозволяють з’єднати теоретичний матеріал з реальними можливостями його практичного використання. Такі заняття допомагають учням зрозуміти важливість абстракцій та формалізацій, а також введення символічних записів, особливо при вивченні матеріалу, який здається віддаленим від практичного використання в професійній діяльності. Водночас, ці заняття сприяють закріпленню набутого досвіду та дозволяють краще зрозуміти сутність різних математичних положень, що є важливими для розвитку критичного мислення [31].

Багаторічний досвід вчителів показує, що дослідження учнів про застосування математики в різних професіях приносить значну користь. Учні можуть готувати реферати, де досліджують роль математики в конкретних професіях. Протягом навчального року можна організовувати екскурсії на об’єкти, де учні зможуть зібрати інформацію, що допоможе їм зрозуміти, як математика створює свої теорії шляхом узагальнення розв’язків практичних задач, або побачити реальне використання знайомих математичних співвідношень [29].

Залучення учнів до практичних занять дозволяє вчителю організувати систематизацію знань про властивості та структуру різних матеріальних систем, їх основні параметри, що в свою чергу сприяє кращому засвоєнню абстрактних математичних понять і зміцнює зв’язок між навчанням і підготовкою учнів до практичної діяльності [6].

Також, технічні ілюстрації допомагають краще усвідомлювати математичні закономірності, а тому включення їх до навчального процесу не лише бажане, але й необхідне. Обираючи дані ілюстрації, можна йти від теорії до практики, а може й, навпаки.

Вивчаючи стереометрію, в учнів виникають труднощі вимірювання певних елементів просторових фігур, визначення повної поверхні чи маси фігури, виготовленої із певного матеріалу. Основою для розв’язання відповідних вправ можуть бути не лише моделі, а й комплексні чи схематичні креслення [27].

Розв’язування задач та вправ, що вимагають використання комплексних креслень, слід починати лише після того, як учні здобудуть основні знання про геометричні просторові фігури та зрозуміють, як виводити формули для обчислення їх об’єму та площі поверхні.

Для того, щоб практичні роботи з математики зацікавили учнів старших класів, у кабінетах математики комплектують набори фігур різної форми та величини: пірамід, паралелепіпедів, циліндрів, технічних деталей, болтів, гайок і т.д.

Застосовуючи схематичне зображення просторової фігури, можна створити ряд взаємопов’язаних вправ. Наприклад, розглянемо задачу, де дано конус з висотою 12 см і радіусом основи 4 см. Завдання полягає в тому, щоб визначити найменший відсоток відходу матеріалу, якщо з цього конуса виготовлено правильну шестикутну піраміду. Для розв’язування учням потрібно: обчислити площу бічної поверхні піраміди, визначити об’єм піраміди знайти кут нахилу бічного ребра піраміди до площини основи, розрахувати масу піраміди, припускаючи, що вона виготовлена з алюмінію.

Ці вправи допомагають учням освоїти важливі математичні поняття та навички, пов’язані з геометричними фігурами [21].

Виробнича практика учнів відкриває широкі можливості для практичного застосування навчального матеріалу.

Сьогодні особливо актуальна математизація різних сфер суспільної діяльності, що підвищує значення математичних методів у вивченні матеріалу різних предметів. Важливим є питання ефективного використання ресурсів, які можуть сприяти підготовці учнів до вибраної професії та майбутньої трудової діяльності. У цьому контексті на уроках математики успішно використовуються прикладні задачі, які не тільки допомагають учням засвоювати математичні знання, а й ознайомлюють із науковими фактами з інших дисциплін. Крім того, учні навчаються самостійно знаходити необхідну інформацію в додаткових джерелах, що сприяє розвитку корисних навичок роботи з довідниками [76].

Методисти вже давно підкреслюють важливість міжпредметних зв’язків як інструменту ефективного використання математичних знань у практичній діяльності. Це обумовлено не лише постійним розширенням сфери застосування математики, але й потребою ознайомлення учнів з оптимальними методами використання обчислювальних технологій, а також зі стратегічними підходами до математичного моделювання складних систем і процесів. Таке навчання сприяє формуванню компетентностей, необхідних для вирішення актуальних задач у різних сферах діяльності [60].

Діяльність, спрямована на забезпечення міжпредметних зв’язків, може бути значно оптимізована через узгодження темпу вивчення та змісту різних навчальних предметів. Наприклад, перед вивченням географічних координат і елементів картографії на уроках математики можна вивчати прямокутну систему координат, вводити основні поняття про діаметр і кулю, а також розглядати поверхні сфери. Однак, досвід багатьох учителів показує, що використання прикладних задач на уроках математики, створених на матеріалах суміжних предметів, не завжди забезпечує необхідний педагогічний ефект.

При виборі та розв’язуванні прикладних задач слід дотримуватись певних принципів. Задача має ілюструвати практичне використання математичних методів і ідей, бути зрозумілою учням через використання знайомих термінів і понять, а також містити реальні числові дані, що не вимагають складних обчислень. Умова задачі повинна бути лаконічною, а прикладна частина — такою, щоб її пояснення не займало багато часу. Система задач має сприяти простим узагальненням, що дозволяють учням краще усвідомити прикладні аспекти математики в науковій діяльності [26].

У прикладному контексті одним з найбільш зручних методів є вимірювання на місцевості. Учні з цікавістю розв’язують задачі на визначення відстані до недоступних об’єктів або між віддаленими точками, таких як висота дерева. Розв’язування цих задач дозволяє не тільки ілюструвати застосування методу координат або тригонометричних співвідношень, але й розкривати практичне значення математичних знань. Такі задачі є особливо корисними, коли деякі елементи фігур недоступні для прямого вимірювання [25].

Деякі прикладні задачі також несуть теоретичне навантаження, пов’язане з іншими дисциплінами, такими як географія, фізика, астрономія, хімія та біологія. Під час розв’язування таких задач учні не лише застосовують математичні методи, але й отримують нові знання з цих суміжних галузей. Для кожної теми в курсі математики можна підібрати цікаві і корисні задачі, які розкривають практичні аспекти математичних знань у суміжних предметах [33].

Деякі прикладні задачі також несуть теоретичне навантаження, пов’язане з іншими дисциплінами, такими як географія, фізика, астрономія, хімія та біологія.

Під час розв’язування таких задач учні не лише застосовують математичні методи, але й отримують нові знання з цих суміжних галузей. Для кожної теми в курсі математики можна підібрати цікаві і корисні задачі, які розкривають практичні аспекти математичних знань у суміжних предметах [24].

Однак важливо відзначити, що перенасичення шкільного курсу математики задачами практичного змісту може призвести до нехтування базовими програмними вимогами, такими як засвоєння систематичних знань, виконання тотожних перетворень, розв’язування рівнянь різних видів та обчислень. Задачі практичного змісту мають бути доповненням до основного навчального процесу, а не замінювати його.

Інтеграція прикладних задач у навчальний процес вимагає від учителя додаткових зусиль. Перш ніж організовувати практичні заняття або математичні екскурсії, вчителю необхідно ознайомитись з матеріалами, пов’язаними з конкретними задачами, вивчити технічну літературу і підготуватися до заняття. Така підготовка забезпечує ефективне поєднання теоретичних знань з їх практичним застосуванням [59].

У результаті цього підходу учні завершають навчання не лише з глибоким розумінням математичних принципів, а й здатністю застосовувати ці знання в реальних життєвих ситуаціях, що відкриває великі можливості для їх подальшої професійної діяльності і впровадження здобутих знань у повсякденне життя [23].

**1.2 Методичні аспекти використання задач із практичним змістом при вивченні математики**

Практична орієнтація навчання математики сприяє формуванню в учнів уявлення про математику не лише як сукупність теоретичних знань, а й як потужний інструмент для вивчення та перетворення навколишнього світу. Важливим є розуміння математики не лише як набору технічних інструментів, а й як джерела нових ідей, що можуть бути застосовані для вирішення реальних проблем. Оскільки математичні моделі дають змогу описувати та аналізувати складні процеси, навчання математичного моделювання відіграє важливу роль у розвитку когнітивних здібностей учнів, розширюючи їхнє уявлення про можливості застосування математики в інших науках і в повсякденному житті.

Вивчення задач прикладного змісту, які виникають поза межами власне математичних дисциплін, активізує пізнавальні інтереси учнів і мотивує їх до подальшого навчання. Це дозволяє школярам краще усвідомлювати, як теоретичні знання можуть бути застосовані для розв’язування конкретних практичних завдань, стимулюючи творчий підхід до вирішення проблем і розвиток здатності до самостійного мислення. Математика, таким чином, стає не тільки засобом для вирішення абстрактних задач, а й невід’ємною частиною інструментарію для розв’язання реальних життєвих задач у різних сферах діяльності.

Таким чином, навчання математики через практичні задачі та моделювання сприяє формуванню в учнів комплексного підходу до вирішення завдань, що дає їм змогу застосовувати здобуті знання у різноманітних контекстах, відкриваючи нові горизонти для розвитку їхніх пізнавальних здібностей та професійних навичок [34].

Практичне спрямування курсу математики у старшій школі передбачає формування в учнів навичок використання набутих знань при вивченні як самої математики, так й інших предметів. Політехнічне спрямування обумовлює використання математичних знань для характеристики виробничих процесів, їх обслуговування, покращення вивчення інших предметів (трудового навчання, креслення, фізики, хімії, біологія, географія тощо).

Варто зазначити, що ефективним є навчання, яке у поєднанні з вихованням забезпечує свідоме засвоєння учнями системи наукових знань, активізацію у них мислення, викликає бажання і потребу в нових знаннях, підвищує інтерес до предмета, стимулює розвиток здібностей кожного учня, розвиває навички і вміння застосовувати на практиці отримані знання, а також самостійно здобувати ці знання [77].

Для підвищення ефективності навчання математики важливо інтегрувати розв’язування задач практичного й прикладного змісту. Такий підхід дозволяє зробити навчальний процес більш значущим і водночас захоплюючим для учнів. Прикладні задачі на уроках виконують кілька важливих функцій. Вони не лише демонструють зв’язок математики з реальним життям, але й допомагають учням розвивати практичні навички, необхідні для вирішення повсякденних задач.

Розв’язування задач практичного змісту покращує економічну грамотність учнів, дозволяючи їм зрозуміти важливість математичних знань у реальному світі. Такий підхід сприяє формуванню інтересу до математики, оскільки учні бачать, як теоретичні знання можуть бути застосовані для вирішення конкретних практичних завдань. Це, в свою чергу, стимулює розвиток аналітичного мислення і підвищує розуміння того, як математичні абстракції та теореми виникають і використовуються для розв’язання реальних проблем.

Задачі практичного змісту також служать важливим засобом для переконання учнів у необхідності вивчення теоретичного матеріалу, оскільки вони допомагають побачити, як математичні концепції реалізуються в реальному житті. Це створює мотивацію до глибшого освоєння математичних знань, розкриваючи учням зв’язок між теорією та практикою.

Цей вид діяльності дозволяє формувати наступні компетентності:

* Соціальну - міжпредметні зв’язки на уроках математики можуть формуватися передусім через ці задачі;
* Інформаційна функція навчання математики полягає в розвитку в учнів навичок роботи з різними джерелами інформації. Це включає вміння знаходити, осмислювати та використовувати отриману інформацію для розв’язування задач та розвитку математичного мислення. Учні вчаться не лише працювати з математичними текстами, а й активно використовувати додаткові ресурси, такі як наукові статті, інтернет-джерела, довідники та інші матеріали, для поглиблення своїх знань;
* Пізнавальна функція навчання математики орієнтована на формування в учнів системи знань, умінь та навичок на різних етапах навчання. Вона сприяє розвитку їхнього інтелектуального потенціалу, спрямованого на глибоке розуміння та застосування математичних концепцій. Практичні задачі, що використовуються у процесі навчання, допомагають підкріплювати теоретичні знання та висвітлювати міжпредметні зв’язки. Це дозволяє учням більш свідомо засвоювати теоретичний матеріал, розширюючи й поглиблюючи своє сприйняття фактів.

Завдяки таким задачам учні не тільки краще розуміють математичні принципи, але й здобувають нові знання з інших дисциплін, що допомагає сформувати цілісну картину навколишнього світу. Вони сприяють інтеграції знань і дозволяють учням бачити практичне застосування того, що вони вивчають, що значно підвищує їхню мотивацію до навчання. Водночас, завдяки таким завданням учні вчаться вирішувати комплексні проблеми, розвивають критичне мислення та здатність аналізувати різні ситуації, що позитивно впливає на їх загальну освіту та підготовленість до реальних життєвих викликів [20].

Головним інструментом для ефективного вирішення задач практичного змісту є їх обґрунтоване включення у навчальний процес. Задачі прикладного характеру викликають в учнів більший інтерес, аніж більшість традиційних завдань з підручників. В. Болтянський підкреслював важливість таких задач для загальноосвітньої школи, особливо для формування в учнів інтересу до математики. Розв’язуючи практичні та прикладні задачі, учні не лише освоюють математичні поняття, вдосконалюють навички доказування та вивчення математичної символіки, але й краще розуміють зв’язок між теорією і практикою.

Ці задачі допомагають учням усвідомити, чому важливо вивчати математику, і як ці знання можуть бути корисними в реальному житті. Крім того, процес розв’язування задач розвиває в учнів навички вирішення проблем, що виникають у повсякденних ситуаціях, та сприяє формуванню їхніх соціальних, пізнавальних і інформаційних компетентностей. В результаті учні набувають не лише математичних знань, але й здатності до аналітичного мислення, що є важливим для їхньої подальшої навчальної та професійної діяльності [22].

**1.3 Значення задач при формуванні математичної компетентності учнів**

Основною ознакою сформованої математичної компетентності є здатність застосовувати математику в реальному житті, розуміти методи і зміст математичного моделювання, а також вміння будувати математичні моделі, інтерпретувати отримані результати і досліджувати їх за допомогою математичних методів. Це вимагає від учня не тільки знань математичних теорій, а й практичного вміння адаптувати ці теорії до реальних умов і ситуацій.

Міжнародне порівняльне дослідження PISA, яке оцінює математичну грамотність 15-річних учнів, визначає математичну компетентність як здатність особи формулювати, застосовувати та інтерпретувати математику в різноманітних контекстах. Вона включає математичні міркування та використання математичних фактів, понять, процедур і інструментів для пояснення, опису та прогнозування явищ. Завдяки цьому компетентність допомагає зрозуміти роль математики в світі та приймати обґрунтовані рішення, що необхідні для творчих, активних та критичних громадян.

Згідно з визначенням PISA, математична компетентність учня передбачає здатність діяти на основі знань, умінь, навичок, сформованих способів мислення, цінностей та інших особистих якостей. Учень повинен уміти розв’язувати й створювати математичні моделі, інтерпретувати їх у контексті реальних проблем, а не лише обмежуватися формальними математичними знаннями та вміннями низького рівня [19].

При дослідженні математичної компетентності варто детально розкрити зміст таких трьох процесів:

* Інтерпретація;
* Застосування;
* Формулювання.

Математичне формулювання обумовлює здатність впізнати математичну суть реальної задачі, побачити, що для розуміння, аналізу, опису певного реального процесу чи явища, до вирішення даної реальної проблеми або виконання завдання може бути застосовані деякі конкретні математичні структури.

Застосування математики передбачає процес вирішення задачі шляхом проведення точних математичних процедур, логічних міркувань, спираючись на відповідні математичні факти, поняття та інструменти. Розв’язання може включати знаходження рішень рівнянь, виконання обчислень, перетворення виразів, аналіз інформації з графіків і діаграм, а також створення графічних зображень тощо.

Математична інтерпретація полягає в аналізі отриманого розв’язку та його зіставленні з контекстом реальної ситуації. Це означає, що результати математичного розв’язання оцінюються на предмет їхньої доречності та змістовності в умовах поставленої задачі.

Оскільки математична компетентність означає здатність до дій, її формування можливе лише через активну діяльність, яка проявляється у поведінці людини в конкретних ситуаціях. Математичні задачі є природним і ефективним середовищем для такої активної діяльності [78].

Математика як наука неможлива без задач, адже саме вони виступають інструментом і метою навчання та розвитку математичного мислення. Теоретичні знання стають зрозумілими лише під час їх практичного застосування. Алгоритми, правила мислення та мотивацію неможливо отримати зовні — їх формування відбувається в процесі розв’язання задач, що дозволяє використовувати ці навички інтуїтивно, підсвідомо та автоматично.

Водночас недоліки у формуванні математичних умінь та навичок негативно впливають на засвоєння теоретичних понять. З іншого боку, теоретичні знання, які не знаходять практичного застосування, погано запам’ятовуються, недостатньо засвоюються і не формують системного розуміння, що призводить до їх швидкого забування [58].

На сьогодні, задачі – це один із можливих шляхів розвитку творчих здібностей людини. Саме під час розв’язування задач формуються чи проявляються більшість складових математичної компетентності, таких як комунікативна здатність, математичне мислення, обчислювальна культура, дослідницькі навички й навички використання математичної символіки, засобів наочності.

Також, при розв’язуванні задач формуються певні риси характеру та якості інтелекту. До цих характерних рис відносяться винахідливість, ініціативність, допитливість, наполегливість, спостережливість, креативність, уява, здатність критично оцінювати, чесність, відповідальність, працелюбність, здатність до самоосвіти та самовдосконалення.

Слід зазначити, що не кожна задача здатна стимулювати мислення. На жаль, багато сучасних шкільних підручників переповнені задачами репродуктивного характеру, для розв’язання яких не потрібно прикладати значних інтелектуальних зусиль. Водночас, кожна задача має сприйматися учнем як наукова проблема, а її розв’язання — як дослідження. Відомий педагог і математик Д. Пойа визначав дослідження як «процес розв’язання задачі, що полягає в пошуку виходу зі скрутної ситуації чи способу обійти перешкоду».

Однак повна відмова від репродуктивних задач є неможливою, особливо на початкових етапах формування понять або ознайомлення з новими фактами. У таких випадках репродуктивні задачі відіграють допоміжну роль і використовуються лише на початкових стадіях навчання [35].

Виділяють чотири класи задач, які найбільш ефективно сприяють інтелектуальному розвитку, тренують мислення, формують дослідницькі навички, здатність до рефлексії, а також виховують культуру розумової праці та математичну культуру. Вони розвивають інтуїцію, кмітливість і стимулюють формування «м’яких навичок». До цих задач належать:

* компетентнісні задачі (задачі з практичним змістом);
* «цікаві» задачі (головоломки, логічні задачі, парадокси, історичні задачі і т.д.);
* геометричні задачі на побудову;
* задачі на доведення.

Задачі на доведення демонструють математику як строгий логічний процес, у якому всі твердження мають бути чітко обґрунтовані. Такий підхід виключає використання понять на кшталт «можливо», «ймовірно» або «напевно». Хоча доведення теорем і задачі на доведення є важливим елементом шкільної програми, їх потенціал часто залишається недооціненим. Нерідко вчителі обмежуються лише формулюваннями теорем, уникаючи їх доведення, що сприяє нерозумінню учнями сутності математичного доведення [5].

Водночас задачі на доведення сприяють розвитку вміння обґрунтовувати свої думки, формувати логічні зв’язки, аргументувати свої рішення. Вони вчать розрізняти строгі докази від припущень, а достовірні твердження — від ймовірних. Такі задачі також стимулюють цікавість до математики, розвивають творчі здібності й допомагають засвоїти евристичні методи мислення, які є важливими для подальшого навчання.

Геометричні задачі на побудову є універсальним засобом розвитку мислення, оскільки їх розв’язання включає класичні етапи розв’язання проблем: визначення суті задачі, аналіз умов, побудова плану, прийняття рішення і оцінка результатів. Такий підхід сприяє формуванню системного мислення і навичок вирішення складних завдань.

Основною рисою задач на побудову є те, що їх неможливо звести до чіткої та універсальної схеми дій, тобто вони не піддаються повній алгоритмізації. Немає готової послідовності кроків і прийомів, які автоматично забезпечать правильне розв’язання.

Замість цього, подібні задачі стимулюють творчий пошук, розвивають дослідницький підхід та вчать працювати в умовах невизначеності. Крім того, кожну задачу на побудову зазвичай можна розв’язати кількома різними способами, що заохочує до постійних творчих пошуків та формування нових ідей навіть після того, як основний розв’язок вже знайдено. Подібні завдання вимагають комплексного поєднання знань із різних розділів геометрії та алгебри, що сприяє більш глибокому розумінню математичного матеріалу.

«Цікаві» задачі завдяки власній нестандартності не тільки розвивають кмітливість і творче мислення учнів, а й викликають інтерес, внутрішню мотивацію до розв’язування задач і вивчення математики. Наразі, у шкільних підручниках цих задач майже немає, а їх розв’язування на уроках відбувається доволі рідко, деколи, вони можуть розв'язуватись в позакласній роботі.

Компетентісні задачі чи задачі із практичним змістом мають прикладне спрямування; в них йдеться про близьку до реальної чи реальну ситуацію, а розв’язати цю проблему, знайти спосіб виконання поставленого завдання, потрібно за допомогою математики.

Компетентнісні задачі, або задачі з практичним змістом, орієнтовані на реальні чи наближені до реальних ситуації, що вирішуються за допомогою математичного апарату. Саме завдяки таким задачам учні набувають досвіду математичного моделювання, готуючи себе до повноцінної участі у розв’язанні проблем різних сфер суспільного життя. Розв’язання таких задач сприяє усвідомленню значущості математики в реальному світі, розумінню універсальності її методів, мови та інструментів [57].

Однак результати зовнішнього незалежного оцінювання з математики свідчать про те, що випускникам шкіл часто бракує умінь застосовувати математичні знання у повсякденних ситуаціях чи інших галузях. Така сама проблема характерна й для студентів-першокурсників математичних спеціальностей університетів.

На сьогодні в загальноосвітній школі вивчення математики часто перетворюється на формальне засвоєння теоретичного матеріалу. Хоча успішне розв’язання задач і неможливе без необхідної теоретичної бази, сама по собі теорія має слугувати не просто для заучування формул, визначень чи теорем. Вона повинна стати глибоким фундаментом, завдяки якому учні опановують сутність понять, ідей та методів, здатних до практичного застосування і подальшого пізнання. Вчитель, у свою чергу, має допомогти учням зрозуміти цю сутність, демонструючи її різноманітні аспекти, а не лише ознайомлювати їх із формулами чи словесними визначеннями.

Ще одним чинником, що спричинив виникнення розглядуваної проблеми, є недостатня кількість практичної роботи з компетентнісними задачами. Причиною цього можуть бути слабо розроблене методичне забезпечення, дефіцит навчального часу або використання задач невисокої якості.

Щоб компетентнісна задача виконала свою функцію, вона має бути практично вагомою для учня. Лише за цієї умови виникає зацікавленість і внутрішня мотивація її розв’язувати. Тому зміст таких задач доцільно формувати на основі місцевого матеріалу: брати до уваги особливості географії, культури, соціально-економічних реалій і виробництва конкретного регіону. Зрозуміло, підручник не здатний врахувати всі локальні умови, які відрізняються від регіону до регіону. Саме тому відкривається велике поле для творчості вчителя [56].

У цьому напрямі можна організовувати колективні проєкти. Наприклад, там, де розповсюджене різьблення по дереву, вчитель математики разом із учителем трудового навчання може створити добірку задач на побудову «Геометричні орнаменти на основі правильних многокутників», а отримані конструкції застосовувати безпосередньо у виробництві різьблених виробів.

Грамотно підібрані компетентнісні задачі з практичним змістом здатні вирішити проблему, з якою часто стикаються вчителі, — відсутність зацікавленості більшості учнів у вивченні математики.

Отже, основне завдання вчителя — за допомогою таких задач розвинути пізнавальний інтерес школярів, переконати їх у тому, що математика стане в нагоді кожному в подальшому житті, незалежно від обраної сфери діяльності [36].

**2 РОЗДІЛ ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У СТАРШІЙ ШКОЛІ**

**2.1 Дидактичні вимоги до організації навчального процесу в старших класах**

Перехід учнів до старшої школи з різними напрямами профільного навчання безсумнівно є важливим і складним етапом у житті кожного школяра. У цьому віці вибір профілю переважно пов’язують із майбутньою професією, тому учні зосереджують зусилля на ключових предметах обраного напряму, часто недооцінюючи значення інших дисциплін, зокрема математики [18].

Для реалізації основних завдань реформування школи в нашій державі, з урахуванням здобутків провідних науковців, процес навчання математики слід будувати на засадах комплексного, системного, діяльнісного, особистісно орієнтованого та семіотичного підходів. Опанування знань є неможливим без комплексного підходу до організації навчального процесу.

Згідно з позицією З.І. Слєпкань, системний підхід до навчання полягає у забезпеченні єдності трьох параметрів організації освітнього процесу [66]:

1.навчальний процес має бути єдністю соціального, психологічного і педагогічного;

2.єдність всіх функцій навчання (освітньої, розвивальної, а також виховної);

3. йдеться про необхідність інтеграції всіх елементів навчального процесу (цілей, змісту, методів, організаційних форм та засобів навчання) в будь-якій методичній системі, при цьому провідна роль повинна належати саме цілям навчання. Організацію освітнього процесу слід здійснювати з урахуванням основних дидактичних принципів [67]:

1.науковості;

2.свідомості;

3.наочності;

4.зв’язку навчання із практичною діяльністю;

5.систематичності і послідовності;

6.активності і самостійності;

7.ґрунтовності;

8.доступності;

9.емоційності.

В межах системного підходу до організації навчання П. М.Щербань виділяє такі основні фактори інтенсифікації навчання, а саме:

1.підвищення цілеспрямованості навчання;

2.посилення мотивації навчання;

3.розширення інформаційного змісту уроків;

4.активізація процесу навчання;

5. вдосконалення форм навчання;

6.оптимізація темпу навчальних дій;

7.розвиток навичок навчальної праці;

8. використання наочності та аудіовізуальних засобів навчання;

9.використання комп’ютерних технологій;

10. створення проблемних ситуацій;

11.застосування логіко-пізнавальних прийомів (аналіз, синтез, узагальнення, індукція, дедукція, аналогія, порівняння);

12.самостійні роботи реконструктивного й конструктивного характеру;

13.особистість вчителя й творчий підхід до справи.

Процес навчання учнів надзвичайно складний і багатогранний, тому й потребує системного підходу. На думку З.І. Слєпкань, у сфері педагогіки та методики навчання математики системний підхід спрямований на виявлення цілісності навчальних об’єктів, визначення різноманітних зв’язків між ними та їх узгодження в єдиній теоретичній характеристиці [68]. Ця характеристика охоплює суб’єкта пізнання (учня), сам процес пізнання, його результат і мету, а також умови, за яких відбувається пізнавальна діяльність.

Н.А. Тарасенкова пропонує для основної школи виокремлювати у процесі навчання математики такі складні системи:

1. Зміст математичної освіти.

2. Організаційний аспект навчального процесу (методи, прийоми, форми організації навчання, засоби навчання).

3. Особистісний аспект навчального процесу (потреби, інтереси, мотиви до вивчення математики, вікові та індивідуальні особливості учнів тощо).

4. процес цілеспрямованого перетворення індивідуального досвіду дітей – діяльність навчання;

5. організаційну, керівну діяльність вчителя під час викладання.

На думку В.І. Бондаря, «процес навчання – це цілеспрямована, послідовно організована взаємодія вчителя та учнів, опосередкована змістом діяльності, у ході якої розв’язуються завдання освіти, виховання й загального розвитку дітей» [55]. Враховуючи таке трактування, стає очевидним, що формування певних знань, навичок і вмінь у профільних класах неможливе без діяльнісного підходу [65].

В енциклопедії освіти В.І. Бондар визначає навчальну діяльність як цілеспрямований і впорядкований комплекс дій, прийомів та операцій, котрі забезпечують мотивовану та активну участь учня в організованому дорослими процесі навчання. Головною характеристикою цього процесу є його предметність. П.М. Щербань серед складників навчального процесу виокремлює діяльність учителя (викладання) та діяльність учня (навчання).

Г.О. Атанов наголошує, що знання потрібні не лише для того, аби їх запам’ятати, а й для використання у певній діяльності, насамперед навчальній. Учні значно краще засвоюють та осмислюють матеріал, коли вони активно включені у навчальну діяльність, маючи перед собою чітку мету, цілі та завдання [17].

В Законі України «Про загальну середню освіту» зазначено, що результат навчання полягає у інтелектуальному, соціальному та фізичному розвитку учня, який стає основою для подальшої освіти і професійної діяльності. Виходячи з цього, особливого значення набуває впровадження особистісно орієнтованого навчання.

На думку С. І. Подмазіна, мета такого підходу полягає у створенні сприятливих умов для розвитку й становлення індивідуальності як суб’єкта діяльності й суспільних відносин, котрий діє відповідно до системи гуманістичних цінностей. О. Я. Савченко, Г. К. Селевко, Н. А. Тарасенкова вважають, що ключове завдання особистісно орієнтованого навчання – сформувати у дитини позитивну Я-концепцію. Саме тому в процесі навчання математики учнів старших класів, для яких цей предмет не є профільним, важливо створювати «ситуації успіху».

Науковці виокремлюють внутрішню (рівневу), зовнішню (профільну), широку, пошукову та неперервну диференціації навчання. Рівнева диференціація дає змогу учням засвоювати навчальний матеріал відповідно до їхніх можливостей, лишаючись у межах однієї програми та одного підручника. Нам імпонує погляд З. І. Слєпкань, згідно з яким «рівнева диференціація зобов’язує на основі безумовного досягнення всіма учнями мінімально необхідного обсягу знань та вмінь створити умови для підвищеного рівня навчання тих дітей, які мають бажання та можливості для цього» [4].

У контексті навчання математики в старших класах ми наголошуємо передусім на першій частині наведеного твердження, однак при цьому не ігноруємо його другу складову. Саме засвоєння математичного матеріалу сприяє розвитку у старшокласників ключових прийомів інтелектуальної діяльності, формуванню теоретичного й практичного, абстрактного й конкретного мислення.

На думку А.І. Кузьмінського та В.Л. Омеляненка, методи навчання варто розглядати як упорядковані способи спільної діяльності вчителя та учнів, спрямовані на ефективне розв’язання освітніх і виховних завдань. Існують різні підходи до класифікації методів навчання:

1.за джерелом знань (Д.О. Лордкіпанідзе, Є.Я. Голант, а також Н. М. Верзілін тощо);

2.за характером навчально-пізнавальної діяльності (І.Я. Лернер та М.М. Скаткін);

3.за рівнем проблемності знань й рівнем навчання (М.І. Махмутов);

4.на основі цілісного підходу до процесу (Ю.К. Бабанський) й інші.

В нашому аналізі ми керуємося класифікацією І.Я. Лернера і М.М. Скаткіна. Дослідники виокремлюють 5 методів навчання:

1.пояснювально-ілюстративний (розповідь, лекція, пояснення, робота із підручником, демонстрації й інші);

2.репродуктивний (відтворення знань й способів дій, діяльність за алгоритмом, програмою);

3.проблемного викладу;

4.частково-пошуковий (чи евристична бесіда);

5.дослідницький.

І. Я. Лернер виділяє три послідовні ступені, на яких відбувається засвоєння знань учнями:

1. Осмислене сприймання і запам’ятовування, яке проявляється в точному або наближеному відтворенні навчального матеріалу;

2. Використання знань за зразком чи у подібній ситуації;

3. Творче застосування здобутих знань у нових, незнайомих умовах.

Аналогічні рівні учений визначає й для засвоєння способів діяльності, що впливає на відповідний добір методів навчання. Один із них – пояснювально-ілюстративний – полягає в тому, що вчитель подає учням інформацію через різні засоби. Серед них:

• Мовні: розповіді, пояснення;

• Друковані: підручники, довідники;

• Наочні: ілюстрації, схеми, таблиці;

• Практичні демонстрації: приклади способів розв’язування задач, доведення теорем, складання планів тощо.

Під час застосування пояснювально-ілюстративного методу учні переважно опановують матеріал на першому рівні засвоєння, який передбачає осмислене сприйняття та запам’ятовування інформації. Учитель при цьому забезпечує цілеспрямоване спрямування навчальної діяльності: надає теоретичний матеріал у доступній формі, ілюструє його прикладами, використовує наочні засоби навчання, демонструє зразки розв’язування задач, пояснює логіку доведень теорем. Однак на цьому етапі знання учнів ще не закріплені у вигляді сталих навичок та вмінь застосування їх на практиці. Для переходу до другого рівня, коли учні здатні використати здобуту інформацію за зразком або у подібній ситуації, потрібне багаторазове відтворення щойно набутих знань і способів діяльності.

Саме з цією метою використовується репродуктивний метод навчання, під час якого учні активно повторюють та відтворюють матеріал, закріплюючи базові навички. Для цього методисти розробляють серії вправ, добирають типові й варіативні задачі, пропонують систематичні тренувальні завдання. Поєднання пояснювально-ілюстративного та репродуктивного методів навчання під час вивчення математики в старших класах дає учням можливість спочатку глибше зрозуміти зміст навчального матеріалу, а потім відпрацювати його до автоматизму, що є передумовою для подальшого переходу до більш високих ступенів засвоєння – творчого використання знань у нових, нестандартних ситуаціях.

Однак, у сучасній педагогічній практиці важливо не обмежуватися лише традиційними методами. Інтерактивне навчання, як відзначає В. Г. Моторіна, постає як особлива форма організації пізнавальної діяльності. Воно забезпечує умови, за яких кожен учень стає активним суб’єктом навчального процесу, а не пасивним споживачем інформації. Використання інтерактивних підходів (робота в малих групах, дискусії, дебати, проєкти, рольові ігри, інтерактивні онлайн-платформи, навчальні квести тощо) сприяє не лише глибокому засвоєнню математичного матеріалу, а й формуванню низки ключових компетентностей: уміння працювати в колективі, критично мислити, генерувати нові ідеї, застосовувати знання у практичних контекстах. Це особливо важливо у старших класах, коли учні вже замислюються про майбутню професію та реальне застосування набутих знань. Участь у інтерактивних формах діяльності допомагає їм усвідомити, що математика не обмежується підручниками та розв’язанням типових завдань, а є важливим інструментом для розуміння й вирішення реальних проблем, які постануть перед ними в подальшому навчанні та професійній діяльності.

Науковиця зауважує, що на відміну від традиційного підходу, інтерактивне навчання орієнтоване на формування та розвиток індивідуальності учня шляхом багатогранної взаємодії між учнями та вчителем. Важливим під час навчання математики є добір форм організації навчання. М.М. Фіцула називає такі головні особливості організаційних форм навчання:

1.зовнішній вияв функцій вчителя і учнів відповідно до розпорядку;

2.діяльність вчителя і школярів обмежена часом (тривалість уроку);

3.склад групи дітей може бути постійним (клас на уроці) чи змінним (поділ на групи);

4.порядок спілкування учителя і дітей (пояснення, бесіда, а також інструктаж та ін.);

5.організаційна форма навчання безпосередньо не пов’язана із основними закономірностями процесу навчання, вона впливає на конкретний процес навчання.

Однією із головних організаційних форм навчання математики у старшій школі є урок. Наявні різноманітні класифікації типів уроку. В нашій роботі ми керуємося класифікацією уроків В.О. Онищука, а саме:

1.урок засвоєння нових знань;

2.урок формування навичок й умінь;

3.урок використання навичок й умінь;

4.урок узагальнення й систематизації;

5.урок контролю й корекції знань, навичок й умінь;

6.комбінований урок.

Під час уроку можуть застосовуватися різні форми організації навчального процесу: індивідуальна (самостійна діяльність кожного учня за підтримки вчителя), парна (співпраця двох учнів під керівництвом учителя), групова (робота в невеликих групах як самостійно, так і з допомогою вчителя), а також фронтальна (одночасна діяльність усього класу, спрямована й контролювана педагогом). Засобами навчання прийнято вважати будь-які ресурси, інструменти, пристрої чи устаткування, що використовуються для передачі інформації в ході навчального процесу. Зокрема, під час вивчення математики як засоби навчання можуть слугувати підручники, довідкова література, дидактичні матеріали, різноманітне навчальне обладнання (наочні посібники, моделі, схеми, таблиці, рисунки, технічні прилади, калькулятори, комп’ютери та педагогічні програмні засоби) [16].

Головним засобом навчання математичних дисциплін у старших класах традиційно виступає підручник. У ньому систематизовано та викладено теоретичний матеріал, що відповідає затвердженій програмі, а також запропоновано добірку задач для практичного використання, закріплення знань, формування й вдосконалення навичок та умінь, опанування основних способів математичної діяльності. Водночас кожен учитель самостійно визначає підхід до роботи з підручником, орієнтуючись на поставлені цілі й завдання уроку, його тип, специфіку учнівського колективу тощо.

З.І. Слєпкань пропонує застосовувати різноманітні методи та форми організації роботи з підручником, адаптуючи їх до конкретних умов навчання [68]:

1. діти читають текст підручника після пояснення вчителя;

2. діти аналізують приклади у тексті підручника для закріплення матеріалу, наводять власні приклади;

3. вчитель читає текст підручника, навчає дітей під час цього розрізняти головне, розставляти логічні акценти, розбивати текст на змістові частини, складати план;

4. діти читають текст, виділяють в ньому головне, розбивають на змістові частини;

5. діти читають текст самостійно, складають план, відповідають на питання учителя чи на питання, сформульовані у підручнику.

Проведене дослідження доводить, що у загальних вимогах до організації навчального процесу не окреслено вимог відносно цілеспрямованого формування ПРД.

**2.2 Рівні та критерії сформованості прийомів розумової діяльності в учнів старших класів**

У програмі з математики для старших класів вимоги до засвоєння навчального матеріалу сформульовано через перелік необхідних умінь. Водночас, за результатами проведеного нами анкетування та бесід із учителями, формування загальнопредметних способів діяльності, зокрема прийомів розумової роботи, у процесі вивчення математики в старшій школі часто відбувається стихійно та неконтрольовано. Як наслідок, більшість учнів застосовують навички аналізу, порівняння, узагальнення, систематизації тощо переважно на інтуїтивному рівні, без чіткого усвідомлення.

Проте, відповідно до наших досліджень, свідоме використання прийомів розумової діяльності під час навчання суттєво покращує результати. Кожен прийом розумової діяльності як різновид діяльності містить змістовий та операційний аспекти. Змістовий аспект полягає у володінні знаннями про те, які саме дії та операції необхідно виконати, щоб ефективно застосувати відповідний прийом розумової діяльності [38].

Операційний складник є безпосереднім виконанням дій і операцій для використання певного ПРД. Показник сформованості ПРД є певними уміннями дітей його використовувати, тому вимоги до рівня сформованості ПРД доцільно подати через перелік вмінь. Опанування учнями переліком вмінь і уміння їх застосовувати самостійно під час навчання математики свідчить про рівень сформованості у них ПРД. Варто виділити 4 ступені сформованості у дітей ПРД [15]:

1.початковий ступінь;

2.репродуктивний ступінь;

3.реконструктивно-варіативний ступінь;

4.творчий ступінь.

Аналогічно до підходу, який застосовують під час вивчення математичного матеріалу в активному та фоновому режимах, необхідно організовувати й процес формування прийомів розумової діяльності (ПРД). Формування ПРД в активному режимі передбачає пряме ознайомлення зі змістовим (гносеологічним) аспектом цих прийомів. Важливо розуміти, що ПРД виступають не лише об’єктом, але й засобом діяльності, а отже, розвиток уміння ними користуватися є свідомою метою учня.

Наприклад, якщо учень має класифікувати взаємне розташування прямих у просторі, то він застосовує ПРД класифікації саме в активному режимі. Для цього школяр повинен розуміти, що являє собою класифікація як прийом мислення, до яких математичних об’єктів вона застосовується, а також знати правила та орієнтири, які керуватимуть процесом класифікування [37].

Організація процесу формування ПРД в фоновому режимі складніша. Відповідно до проміжку часу даний процес може проходити: на протязі декількох уроків; на протязі вивчення навчальної теми; на протязі вивчення програмової теми; на протязі вивчення усього курсу математики старшої школи. В ході формування ПРД в фоновому режимі варто виокремити 2 елементи: пропедевтичний елемент й формуючий елемент.

Залежно від мети застосування і того, який елемент домінує у процесі формування ПРД під час навчання математики, цей процес може мати пропедевтичний характер або бути спрямованим на безпосереднє формування таких прийомів.

У наведених завданнях ПРД порівняння визначено в умовах, тому його використання відбувається в активному режимі. Проте виконання такого завдання має пропедевтичний характер для формування ПРД узагальнення, оскільки під час його розв’язання учні повторюють властивості показникової функції.

Якщо певний ПРД застосовується під час виконання завдання неявно, то його змістовий компонент залишається у фоновому режимі. У такому разі формуються лише окремі вміння щодо його використання, а сам ПРД не виступає ані предметом, ані безпосереднім засобом діяльності. З метою свідомого застосування ПРД їх формування не повинно бути стихійним.

Ситуація, коли учні старших класів здатні застосувати ПРД лише з підтримкою вчителя, підказками чи вказівками, свідчить про початковий рівень сформованості цього прийому. Вимоги до рівнів сформованості ПРД зазвичай плануються, починаючи з репродуктивного рівня, у той час як початковий рівень виявляється як недоформованість умінь у дітей. Тобто, коли учень частково володіє ПРД, але робить це з труднощами, можна говорити про початкову сформованість.

На репродуктивному етапі учень уже може визначити, який ПРД доцільно використати у даній ситуації та виконати деякі дії з його застосування, однак переважно за умови наявності допомоги вчителя чи підказок. На реконструктивно-варіативному етапі учень може самостійно використовувати деякий ПРД у знайомих ситуаціях, а в дещо змінених – із мінімальною допомогою вчителя [39].

На творчому етапі учень здатний самостійно визначити, який ПРД потрібно застосувати та як саме його використовувати у різноманітних ситуаціях. Показники репродуктивного, реконструктивно-варіативного та творчого рівнів сформованості ПРД узагальнено у табл. 2.1.

Таблиця 2.1- Ступені сформованості ПРД

|  |  |
| --- | --- |
| Рівень | Показники |
| Репродуктивний | 1.просте відтворення знань про ПРД;  2.усвідомлення їхнього змісту;  3.спроможність ототожнювати зміст за різними оболонками за допомогою учителя чи підказок;  4.самостійне відтворення знань про ПРД відбувається тільки у знайомих ситуаціях, переважно при допомозі учителя чи підказок або вказівок  5.усвідомлення цілі виконання зазначеного ПРД;  6.осмислення його операційного складу;  7.спроможність трансформувати оболонки предмета, до якого використовують ПРД, не пошкоджуючи зміст, за допомогою учителя чи підказок;  8.пошук способів виконання дій з використання ПРД відбувається переважно з допомогою учителя чи підказок або вказівок. |
|  |
| Реконструктивно-варіативний | 1.реконструктивно-варіативне відтворення знань про зазначений ПРД, наближене до повного усвідомлення їхнього змісту;  2.спроможність самостійно ототожнювати зміст за різноманітними оболонками;  3.самостійне використання знань про ПРД відбувається у знайомих ситуаціях і частково змінених відомих ситуаціях на основі застосування загальних рекомендацій вчителя;  4.усвідомлення цілі виконання зазначеного ПРД;  5.осмислення його операційного складу;  6.спроможність самостійно трансформувати оболонки предмета, до якого використовують ПРД, не пошкоджуючи зміст;  7.пошук способів виконання дій з використання ПРД відбувається на основі загальних рекомендацій вчителя. |
| Творчий | 1.реконструктивно-варіативне відтворення знань про зазначений ПРД, повне усвідомлення їхнього змісту;  2.спроможність вільно оперувати із різноманітними оболонками із різноманітним змістом;  3.самостійне використання знань про ПРД відбувається у незнайомих ситуаціях, на основі самостійного цілеутворення, побудови своїх схем діяльності та нестандартного вибору й творчого застосування відомих схем діяльності у незнайомих ситуаціях з значною варіативністю умов;  4.усвідомлення цілі виконання вказаного ПРД;  5.осмислення його операційного складу;  6.усвідомлення мотивів і засобів вибору способів діяльності з використання ПРД;  7.спроможність самостійно змінювати оболонки предмета, до якого використовують ПРД, не пошкоджуючи зміст в незнайомих ситуаціях;  8.самостійний вибір і творче застосування різних засобів й прийомів використання ПРД в незнайомих ситуаціях з значною варіативністю умов |
|  |

В ході дослідження визначено, що репродуктивний ступінь формування ПРД корелює з середнім ступенем навчальних досягнень школярів, реконструктивно-варіативна стадія – з достатнім рівнем, а творча стадія– з високим ступенем навчальних досягнень дітей.

**2.3 Семіотичний компонент навчання математики у старших класах**

Процес пізнання явищ навколишнього світу неможливий без процедури ідеалізації, тобто створення уявних образів об’єктів. Проте для того, щоб досліджувати ці абстрактні утворення, необхідно надати їм матеріальної форми — створити умовні аналоги їхніх ідеальних образів. За твердженнями відомих психологів (Л.С. Виготський, Е. Кассирер, М.І. Кондаков, Ж. Піаже та ін.), одним із найважливіших таких матеріальних «замінників» є мова, яка виступає матеріальною оболонкою думки. Втілення ідеальних конструкцій у матеріальну форму може здійснюватися і за допомогою інших засобів, зокрема через побудову штучних мов (метамов), прикладом яких є математична мова [53].

Головний засіб уречевлення змісту є знаком й символом. В роботі за основу обрано психолого-семіотичний дослідження характеристик знаків й символів й показників їхнього застосування в навчанні, який проведений Н.Г. Салміною та Н.А. Тарасенковою. Керуючись студіями учених, множину знаків й символів називатимемо знаково-символічними засобами (ЗСЗ). М.В. Гамезо, Б.Ф. Ломов, В.Ф. Рубахін, Н.Г. Салміна, а також Н.А. Тарасенкова і ін. виділяють 2 класи знаково-символічних засобів фіксації змісту навчання: мовні тобто вербальні і немовні тобто невербальні. Всі класи розподіляють на види. Н.А. Тарасенкова обгрунтувала класифікацію вербальних і невербальних знаково-символічних засобів, які застосовують в навчанні математики. До вербальних знаково-символічних засобів вчений зараховує:

1.об’єктні тексти;

2.термінологію (номінативні і допоміжні терміни);

3.символіку (математичні символи та логічні знаки);

4.математичні речення (елементарні і складені);

5.навчальні тексти;

6.тексти задач;

7.тексти запитань;

8.піктограми і піктографію.

Серед невербальних знаково-символічних засобів науковиця виділяється:

1.графічні і змістово-графічні інтерпретації геометричних понять й фактів (наприклад, зображення геометричних фігур);

2.таблиці, діаграми, схеми, а також графіки;

3.аналітичні конфігурації;

4.реальні предмети, макети, а також конструкції;

5.пластику і ілюстрації.

Кожен з даних видів розділено на 2 підвиди – іконічні знаково-символічні засоби і довільні знаково-символічні засоби. В курсі математики, що досліджують в старших класах, можуть застосовувати усі названі знаково-символічні засоби, проте наявна деяка специфіка їхнього використання, пов’язана із особливостями контингенту учнів і вимог до засвоєння ними знань. В старших класах не слід будувати виклад навчального матеріалу, керуючись тільки логікою розгортання змісту. Натомість варто враховувати й його семіотичну специфіку. Особливої уваги вимагає прогнозування труднощів і помилок, які формуються у дітей в процесі засвоєння теоретичного матеріалу і розв’язування задач [52].

Під час оволодіння новими математичними поняттями та ознайомлення з незнайомими об’єктами або явищами учні старших класів нерідко концентруються здебільшого на зовнішній формі подання інформації — символах, позначеннях, графічних образах. При цьому їх увага часто оминає глибинний зміст, який ці засоби мали би передавати. Як наслідок, коли учень намагається застосувати засвоєні факти або розв’язати конкретну задачу, в нього виникають труднощі: він не розуміє, як саме скористатися відомим фактом, як адаптувати символічну форму до особливостей поставленого завдання. З іншого боку, трапляється й протилежна ситуація: школяр чітко уявляє собі сутність математичного факту, проте не може коректно пов’язати його з певними формами подання. Це породжує так звані «конфлікти між візуальним і логічним».

Для успішного засвоєння математичного матеріалу варто приділити увагу процедурам впізнавання та розпізнавання. Впізнавання пов’язане переважно з візуальним аналізом — зоровим ідентифікуванням об’єкта за його зовнішніми ознаками чи формою. Натомість розпізнавання спирається на смисловий аналіз — усвідомлення внутрішнього змісту об’єкта. Поєднання цих двох процесів дає змістовий аналіз, в якому візуальні та логічно-смислові аспекти доповнюють один одного. Інколи візуальний аналіз випереджає смисловий, а часом вони відбуваються майже синхронно. Попри їхню взаємопов’язаність, не виключені суперечності між «картинкою» та сутністю, що й стає причиною згаданих конфліктів. Джерело подібних розбіжностей полягає в розриві між формою подання матеріалу та його змістом, що особливо помітно на початкових етапах знайомства з новим матеріалом. Саме тоді «форма» може занадто міцно злипнутися зі змістом, якщо учень механічно завчає матеріал.

Повністю уникнути таких конфліктів між візуальним та логічним складно, але їхній вплив можна мінімізувати, якщо навчити учнів вільно оперувати знаково-символічними оболонками математичних понять, пов’язуючи їх із глибинною сутністю, яку вони відображають. Це означає вміння усвідомлено змінювати форму подання відповідно до конкретної задачі та розуміти, що за певним позначенням або графічним образом стоїть специфічний зміст.

У процесі вивчення математичних понять у старших класах використовують цілу низку знаково-символічних засобів. До них належать: тексти, що описують об’єкт чи поняття; спеціальна математична термінологія; символічні позначення; математичні речення (рівняння, логічні висловлювання); запитання, що стимулюють пошук рішення; графічні представлення (діаграми, графіки, геометричні фігури) та інші засоби. Усі вони покликані спростити перехід від зовнішніх форм подання до осмисленого розуміння математичного матеріалу [40].

До об’єктних текстів, які досліджують під час оволодіння математичними поняттями у шкільному курсі математики, належать: формулювання означень, описи понять. Н.А. Тарасенкова виділяє 2 види формулювань: строгі і нестрогі. Головні їх характеристики подано у таб. 2.2.

Таблиця 2.2- Характеристика формулювань математичних понять

|  |  |
| --- | --- |
| Строге формулювання | Нестроге формулювання |
| Логічно упорядковане | Логічно не упорядковане |
| Стилістично досконалий текст | Стилістично недосконалий текст |
| Лаконічне | Може бути громіздким |
| Змістовно повне | Може мати надлишкову інформацію |

Під час вивчення математичних понять учні природничо-математичних і технологічних класів зазвичай швидко опановують точні формулювання досліджуваних понять, можуть визначити їх родову приналежність, видові ознаки та взаємозв’язки. Однак старшокласникам часто важко засвоїти суворе формулювання поняття, особливо на початкових етапах. Вони нерідко запам’ятовують текст формулювання механічно, не звертаючи уваги на його логічну структуру. З часом, змінюючи порядок слів, логічні акценти або символи, вони спотворюють основний зміст формулювання, що призводить до неправильного розуміння та використання поняття [2].

У деяких випадках учням не потрібно заучувати точне формулювання, достатньо розуміти його суть і застосовувати її при розв’язуванні задач. Таким чином, у старших класах можна, а іноді й доцільно, використовувати нестрогі формулювання. Якщо таке формулювання є коректним, учень легко зможе його використовувати. Якщо ж у запропонованому нестрогому формулюванні є недоліки або помилки, варто провести його аналіз: визначити ключові елементи, з’ясувати логічні зв’язки, виявити та виправити помилки. Такий підхід сприяє свідомому засвоєнню понять.

Наприклад, далі наведено строге та нестроге формулювання визначення кута між мимобіжними прямими [51].

Строге формулювання: «Кутом між мимобіжними прямими називається кут між прямими, що перетинаються й паралельні даним мимобіжним прямим».

Нестроге формулювання: Кут між мимобіжними прямими — це кут, утворений двома допоміжними прямими, одна з яких паралельна одній із мимобіжних прямих, а інша — паралельна іншій мимобіжній прямій. Ці допоміжні прямі перетинаються. Важливим є також вибір підходу до формулювання поняття. Текст означення може бути побудований за різними принципами — індуктивним або дедуктивним. Наприклад, розглянемо означення мимобіжних прямих. У шкільних підручниках для старших класів зазвичай пропонується таке визначення: «Мимобіжними називаються дві прямі, які не лежать в одній площині». Це формулювання створене за дедуктивним принципом: спочатку подається загальне поняття («дві прямі»), а потім уточнюється його специфіка («мимобіжні прямі»).

Це означення можна переформулювати так: «Мимобіжні прямі — це дві прямі, які не лежать в одній площині». У цьому варіанті застосовується індуктивний принцип, коли спочатку називається конкретне поняття («мимобіжні прямі»), а потім пояснюється його характеристика. Навчання дітей формулюванню означень за обома принципами є важливим для глибокого розуміння математичних понять.

Термінологія шкільного курсу математики включає певну сукупність математичних термінів. Як зазначає Н.А. Тарасенкова, ці терміни повинні відповідати принципам наукової точності, системності, інваріантності та контекстної однозначності.

Кожен термін є мовним знаково-символічними засобами, який слугує атрибутом способу розгорнутої фіксації деякого змісту. В шкільному курсі математики застосовують 2 типи термінів: номінативні і допоміжні.

Номінативні терміни мають 2 класи. До загальних номінативних термінів відносять [50]:

1.назви математичних об’єктів (як приклад, терміни «пряма», «площина», «простір», «функція», а також «нерівність» та ін.);

2.назви математичних операцій (як приклад, терміни «піднесення до степеня», «добування кореня», «логарифмування», «диференціювання», а також «інтегрування» та ін.);

3.назви математичних відношень (як приклад, терміни «паралельність», «перпендикулярність», «більше», а також «менше» та ін.);

4.загальні назви об’єктів засвоєння (як приклад, терміни «аксіома», «теорема», «поняття», «ознака», а також «властивість» та ін.);

5.загальні назви знаково-символічних засобів фіксації математичного змісту: назви об’єктних текстів, назви іншомовних знаково-символічних засобів;

6.загальні назви змістових елементів об’єктних текстів;

7.сигніфікативні слова й словосполучення (як приклад, терміни «якщо ..., то ...», а також «дано, довести, доведення» та ін.).

До індивідуальних номінативних термінів зараховують, як приклад, терміни «поняття (чого?) похідної функції», «теорема (про що?) про три перпендикуляри», «рівняння (яке?) ірраціональнальне», а також «формулювання (чого?) основної тригонометричної тотожності» і інші.

Термінологія, якою оперують в курсі математики, які досліджують на рівні стандарту, повинен певною мірою відрізнятися від термінології дисциплін даного курсу, що досліджують на академічному і на профільному рівнях. Вона значно менша за об’ємом, однак для вдалого застосування навіть мінімального набору термінів, діти, вивчаючи математику, мають не лише пам’ятати візуальний образ терміна, але і чітко розуміти його зміст. Найчастіше діти допускають помилки, ототожнюючи різноманітні терміни, що мають зовні схожі оболонки. Як приклад, «рівняння» й «нерівність», «система» й «сукупність» та ін.

В.Г. Коваленко й І.Ф. Следзінський, А.М. Микиша і Б. В. Орлов під математичною символікою розуміють системи математичних знаків і правил їхнього застосування.

Н.А. Тарасенкова виділяє такі групи математичних знаків (символів), в залежності від їх семіотичних показників:

1.мотивовані знаки мовного походження, що сформувалися унаслідок зменшення відповідних термінів чи є їх першими літерами (як приклад, V це позначення об’єму тіла, f це позначення функції, ln це позначення натурального логарифма і інше);

2.немотивовані знаки мовного походження (як приклад, a, b, c це позначення прямих чи сталих величин і інші);

3.знаки довільної природи і такі, які прийняті за домовленістю (як приклад, позначення математичних операцій це «+» є додаванням, «–» є відніманням, lim є граничним переходом; позначення цифр це 0; 1; 2; 3; ... і інше);

4.іконічні знаки, які є меншими копіями геометричних зображень (як приклад, знаки трикутника, кута, відношення паралельності, перпендикулярності, мимобіжності і інше).

Діти, що навчаються в старших класах без особливих труднощів засвоюють і можуть використовувати ті знаки (символи), в яких візуальна оболонка збігається з змістовою. Як приклад, знаки 3-ї й 4-ї груп, певні знаки 1-ї групи. Складніше діти засвоюють знаки 2-ї групи, насамперед у випадку:

1.якщо однаковими знаками позначають різноманітні предмети (як приклад, позначення площин чи кутів);

2.якщо схожими знаками позначають зовні схожі предмети (як приклад, a, b, c є позначенням сталих, x, y, z є позначенням змінних).

В ході засвоєння дітьми символів помилки також виникають в випадках, коли одними знаками позначають різноманітні об’єкти із різноманітних тем шкільного курсу математики чи взагалі із різноманітних навчальних дисциплін. Як приклад, S є площею фігури, довжина дуги, а також відстанню; l є бісектрисою чи довжиною кола; m є медіаною чи масою тіла й інше.

До математичних речень належать елементарні та складені речення. Елементарні речення будуються із знаків об’єктів, тоді як складені речення включають знаки об’єктів, операцій, відношень і допоміжних символів. А.А. Столяр поділяє складені математичні речення на два типи:

* **Терми** – вирази, що не містять знаків відношень рівності чи нерівності.
* **Формули** – вирази, що містять знаки рівності чи нерівності.

Н.А. Тарасенкова також пропонує класифікацію складених речень, виділяючи:

* **Вирази** – речення, які не мають знаків відношення.
* **Співвідношення** – речення, що включають знаки відношення з тверджувальним значенням.

У курсі математики старших класів для визначення понять використовуються як елементарні, так і складені речення. Особливе значення має оформлення математичних речень, зокрема їх топографія (абрис) і взаємне розташування складових частин. Такі записи Н.А. Тарасенкова пропонує називати **аналітичними конфігураціями**. Формування правильних зорових образів цих конфігурацій є важливим для розуміння математичних понять. У разі, якщо ці образи містять помилки, це може викликати труднощі у використанні відповідних понять.

Математичні запитання також відіграють значну роль у навчанні старшокласників. Їх використовують у підручниках, посібниках, наочних матеріалах та програмних засобах навчання. Щоб правильно відповісти на запитання, учень має спочатку зрозуміти його зміст, що залежить від форми його подання. Відповідно до міркувань Н.А. Тарасенкової, запитання можна класифікувати за трьома типами залежно від їх знаково-символічної оболонки [14]:

1. питання, які володіють повною змістовою опорою для відповіді (як приклад, «Чи правильно, що відстанню між двома площинами називають довжину перпендикуляра, проведеного із будь-якої точки однієї площини до другої?»);

2. питання, які володіють неповною змістовою опорою для відповіді (як приклад, «Довжину якого перпендикуляра називають відстанню між двома площинами?»);

3. питання, які не мають змістової опори (як приклад, «Як формулюється означення відстані між двома площинами?»).

Працюючи із дітьми, які навчаються в старших класах, на відміну від роботи з учнями класів природничо-математичного чи технічного напрямку навчання, в ході засвоєння нового матеріалу і його повторення доцільно вибудовувати систему питань таким чином, щоб поступово переходити від питань 1-ї, 2-ї груп до питань 3-ї групи. Певні питання необхідно супроводжувати відповідними рисунками-підказками.

В курсі математики старших класів математичний матеріал насичений великим обсягом невербальних знаково-символічних засобів. Вміння дітей працювати із ними, оперувати оболонками, в які вони загорнуті, декодувати і перекодовувати їх, безперечно, сприяють успішній навчальній діяльності [41].

В старших класах учні досліджують складові елементи просторової геометрії (стереометрії). Дослідження геометричних понять незмінно супроводжується їх графічними інтерпретаціями чи змістово-графічними інтерпретаціями, якщо зображення має додаткові змістові відомості. Зображення просторових фігур і їх складових частин на площині ускладнене тим, що воно відрізняється від реального об’єкта, не зберігаються кути і певні відстані. Таким чином, необхідно на стадії ознайомлення із геометричними фігурами у просторі й початкового закріплення вивчених характеристик аналізувати разом із дітьми реальні предмети і їх макети; порівнювати їх з відповідними зображеннями. Корисно також застосовувати під час навчання вправи за готовими рисунками.

Однак не варто обмежуватися тільки використанням готових зображень, оскільки у такому разі навчальний процес проходить дещо однобічно. В процесі самостійного зображення певного математичного об’єкта дитина спочатку аналізує усю інформацію про даний об’єкт, що отримує із умови задач, намагається приєднати додаткову інформацію, що необхідна для побудови зображення, й лише згодом виконує рисунок. Досить часто даний процес проходить без словесного супроводу, тож він стимулює дітей до активної розумової діяльності.

Особливе місце серед невербальних знаково-символічних засобів займають графіки. В курсі алгебри і початків аналізу провідні знаково-символічні засоби є функціональною лінією, таким чином, дослідження нових функцій (тригонометричних, логарифмічних, показникових, а також степеневих) слід обов’язково супроводжувати побудовою графіків. Оскільки вони мають зберігати головну інформацію про особливості функцій й їх характеристики, тож важливо доповнювати побудову графіків аналітичним записом. Подані у даній інтерпретації графіки відносять до змістово-графічних інтерпретацій функцій.

Математичні факти. В процесі дослідження математичних фактів застосовують такі знаково-символічні засоби, як:

1.об’єктні тексти;

2.термінологія;

3.символіка;

4.математичні речення;

5.навчальні тексти;

6. питання;

7.графічні інтерпретації;

8.таблиці;

9.схеми і інші.

До об’єктних текстів, які досліджуються в процесі опанування математичних фактів в шкільному курсі математики, відносять: формулювання аксіоми, теореми, властивостей, ознаки, правила, алгоритми, евристичні схеми, словесний опис формул, співвідношення та ін.. Формулювання аксіоми, теореми, властивостей, ознаки та ін., з семіотичного погляду дещо відрізняється від формулювання означень. Н.А. Тарасенкова наголошує на головній відмінності у даних формулюваннях, а саме: основні відомості про об’єкт можуть бути як відкритими відомостями, так й завуальованими відомостями. Текстові оболонки формулювань можуть бути напіврозгорнутими і розгорнутими.

Завуальованість може виникати у разі, якщо математичний факт побудовано за категоричним тобто стверджувальним принципом, таким чином, розгорнута текстова оболонка факту може володіти лінійною чи нелінійною будовою. Важливим моментом під час засвоєння теорем, ознак, характеристик є виокремлення їх засновку і висновку [42].

Як приклад, формулювання теореми (ознаки паралельності прямої й площини) сформовано лінійно: якщо пряма, що не лежить в площині, паралельна якій-небудь прямій даної площини, то вона паралельна й власне площині. Досвід свідчить, про те, що із такою будовою формулювання теореми дитини працювати значно легше, оскільки засновок переважно розміщено після слова «якщо», а висновок розміщено після слова «то». В курсі стереометрії більшість теорем сформульовано імплікативно, тобто в формі:

«Якщо ..., то ...».

Попри це використовують і ін. формулювання. Як приклад, формулювання нижчеподаних теорем володіють напіврозгорнутою текстовою оболонкою: теорема про переріз кулі площиною це «Будьякий переріз кулі площиною є круг»; ознака паралельності прямих це «Дві прямі, паралельні третій прямій, паралельні між собою».

Внаслідок проведеного аналізу нами було визначено, що у ході формулювання фактів з напіврозгорнутою текстовою оболонкою у дітей, що навчаються в старших класах виникають деякі труднощі, пов’язані із виявленням засновку і висновку конкретного факту.

Окрім текстів-формулювань, в курсі математики старшої школи зафіксовано і тексти-описи, які сильно відрізняються від перших за такими показниками як: логічна структура та змістовно і візуально. Найбільше труднощів для дітей, що навчаються в старших класах складає формулювання словесного аналогу формул [49].

Останнім часом в процесі вивчення формул вчителі мало звертають уваги на їх словесний аналог, внаслідок чого діти сприймають формулу тільки на візуальному рівні. Змістовий елемент формули часто залишається поза увагою школярів. В зв’язку із цим, на стадії використання формули в процесі розв’язування задач діти роблять безліч помилок. Наведемо характеристику прикладів формул і їх словесних аналогів.

Певні з словесних інтерпретацій формул подано у курсі математики старших класів як теореми. Як приклад, формули площ поверхонь і об’ємів піраміди, призми, конуса, а також циліндра та ін..

Для систематизації і узагальнення навчального матеріалу із математики, насамперед математичних фактів, ефективний невербальний знаково-символічний засіб є таблицями.Таблиці, які застосовують в шкільному курсі математики, розділяють на структуровані і неструктуровані. Структуровані таблиці мають заголовок (рядок чи стовпчик, в якому зазначено основні елементи таблиці).

Н.А. Тарасенкова серед структурованих таблиць виділяє дані види: класифікаційні, порівняльні, а також функціональні. Великий обсяг класифікаційних таблиць переважно пропонують автори посібників і довідників для вступників до вищих навчальних закладів, а у останні роки – автори посібників для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання. В даних таблицях узагальнено і систематизовано математичний матеріал за деякими темами, із ними зручно працювати при повторені матеріалу.

Порівняльні таблиці найбільш часто застосовують для порівняння певних математичних об’єктів, що мають схожі характеристики (як приклад, паралельні прямі на площині і у просторі, логарифмічна й показникова функції та ін.). Вони є особливо корисними для формування відповідного ПРД. В підручниках із математики для опрацювання школярами сформовано найбільше функціональних таблиць, оскільки у курсі алгебри й початків аналізу досліджують переважно різноманітні функції й їх властивості. Також, в зв’язку із оволодінням складовими математичної статистики, діти знайомляться з статистичними таблицями й методами їхнього опрацювання.

Окрім застосування готових таблиць, доцільно пропонувати дітям самостійно заповнювати і складати таблиці. Під час даної роботи діти аналізують, порівнюють, класифікують, узагальнюють і систематизують вивчені теми, це сприяє розвитку їх розумової діяльності.

Один з різновидів невербальних знаково-символічних засобів, які використовують в курсі математики старших класів, це схеми. Виділяють вербальні (алгоритмічні приписи, евристичні схеми, а також плани діяльності та ін.) і невербальні схеми. Схеми слугують допоміжним засобом під час засвоєння і використання певних математичних фактів. Самостійна побудова схем дитини сприяє систематизації (класифікації) певного навчального матеріалу. Як приклад, на стадії систематизації навчального матеріалу із теми «Многогранники» (Геометрія, одинадцятий клас) для загальної класифікації геометричних тіл, класифікації видів і ознак певних геометричних тіл (призма, паралелепіпед, а також піраміда та ін.) доцільно застосовувати схеми.

В процесі застосування і перетворення знаково-символічних засобів діти виконують деяку визначену діяльність. Цей вид діяльності називають знаковосимволічною діяльністю (ЗСД). Н.Г. Салміна виділяє 4 види знаковосимволічної діяльності:

1.заміщення;

2.кодування (декодування);

3.схематизація;

4.моделювання.

За твердженням Н.А. Тарасенкова, заміщення є знаковосимволічною діяльністю, яка спрямована на функціональне відтворення реальності за допомогою знаково-символічних засобів. Як приклад, замість абстрактного геометричного тіла піраміди (заміщуване) в навчанні математики застосовують чи словесні конструкції наприклад, означення піраміди, логіко-математичні конструкції, а також матеріальні предмети наприклад, макет піраміди.

Кодування чи декодування є знаковосимволічною діяльністю з передачі або з сприйняттям інформації. В процесі кодування або декодування застосовують декілька видів зв’язків заміщуваного:

1.позначення;

2.зображення;

3.розкриття сутності;

4.вираження відношення до реальності.

Мета схематизації є орієнтуванням у реальності. В процесі схематизації дитини може працювати з схемами як із орієнтирами реальності чи з схемами як із окремими об’єктами.

Моделюванням є знаковосимволічною діяльністю, яка орієнтована на отримання нової інформації методом застосування ЗСЗ.

Особливості цілеспрямованого формування прийомів розумової діяльності у процесі засвоєння ключових об’єктів шкільного курсу математики в старших класах нерозривно пов’язані не лише зі змістом цих об’єктів, але й з формою, у якій цей зміст подано.

Під час вивчення математичних понять, доведення теорем і тверджень, розв’язування задач та інших завдань учні старших класів активно аналізують і синтезують засвоювані матеріали. Вони порівнюють, класифікують, систематизують та узагальнюють їх, що сприяє формуванню відповідних прийомів розумової діяльності.

**3 РОЗДІЛ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПРАКТИЧНИМ ЗМІСТОМ У СТАРШІЙ ШКОЛІ**

**3.1 Задачі з практичним змістом у старшій школі**

Задачі при навчанні математики є об’єктом вивчення та засобом навчання. Серед їх основних функцій розрізняють наступні [48]:

* Контрольну. Суть її полягає у визначенні навченості, рівня математичного та загального розвитку, стану засвоєння навчального матеріалу класом загалом й окремими учнями;
* Виховну. Вона направлена на формування в учнів наукового світогляду, вона сприяє економічному, екологічному, естетичному вихованню, розвиває позитивні риси особистості та пізнавальний інтерес;
* Розвивальну. Спрямована на розвиток вміння математизувати ситуацію, мислення школярів, на формування у них прийомів розумової діяльності, уяви та просторових уявлень, алгоритмічного мислення;
* Навчальна. Полягає у формуванні в учнів системи математичних умінь, знань, навичок на різних етапах навчання. За допомогою системи задач і вправ учні вчаться не тільки використовувати здобуті теоретичні знання, але й переконуються в необхідності здобуття нових знань. Також, у процесі розв’язання задач учні отримують додаткову теоретичну інформацію та відомості щодо методів розв’язання.

Приклади задач із практичним змістом зазначені в Додатку А.

Під час вивчення шкільного курсу математики неможливо обійтись без задач практичного та прикладного змісту. Практичними задачами у математиці називають ті, умови яких включать нематематичні поняття. Використання цих задач направлене на формування в учнів системи знань, умінь та навичок, робота із ними розвиває вміння осмислювати зміст понять й використовувати здобуті знання на практиці, аналізувати результати, робити порівняння, узагальнення, висновки, розширює кругозір учнів. Окрім того, ці задачі постійно виникають потягом життя. Практичні задачі на уроці математики виконують декілька функцій. Вони переконують учнів у необхідності вивчення теоретичного матеріалу й показують, що математичні абстракції виникають із задач. Спочатку учнів може зацікавити розв’язування окремих задач, далі вивчення окремих тем, а з часом й вся наука. Таким чином систематичне виховання учнівських інтересів є необхідною умовою ефективності кожного окремого уроку та всієї навчально-виховної роботи. Також, практичні задачі допомагають визначити міжпредметні зв’язки, що у свою чергу обумовлюють свідоме засвоєння теорії, розширене та поглиблене сприйняття учнями фактів, формування цілісної картини природи [8].

Для того, щоб школярі навчились розв’язувати задачі, необхідно надати їм можливість самостійно працювати над ними. На сучасному етапі розвитку освіти України відзначається спрямованість на формування особистісно орієнтованої системи математичної підготовки учнів, впровадження інноваційних підходів до навчального процесу. Модернізація національної української школи вимагає підвищення самостійності й активності учнів, формування у них умінь використовувати та опрацьовувати освітню інформацію у будь-яких життєвих ситуаціях. Що в свою чергу, вимагає збільшення прикладної спрямованості шкільних курсів, зокрема курсу алгебри і початків аналізу [43].

Одним з напрямків оновлення технологій навчання та змісту освіти, їх узгодження із сучасними проблемами є впровадження компетентнісного підходу до процесу навчання. Наступним етапом впровадження компетентнісного підходу до навчання математики є конкретизація створених загальних підходів до рівня навчальних тем і навчальних предметів у старшій школі. Задачі з практичним змістом, пов'язані з розв'язуванням рівнянь і нерівностей, практично відсутні в більшості підручників для старшої школи, хоча й важливість їх використання в курсі алгебри показана у роботах безлічі вчених [69]. Практичні задачі вважаються одним із типів навчальних задач, а основними етапами їх розв'язування є такі:

* аналіз задачі;
* пошук напрямків розв'язання;
* виконання плану, перевірка та дослідження знайденого розв'язку;
* аналіз знайденого способу розв'язування із метою з'ясування його раціональності, можливості розв'язування задачі іншим способом або методом.

При розв'язуванні практичних задач здійснюється навчання учнів елементам математичного моделювання, оскільки найбільш складним та відповідальним етапом розв'язування прикладної задачі є побудова її математичної моделі. Реалізація даного етапу вимагає від учнів таких навичок:

* виділяти фактори, які викликають похибку при побудові моделі;
* обирати математичний апарат для побудови моделі;
* виділяти суттєві фактори, які визначають досліджуване явище чи процес.

Практичні задачі можна умовно поділити на такі, в яких математична модель міститься в умові задачі, й ті, розв'язування яких передбачає побудову математичної моделі. Розв'язування перших простіше у порівнянні із розв'язуванням неформалізованих задач і відповідно складається із таких етапів, як й розв'язування будь-якої навчальної задачі. При розв'язуванні неформалізованих задач усі вищенаведені етапи доповнюються в зв'язку з потребою створення математичної моделі.

В педагогічній літературі поняття практичної задачі визначається по різному, а саме:

* сюжетна задача, яка сформульована у вигляді задачі-проблеми;
* задача, що за формулюванням та методами розв’язування близька до задач, які виникають на практиці;
* задача, яка вимагає перекладу з природної мови на математичну.

Задача із практичним змістом має задовольняти такі умови:

* дані й шукані величини задачі повинні бути реальними, взятими з життя;
* розв’язок задачі повинна мати практичну значимість;
* питання задачі формулюється таким чином, як вони зазвичай формулюється у житті.

Будь-яка практична задача виконує різні функції, які за певних умов виступають явно чи приховано. Деякі задачі ілюструють наявний в природи принцип оптимізації трудової діяльності, а інші – розвивають здібності учнів до технічної творчості [70].

Розв’язування практичних задач сприяє ознайомленню учнів із роботою галузей народного господарства та підприємств, що є умовою орієнтації інтересу учнів до деяких професій. Використання практичних задач дозволяє добре формулювати проблемну ситуацію на уроці. Ці задачі стимулюють учнів до здобуття нових знань, збагачування учнів теоретичними знаннями із технічних й інших дисциплін [3].

Перспективним та цікавим є такий спосіб демонстрації зв'язку математики із іншими науками, як проведення інтегрованих уроків. Вони допомагають зробити ціліснішими знання сучасних учнів, дозволяють позбутися ефекту «клаптикової ковдри», на основі яких формується науковий світогляд. Ці уроки сприяють формуванню логічних зв'язків між предметами й попереджують формалізм у знаннях [44].

Уроки математики можна інтегрувати із:

* уроками історії: «Подорож у минуле геометрії»;
* уроками фізики: «Швидкість. Одиниці вимірювання швидкості»;
* уроками природознавства: «Симетрія. Симетрія в природі»;
* уроками географії: «Масштаб. Побудова плану шкільної території».

Інтегровані уроки мають виражену прикладну спрямованість, а тому провокують незаперечний пізнавальний інтерес учнів. Міжпредметні зв'язки є не лише «мостами» між навчальними предметами, а й засобом побудови цілісної системи навчання на основі спільності методів наукового пізнання та змісту знань.

Методисти пов'язують проблему міжпредметних зв'язків із раціональним використанням математичних знань в практичній діяльності людей, тому що сфера застосування математики із кожним роком розширюється [9].

При застосуванні в навчальному процесі задач практичного змісту використовують й різні програмні засоби. Вони дозволяють швидше розв’язувати задачі.

Серед програмних засобів у навчанні математики важливе місце займають математичні процесори. Головні можливості даних прикладних програм наступні:

* обчислення об’ємів і площ геометричних фігур;
* графічне розв’язування нерівностей і їх систем;
* наближене знаходження розв’язків рівнянь;
* знаходження екстремумів та нулів функції на заданому проміжку;
* знаходження координат точок перетину графіків функцій на заданому проміжку;
* трасування графіків (побудова таблиці значень функції, що базується на побудованому графіку);
* побудова графіків функцій заданих різноманітними способами;
* обчислення значень числових виразів.

Приклади таких програм включають Microsoft Mathematics, GRAN, DG (Динамічна геометрія), Advanced Grapher, MathCad, MatLab, Maple та інші. Деякі з них є потужними системами комп’ютерної математики з широкими функціональними можливостями, розрахованими на висококваліфікованих фахівців, тоді як інші мають обмежений функціонал і підходять для використання учнями середньої школи.

Застосування математичних процесорів у навчанні математики дозволяє поєднати обчислювальні можливості комп’ютера, які спрощують дослідження різноманітних функціональних залежностей, з перевагами графічного подання інформації. Це звільняє від необхідності виконання рутинних обчислень і дає змогу враховувати індивідуальні темпи навчання та можливості кожного учня. Крім того, використання програмного забезпечення сприяє розвитку графічних навичок, образного мислення, геометричної інтуїції та формуванню наочних уявлень у межах предметної області.

**3.2 Впровадження інноваційних підходів до організації навчання математики**

За умов розбудови національної системи освіти великого значення набуває інноваційна діяльність навчальних закладів, що характерна застосуванням та апробацією інновацій, системним експериментуванням в освітньому процесі [1].

Методи, методика й технології компетентнісно орієнтованого навчання математики повинні відповідати наступним головним умовам:

* цілеспрямований розвиток в учнів психологічної (як учень себе почував, сподобалася йому робота чи ні), соціальної (як учні працювали у групі, як були розподілені обов’язки, як вони з ними впоралися), пізнавальної (як учень працював, які методи використовував, які були помилковими і чому, які з них привели до результату) рефлексії;
* сприяння формуванню учнями свого індивідуального освітнього продукту (бачення власного підходу до вирішення проблеми, власний спосіб розв’язання задачі й т.д.). Розв’язування задач не обов’язково має бути оптимальним;
* використання практико-орієнтованих навчальних ситуацій для постановки проблеми (введення у завдання), її безпосереднього вирішення та використання завдань із надлишковою чи недостатньою інформацією;
* використання інформаційно-комунікаційних технологій в навчанні математики, сучасного програмного забезпечення до розв’язування математичних вправ і завдань;
* використання колективної, групової, парної та індивідуальної пізнавальної діяльності у різних поєднаннях;
* розвиток творчості учнів, мотивація дослідницької діяльності, урізноманітнення видів діяльності (творчі, лабораторні, практичні, пошукові, проєктні роботи);
* опір на суб’єктивний досвід учнів при виборі навчальних завдань, перевага самостійної пізнавальної діяльності учнів.

З кожним навчальним роком має поступово розширюватися й ускладнюватися діяльність учнів. Для окремих школярів доцільно запропонувати самостійне опрацювання певних тем або їхніх частин. Наприклад, перед вивченням тригонометричних функцій можна дати завдання самостійно дослідити поняття періодичних процесів і їх прояв у повсякденному житті, будівництві, природі тощо. У цьому випадку учні виконують завдання самостійно, звертаючись до вчителя лише за консультацією.

Під час такої дослідницької діяльності учні отримують досвід узагальнення та порівняння, знайомляться з методами наукового пізнання та етапами дослідження. Це сприяє формуванню навичок визначення проблем, планування експериментів, формулювання гіпотез і зроблення висновків. Використання інноваційних технологій у навчанні математики активізує дослідницьку й пізнавальну діяльність учнів на кожному етапі уроку, підвищує мотивацію до вивчення нових тем і актуалізує раніше отримані знання. Крім того, такі методи урізноманітнюють форми й способи подання нового матеріалу, дозволяють здійснювати самоконтроль і корекцію знань і вмінь учнів, а також сприяють формуванню стійкого інтересу до математики.

Інноваційні технології можуть бути засобом:

* організації самостійної роботи учнів у позаурочній роботі;
* демонстраційного супроводу уроку;
* підготовки до уроку.

Старшокласників доцільно ознайомити з програмним забезпеченням, таким як Excel чи Advanced Grapher, яке дозволяє значно скоротити час на виконання певних математичних завдань. Учитель може запропонувати домашнє завдання, яке легко й зручно розв’язати за допомогою таких програм. Це сприятиме формуванню в учнів практичних навичок роботи з інноваційними технологіями та мотивуватиме їх використовувати сучасні інструменти для розв’язування різноманітних задач удома.

Підвищенню ефективності проведення уроків математики сприяє й використання програмних засобів навчального призначення. З використанням цих засобів доступнішим стає вивчення безлічі тем курсу алгебри та початків аналізу й геометрії: систем рівнянь і нерівностей, розв’язування рівнянь, побудова графіків функцій, знаходження площ фігур, обмежених графіками функцій, обчислення об’ємів тіл обертання, побудова перерізів геометричних тіл і т.д [71].

Враховуючи те, що функції є математичними моделями безлічі процесів, які вивчають в економіці, фізиці, хімії, біології та інших науках, то варто спрямувати навчально-пізнавальну діяльність старшокласників на знаходження й опис властивостей функцій і побудову їх графіків. Безліч функцій, які описують реальні процеси, мають складні формули, а тому їх графіки складно побудувати. Все це спонукає учнів використовувати інноваційні технології [45].

Інноваційні технології також широко застосовуються для візуалізації навчального матеріалу. Візуалізація полягає у створенні умов, що дозволяють безпосередньо спостерігати та отримувати видимі зображення процесів, об’єктів або явищ у формі, зручній для зорового сприйняття. Це сприяє кращому розумінню складних понять, підвищує наочність викладання та полегшує засвоєння матеріалу.

Для того, щоб візуалізувати навчальний матеріал, потрібно його ретельно відібрати, структурувати та оформити у наочний образ таким чином, щоб складне зробити зрозумілим, довготривале – лаконічним, громіздке – компактним і т.д. Різні способи подання інформації і визначення зав’язків між ними сприяють активізації мислення учнів, розвитку у них таких розумових операцій як абстрагування, узагальнення, аналіз, синтез, порівняння, аналогія та класифікація.

Форми візуалізації навчального матеріалу доволі різноманітні. Наприклад, флеш-анімації, комп’ютерні презентації, відео та аудіо матеріали, графіки, схеми, зображення, діаграми, інтелект-карти і т.д.

Використання відео в навчальному процесі набуло особливої актуальності під час пандемії COVID-19. Сучасні технології дозволяють легко створювати відеозаписи, у яких учитель пояснює матеріал для учнів. Популярним також є формат відеопрезентацій, де демонструється створена вчителем презентація з коментарями до кожного слайду.

Для створення таких відео необхідно оволодіти програмами для запису екрана. Одним із зручних інструментів для цього є Camtasia Studio, яка забезпечує простий процес запису та редагування відеоматеріалів. Використання таких програм сприяє збагаченню освітнього процесу та забезпечує доступ учнів до навчальних матеріалів у зручному форматі.

Презентація – це послідовність слайдів. Презентації легко продемонструвати учням, роздрукувати окрему її частину чи всю, вислати на електронну пошту учню, що був відсутній на уроці, завантажити на блог учителя (це забезпечує можливість ознайомлення із нею інших учителів, учнів і батьків). Презентації можна застосовувати на будь-якому уроці, проте на деяких етапах уроку, а не протягом всього уроку.

Програмне забезпечення для створення презентацій доволі різноманітне:

* Створити анімовану презентацію можна за допомого сервісу PowToon. В цьому сервісі можна створити відео з «чистого аркуша» чи на основі шаблону. Вже готову роботу можна завантажувати безпосередньо на YouTube;
* Sway – це програма, за допомогою якої можна створити онлайн презентації й ділитися ними (надсилаючи посилання). При цьому не виникає необхідність висилати кожному учню презентацію, виконану, а досить надати учням посилання, яке веде до презентації створеної в Sway;
* Power Point – програма, головною функцією якої є створення презентацій. Тут передбачено можливість використання гіперпосилань, що дає можливість створити розгалужену презентацію, що відображає втручання користувача.

Учитель може створювати презентації, наприклад, для уроків на яких представляється новий матеріал, чи для уроків на яких відбувається узагальнення та систематизація отриманих знань.

Також, існує можливість створити Google-презентації, які можуть створювати кілька людей. Наприклад, учителі можуть готувати презентацію для інтегрованого уроку чи кілька учнів можуть одночасно працювати над презентацією. Також, Google-презентації надають можливість учителю створювати електронні підручники або задачники.

Учні в сучасному світі набагато легше сприймають інформацію у компактному вигляді, а найкраще у вигляді малюнків. А тому на допомогу учителю приходять інфографіка та сервіс для її створення (наприклад, Piktochart). Учитель може робити слайди для презентацій або сучасні плакати. Також, учнів можна залучати до опрацювання інформації (наприклад, конкретної теми чи параграфа підручника) й наступного створення інфографіки за нею.

Інтелектуальні карти дають можливість створювати різні схеми. Наприклад, таким сервісом є MindMeister. Матеріали пройденої теми тут можна схематично представити, доповнивши його відео, малюнками, звуками з Інтернету. Даний сервіс особливо корисний для уроків систематизації чи узагальнення знань.

Сучасні технології навчання, такі як методика «перевернутого навчання», можуть значно допомогти вчителю організувати ефективний освітній процес. Цей підхід передбачає зміну традиційної організації навчання: новий матеріал учні опрацьовують вдома, зазвичай через перегляд коротких відеолекцій, тоді як у класі вивільнений час присвячується обговоренню проблем, виконанню практичних завдань, роботі в групах і застосуванню знань у нових умовах.

У такій моделі учні мають змогу засвоювати новий матеріал у власному темпі, що усуває залежність від швидкості викладання вчителя. На уроках же створюється більше можливостей для взаємодії, зворотного зв’язку, індивідуальної допомоги та розвитку навичок співпраці. Це сприяє глибшому засвоєнню знань і розвитку практичних навичок [10].

Серед інноваційних технологій використовується й технологія «веб-квест». Ця технологія включає наступні елементи:

* Вступ - задаються вихідні умови та зазначається термін проведення самостійної роботи;
* Посилання на онлайн ресурси, що надають можливість знайти та завантажити потрібний матеріал;
* Завдання різної складності для самостійного виконання;
* Детальний опис процесу виконання завдання з допоміжними питаннями, поясненням основних принципів переробки інформації, причинно-наслідковими діаграмами, таблицями, схемами;
* Висновки, що містять приблизні результати виконання завдання, напрямки подальшої самостійної роботи над визначеною темою.

При дистанційному навчанні важливим є спілкування учителів із учнями через Інтернет, що передбачає:

* Обмін ідеями щодо підготовки проєктів і їх виконання;
* Запис для учнів відео-уроків і їх завантаження в YouТube;
* Проведення учителями консультації по Skype;
* Отримання учнями завдання через розсилку або на сторінках сайту школи.

Використання різноманітних інтернет-ресурсів дає можливість організовувати спільну діяльність із документами, проводити тестування й опитування, організовувати документообіг [64].

У педагогічній практиці активно використовуються сервіси Google. Окрім пошукової системи у Google, існують й мережеві сервіси для спільної творчої діяльності, а саме: мультимедійна творчість, спільне редагування, пошук даних, класифікація і т.д. до таких сервісів відносяться:

* Hangouts – відеозв’язок і голосовий зв’язок, обмін миттєвими повідомленнями;
* пошук за зображеннями Google Images;
* науковий пошук Google Scholar;
* пошук книг Google BookSearch;
* електронна пошта Gmail;
* Google Рисунок;
* Google Таблиця;
* Google Форма;
* Google Презентація;
* Google Документ.

Для зручної та цікавої організації навчального процесу є робота у сервісі Google Сlassroom Manager, що дає учням можливість самостійно або в групах виконувати завдання та надсилати їх учителю через мережу, а програма самостійно опрацьовує й представляє результати, зазначаючи помилки.

Організація контролю успіхів учнів у навчанні і забезпечення зворотного зв’язку також може відбуватись за допомогою інноваційних технологій. На сьогодні, у вільному доступі існує багато сервісів, за допомогою яких можна [63]:

* Проводити дискусії;
* Організовувати корекцію знань та планувати навчальну роботу на підставі отриманих результатів;
* Отримувати зворотній зв’язок протягом усього навчального процесу;
* Перевіряти розуміння учнями навчального матеріалу.

Якщо у школярів є планшети чи смартфони, то можна проводити вікторини, конкурси чи тестування за допомогою сервісів Formative, Triventy, Quizizz, Quizalize і т.д.

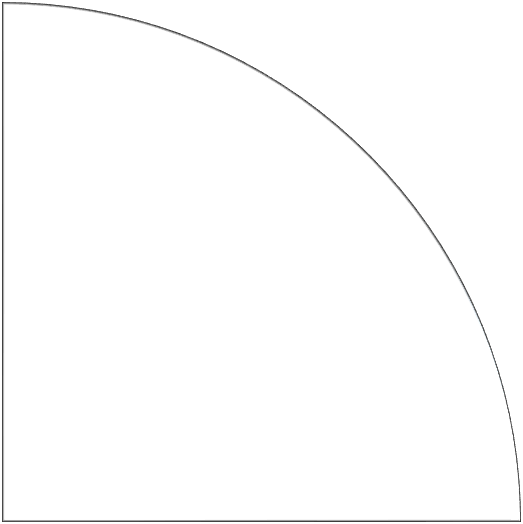
Існують різні підходи до класифікації інноваційних методів навчання [46].

В основу класифікації дослідника Є. Бондарчука покладено діяльнісний принцип. Вчений пропонує методи фізичної, соціальної, пізнавальної діяльності. Так, прикладами фізичної активності є зміна роботи, письмо, малювання тощо. Учні включаються в соціальну діяльність, коли ставлять запитання, відповідають тощо [73].

На думку М. Тесленка, пізнавальна діяльність – це доповнення матеріалу, який викладають учасники, виконання як джерело досвід, самостійний пошук вирішення проблеми. Зазвичай всі три види діяльності взаємоповʼязані. Інший принцип класифікації враховує ключове положення навчання, а саме взаємодію-діалог.

На думку вченого І. Гейка, механізми спілкування розглядаються як форми реалізації його основних функцій: інформаційної, пізнавальної, мотиваційної та регулятивної.

Провідними формами інтерактивної роботи є навчальна взаємодія всіх учнів у парах та мікрогрупах. Інтерактивна робота має свої принципи (рис. 3.1).

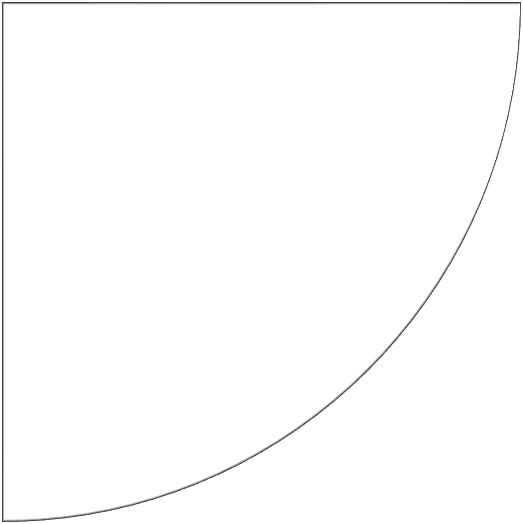


одночасна

взаємодія (всі

учні працюють

одночасно)



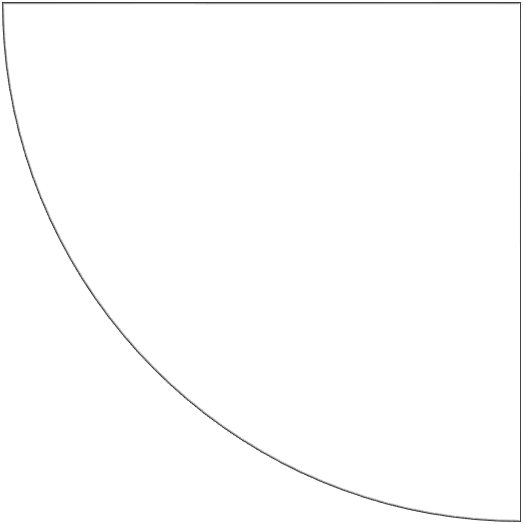
рівноправна

участь (кожному

учневі

відводиться

однаковий час)



позитивна

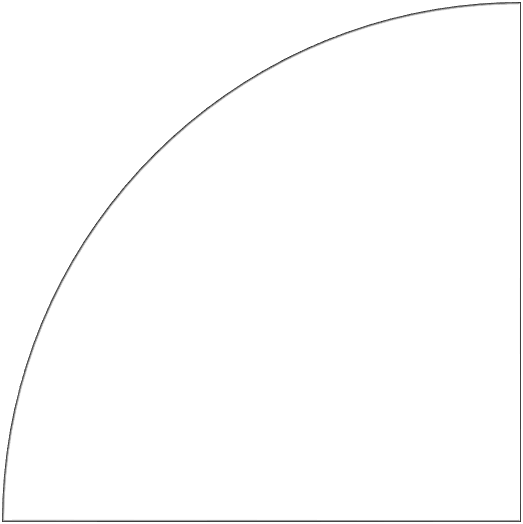
взаємодія (група

виконує завдання

в умовах

успішної роботи

кожного учня)



індивідуальна

відповідальність

(

кожен учень має

завдання)

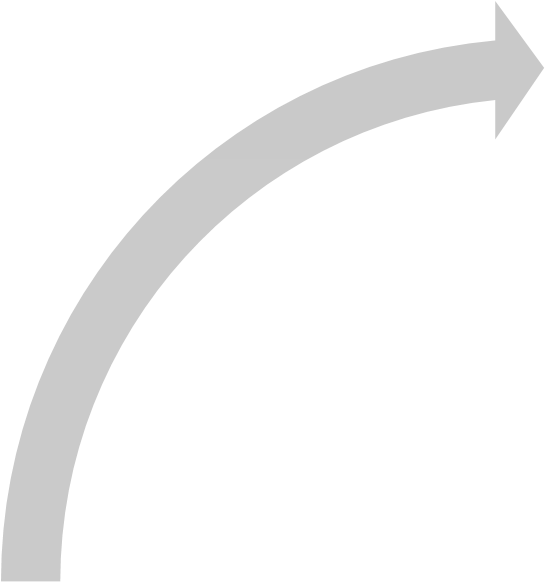
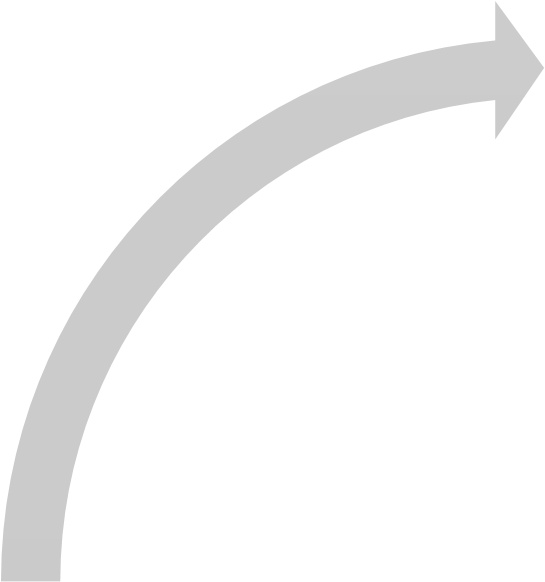
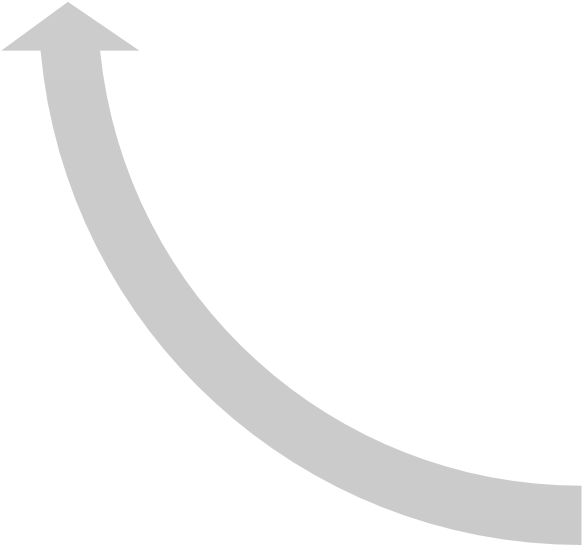
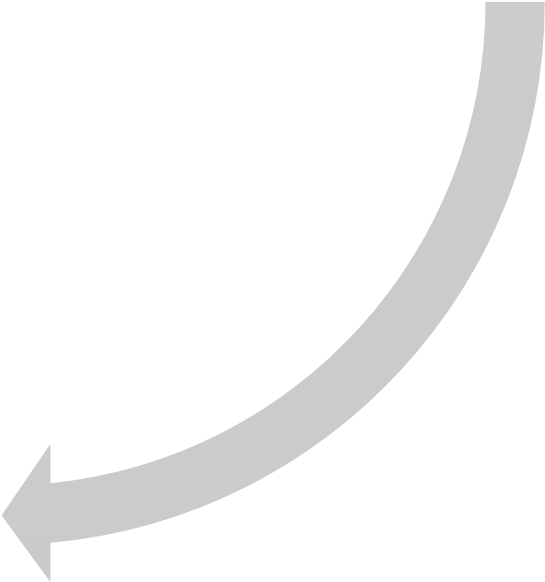
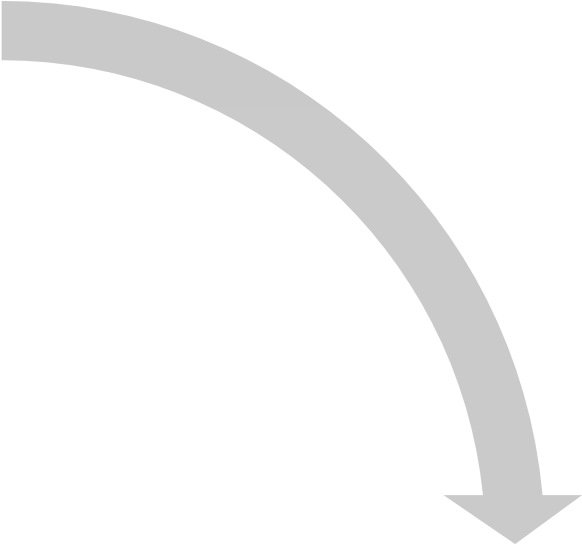
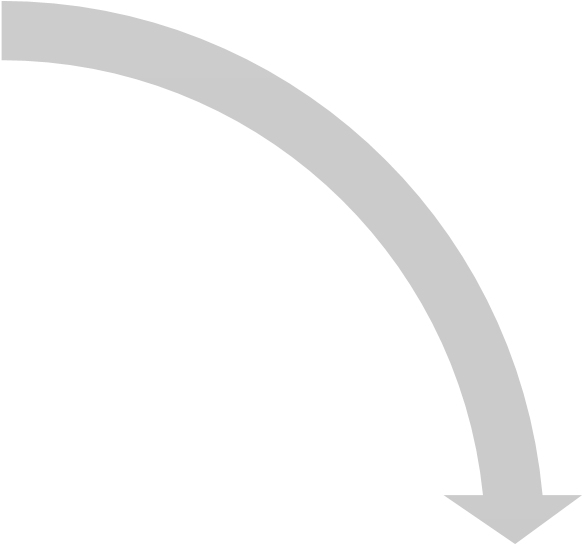


Рисунок 3.1 – Принципи інтерактивної роботи в класі

Інтерактивні вправи на уроках математики спрямовані на [11]:

1. Розвиток самостійності мислення школярів та вироблення творчого ставлення до висновків і правил. Вправи, такі як «Робота в парах», «Робота в групах», «Карусель», «Пошук інформації» та інші, стимулюють учнів висловлювати свої думки, осмислювати матеріал, аналізувати алгоритми розвʼязків, перевіряти свої відповіді та знайти помилки.

2. Розвиток опору до навіювання думок, зразків поведінки та вимог інших. Вправи, такі як «Аналіз ситуації» та «Вирішення проблем», навчають учнів протистояти тиску більшості, відстоювати свою думку та виявляти помилки. Завдання, де вчитель допускає помилки, стимулюють активне мислення та розвиток навичок подолання протиріччя і непорозумінь через зіткнення поглядів учнів.

3. Вироблення критичного ставлення до себе, вміння бачити свої помилки та адекватно ставитися до них. Ці вправи сприяють самопізнанню учнів, взаєморозумінню вчителів і учнів, а також розумінню вимог і критичних зауважень. Розуміння власних дій сприяє формуванню дисциплінованої поведінки та відповідального ставлення до навчання. Критичне ставлення до себе допомагає учням оцінювати як позитивні, так і негативні аспекти своєї поведінки і навчання.

4. Розвиток пошукової спрямованості мислення та прагнення до знаходження кращих варіантів розвʼязання навчальних завдань. Інтерактивні вправи ставлять учнів у ситуації пошуку, пропонують нестандартні виходи з ситуацій, які дорослі часто вважають нереалістичними. Цей підхід стимулює учнів ділитися своїми ідеями, підтримує їх віру у власні можливості. У вправах «Розумовий штурм», «Коло ідей», «Вирішення проблем», «Незакінчені речення» всі думки учнів приймаються як реальні, що допомагає розвивати творче мислення. Вправа «Пошук інформації» навчає учнів самостійно працювати з додатковою літературою та знаходити факти, які можуть суперечити попереднім уявленням. Це сприяє розвитку розумового скептицизму стосовно існуючих правил, висновків та думок.

5. Інтерактивні вправи також спрямовані на розвиток уміння знаходити спільні рішення з однокласниками та підвищення інтересу учнів до вивченого матеріалу.

Ситуації колективного навчання надають учням можливість співпрацювати в різних групах. Кожен учень особливим чином сприймає когнітивну ситуацію, а також психологічні і соціальні аспекти, постійно змінюючи свої особисті звʼязки, пізнавальний досвід, оцінки, дії і сподівання [47].

При інтерактивному навчанні на уроках математики учень може свідомо вчитися робити обґрунтований вибір серед різноманітних альтернатив і взяти на себе відповідальність за самостійне прийняття рішень щодо вирішення завдань і вправ. Важливо, що кожен учень може це робити свідомо і досконало [13].

Застосування інтерактивних технологій створює сприятливі умови для духовного розвитку особистості і ефективного процесу соціалізації. Варто зазначити, що інтерактивне навчання значно підвищує швидкість засвоєння матеріалу, оскільки воно впливає не тільки на свідомість учня, але й на його почуття та волю (дії, практику) [72].

Процес навчання на уроках математики не обмежується простим передаванням знань учням. Він потребує напруженої розумової праці дитини, її активної участі у процесі. Пояснення та демонстрація самі по собі не забезпечують справжніх і стійких знань. Цього можна досягти лише за допомогою активного та інтерактивного навчання на уроках математики [12].

**3.3 Задачі з практичним змістом в ЗНО з математики**

Задача №1

Задача з додаткової сесії ЗНО 2020 року.

Стріла CD автокрана нахилена до горизонтальної поверхні АВ під кутом 600, CD=20 м. Основа С стріли розташована на відстані d=2 м від АВ. Відстань h1 від кінця D стріли до нижньої основи MN вантажу становить 6 м. Укажіть проміжок, якому належить відстань h2 (у м) від MN до АВ. Вважайте, що MN||AB.

Таблиця 3.1 – Варіанти відповідей до задачі №1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| (4;8] | (8;10,5] | (10,5;12,5] | (12,5;14,5] | (14,5;20] |

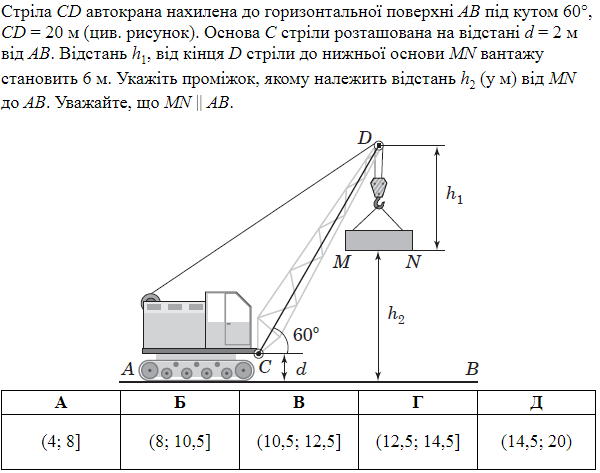


Рисунок 3.2 – Схематичне зображення умови задачі

Проведемо перпендикуляр DO з точки D до АВ. Проведемо з точки С перпендикуляр СК до DO. Тоді відрізок ОК дорівнює d й дорівнює 2м. Відрізок DX дорівнює h1 і дорівнює 6м.

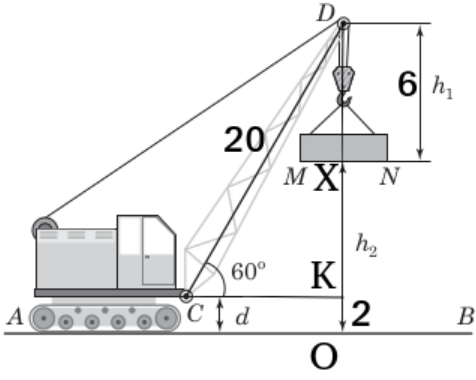


Рисунок 3.3 – Схематичний розв’язок задачі

Із прямокутного трикутника CDK DK=CDsin600=20⋅https://latex.codecogs.com/gif.latex?\sqrt%7b3%7d:2=10https://latex.codecogs.com/gif.latex?\sqrt%7b3%7d≈10⋅1,7=17м. Тоді ХК=DK-DX=17-6=11м. h2=XK+KO=11+2=13м. Отже значення h2 приблизно дорівнює 13 м і належить проміжку (12,5;14,5].

Задача №2

Задача з ЗНО математики 2009 року.

У сонячний день довжина тіні від дерева становить 16м. У той самий час тінь від хлопчика, який має зріст 1,5м, дорівнює 2м. Визначте висоту дерева.

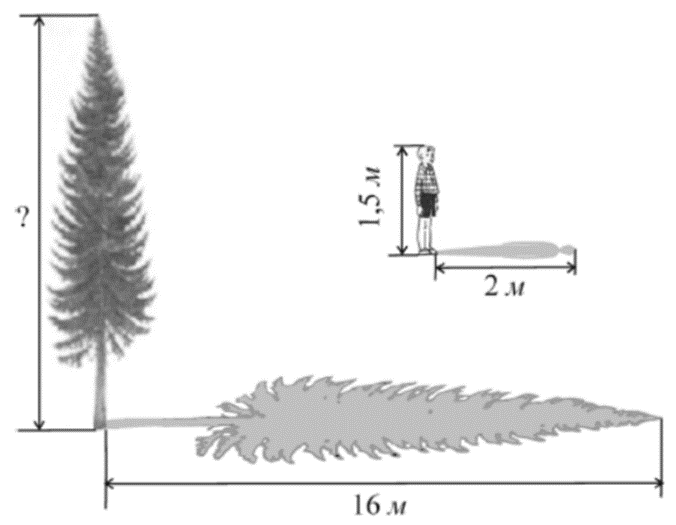


Рисунок 3.4 – Схематичне зображення умови задачі

Таблиця 3.2 – Варіанти відповідей до задачі №2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 12 м | 12,5 м | 13 м | 14 м | 15,5 м |

Нехай висота дерева дорівнює *х* м. Складаємо пропорцію:

,

Задача №3

Задача з ЗНО 2009 року.

У фермерському господарстві „Надія” кожен рік озимою пшеницею засівають 600га полів. Середня врожайність цієї культури в 2007 році становила 24 центнери з одного гектара. Завдяки сприятливим погодним умовам у 2008 році озимої пшениці було зібрано на 19 200 центнерів більше, ніж в 2007. Обчисліть середню врожайність озимої пшениці, вирощеної у господарстві „Надія” у 2008 році (у ц/га). (Середня врожайність сільськогосподарської культури – це відношення маси зібраного врожаю цієї культури до загальної площі полів, на яких вона була вирощена.)

Розв’язок

Середня врожайність в 2007 році становила: m2007/600 =24

Розрахуємо середню врожайність озимої пшениці в 2008 році, враховуючи те, що в 2008 році зібрали на 19200 центнерів більше, ніж в 2007 році:

*m*2008/600= (*m*2007+19200)/ 600 = (*m*2007/ 600)+(19200/600)=24+32=56

Відповідь: 56.

Задача №4

Задача до пробного ЗНО 2012 року.

На рисунку зображено ескіз емблеми фірми N. Емблема має форму кола, всередині якого розміщено 3 однакових півкола. Один кінець кожного півкола збігається з центром кола, інший кінець лежить на колі. Виготовлення емблеми (усіх її елементів), радіус якої дорівнює 2 м, потребує використання гнучкого матеріалу вартістю 100 грн за 1 м довжини. Укажіть серед наведених найменшу суму грошей, якої вистачить на придбання цього матеріалу для виготовлення емблеми. Вважайте, що місця з’єднання елементів емблеми, позначені на рисунку точками, не потребують додаткових витрат.

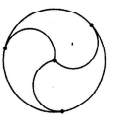


Рисунок 3.5 – Схематичне зображення умови задачі №4

Таблиця 3.3 – Варіанти відповідей до задачі

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 3000 грн | 2720 грн | 2540 грн | 2310 грн | 2170 грн |

Маємо довжину кола емблеми С=2πR=2π⋅2=4π м. У внутрішній частині маємо, що діаметр кожного півкола співпадає із радіусом великого кола. Тому d=2, звідки r=d:2=2:2=1м. Маємо довжину маленького кола емблеми С=2πr=2π⋅1=2π м. Тоді довжина півкола 2π:2=π м. Оскільки маємо 3 однакових півкола, їх загальна довжина 3⋅π=3π м. Разом на одну емблему використовується 4π+3π=7π м.

Тоді потрібно буде коштів 100⋅7π=700π≈700⋅3,14=2198грн. Найближча достатня сума серед наведених 2310грн.

Задача №5

Задача до другої сесії ЗНО 2013 року.

Для розігрівання в мікрохвильовій печі рідких страв використовують посудину у формі циліндра, радіус основи якого дорівнює 9 см. Посудина ставиться на горизонтальний диск у формі круга і накривається кришкою, що має форму півсфери. Радіус півсфери дорівнює 12 см і є меншим за радіус круга. Вкажіть найбільше з наведених значень, якому може дорівнювати висота посудини, якщо посудина не торкається кришки.

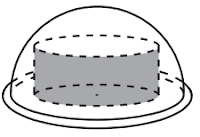


Рисунок 3.6 – Схематичне зображення умови задачі №5

Таблиця 3.4 – Варіанти відповідей до задачі

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 3 см | 5 см | 6 см | 7 см | 8 см |

Розглянемо випадок, коли циліндр дотикається півсфери. Проведемо радіус сфери у точку дотику. Маємо прямокутний трикутник, в якому гіпотенуза R — проведений радіус (12см), а катети — r (радіус основи циліндра, 9см) та висота h. За теоремою Піфагора h2=R2-r2=122-92=144-81=63. Оскільки 49≤63≤64, то 49≤h2≤64, звідки 7≤h≤8. Щоб посудина не торкалася кришки, потрібно взяти висоту менше за отриману. Найбільше число, яке менше за h буде 7.

Задача №6

Задача до основної сесії ЗНО 2016 року.

Екрани телевізорів, зображених на рис.1 і 2, мають форму прямокутників, відповідні сторони яких пропорційні. Діагоналі екранів цих телевізорів дорівнюють відповідно 32 дюйма і 48 дюймів. Визначте, у скільки разів площа екрана телевізора, зображеного на рис. 2, більша за площу екрана телевізора, зображеного на рис.1.



Рисунок 3.7 – Схематичне зображення умови задачі №6

Таблиця 3.5 – Варіанти відповідей до задачі

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| в 1,5 рази | у 16 разів | у 2,56 рази | у 4 рази | у 2,25 рази |

Маємо подібні фігури з коефіцієнтом подібності 48:32=1,5. А площі подібних фігур відносяться як квадрат коефіцієнта подібності, тобто 1,52= 2,25.

Задача №7

Задача з додаткової сесії ЗНО 2014 року.

Автомобіль рухався по дорозі паралельно паркану NP і зупинився біля закритих воріт KL так, як зображено на рисунку. Відомо, що розмах стулки воріт LM становить 2 м, OQ=1 м. Укажіть найменшу з наведених довжину відрізка LO, при яких стулка LM не зачепить автомобіль за умови повного відкривання воріт. Уважайте, що ворота перпендикулярні до площини дороги і мають прямокутну форму. Товщиною стулок знехтуйте.

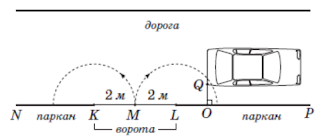


Рисунок 3.8 – Схематичне зображення умови задачі №7

Таблиця 3.6 – Варіанти відповідей до задачі

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 1,6 м | 1,7 м | 1,8 м | 1,9 м | 2 м |

Знайдемо, за якої умови стулки торкнуться до автомобіля. Це буде у випадку, коли точка Q лежить на колі. Й тоді LQ=2 (як радіус півкола, утвореного обертанням стулки LM). Тоді з прямокутного трикутника LQO за теоремою Піфагора LO2=LQ2-QO2=22-12=4-1=3. Таким чином, стулка дотикається автомобіля за умови, що LO=≈1,73. Відповідно стулки не зачеплять автомобіль, якщо LO буде більше за це число. Найближче із запропонованих число 1,8.

Задача №8

Задача з основної сесії ЗНО 2019 року.

На кресленні кутової шафи (вид зверху) зображено рівні прямокутники ABCD і KMEF та п’ятикутник EMOAD. Визначте довжину відрізка ED, якщо ОК=ОВ=1,2 м, КМ=АВ=0,5 м, KF=0,3 м. Укажіть відповідь, найближчу до точної.

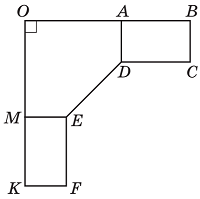


Рисунок 3.9 – Схематичне зображення умови задачі №8

Таблиця 3.7 – Варіанти відповідей до задачі

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 0,5 м | 0,55 м | 0,65 м | 0,6 м | 0,7 м |

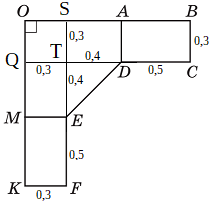


Рисунок 3.10 – Схематичний розв’язок задачі

Продовжимо сторони FE та CD прямокутників до перетину з сторонами п'ятикутника у точках S та Q відповідно із перетином продовжень у точці Т. Оскільки прямокутники рівні, то QT=KF=ST=BC=0,3 м. Тоді ТЕ=FS-FE-TS=1,2-0,5-0,3=0,4 м і TD=QC-QT-DC=1,2-0,3-0,5 = 0,4м.

Трикутник TED прямокутний й за теоремою Піфагора ED2=TE2+TD2=0,42+0,42=0,16+0,16=0,32. Так як 0,52=0,25 і 0,62=0,36, то відповідь знаходиться між цими числами. 0,552=0,3025. З чисел 0,25, 0,3025, 0,36 до 0,32 найближче число 0,3025, відповідно найбільш точна відповідь 0,55м.

**ВИСНОВКИ**

Реалізація практичної направленості викладання математики може посприяти розв’язанню головного завдання сучасної освіти - її індивідуалізації. Також, практична направленість в освіті розвиває дослідницькі навички та розширює можливості соціалізації учнів, що сприяє планомірному розвитку ключових компетентностей, що дозволять учню адаптуватися у життєвих ситуаціях, що постійно змінюються.

Впровадження принципу практичної спрямованості на уроках математики сприяє зміні структури та типу уроків, а також створює основу для інтеграції з іншими навчальними дисциплінами. Завдяки практичній орієнтації школярі отримують можливість усвідомити, що математика тісно пов’язана з навколишнім світом, а її термінологія відображає реальні явища та процеси. Це підходить до формування в учнів більш глибокого розуміння ролі математики в різних сферах життя та її прикладного значення.

Все це привчає учнів бачити у математиці спосіб дослідження практичних завдань й запобігає суто формальному вивченню предмета. Розв’язування задач практичного змісту можна застосовувати й для підвищення мотивації навчальної діяльності учнів, оскільки учні таким чином застосовують отриманні знання, вміння і навички у процесі вирішення повсякденних життєвих проблем.

Завдання, що були розглянуті в роботі:

* Визначено зміст, завдання і мету методики викладання математики. Методика викладання математики представляє собою педагогічна наука, що досліджує закономірності, засоби і шляхи навчання, розвитку і виховання учнів під час вивчення математики, розглядаючи при цьому процес навчання як динамічну цілісну соціально-педагогічну систему.

Предметом дослідження тут є теорія та практика навчання основам математики – науки, практики й теорії розвитку і виховання учнів під час навчання основам математики.

Як педагогічна наука методика математики вирішує такі задачі:

1) розробка, експериментальна перевірка й впровадження до практики викладання найбільш ефективних методів та форм навчання, й засобів навчальної діяльності (навчального обладнання);

2) визначення, систематичне вдосконалення структури й змісту шкільного курсу математики;

3) розробка концепції математичної освіти в Україні;

4) обґрунтування цілей вивчення математики в українських школах.

* Встановлено цілі навчання математики у старшій школі. Навчальними цілями є ідеальне уявлення результату, що повинен бути досягнутий в ході вивчення певної навчальної теми.

Загальноосвітні цілі направлені також на допомогу учителю раціонально розподіляти час, розділяючи основний та другорядний матеріал.

Розвиваючі цілі включають:

* Розвиток просторової уяви, кмітливості, пам’яті та спостережливості;
* Розвиток числової, геометричної, алгебраїчної інтуїції;
* Розвиток математичного мислення, навичок застосування синтезу, аналізу, порівняння, аналогії, дедукції, індукції, узагальнення та конкретизації, класифікації, моделювання;
* Виховання математичної та графічної культури.

Виховні цілі направлені на виховання стійкого інтересу до вивчення математики, її ролі у повсякденному житті й практичній діяльності, естетичне і моральне виховання учнів.

* Охарактеризовано виховання учнів в процесі вивчення математики. В сучасних умовах межі виховання поступово розширюються та охоплюють освіту й навчання як засоби виховання. Гарно організоване за формою та змістом навчання містить у собі великий виховний потенціал: формує ціннісні орієнтації та соціальні настанови особистості, її матеріальні й духовні потреби. Гуманістично направлений та доцільно організований виховний процес забезпечує реалізацію безлічі навчальних завдань, а саме:
* збагачення уявлень про зв'язок навколишнього світу та її внутрішнього життя;
* збагачення морального та соціального досвіду особистості;
* формування цілісної картини світу.

Організований відповідним чином навчально-виховний процес формує сприятливі умови для гармонійного та різнобічного розвитку особистості, її педагогічної та соціальної підтримки, зміцнення духовного, фізичного, психічного здоров’я, реалізації природних задатків і здібностей, творчого потенціалу, формування ціннісного ставлення до світу й самого себе.

Варто зазначити, що не варто привносити в урок дещо штучно «виховне» на зразок практикованої колись «ідейності» мовних прикладів. Натомість потрібно використовувати і глибоко осмислювати те, що випливає із самого навчального процесу й структури уроку.

* Досліджено історію використання задач із практичним змістом при вивченні математики.
* Визначено науково-теоретичні основи понять задач практичного змісту. Відповідно до змісту та характеру використання у курсі математики задачі практичного змісту поділяються на такі основні групи:
* Вправи на побудову;
* Вправи обчислювального характеру;
* Вправи направлені на перевірку правильності застосовуваних на практиці способів вимірювання;
* Задачі, що ілюструють застосування формул і теорем.

Задачі, що ілюструють використання теорем за формою та змістом бувають двох видів. До першого виду належать питання, що вимагають пояснення певного явища.

Розв’язуючи таку задачу, учень має сам розібратися у тому, на яку аксіому або теорему треба послатися для того, щоб пояснити наведений факт. Відповідно, ці задачі допомагають встановити зв'язок багатьох положень математики із реальним життям.

В задачах другого виду від учнів вимагають проілюструвати теорему чи аксіому. Учням переважно вказують, серед яких розповсюджених явищ потрібно шукати відповідні приклади їх застосування.

Вправи на перевірку правильності застосовуваних на практиці способів вимірювання. В умові задачі цього типу подається певний спосіб вимірювання чи виконання інших практичних завдань. При цьому від учнів вимагають встановити, чи є він правильним. Якщо спосіб наближений, то учні повинні встановити його точність. Коли ця точність достатня, то треба порівняти поданий практичний спосіб із теоретичним та вирішити, яким способом краще користуватися. Якщо спосіб правильний, учні запам’ятовують його та застосовують. Якщо ж описаний спосіб неправильний, то це потрібно довести.

* Досліджено методичні аспекти використання задач із практичним змістом при вивченні математики. Практична направленість навчання математики формує в учнів розуміння математики як методу перетворення і пізнання навколишнього світу, що повинен розглядатися не лише як область застосувань математики, а й як джерело нових математичних ідей. Навчання математичного моделювання та застосування математичних знань до розв’язування задач прикладного змісту, які виникають поза межами математики, стимулює пізнавальні інтереси й сприяє мотивації навчання учнів.

Практичне спрямування курсу математики у старшій школі передбачає формування в учнів навичок використання набутих знань при вивченні як самої математики, так й інших предметів. Політехнічне спрямування обумовлює використання математичних знань для характеристики виробничих процесів, їх обслуговування, покращення вивчення інших предметів (трудового навчання, креслення, фізики, хімії, біологія, географія тощо).

Варто зазначити, що ефективним є навчання, яке у поєднанні з вихованням забезпечує свідоме засвоєння учнями системи наукових знань, активізацію у них мислення, викликає бажання і потребу в нових знаннях, підвищує інтерес до предмета, стимулює розвиток здібностей кожного учня, розвиває навички і вміння застосовувати на практиці отримані знання, а також самостійно здобувати ці знання.

* Охарактеризовано значення задач при формуванні математичної компетентності учнів. Задачі – це один із можливих шляхів розвитку творчих здібностей людини. Саме під час розв’язування задач формуються чи проявляються більшість складових математичної компетентності, таких як комунікативна здатність, математичне мислення, обчислювальна культура, дослідницькі навички й навички використання математичної символіки, засобів наочності. Також, при розв’язуванні задач формуються певні риси характеру та якості інтелекту. До цих характерних рис відносяться винахідливість, ініціативність, допитливість, наполегливість, спостережливість, креативність, уява, здатність критично оцінювати, чесність, відповідальність, працелюбність, здатність до самоосвіти та самовдосконалення.

Тут варто зазначити, що не будь-яка задача може спонукати до мислення. Оскільки, існуючі шкільні підручники перенасичені задачами репродуктивного характеру, при розв’язанні яких не потрібні ніякі інтелектуальні зусилля. Хоча будь-яка задача повинна бути для учня справжньою науковою проблемою, а її розв’язання – дослідженням.

Проте, повністю відмовитися від суто репродуктивних задач, а саме, на початкових етапах формування понять або знайомства із певним фактом, неможливо. Але, це стосується тільки початкових етапів.

Розрізняють чотири класи задач, процес розв’язування яких, сприяє інтелектуальному розвитку, найкраще тренує мислення, формує дослідницькі навички, здатність до рефлексії, виховує культуру розумової праці загалом і математичну культуру зокрема, розвиває інтуїцію і кмітливість, а, також, стимулює формування «м’яких навичок». Ці задачі поділяються на:

* компетентнісні задачі (задачі з практичним змістом);
* «цікаві» задачі (головоломки, логічні задачі, парадокси, історичні задачі і т.д.);
* геометричні задачі на побудову;
* задачі на доведення.
* Встановлено дидактичні вимоги до організації навчального процесу в старших класах. Оволодіння знаннями неможливе без використання комплексного підходу до процесу навчання. Системний підхід до навчального процесу полягає у забезпеченні єдності 3 параметрів організації процесу навчання:

1.навчальний процес має бути єдністю соціального, психологічного і педагогічного;

2.єдність всіх функцій навчання (освітньої, розвивальної, а також виховної);

3.єдність всіх елементів навчального процесу у будь-якій методичній системі (цілей, змісту, методів, організаційних форм й засобів навчання) за умови провідної ролі цілей навчання. Процес навчання варто організовувати відповідно до головних принципів навчання, а саме: науковості, свідомості, наочності, зв’язку навчання із практичною діяльністю, систематичності і послідовності, активності і самостійності, ґрунтовності, доступності, емоційності.

Процес навчання учнів – складний й багатогранний, тому вимагає використання системного підходу. Як стверджує З.І. Слєпкань, «в педагогіці і методиці навчання математики системний підхід спрямований на розкриття цілісності об’єктів навчання, визначення у них різноманітних типів зв’язків й зведення у єдину теоретичну характеристику. Її складовими є суб’єкт пізнання (школяр), процес, продукт й мета пізнання, умови, за яких відбувається пізнавальна діяльність».

* Надано визначення рівням та критеріям сформованості прийомів розумової діяльності в учнів старших класів. Показник сформованості прийомів розумової діяльності є певними уміннями дітей його використовувати, тому вимоги до рівня сформованості прийомів розумової діяльності доцільно подати через перелік вмінь. Опанування учнями переліком вмінь і уміння їх застосовувати самостійно під час навчання математики свідчить про рівень сформованості у них ПРД. Варто виділити 4 ступені сформованості у дітей ПРД:

1.початковий ступінь;

2.репродуктивний ступінь;

3.реконструктивно-варіативний ступінь;

4.творчий ступінь.

* Визначено семіотичний компонент навчання математики у старших класах.
* Охарактеризовано вплив інноваційних підходів на організацію навчання математики. Із кожним навчальним роком має відбуватися нарощення цієї діяльності учнів. Для деяких учнів можна запропонувати самостійно вивчити деякі теми чи окремі їх частини. Наприклад, перед тим як вивчати тригонометричні функції можна запропонувати учням самостійно дослідити, що таке періодичні процеси та як вони функціонують у повсякденному житті людини, будівництві, природу і т.д.

Навчання математики із використанням інноваційних технологій сприяє ефективній активізації дослідної та навчально-пізнавальної діяльності учнів на кожному етапі уроку, підвищення мотивації вивчення нової теми та актуалізації опорних знань учнів, урізноманітненню методів і форм подання нового матеріалу, здійсненню самоконтролю і корекції набутих учнями знань та вмінь, формуванню стійкого інтересу до вивчення математики.

Інноваційні технології можуть бути засобом:

* організації самостійної роботи учнів у позаурочній роботі;
* демонстраційного супроводу уроку;
* підготовки до уроку.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ**

1. **Акуленко А. І.** Моделювання студентами елементів технології інтегрованих уроків в умовах компетентнісно орієнтованої методичної підготовки / А. І. Акуленко // Дидактика математики / ред. О. І. Скафа. – Донецьк : Дон., 2013. – Вип. 40. – С. 170–178.
2. **Астаф’єва М. М., Прошкін В. В., Радченко С. С.** Педагогічна технологія формування в учнів навичок ХХІ століття в процесі розв’язання геометричних задач на побудову / М. М. Астаф’єва, В. В. Прошкін, С. С. Радченко // Педагогічна освіта: теорія і практика. Психологія. Педагогіка : зб. наук. пр. – Київ : Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2017. – № 28. – С. 34–43.
3. **Астаф’єва М. М., Прошкін В. В., Радченко С. С.** Формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії / М. М. Астаф’єва, В. В. Прошкін, С. С. Радченко // Освітологічний дискурс. – 2018. – № 1/2. – С. 100–115.
4. **Бевз Г. П., Бевз В. Г.** Математика: пробний підручник для 10–11 кл. шкіл, ліцеїв, гімназій гуманітарного профілю / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – Київ : ТОВ «Бліц», 2005. – 256 с.
5. **Бевз Г. П.** Методика викладання математики : навч. посіб. / Г. П. Бевз. – Київ : Вища школа, 1989. – 367 с.
6. **Бондар В. І.** Навчальна діяльність / В. І. Бондар // Енциклопедія освіти. – Київ : Юрінком Інтер, 2008. – С. 535–536.
7. **Бондар В. І.** Процес навчання / В. І. Бондар // Енциклопедія освіти. – Київ : Юрінком Інтер, 2008. – С. 745.
8. **Бурда М. І., Дубинчук О. С., Мальований Ю. І.** Математика, 10–11 : навч. посіб. для шкіл, ліцеїв та гімназій гуманітарного профілю / М. І. Бурда, О. С. Дубинчук, Ю. І. Мальований. – Київ : Освіта, 2004. – 223 с.
9. **Бурда М. І., Дубинчук О. С., Мальований Ю. І.** Математика, 10–11 : навч. посіб. для шкіл, ліцеїв та гімназій гуманітарного профілю / М. І. Бурда, О. С. Дубинчук, Ю. І. Мальований. – Київ : Освіта, 2006. – 287 с.
10. **Бурда М. І.** Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти / М. І. Бурда // Педагогіка і психологія. – 1996. – № 1. – С. 40–45.
11. **Бурда М. І.** Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи : дис. … д-ра пед. наук : 13.00.02 / Бурда Михайло Іванович. – Київ, 1994. – 347 с.
12. **Бурда М. І., Глобін О. І.** Особливості організації навчання математики в 10–12 класах на профільному рівні / М. І. Бурда, О. І. Глобін // Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки». – 2009. – Вип. 150. – С. 24–31.
13. **Возняк Г., Маланюк М.** Взаємозв’язок теорії з практикою в процесі вивчення математики / Г. Возняк, М. Маланюк. – Рад. шк., 1989. – 345 с.
14. **Володько В. М.** Індивідуалізація й диференціація навчання: понятійно-категорійний аналіз / В. М. Володько // Педагогіка і психологія. – 1997. – № 4. – С. 9–17.
15. **Глобін О. І.** Інтегруюча функція математики в умовах профільної диференціації навчання / О. І. Глобін // Диференціація навчання на різних ступенях загальної середньої освіти: теорія, практика, перспективи : матеріали методологічного семінару (Київ, АПН України, 19.11.2008 р.). – Київ, 2008. – С. 63–65.
16. **Гончаренко С. У.** Інтегроване навчання. За і проти / С. У. Гончаренко // Педагогіка і психологія. – 1994. – № 15–16. – С. 5.
17. **Гончаренко С. У., Володько В. М.** Проблеми індивідуалізації процесу навчання / С. У. Гончаренко, В. М. Володько // Педагогіка і психологія. – 1995. – № 2. – С. 63–71.
18. **Гончарова І. В.** Методика формування евристичних умінь учнів основної школи на факультативних заняттях з математики : автореф. дис. … канд. пед. наук : спец. «теорія та методика навчання (математика)» / Ірина Володимирівна Гончарова. – Донецьк, 2009. – 20 с.
19. **Далингер В. А.** Методика вивчення математики. Традиційні сюжетно-текстові задачі / В. А. Далингер. – Київ : Генеза, 2017. – 174 с.
20. **Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти** // Математика в школі. – 2004. – № 2. – С. 2–5.
21. **Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти** [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.mon.gov.ua>.
22. **Жалдак М. І.** Комп’ютер на уроках математики: Посібник для вчителів / М. І. Жалдак. – К. : Техніка, 1997. – 303 с.
23. **Закон України про загальну середню освіту** : Прийнято 13 травня 1999 р. // Голос України. – 1999. – № 65. – 23 червня. – С. 4–7.
24. **Засуха В. А., Лисенко В. П., Голуб Б. Л.** Прикладна математика : підручник / В. А. Засуха, В. П. Лисенко, Б. Л. Голуб. – К. : Арістей, 2004. – 227 с.
25. **Збірник наукових статей студентів фізико-математичного факультету**. – ФМФ, 2014. – № 8. – 364 с.
26. **Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч. 1. Допрофільна підготовка** / упоряд. Н. С. Прокопенко, О. П. Вашуленко, О. В. Єргіна. – Х. : Ранок, 2011. – 320 с.
27. **Ільченко В. Г.** Інтегративний підхід в освіті / В. Г. Ільченко // Енциклопедія освіти / Акад. пед. наук України ; гол. ред. В. Г. Кремень. – К. : Юрінком Інтер, 2008. – С. 356.
28. **Касіяненко Г. А., Мазуніна С. М., Кіслова Т. О., Жмурко І. Л.** Задачі практичного змісту з геометрії : 5–11 клас / Г. А. Касіяненко, С. М. Мазуніна, Т. О. Кіслова, І. Л. Жмурко. – Вінниця, 2013. – 61 с.
29. **Коваленко В. Г., Следзінський І. Ф.** Математична символіка : посібник для самоосвіти вчителів / В. Г. Коваленко, І. Ф. Следзінський. – К. : Радянська школа, 1981. – 80 с.
30. **Когтєв А. В.** Прикладні задачі з математики як засіб розвитку життєво необхідних компетентностей [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://vseosvita.ua/library/formuvannagromadanskoi-ta-nacionalnoi-samosvidomosti-ucniv-z-vadami-sluha-na-urokahmatematiki-108931.html>.
31. **Костюк Г. С.** Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості / Г. С. Костюк ; за ред. Л. М. Проколієнко. – К. : Радянська школа, 1989. – 608 с.
32. Оформлення джерел за **ДСТУ 8302:2015**:
33. **Кондратьєва Л. І.** Збірник усних вправ з математики для 5 класу : підручник і посібник / Л. І. Кондратьєва. – Тернопіль, 2000. – 64 с.
34. **Корнієнко Т. Л., Фіготіна В. І.** Математика : плани-конспекти уроків на друкованій основі (уроки 1–11) / Т. Л. Корнієнко, В. І. Фіготіна. – Х. : Ранок, 2013. – 281 с.
35. **Кузьмінський А. І., Омеляненко В. Л.** Педагогіка : підручник / А. І. Кузьмінський, В. Л. Омеляненко. – 2-ге вид., перероб. і доп. – К. : Знання-Прес, 2004. – 445 с.
36. **Липова Л., Малишев В., Замазкіна П.** Програма спецкурсів профільного навчання : дидактичні засади створення та експертиза / Л. Липова, В. Малишев, П. Замазкіна // Практика управління закладом освіти. – 2008. – № 1(18). – С. 14–23.
37. **Мальований Ю. І.** Урок / Ю. І. Мальований // Енциклопедія освіти / Акад. пед. наук України ; голов. ред. В. Г. Кремень. – К. : Юрінком Інтер, 2008. – С. 946–947.
38. **Математика. 5–12 класи** : програма для загальноосвітніх навчальних закладів. – К. : Перун, 2005. – 64 с.
39. **Матяш О. І., Волкодав Т. А.** Прийоми формування креативних якостей майбутніх фахівців / О. І. Матяш, Т. А. Волкодав // Austia-science : щомісячний міжнародний науковий журнал. – 2017. – № 3. – С. 21–25.
40. **Методика використання прикладних задач у шкільному курсі математики** : методичний посібник / уклад. А. П. Королюк. – Рівне : РОІППО, 2018. – 30 с.
41. **Моторіна В. Г.** Підготовка майбутнього вчителя математики до роботи в умовах диференціації навчання учнів / В. Г. Моторіна // Збірник наукових праць. Педагогічні науки. – Херсон, 2001. – Вип. 21. – С. 48–55.
42. **Моторіна В. Г.** Інноваційні підходи до навчання математики : навчальний посібник / В. Г. Моторіна. – Х. : ХНПУ імені Г. С. Сковороди, Скорпіон, 2008. – 112 с.
43. **Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів** [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://old.mon.gov.ua/images/education/average/prog12/matem_st.pdf>.
44. **Орос А. М.** Використання задач прикладного і практичного змісту на уроках математики як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів : методичні рекомендації / А. М. Орос. – Мукачево : Вище професійне училище № 3, 2009. – 28 с.
45. Оформлення джерел за **ДСТУ 8302:2015**:
46. 44. **Подмазін С. І.** Особистісно-направлена освіта : соціально-філософське дослідження / С. І. Подмазін. – Запоріжжя : Просвіта, 2000. – 250 с.
47. 45. **Пометун О. І.** Інтерактивні методики та системи навчання / О. І. Пометун. – К. : Шкільний світ, 2007. – 112 с.
48. 46. **Програми для загальноосвітніх навчальних закладів**. Математика : навчальні програми для профільного навчання, факультативів, спецкурсів, гуртків. – К. : Навчальна книга, 2003. – 302 с.
49. 47. **Прошкін В. В., Астаф’єва М. М., Радченко С. С.** Геометричні задачі на побудову як дієвий інструментарій формування навичок ХХІ століття / В. В. Прошкін, М. М. Астаф’єва, С. С. Радченко // Освітологічний дискурс. – 2017. – № 3–4 (18–19). – С. 122–136.
50. 48. **Раков С. А.** Математична освіта : компетентнісний підхід з використанням ІКТ : монографія / С. А. Раков. – Харків : Факт, 2005. – 360 с.
51. 49. **Рамський Ю. С., Рамська К. І.** Місце і роль математичної освіти в інформаційному суспільстві / Ю. С. Рамський, К. І. Рамська // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. – 2008. – № 6 (18). – С. 53–59.
52. 50. **Рогожинська Е. К.** Нові підходи до викладання математики в умовах реформування вітчизняної освіти : методичний лист / уклад. Е. К. Рогожинська. – Миколаїв : ОІППО, 2016. – 80 с.
53. **Савченко О. Я.** Особистісно орієнтоване навчання / О. Я. Савченко // Енциклопедія освіти / Акад. пед. наук України ; голов. ред. В. Г. Кремінь. – К. : Юрінком Інтер, 2008. – 1040 с.
54. **Сердюк З. О.** Вивчення математичних формул в курсі математики гуманітарних класів / З. О. Сердюк // Евристичне навчання математики : збірник матеріалів третьої міжнародної науково-методичної конференції (1–3 жовтня 2009 р.). – Донецьк : ДонНУ, 2009. – С. 92–93.
55. **Сердюк З. О.** Використання аналогій під час вивчення математики / З. О. Сердюк // Матеріали Міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО-2009) (м. Черкаси, 7–9 квітня 2009 р.). – Черкаси : ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – С. 86–87.
56. Оформлення джерел за **ДСТУ 8302:2015**:
57. **Сердюк З. О.** Використання наочності на уроках математики в класах суспільно-гуманітарного профілю / З. О. Сердюк // Якісна освіта століття: проблеми і пошуки : зб. матеріалів Всеукр. наук.-метод. конф., 14 берез. 2009 р. / за заг. ред. Н. М. Лосєвої. – У 2-х т. – Т. 1. – Донецьк : ДонНУ, 2009. – С. 390.
58. **Сердюк З. О.** Використання усних вправ на уроках математики в класах гуманітарного профілю / З. О. Сердюк // Тези міжнар. наук.-практ. конф. «Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє», 16–18 жовт. 2007 р., м. Київ. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2007. – С. 106–107.
59. **Сердюк З. О.** Деякі особливості вправ з математики для учнів класів суспільно-гуманітарного напряму / З. О. Сердюк // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики : матеріали Всеукр. наук.-метод. конф., 3–4 груд. 2009 р., м. Суми. – Суми : СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2009. – 86 с.
60. **Сердюк З. О.** Деякі особливості формування прийому порівняння в учнів-гуманітаріїв під час вивчення функцій та їх властивостей / З. О. Сердюк // Вісник Черкаського університету : Серія «Педагогічні науки». – 2009. – Вип. 155. – С. 155–158.
61. **Сердюк З. О.** Окремі шляхи підвищення ефективності вивчення стереометрії учнями-гуманітаріями / З. О. Сердюк // Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи : матеріали III Всеукр. наук.-практ. конф., 8–9 квіт. 2008 р., м. Полтава. – Полтава : АСМІ, 2008. – С. 141–146.
62. **Сердюк З. О.** Особливості вивчення математики учнями класів суспільно-гуманітарного профілю в умовах особистісно орієнтованого навчання / З. О. Сердюк // Вісник Черкаського університету : Серія «Педагогічні науки». – 2007. – Вип. 111. – 125 с.
63. **Сердюк З. О.** Особливості організації навчання математики у школах і класах гуманітарного профілю / З. О. Сердюк // Вісник Черкаського університету : Серія «Педагогічні науки». – 2006. – Вип. 85. – С. 128–129.
64. Оформлення джерел за **ДСТУ 8302:2015**:
65. **Сердюк З. О.** Роль доведення при вивченні математики у класах суспільно-гуманітарного напряму / З. О. Сердюк // Проблеми математичної освіти : матеріали Всеукр. наук.-метод. конф. – Черкаси : ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – С. 77–78.
66. **Сердюк З. О.** Тренувальні вправи з математики для класів суспільно-гуманітарного напряму / З. О. Сердюк // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 30. – Донецьк : ДонНУ, 2008. – С. 158–159.
67. **Сердюк З. О.** Формування деяких розумових дій у процесі вивчення математичних понять / З. О. Сердюк // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 29. – Донецьк : ДонНУ, 2008. – 89 с.
68. **Симонова М. Г.** Індивідуалізація навчання математики учнів гуманітарного профілю засобами елективних курсів : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / М. Г. Симонова ; наук. кер. В. Г. Моторіна ; Харків. нац. пед. ун-т ім. Г. С. Сковороди. – Харків, 2012. – 267 с.
69. **Сікорський П. І.** Збірник наукових праць (середня освіта). Т. 2 / П. І. Сікорський. – 2009. – 396 с.
70. **Слєпкань З. І.** Методика навчання математики : підручник для студ. мат. спец. пед. навч. закладів / З. І. Слєпкань. – К. : Зодіак-Еко, 2000. – С. 510–512.
71. **Слєпкань З. І.** Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики / З. І. Слєпкань. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2004. – 238 с.
72. **Слєпкань З. І.** Ще раз про диференціацію навчання математики і роль в ній освітнього стандарту / З. І. Слєпкань // Математика в школі : наук.-метод. журн. – 2002. – № 2. – 30 с.
73. **Словник-довідник педагогічних і психологічних термінів** / за ред. А. І. Кузьмінського. – Черкаси : ЧДУ ім. Б. Хмельницького, 2002. – 109 с.
74. **Старова О., Маркова С.** Математика : за підручником О. С. Істера, навч.-метод. посібник, І семестр / О. Старова. – Х. : Основа, 2013. – 128 с. – (Серія «Мій конспект»).
75. **Тарасенкова Н. А.** Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики / Н. А. Тарасенкова. – Черкаси : Відлуння-плюс, 2002. – 400 с.
76. **Тарасенкова Н. А.** Теоретико-методичні основи використання знаково-символічних засобів у навчанні математики учнів основної школи : дис. … д-ра пед. наук : 13.00.02 / Ніна Анатоліївна Тарасенкова. – Черкаси, 2003. – 628 с.
77. **Фіцула М. М.** Педагогіка : навч. посіб. для студ. вищ. пед. закл. освіти / М. М. Фіцула. – К. : Академія, 2000. – 542 с.
78. **Чашечникова О. С.** Розвиток математичних здібностей учнів основної школи : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / О. С. Чашечникова. – К., 1997. – С. 10–18.
79. **Шаран О. В.** Методи та організаційні форми проведення курсів за вибором / О. В. Шаран // Перспективні розробки науки і техніки : міжнар. наук.-практ. конф., 16–17 листоп. 2007 р. : тези доп. – Перемишль : Наука і освіта, 2007. – Т. 7. – С. 97–100.
80. **Шаран О. В.** Курси за вибором як важливий компонент особистісно орієнтованої системи навчання / О. В. Шаран // Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи : всеукр. наук.-практ. конф., 6–7 груд. 2005 р., м. Полтава : тези доп. – Полтава, 2005. – С. 31–33.
81. **Щербань П. М.** Прикладна педагогіка : навч.-метод. посіб. / П. М. Щербань. – К. : Вища школа, 2002. – 215 с.
82. **Якса Н. В.** Основи педагогічних знань : навч. посіб. / Н. В. Якса. – К. : Знання, 2007. – 349 с.

ДОДАТКИ

Додаток А

Задача №1

Купол башти має форму конуса із довжиною кола основи 12 м. та твірною 2,2 м. Скільки фарби необхідно, щоб пофарбувати купол, якщо на 1м2 використовують 0,7 кг.?



Розв’язання

Обчислимо площу бічної поверхні конуса

Sб = πRl

С =2πR

Щоб знайти R = С/2π = 12/2π = 1,9 м.

Sб = 3,14\*1,9\*2,2 = 13,2 м2

Витрати фарби становлять: 13,2\*0,7= 9,24 кг.

Відповідно, для фарбування купола необхідно 9,24 кг. фарби.

Задача №2

Площа Світового океану приблизно дорівнює 361 млн.км2, а середня глибина - 3,8 км. Для того, щоб уявити таку кількість води, потрібно вдатися до зрозумілих порівнянь. Подумки помістити Світовий океан до посудини кубічної форми й обчислити сторону цього куба.

****

Розв’язання

Обчислюємо об’єм Світового океану:

361 млн. км2\*3,8 км = 1371800000 км3.

Vкуба = а3

Vкуба =V Світового океану =1371800000 км3

А= = 1111 км

Таким чином, сторона такого куба дорівнює 1111 км.

Задача №3

Квадратна платформа площею 4 м2 підвішена горизонтально на чотирьох тросах. Довжина кожного троса 2 м.Чи можна цією платформою підняти бак у формі циліндра, висотою 0,6 м та діаметром основи 0,4 м.

Дано: ABCD – квадрат

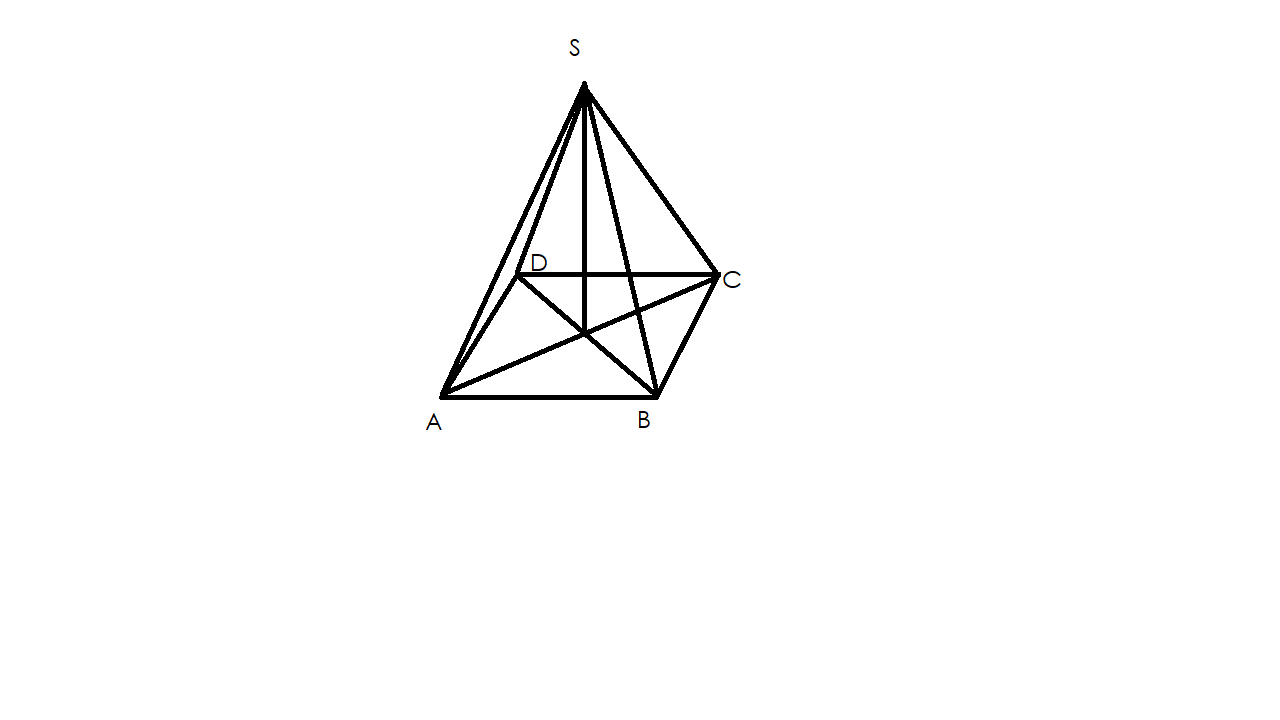
S (ABCD) =

SA = SB = SD = SC = 2 м.

h (б) = 0,6 м, Д(б) = 0,4 м.

Знайти SO – висоту підвісу

– кут нахилу тросу.



Розв’язання

S платформи ABCD == , тому а = 2 м. (одна сторона платформи).

SO перпендикулярна до площини платформи, тому SO ┴ AC; SO ┴ BD.

АС – діагональ квадрата, AC =2 м.

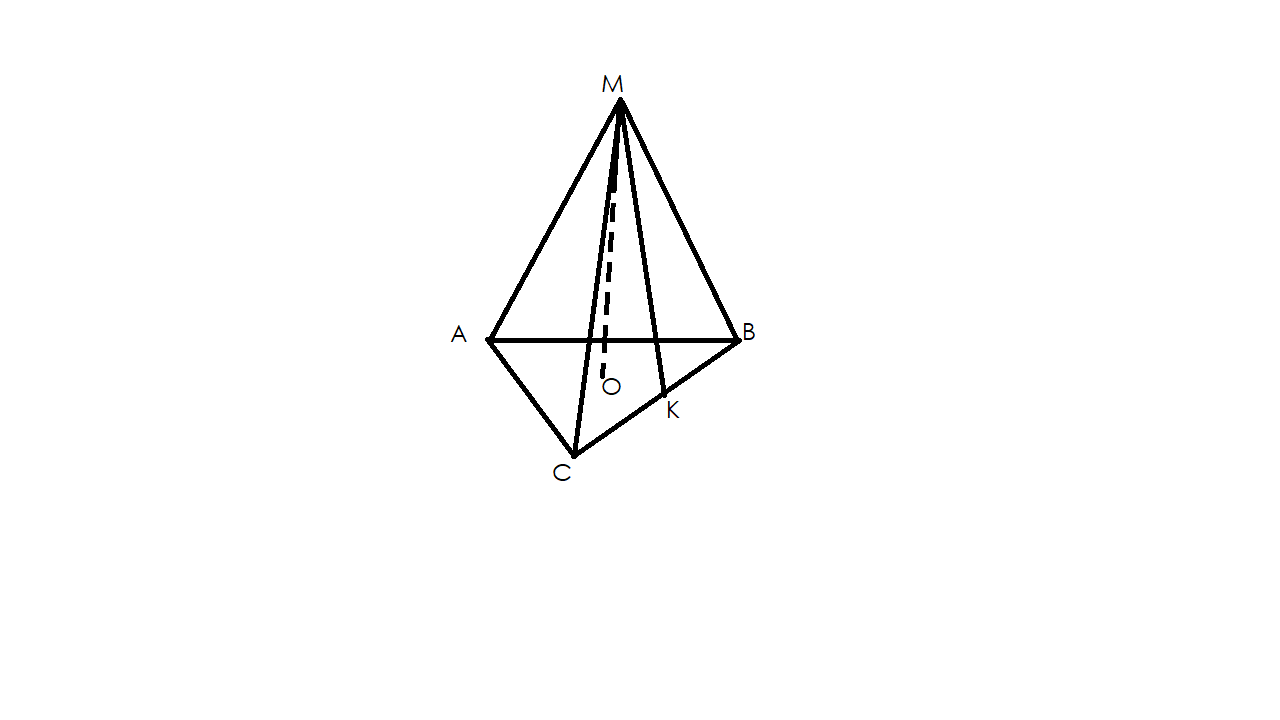
АО = = = м. , cos SAO = , й відповідно SAO = 45

За теоремою Піфагора SO = = = = 1,4 м.

Висота підвісу платформи 1,4 м, а висота бака 0,6 м, ширина платформи 2 м, а діаметр бака становить 0,4 м., а тому він поміститься на платформі.

Задача №4

Підставка має форму правильної трикутної піраміди зі бічним ребром 7 см., стороною основи 12 см. Потрібно знайти висоту підставки.



Розв’язання

Висотою підставки є висота піраміди МО.

Проведемо апофему МК, з’єднаємо точки А і К. (АК перпендикулярне ВС)

Висоту МО шукатимемо з трикутнику МОК.

∆МКВ: КВ = 0,5\*ВС = 6 см, (МВС рівнобедрений, МК – висота, яка є медіаною).

МК2 = МВ2 – ВК2 = 49 – 36 =13, МК = см.

∆АВС: точка О – центр трикутника, а ОК- центр вписаного кола.

ОК= = =2 см.

∆МОК:(<МОК =900) МО2 =МК2 – ОК2 = 13 -12 =1

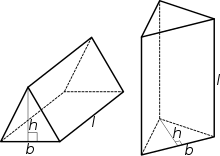
МО =1 см

Відповідь: МО = 1 см.

Задача №5

Двосхилий дах має форму правильної трикутної призми. Він розміщений на будинку шириною 8,5 м. та довжиною 21 м. Висота даху (підйом) становить 3,2 м.

Потрібно визначити скільки квадратних метрів займає поверхня даху?



Розв’язання

Для того, щоб розв’язати задачу потрібно знайти площу двох прямокутників та трикутників.

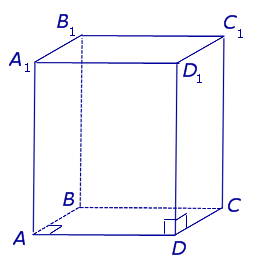
l= 21м, b= 8,5 м, h = 3,2 м.

S= 2\* 8,5\*21 + 2\* 0,5\*8,5\*3,2 = 357 + 27,2 = 384,2 м2.

Таким чином, поверхня даху становить 384,2 м2.

Задача №6

Скільки потрібно заплатити за дерево для виготовлення шафи без ніжок шириною 1,5 м, висотою 2 м. та глибиною 0,6 м, якщо 1 м2 матеріалу коштує: для передньої частини - 250 грн, для задньої стінки -100 грн, для бічних стінок - 150 грн, для дна, верха й чотирьох поличок - 95 грн.



Розв’язання

Шафа є прямокутним паралелепіпедом. Для розв’язання задачі потрібно знайти площу повної поверхні.

Sп = Sб+ 2Sосн = АD\*DD1+ 2\*DС\*СС1 + ВС\*СС1 + 2АD\*DС

Розпишемо вираз для знаходження вартості шафи без поличок

250\*1,5\*2 + 150\*2\*0,6\*2 + 100\*1,5\*2 + 95\*2\*1,5\*0,6 = 1581 грн.

Полиці : 4\*АD\*DС = 95\*4\*1,5\*0,6 = 342 грн.

Загальна вартість шафи 1581 + 342 = 1923 грн.

Таким чином, вартість дерева для виготовлення шафи становить 1923грн.

Задача №7

Скільки необхідно квадратних сантиметрів шкіри для того, щоб зробити покришку для футбольного м’яча? Беручи до уваги те, що на шви і обрізки потрібно додати 5% матеріалу.



Розв'язання

Діаметр футбольного м’яча стандартний – він дорівнює 25 см.

d = 0,25м.;

м2.

Обчислимо 5% від даної площі S1 = 0,196 . 0,05 = 0,0098 м².

Отже, всього потрібно матеріалу: 0,196+0,0098=0,206 м² =2060 см².

Відповідь: 2060 см² .