**Міністерствоосвіти і науки України**

**Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя**

**Навчально-науковий інститут точних наук і економіки**

**Кафедра математики, фізики та економіки**

*Середня освіта (Математика)*

*014.04 Середня освіта (Математика)*

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**

на здобуття освітнього ступеня ***магістр***

Історичні задачі та задачі українського фольклору на уроках алгебри основної школи

студентки **Билим Анни Василівни**

Наукові керівники:

Чорненька Олена Володимирівна,

канд. фіз.-мат. наук, доцент

Тарасенко Оксана Володимирівна

канд. фіз.-мат. наук, доцент

Рецензенти:

Віра Марина Борисівна,

канд. фіз.-мат. наук, доцент

Допущено до захисту

В.о. зав. кафедри \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Тарасенко О.В.

Ніжин – 2019 рік

Зміст

Вступ3

Розділ 1. Загальна характеристика історичних задач та їх основних функцій на уроках математики7

* 1. Поняття та значення історичних задач на уроках математики7

## Основні функції історичних задач на уроках математики........................12

* 1. Основні види історичних задач, що використовуються на уроках математики…………………………………………………………………….19

## Висновки до 1 розділу…………………………………………………………...30

Розділ 2. Використання задач історичного змісту на уроках математики у 7-8 класах32

2.1. Аналіз задач історичного змісту, вміщених у підручниках 7-8 класів...32

## 2.2. Використання задач історичного змісту, як ефективна умова розвитку пізнавального інтересу учнів 7-8 класів……………………………………..40

## 2.3. Особливості розв’язання задач історичного змісту на уроках математики у 7-8 класах……………………………………………………...51

## Висновки до 2 розділу…………………………………………………………...54

Розділ 3. Результати дослідження використання задач історичного змісту на уроках математики у 7-8 класах55

## 3.1. Вплив задач історичного змісту на перспективу розвитку пізнавального інтересу учнів…………………………………………………55

## 3.2. Основні труднощі розв’язання задач історичного змісту на уроках математики у 7-8 класах……………………………………………...………59

## Висновки до 3 розділу…………………………………………………………...61

## Висновки та рекомендації……………………………………………………….63

## Список використаної літератури………………………………………………..65

## Додатки …………………………………………………………………………..68

**Вступ**

**Актуальність дослідження**. В даний час дослідження вчених переконливо показали, що можливості людей, яких зазвичай називають талановитими, геніальними - тут не аномалія, а норма. Завдання полягає лише в тому, щоб розкріпачити мислення людини, підвищити коефіцієнт його корисної дії, нарешті, використовувати ті багатющі можливості, які дала йому природа, і про існування яких багато часом і не підозрюють. Тому особливо гостро в останні роки стало питання про формування загальних прийомів пізнавальної діяльності, її активізації.

У навчальному процесі активізація пізнавальної діяльності виступає, з одного боку, як об'єкт формування, з іншого боку, як умова міцного і усвідомленого оволодіння знаннями, вміннями і навичками, розвитку потреб в самоосвіті.

Саме тому проблема активізації пізнавальної діяльності учнів - одна з найбільш актуальних на сучасному етапі розвитку педагогічної теорії і практики. Але в особливій мірі гострота проблеми відчувається в школі. У віці 13-15 років у дітей відбувається зміна провідної діяльності з ігрової на навчальну. Тому важливо, щоб дитина активно включився в процес навчання, щоб у нього формувався стійкий пізнавальний інтерес, щоб вчення не сприймалося їм як нудна обов'язкова праця, а як задоволення потреб в нових знаннях, як різноманітний, інтенсивний процес пізнання навколишньої дійсності.

Математика - одна з найбільш абстрактних наук, досліджуваних в школі, її зв'язок з навколишнім світом більш опосередкований, ніж, наприклад, у такого навчального предмета як «Людина і світ». Вона більш формалізована. І для її засвоєння (виконання завдань, виявлення загальних закономірностей і застосування їх в конкретних ситуаціях і т.д.) потрібно зосередити увагу, пам'ять, певне напруження розумової діяльності. Все це певною мірою є причиною того, що діти вважають математику важким предметом, а тому відносять цей предмет до ряду нелюбимих. Щоб математичні знання і вміння стали надбанням кожного учня, необхідно, використовуючи природну цікавість, допитливість школярів, виховувати у них пізнавальний інтерес, активізувати процес навчання, тобто пізнавальну діяльність.

Проблему розвитку пізнавальної активності школярів можна вирішувати різними способами, методами, прийомами, технологіями. У моєму дослідженні я не буду зачіпати величезний пласт технологій розвитку пізнавальної активності, а зупинюся на одному способі і на одному віковому періоді.

В силу вікових психофізіологічних особливостей дітей шкільного віку одним з провідних прийомів активізації пізнавальної діяльності виступає реалізація міжпредметних зв'язків.

Народна мудрість говорить, що, не знаючи минулого, неможливо зрозуміти справжній сенс сьогодення і мету майбутнього. Це, звичайно, стосується й математики.

Методисти та їхні вчителі виділяють використання історичного матеріалу як спосіб розвитку пізнавальної активності школярів, однак питанню використання історичного матеріалу в нашій країні приділяється недостатня увага як в літературі, так і на практиці.

Дане протиріччя формує проблему необхідності використання історичного матеріалу при розвитку пізнавальної активності школярів.

**Мета дослідження**: теоретично і експериментально обґрунтувати методичні прийоми формування пізнавальної активності школярів 7-8 класу на уроках математики через використання історичних задач.

**Об'єктом дослідження** є процес розвитку пізнавальної активності школярів, а **предметом** - використання історичного матеріалу на уроках математики.

Для досягнення поставленої мети потрібно було вирішити такі завдання:

1. Вивчити методи формування пізнавальної активності школярів.

2. Виявити сутність міжпредметних зв'язків і можливості їх реалізації на уроках математики.

3. Розкрити особливості історичного матеріалу, який може бути використаний на уроці математики в 7-8 класах

4. Розробити завдання історико-математичного характеру і методику роботи з ними.

5. Розробити фрагменти уроку математики з використанням історичного матеріалу.

6. Провести експериментальне дослідження і проаналізувати його результати.

Таким чином, ефективність розвитку пізнавальної активності молодших школярів на уроці математики буде вище, якщо використовувати історичні завдання.

Робота складається з вступу, трьох розділів (теоретичної і практичної), висновків після кожного розділу, висновків, списку використаних джерел та додатків.

*Апробація результатів*

Результати магістерського дослідження доповідались та обговорювались на 4 конференціях:

- XV Всеукраїнській студентській науковій коференції «Перспективи розвитку точних наук, економіки та методики їх викладання», яка проходила у Ніжинському державному університеті імені Миколи Гоголя 4-5 грудня 2019 року ….

*Публікації*

1. Билим А. В. Задачі українського фольклору на уроках алгебри у 7 класі // Вісник студентського наукового товариства : збірник наукових праць студентів / за заг. ред. О. В. Мельничука. – Вип. 21. – Ніжин : НДУ ім. М. Гоголя, 2019. – С. 3-6.
2. Билим А.В., Чорненька О.В. Задачі з елементами українського фольклору при вивченні алгебри у 7 класі // Тези доповідей Восьмої Всеукраїнської наукової конференції молодих вчених з математики та фізики «Актуальні проблеми сучасної математики і фізики та методики їх навчання» 23 травня 2019 р. – Київ,НПУ імені М.П. Драгоманова, 2019. – С. 72.

**Розділ 1. Загальна характеристика історичних задач та їх основних функцій на уроках математики**

**1.1.Поняття та значення історичних задач на уроках математики**

Важливе місце в навчанні учнів математики займають історичні задачі. При вирішенні таких задач учні не тільки засвоюють поточний матеріал, але і розширюють свій кругозір. Звернення до історії не тільки спонукає дітей глибше і докладніше вивчити минуле, а й змусить уважніше і обережніше ставитися до того, що їх оточує: будь то старовинна книга, старовинний, зі стертими буквами надгробний камінь, похилена хата чи зарослий бур'яном ледве помітний яр ...

Для адаптації людини в суспільстві і повноцінного функціонування у нім необхідний високий рівень загального розвитку людини. Математична освіта вносить свій вклад у формування загальної культури людини. Навчання математики формує певний стиль мислення, логіку, розвиває уяву. Однією з основних цілей навчання математики є розвиток мислення учнів. Навчання математики має для цього великі можливості, обумовлені особливостями самого навчального предмета. Важливу роль в організації навчально-виховного процесу відіграють задачі. У навчанні математики вони є і метою, і засобом навчання учнів. У ході розв’язування задач розвиваються творча і прикладна сторони мислення.

Існують різні трактування поняття задача. Під задачею розуміють об’єкт розумової діяльності, що містить вимогу практичного перетворення або відповіді на теоретичне запитання за допомогою пошуку умов, що дозволяють на основі побудови системи даних, пов’язаних загальними законами і категоріями, розкрити відношення між відомими і невідомими її елементами, тобто отримати деякий новий результат [1; 2; 3].

Істотною характеристикою типу задач, з якими учень знайомиться ще в початковій школі, є те, що вони «повністю визначені», тобто чітко описані на певній мові. Найчастіше це мова математики. Але більшість задач, з якими зустрічається людина в реальному житті, не є повністю визначеними. Кажучи про розв’язування задач, у тому числі історичних, можна назвати їх функції та можливості ефективного використання: постановка проблеми; введення нових понять; повторення і закріплення вивченого матеріалу; контроль за рівнем засвоєння; використання знань на практиці і т. д. [1]. Разом з цим назвемо розвивальні функції розв’язування історичних задач: розвиток розумових здібностей учнів та формування у них науково-теоретичного і математичного мислення.

Існують задачі, умови яких подані в сукупності різних елементів, при їх розв’язуванні людина повинна перебирати можливі варіанти, перевіряючи і оцінюючи ефективність яких, вона вибирає найбільш оптимальний. Виділимо наступні послідовні етапи процесу ухвалення планового розв’язання: отримання інформації; аналіз інформації; виявлення проблемної ситуації; формування цілей; побудова моделей системи; розробка переліку альтернатив і їх наслідків; прогноз альтернатив і їх наслідків; формування критерію і (або) профілю переваги; постановка задачі; пошук процедур розв’язування задачі; вибір; коректування розв’язання; реалізація розв’язання.

Використання історичних задач на уроці дозволяє вчителю процес навчання зробити більш цікавим, полегшує подолання труднощів у засвоєнні навчального матеріалу, сприяє розвитку і вихованню учнів.

Історичні задачі – це задачі, збережені історією, що передаються від покоління до покоління. Це задачі з давніх історичних пам'яток, створені відомими математиками або іншими історичними постатями, з давніх підручників і трактатів, журналів та інших друкованих джерел, а також задачі з математичних фольклорів різних народів. Багато задач, які дійшли до нас із сивої давнини, цікаві не стільки в математичному, скільки в історичному розумінні: вони дають можливість сучасникам оцінити рівень розвитку математики в різні часи.

Математичні задачі, збережені для нас історією, дають можливість учням отримати додаткову теоретичну інформацію, допомагають з'ясувати роль і місце математики в практичній діяльності людей, пробуджують інтерес та любов до предмета, потяг до самостійної творчості, прояв ініціативи і кмітливості, критичного ставлення до нових фактів. Ряд задач сприяють естетичному вихованню учнів, дають можливість учителю врахувати інтереси і нахили окремих учнів, здійснювати диференційований підхід до навчання. Під час розв'язування таких задач буде доречним проведення невеликих історичних екскурсів.

Окрім того, у процесі розв’язання математичних задач з історичним контентом в учнів природнім чином можуть бути сформовані якості, що властиві творчій особистості.

Історичні задачі були поставлені потребами практики і розв'язувалися ще 2000 років до нашої ери, про що свідчать тексти єгипетських папірусів. Подальший розвиток математики стимулював розв'язування абстрактних задач.

Історія математики має переважно гуманітарний характер: «Математику робили живі люди зі своїми характерами, нахилами, уподобаннями, здібностями, можливостями, кругозором, світосприйняттям; математика творилась не за зачиненими дверима». Тому, використовуючи історичні задачі, ми відтворюємо історичний і культурологічний фон епохи, зв’язки математики з конкретними практичними потребами певної епохи і країни, зв’язки математики з розвитком інших наук, зокрема, з гуманітарними науками, з економікою, із соціальною структурою суспільства, які мали і мають значний вплив на розвиток науки, мистецтва, духовного життя. Аналіз навчально-методичної літератури показує, що історичні задачі відрізняються від звичайних задач, до яких звикли учні. Різницю можна спостерігати у формулюванні умови і питання задачі, у характері даних до задачі значень величин, у виборі можливого підходу до розв’язання задачі і т. ін.

Крім того, розв’язуючи історичні задачі, учні зустрічаються з невідомими для них поняттями – стародавніми одиницями виміру тощо, які зараз не використовуються тому, що світ бачиться крізь призму шкільних підручників, він чітко детермінований і в ньому нема місця тій історичній спадщині, що, крім усього, виявляє внесок окремих народів і вчених у певні епохи. Буває, що пошук розв’язування історичної задачі викликає серед учнів великі труднощі, і це не дивно, бо деякі задачі відображають шлях, пройдений людством за великий проміжок часу, іноді довжиною у людське життя. Вашій увазі пропонуємо ряд історичних задач, які можуть на практиці задовольнити потребу у формуванні й розвитку загальнокультурної компетентності учнів. Більшість задач мають електронний супровід, що надає їм інтерактивності та полегшує їх розуміння.

Історичні задачі, які складалися протягом тисячоліть математиками та простими людьми різних епох, здатні позитивно впливати на пізнавальний інтерес школярів. Справа в тому, що дітям набагато цікавіше розв’язувати задачі з цікавим, неординарним змістом, що відрізняється від задач, які їм пропонує підручник. Математичні поняття, в процесі виконання таких завдань, пов'язуються в пам'яті не лише з цифрами і буквами, а ще асоціюються з історичними подіями, персоналіями чи предметами які їх стосуються.

Основною перевагою використання історичних задач на уроках математики є те, що їх розв’язання вимагає не тільки математичних знань, а й кмітливості, творчості, вміння логічно мислити, бажання знайти нетрадиційні шляхи розв’язання [2, с.18]. Безумовно, використання історичних задач на уроках математики є необхідним, адже за їх допомогою в учнів краще відбувається розуміння ролі математики в повсякденному житті, а відтак підвищується мотивація навчальної діяльності. Також діти, які цікавляться історію та гуманітарними науками будуть з більшим бажанням розв’язувати задачі, які віддзеркалюють побут та особливості того чи іншого історичного періоду.

Досить часто на уроках математики використовуються софізми. Софізми (грецьке Sophizma – вигадка, хитрість) – це хибні результати, отримані з допомогою міркувань, які здаються правильними, але обов'язково містять якусь помилку. Стародавні вчені залишили нам немало таких суджень. Наприклад: «Те, що ти не загубив, ти маєш. Ти не загубив крила, отже, ти їх маєш». Перший збірник математичних софізмів і парадоксів «Псевдарій» Евклід присвятив помилкам у геометричних доведеннях. Аналіз софізмів має важливе педагогічне значення, бо розібрати софізм – означає знайти помилку. Математик-методист М. Брадіс відзначав: «Сам процес відшукання помилки в різних математичних судженнях важливо зробити дуже захоплюючим, а розгляд помилок може стати засобом для підвищення інтересу до вивчення математики». Аналіз та знаходження помилки, допущеної в софізмі, часто виявляється більш повчальним, ніж просто розбір розв’язків «безпомилкових» завдань.

Виділимо найбільш поширені помилки, які допускають учні, при розгляді софізмів:

- ділення на нуль;

- неправильні висновки з рівності дробів;

- неправильне добування квадратного кореня з квадрата виразу;

- порушення правил дій з іменованими величинами;

- плутанина з поняттям «рівність» і «еквівалентність» відносно множин;

- нерівносильний перехід від однієї нерівності до іншої;

- виконання перетворень над математичними об'єктами, що не мають змісту;

- висновки і обчислення за невірним малюнком до задачі;

- помилки, що виникають при операціях з нескінченними рядами і граничним переходом.

Софізми на уроках математики можна застосовувати з метою:

- попередження типових помилок на узагальнюючих уроках;

- створення проблемної ситуації при поясненні нового матеріалу;

- перевірка рівня засвоєння вивченого матеріалу;

- більш цікаве повторення і закріплення вивченого матеріалу.

Розглядаючи софізми, слід слідкувати за точністю формулювань і записів, відсутністю невірних узагальнень, заборонених дій та посилань на «видимі» властивості фігур і допоміжних побудов. Така робота привчає учнів до уважності та критичного аналізу. Усвідомлюючи суть софізмів, вони запобігають таких помилок при виконанні завдань. Не слід, однак, захоплюватись софізмами, позаяк їх неправильні положення можуть при певних умовах породжувати у слабкіших учнів хибні асоціації.

**1.2.Основні функції історичних задач на уроках математики**

Курс математики основної школи повинен створити умови для того, щоб школярі побачили світоглядні аспекти математики, усвідомили генезис математичних ідей, оцінили роль математики увирішенні прикладних проблем.

Однак в методиці викладання математики в основній школі можливості історичних відомостей ще недостатньо досліджені і реалізовані в практиці навчання. Аналіз досвіду застосування історичного матеріалу свідчить про те, що він зазвичай або обмежується розповідями про окремі факти з життя вчених, повідомленнями про їх роботи, про зроблені ними відкриття, або в розповідній формі викладається історія окремих великих розділів математики. Лише іноді звертається увага на висвітлення прийомів проведеного наукового дослідження, надається можливість учням розглянути історію розвитку ідей, простежити логічний взаємозв'язок понять, методів.

Найважливішим засобом для формування в учнів глибокого інтересу до предмету математика, до історичних відомостей є постановка перед ними проблемних задач, а саме історичних задач. Ці задачі і виконують вступну – мотиваційну функцію. На цьому етапі процес вивчення теми організовується і проводиться як процес розв’язування поставлених проблемних задач.

Ілюстративна і конкретизувальна функція. Учні знайомляться з різними математичними поняттями, історичними відомостями, подіями. Ці поняття є узагальненим і абстрактним віддзеркаленням реальних явищ і процесів, їх особливих властивостей. Для того, щоб учні зрозуміли і глибше усвідомили суть понять, їх сенс, необхідно ілюструвати і конкретизувати ці поняття достатньою кількістю історичних задач.

Вживання і використання математичних закономірностей. Використання системи історичних задач, розв’язуючи які учні глибше опановують математичні закономірності, що вивчаються, і переконуються в їх практичній значущості.

Формування математичних умінь і навичок. Всі ці уміння (письмові і усні, вимірювання простих величин, порівняння їх між собою і т. д.) формуються не лише у процесі розв’язування спеціальних прикладів, але, головним чином, у процесі розв’язування нестандартних задач, в даному випадку історичних.

Контрольно-оцінювальна функція. Самостійне розв’язування історичних задач наочно демонструє рівень оволодіння учнями вивченого матеріалу.

Виховання характеру і волі учнів. Розв’язування історичних задач вимагає від учнів наполегливості, послідовних і арґументованих міркувань, зосередженості вольових якостей – зібраності для подолання труднощів, невдач, що виникають у процесі розв’язування, уміння робити з невдач і успіхів необхідні корисні висновки та багато інших якостей характеру і волі учнів. Всі ці якості виховуються і розвиваються у процесі розв’язування історичних задач, коли в учнів є свобода як у виборі самих задач, так і свобода в часі, відведеному на їх розв’язування.

Розвиток творчого мислення і уяви. Розв’язування історичних задач сприяє розвитку в учнів творчої інтуїції і ініціативи, розвиненої уяви, здогадки.

У процесі розв’язування задач потрібна інтеграція знань учнів. Для того, щоб мотивувати доцільність вивчення певного нового матеріалу, демонструвати правильність визначень математичних понять, корисність тих або інших математичних законів, зручно використовувати стародавні задачі. Разом з цим відзначимо роль історичних задач у формуванні вмінь учнів виконувати специфічні для математики дії.

Історичні задачі дозволяють познайомити учнів із загальною ідеєю математичного дослідження і сформувати у них конкретні уміння математичного моделювання. Побудова математичної моделі виступає в ролі методу пізнання довколишньої дійсності. Під моделлю-розв’язком розуміємо виділення найістотнішої ознаки. Як правило, це є математична конструкція, в ході перетворення якої може бути отримана відповідь на запитання задачі. Найчастіше в ролі моделі-розв’язку для історичних задач шкільного курсу математики використовуються рівняння (нерівності) і їх системи. Як прояв принципу системності розглядається реалізація міжпредметних зв’язків за допомогою історичних задач. Історичну задачу потрібно розглядати як проблемну ситуацію, яку учні прагнуть розв’язати, внаслідок чого вона стає об’єктом їх розумової діяльності. На наш погляд, історичні задачі можна використовувати на всіх етапах вивчення теоретичного матеріалу: під час його вивчення, закріплення знань і повторення, контролю знань. З їх допомогою в учнів виробляється уміння розв’язувати задачі, які виникатимуть в їхній майбутній професійній діяльності і в побуті.

Процес розв’язування історичних задач повинен сприяти опануванню учнями операціями аналізу, синтезу, порівняння, абстрагування, систематизації і узагальнення, формувати якості теоретичного мислення. Істричні задачі мають значення і як засіб виховання учнів, оскільки впливають на формування їх світогляду, розширюють кругозір, сприяють формуванню пізнавальних інтересів, підвищують активність і самостійність у набутті нових знань.

Під час розв’язування задач в 5-6 класах можна широко використовувати давньогрецькі та давньоримські задачі, більшість з яких відрізняються своєю простотою та нестандартним змістом.

Творець неевклідової геометрії М. Лобачевский, відомий також своїми педагогічними працями, вважав, що інтерес учнів до вивчення математики має формуватись різними способами, тому рекомендував застосовувати історичний підхід до викладання, причому для будь-якого навчального предмета, особливо, в старших класах. На його думку, це показує науку не лише в її минулому і сьогоденні, але в її перспективі. Таким чином, історія математики, підказує вчителю, як у процесі викладання матеріал з математики повинен пов’язуватися з практичними потребами вимірювань, розв’язування житт’євих задач.

У навчальній програмі не вказано, які відомості з історії математики слід повідомляти школярам, у яких класах та в якому обсязі. Але буде корисним, вивчаючи, наприклад, формули скороченого множення, згадати, що стародавні греки їх доводили геометрично. В багатьох сучасних підручниках геометрії подається алгебраїчне доведення теореми Піфагора, але при цьому втрачається її геометричний зміст. Знайомлячи учнів з індійською (арабською) позиційною нумерацією, можна показати її перевагу перед римською чи слов'янською нумераціями тощо. Включення в зміст навчання математики елементів історизму сприятиме розумінню учнями, що математика – наука, в розвиток якої внесли свій вклад представники різних культур і народів. В більшості діючих підручниках вміщено короткі історичні довідки виникнення і розвитку найважливіших понять, які розглядаються в шкільному курсі математики. Можна використати і [3; 6; 8; 21; 22; 23; 29].

Проводячи узагальнюючі бесіди на уроках математики в 7-9 класах, варто поступово розкривати прямі і зворотні зв’язки математики з іншими науками. Це створюватиме основу для усвідомлення учнями в 10-11 класах логічної структури математики, ролі абстрактного мислення в пізнанні дійсності. Систематичне, методично обґрунтоване введення в навчальний матеріал елементів історизму має сприяти підвищенню інтересу до математики, кращому, більш свідомому засвоєнню знань. Форма повідомлення історичних відомостей може бути різною: бесіда, довідка (3- АПР 6 5 хв), розв’язування історичної задачі, презентація, реферат. Ефективність використання історизмів залежить від наявності в учителя глибоких математичних знань і чітких уявлень про те, яка їхня роль у формуванні в учнів наукової картини світу.

Розв’язання історичних задач ( якщо дозволяє час) можна виконувати за таким алгоритмом:

1) історична довідка;

2) розв’язування методом автора;

3) розв’язування сучасним методом;

4) порівняння цих розв’язань.

Наприклад, такі задачі з Єгипетського папірусу буде доцільно запропонувати розв’язати учням шостого класу під час вивчення теми «Звичайні дроби»:

1. Хтось взяв із скарбниці . З того, що залишилося, другий взяв , а залишив у скарбниці 150. Скільки було у скарбниці спочатку? [1, c.34].

2. - Скажи мені, знаменитий Піфагор, скільки учнів відвідують твою школу і слухають твої бесіди? - Ось скільки, - відповів філософ, - половина вивчає математику, чверть – музику, сьома частина перебуває в мовчанні і, крім того, є ще три жінки.

3. Є три числа, із яких перше, додане до третьої частини третього рівне другому, а друге прибавлене до третьої частини першого,рівне третьому. Третє більше першого на 10.

Подібних задач існує безліч, що мають різний рівень складності. Такі задачі не тільки допоможуть оцінити учителеві вміння учнів додавати та віднімати дроби з різними знаменниками, а й зацікавлять школярів нестандартним сюжетом. Доцільність використання історичних задач на уроках математики підтверджується і тим, що за допомогою них можливо реалізовувати диференціацію навчання. Справа в тому, що значна кількість історичних задач потребує нестандартного, творчого мислення, тому дітям, які претендують на високий рівень навчальних досягнень їх можна задавати в якості основних або додаткових завдань:

1. Віслюк і Мул йшли разом, навантажені мішками однакої ваги. Віслюк скаржився на важкість ніші. «Чому ти скаржишся, - сказав Мул, - якщо ти мені віддаси один свій мішок, то моя ніша стане вдвічі більшою за твою, а якщо я тобі віддам один свій мішок, то наш вантаж зрівняється.» Скільки мішків було у кожного?

2. Задача із трактату «Дев’ять розділів мистецтва рахунку». В клітці знаходиться деяке число фазанів та кроликів. Відомо, що вся клітка містить 30 голів і 94 ноги. Потрібно дізнатися число фазанів та число кроликів.

3. Задача із трактату «Менахот». Знайти суму 60 перших чисел натурального ряду. Під час вивчення теми «Подільність натуральних чисел» доцільно запропонувати учням розв’язати таку задачу із трактату «Початок мистецтва числення»: «Знайти число, яке при діленні на три дає остачу 2, при діленні на 5 дає остачу 3 і при діленні на 7 дає остачу 2».

Говорячи про вирішення історичних задач, можна назвати їх функції:

- постановка проблеми (Що потрібно знайти в даній задачі?)

- введення нових понять (Рішення системи лінійних рівнянь)

- повторення і закріплення вивченого матеріалу,

- контроль за рівнем засвоєння,

- застосування досліджуваних знань на практиці і т.д.

Поряд з цим назвемо розвиваючі функції вирішення історичних задач:

- розвиток розумових здібностей учнів,

- формування у них науково-теоретичного і математичного мислення.

Найважливішим засобом для формування у учнів глибокого інтересу до предмета математики, до історичних відомостей є постановка перед ними якихось проблемних завдань, а саме, історичних задач. Ці завдання якраз і виконують мотиваційну функцію.

Ілюстративна і конкретизує функція історичних задач. Учні знайомляться з різними математичними поняттями, історичними відомостями, подіями. Ці поняття є узагальненим й абстрактним відображенням реальних явища і процесів, їх особливих властивостей. Для того, щоб учні проникли і глибше усвідомили сутність понять, їх зміст, необхідно ілюструвати і конкретизувати достатньою кількістю прикладів історичних задач.

Формування математичних умінь і навичок. Всі ці вміння формуються не тільки у вирішенні спеціальних прикладів, але і головним чином, в процесі вирішення нестандартних завдань, в даному випадку історичних задач.

Формування загально навчальних умінь. Це такі вміння як читати, писати, раціонально користуватися навчальною та довідковою історичною літературою, правильно і акуратно оформляти свої записи, здійснювати самоконтроль і самооцінку своєї навчальної роботи і т.д. Рішення спеціально підібраних історичних задач сприяє формуванню всіх цих умінь.

**1.3.Основні види історичних задач, що використовуються на уроках математики**

У сучасній школі гостро стоїть питання про присутність історичних цікавих завдань у підручниках з математики.

Проаналізуємо деякі з історичних завдань:

«Вовк, коза і капуста» - старовинна задача, якій понад 1200 років. Вона звучить так: «Якийсь чоловік повинен у човні перевезти через річку вовка, козу і капусту. У човні може поміститися чоловік, і з ним чи вовк, чи коза, чи капуста. Але коли лишити вовка з козою, то вовк з'їсть козу. Якщо залишити козу з капустою, то коза з'їсть капусту. Коли присутній чоловік «ніхто нікого не їсть». Чоловік усе ж перевіз свою ношу через річку. Як він це зробив?».

У праці Є. І. Ігнатьєва «У царстві кмітливості, чи Арифметика всім: Досвід математичної хрестоматії: Книжка родині» приведено одне із найбільш чудових логічних завдань історії людства: «Завдання 52-ге. Вовк, коза і капуста».

Навіть якщо наведене завдання вам знайоме, не поспішайте читати розв'язок, спробуйте, немов уперше, пошукати оптимальний маршрут і лише для того ознайомтеся із етапами розв'язку, запропонованим Є. І. Ігнатьєвим.

Цей хід розв'язку можна використовувати у початковій школі із використанням ілюстративного матеріалу, що підвищить ефективність розвитку пізнавальної активності молодших школярів.

Розв'язок: Зрозуміло, що доводиться розпочати з кози. Селянин, перевізши козу, повертається по вовка, якого перевозить на інший берег, де його й залишає, зате бере і везе назад на перший берег козу. Ось він залишає її й перевозить до вовка капусту. Потім, повернувшись, він перевозить козу, і переправа закінчується благополучно».

Це завдання незліченну кількість раз публікувалася в найрізноманітніших вітчизняних газетах, часописах Nature і збірниках. У всіх працях згадується лише один розв'язок. Але є й альтернативний шлях! І, можливо діти почнуть саме від нього, коли побачать ілюстрації (Додаток А).

Спочатку селянин знову-таки перевозить козу. Але не обов'язково має забирати вовка! Можна взяти капусту, відвезти на інший берег, залишити та повернути на перший берег козу. Потім перевезти на інший берег вовка, повернутися за козою і знову відвезти на інший берег. І тут кількість рейсів (7) точно така ж, як й у опублікованому вище варіанті.

Існування двох рішень не зазначено ні в багатократних перевиданнях книжки Є. І. Ігнатьєва, ні в інших найавторитетніших джерелах. У тому числі: Е.Г. Люкас «Математичні розваги: Додаток арифметики, геометрії і алгебри до різноманітних заплутаних питань, забав і ігор», М. М.Аменицкий, І. П. Сахаров «Цікава арифметика: Хрестоматія у розвитку кмітливості і самодіяльності дітей у сім'ї та у школі», У. Арені «Математичні ігри та інші розваги», Б. А.Кордемский «Математична кмітливість» та інші збірники.

Особливо дивно, що наявність двох рішень була зазначена, приміром, ще на початку 20-х рр. ХХ століття у книзі У. Литцмана «Веселе і кумедне в постатях і числах: Математичні розваги», причому досить докладно. Певне, багато видавців вважало необов'язковим приводити обидва варіанти, якщо вони схожі, і є власне «дзеркальними». Однак у книзі для дітей, особливо молодшого віку, це потрібно, інакше піддається суттєвому зниженню педагогічна цінність завдання!

Цікаво, що Б. А.Кордемский у вирішенні зазначає лише другий варіант і з якихось причин не згадує перший.

Дуже цікавим є питання часу виникнення даної головоломки і її першоджерела. Б.А. Кордемский у книзі «Математична кмітливість» каже мимохідь: «Це... стародавнє завдання; є у творах VIII століття».

Спочатку схоже, що ми маємо справу з помилкою, адже перша чи одна з перших вітчизняних публікацій завдання «Вовк, коза і капуста» датована кінцем XVIII століття. У фондах Російської Історичної бібліотеки збереглася книга «Загадкова арифметика для забави і задоволення». На титулі значиться: «Наіжд. вид. І.Краснопольського», що означає «видавця І.Краснопольского». В раритеті на 62 сторінках сорок одне цікаве завдання. На сторінці 42- 43 перебуває вказане завдання.

Далі наводиться один варіант вирішення даної задачі (перший).

Цікаво, що у посібнику болгарських авторів «Математичний фольклор» завдання про вовка, козу й капусту вміщено в розділ «З математичного фольклору інших країн» із позначкою в дужках «Росія».

Повернімося до своєї історії завдання й питання: чи правий Б.А.Кордемский, який датував завдання восьмим століттям.

На думку ряду істориків, завдання має західне коріння. У. Арені вказує, що авторство хрестоматійного завдання приписується Алкуину.

У.Литцман, пропонуючи читачам ознайомитися з завданням про переправу у книзі «Веселе і кумедне у числах і постатях», мимохідь пише: «У Алкуина ми бачимо наступну розповідь».

Алкуин (735-804) був ученим ченцем і математиком з Ірландії, автором низки підручників з математики. Король Карл Великий сприяв вченим та всіляко заохочував розвиток наук. За королівським круглим столом нерідко проводилися змагання на вирішення хитромудрих головоломок, у яких Алкуин мав можливість виявити свої неабиякі здібності.

Алкуин заснував Палатинську школу в Туре (створену для дітей Карла V), брав участь у будівництві університету у Парижі. Додамо, що Алкуин був ще й учителем Карла Великого, його ученим радником.

Серед інших головоломок Алкуина найбільшу популярність отримали завдання

1) про гончу і зайця,

2) про купівлю свиней,

3) про трьох наступників і 21 бочку,

4) про сто гектарів пшениці,

5) про бика.

Але тільки головоломка про вовка, козу й капусту досі вражає і дітей, і дорослих. Цю та інші завдання Алкуин помістив у своєму трактаті «Завдання для відточування розуму молоді», написаний, як було тоді, латиницею.

Ви вже у кількох виданнях при поясненні вирішення цієї головоломки автори роблять ту ж помилку. Розкриємо на с. 244 посібник Є. А.Латия «365 ігор і викрутасів для дітей», де запропоноване рішення настільки фантастично, що його треба відтворити дослівно: «Розгадка: спочатку везуть вовка і капусту, залишають капусту на протилежному березі; везуть вовка і залишають на першому березі; забирають козу, переправляють на інший берег; там забирають капусту, везуть назад до вовка і вже разом їх остаточно перевозять на інший берег».

Якби вовка і капусту можна було везти в човні одночасно, то переправа завершилася б набагато швидше, ніж зазначено Є. А.Латиєм (але в умові завдання їх не можна переправляти разом!) Так, ще не всі таємниці чудовою завдання розгадані, і не виключено, що лукава усмішка Алкуина переслідуватиме не одне покоління авторів, укладачів та читачів.

Із завдань з однаковими цифрами

Перше згадування про подібні завдання можна знайти у вітчизняній книзі «Цікаві і розважальні завдання, видані Іваном Буттером». Символічно, що спільна кількість завдань збірника є число, що складається з однакових цифр: 111.

У 1844 році книга І.Буттера, куди входять самі 111 кумедних головоломок, була перевидана. У посібниках ХІХ століття, написаних іншими вітчизняними авторами, аналогічних завдань нам поки знайти не вдалося.

З іноземних авторів глибоко досліджував завдання з цифрами Р.Еге Дьюдені. У його книзі «520 головоломок» він зазначає:

«Мене постійно запитують про стару головоломку «Чотири четвірки». Я опублікував її у 1899р. Формулюється головоломка так: «Знайти всі можливі числа, які можна скласти з чотирьох четвірок (не більше і не менше) з допомогою різних арифметичних знаків».

Наприклад, число 17 можна так: 4 - 4 + 4 : 4 тощо. Так можна записати всі числа до 112 включно, використовуючи лише знаки додавання, віднімання, множення,ділення.

У задачі «Двадцять чотири» Р. Еге Дьюдені вказує: «У одній книзі було написано: «Запишіть число 24 з допомогою трьох однакових цифр, відмінних 8».

Саме там наводиться відповідь:

22 + 2 = 24.

Тепер найцікавіші завдання з цифрами опубліковані у вітчизняних виданнях ХХ століття. Найбільш суттєвою працею початку уже минулого століття став трьохтомник Є. І. Ігнатьєва «У царстві кмітливості, чи Арифметика всім: Досвід математичної хрестоматії: Книжка родині».

У «Книзі 2» завданням з цифрами відведено цілий розділ, під назвою «Новий рід завдань». У ньому наведено п'ять головоломок, що з тих часів переходять із збірника до збірника. Знову цитуємо Є. І. Ігнатьєва:

«Завдання 47-ме. Написати 2 трьома п'ятірками». Одна з двох відповідей: (5 + 5): 5.

«Завдання 48-ме. Написати 5 трьома п'ятірками».

З десятьох відповідей дві відповідають аналізованій тематиці:

5 + 5 - 5 і 5 \* (5 : 5).

До відповідей Є. І. Ігнатьєва можна додати також таке рішення:

5 : (5 : 5) та 5 - (5 - 5).

«Завдання 49-те. Написати 31 п'ятьма трійками.

Це завдання набагато складніше за попередні. Зазвичай вважають, що вона має всього три рішення». Серед запропонованих відповідей:

33 - 3 + 3 : 3 та 33 - (3 + 3) : 3.

Хоча Є. І. Ігнатьєв і назвав розділ «Новий рід завдань», він визнав, що «Завдання 49» було відоме раніше. Цікаво, вітчизняних чи зарубіжних попередників мав на увазі автор? В багатьох інших працях вітчизняних математиків кінця XIX - початку XX століть завдання з цифрами не згадуються. Наприклад, у книжках З. А.Рачинского «1001 мета розумового рахунку: Посібник для вчителів сільських шкіл», Д. М. Горячова, А.М.Воронца «Завдання, і питання софізми для любителів математики».

Невдовзі після виходу книжок Є. І. Ігнатьєва «головоломки з цифрами» світ побачило чимало посібників багатьох авторів, і укладачів. У тому числі М. М.Аменицкий і І.П. Сахаров, котрі написали книжку «Цікава арифметика: Хрестоматія для розвитку кмітливості і самодіяльності дітей у сім'ї та у школі». Якщо у першому виданні хрестоматії завдання з цифрами були відсутні, то вже у наступній - розширеній, яка вийшла трьох випусках вони з'явились. Наведемо цифрові головоломки щодо третього видання, яке не відрізняється від другого:

10. а) Постарайтеся зобразити число 31 з допомогою шести (чи п'яти) трійок.

б) Зобразіть число 100 з допомогою чотирьох однакових цифр. От які відповіді дано у цій книжці:

10. а) 3 \* 3 \* 3 + 3 + 3 : 3; 33 - 3 + 3 : 3 і 33 - (3 + 3): 3.

б) 99 + 9 : 9.

Зверніть увагу, що у завданні 10.а), на відміну книжки Є. І. Ігнатьєва, потрібно зобразити число 31 п'ятьма чи шістьма трійками, а у відповіді на головоломку 10. б), на відміну книжки І.Буттера, після числа 99 стоїть знак «плюс».

Завдання з трьохтомника Є. І. Ігнатьєва використовував й О. У.Сатаров в чотирьох брошурах, які вийшли під загальним назвою «Жива арифметика під час дозвілля: Посібнику сім'ї та школі для розвитку кмітливості у дітей». У «Книзі другій» автор помістив три завдання з цифрами:

«14. Напишіть 2 трьома п'ятірками.

15. Напишіть 5 трьома п'ятірками;

16. Як зобразити 31 п'ятьма трійками?»

У «Книзі третій» А.В.Сатаров навів ще одне завдання:

«Напишіть число 100 чотирма однаковими цифрами».

При цьому, і А. У.Сатаров, і М. М.Аменицкий з І. П. Сахаров у відповідях використовували лише дії додавання, віднімання, множення і ділення.

З головоломок з цифрами, що не повторюються

Завдання з цифрами, що не повторюються зустрічаємо в чудовому вітчизняному трьохтомнику Є. І. Ігнатьєва «У царстві кмітливості, чи Арифметика всім: Досвід математичної хрестоматії: Книжка родині». У «Книзі 1» наведено:

«Завдання 32-ге: Написати число 100 у вигляді дев'яти різних цифр».

56 + 8 + 4 + 3 = 71 + 29 = 100».

Тут Є. І. Ігнатьєв роз'яснює: «Як кажуть, в передостанньому рішенні допущений певний «фокус». Спочатку з 6 різних цифр складено три числа, дають у сумі 98 - число, знов-таки складене з цих двох нових цифр, і щодо нього додається число, якому бракує цифри 2. В сумі виходить число 100. Подібно ж складено і останнє рішення».

Цікаво, майже ті ж самі завдання наводить І. Я. Герд в «Збірнику ігор й корисних занять для дітей різного віку із передмовою для батьків і вихователів», розділ «Завдання»:

«17. Складіть з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 такі числа, аби додаючи їх отримати рівно 100».

Причому у відповіді наводиться лише одна відповідь, трохи відмінна від зазначених Є. І. Ігнатьєвим:

15 + 36 + 47 - 98 + 2=100.

Неважко знайти й інші відповіді з «фокусом» крім тих, що є в посібниках Є. І. Ігнатьєва і І.Я. Герда:

73 + 10 + 6 + 5 + 4 = 98 + 2 = 100;

70 + 16 + 3 + 4 + 5 = 98 + 2 = 100;

53 + 8 + 4 + 6 = 71 + 29 = 100;

45 + 37+ 16 = 98 + 2 = 100;

58 + 3 + 4 + 6 = 71 + 29 =100;

47 + 36 + 15 = 98 + 2 = 100 тощо.

Ще раніше головоломку про 100 навів класик цікавої математики американець З.Лойд, у книзі «Математична мозаїка».

Як бачимо, відповіді головоломки з книжок Є. І. Ігнатьєва і З.Лойда або дуже складні, або повністю коректні.

Цілям книжки І.Г. Сухіна «Цікаві матеріали» більше відповідає завдання, яке навів А. У.Сатаров в чотирьохтомнику «Жива арифметика під час дозвілля: Посібник у сім'ї та школі для розвитку кмітливості у дітей». У «Книзі другій» він опублікував таке завдання: «11. Складіть із перших семи цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 такі чотири числа, щоб за їх додавання одержати рівно 100; брати якусь цифру двічі чи тричі не можна. Відповідь: числа, що задовольняють умову завдання, такі: 2, 15, 36, 47. Справді: 2 + 15 + 36 + 47 = 100. Можливі й інші рішення, наприклад: 2 + 17 + 35 + 46 = 100». У цього завдання дуже багато відповідей. Ось ще деякі:

5 + 12 + 37 + 46;

6 + 15 + 32 + 47;

7 + 16 + 35 + 42.

Вочевидь, що деякі відповіді легко отримати перестановкою цифр в доданках (замість 35 + 42 написати 32 + 45 тощо).

Із завдань про переливання рідин

Практично ні один класичний збірник, пов'язаний з іграми й іншими розвагами, не обходиться без розділу «Ділення», причому помітне місце у ньому займають завдання про переливання рідин із посудини у посудину.

На жаль, більшість подібних стародавніх головоломок складні, і тому не підходять для початковій школи. Як не дивно, але у вітчизняних навчальних посібниках багато порівняно простих завдань даного класу. Адже підлягає сумніву, що вони допоможуть дітям у цікавій формі швидше освоїти дії додавання, віднімання і попрактикуватися в комбінаториці.

Знаходимо лише одне доступне дітям молодшого шкільного віку завдання у посібнику для вчителів М. Б. Балка «Організація і зміст позакласних занять із математики»:

«Маючи 2 бідона на 4 і 5л, чи можна налити з водогінного крана в відро 3 л. води? Відповідь: можна».

Найшвидшим шляхом завдання вирішується так: Заповнюється водою чотирилітровий бідон, потім вода переливається в п'ятилітровий, знову вода догори наливається в меншу ємність, і з меншої 1 л відливається у велику. У результаті у чотирилітровому бідоні буде 3 літри води.

Ще дві «водяні» головоломки наводяться в розділі «Задачі-смикалки» посібники для вчителів 1-11 класів А. А.Свєчнікова і П. І. Сорокіна «Числа, постаті, завдання для позакласної роботі»:

«111. Як набрати з водогону 6л води, користуючись дволітровою банкою і чайником, куди входить 5л?

Розв'язання: Наливаємо двічі по 2 л і переливаємо в чайник, потім вкотре наливаємо у дволітрову банку. Відливаємо у п'ятилітрову 1 л. і 1 л. лишається.

136. Як маючи банку місткістю 4 л і бідон - 9 л, набрати з річки точно 7 л води?»

Оптимальне розв’язання завдання у посібнику не дається. Ось воно: Двічі заповнюємо банку водою і переливаємо по 4 л води з банки в бідон, знову наповнюємо банку і додаємо 1 л з неї у бідон, після цього є всі 9 л води. Виливаємо із бідона воду і переливаємо у бідон 3 л, знову заповнюємо чотирилітрову банку водою з річки й отримуємо необхідні (сумарні)

7л = 3л + 4л.

Непросто визначити, що саме у старовинному трактаті вперше з'явилися завдання на переливання рідин, які можна використовувати щодо теми «Величини» у початковій школі. Мабуть, найвідоміша з них опублікована більш як сім століть тому. Ознайомимось із нею:

«Пан послав свого слугу у найближче місто купити 8 літрів вина. Коли слуга, виконавши доручення, збирався додому, йому зустрівся інший слуга, якого пан теж послав за вином. «Скільки в тебе вина?» - запитує другий слуга. «8 літрів», - відповідає хлопчик. «Мені також потрібно купити вина». «Ти уже не одержиш, позаяк у місті більше вина немає», - заявляє перший. Тоді другий слуга просить його ділитися із ним вином і він має дві посудини, 5л. і 3л. Як поділити вино за допомогою цих посудин?».

Наведемо хід найкоротшого вирішення, що включає 7 операцій переливання, позначивши «трилітрову» посудину - першою, «п'ятилітрову» назвемо другою, а «восьмилітрову» - третьою.

Отже: 1. З третьої у другу відливаємо 5 л.

2. З другої у 3 л.

3. З першої у третю переливаємо 3 л.

4. З другої 2 л.

5. З третьої у другу - 5 л.

6. З другої - 1 літру.

7. З першої у третю - 3 л.

У результаті в другій і третій посудинах виходить по 4 л. вина. Широкої популярності це завдання отримало після публікації двома виданнями творів Д.Баше «Ігри й завдання, засновані на математиці». На російській мові книга К.Баше була видана лише у19-му столітті, та й у скороченому вигляді.

Безумовно, і по 1877 року завдання про посудини зустрічалися на сторінках вітчизняних книжок. Зазначену головоломку зустрічаємо у «Загадковій арифметиці для забави і задоволення». Завдання №24 має такий вигляд:

«Посудина, наповнена вісьмома кухлями вина, розлити на рівні частини по посудинах, з яких у одну входить 5 кухлів вина, а в іншу 3».

Це можна включати під час введення поняття «дії».

Трохи пізніше у книзі «Бібліотека вчених, економічна, повчальна, історична і розважальна на користь і задоволення будь-якого читача: Частина I» у розділі «Математичні і обов'язкові фізичні звеселяння на стор. 261 читаємо:

«Хтось, маючи посудину, наповнену 8 глеками хорошого вина...» тощо.

Це завдання є і книзі І.Буттера «Цікаві і розважальні завдання, видані Іваном Буттером». Ускладнені варіанти головоломки знаходимо у завданнях №№18-22.

Можливо у школі навчається майбутній видатний математик і з часом він запропонує своє вирішення цих головоломок.

Отже, видно наскільки довгим і тернистим був шлях багатьох завдань поки вони сягнули нашого часу. І кропіткою і трудомісткою була праця тих осіб, тих учених, які шукали нові більш раціональні способи розв'язку цих завдань, які безсумнівно активізують діяльність дітей у процесі їх вирішення.

З вищенаведених прикладів завдань історико-математичного характеру можна дійти висновку, що історичні завдання нині використовують як логічні завдання. Завдання з історичним змістом діляться на типові стандартні і нестандартні, які можна використовувати під час уроків щодо різних тем, які стосуються величин, математичних понять та способів арифметичних дій.

**Висновки до розділу 1**

Однією з найпоширеніших проблем, з якою зустрічається вчитель математики в школі це відсутність інтересу в учнів до вивчення даного предмету. Найчастіше школярі вважають математику нецікавим та «сухим» предметом, під час вивчення якого доводиться розв’язувати одноманітні завдання. Можливо, таке ставлення сформувалося через те, що дійсно, задачі, які використовують вчителі на уроках дуже схожі одна на одну, тому швидко набридають учням. Для того, щоб урізноманітнити уроки математики та підвищити навчальний інтерес школярів вчитель можна використовувати історичні задачі.

Основною перевагою використання історичних задач на уроках математики є те, що їх розв’язання вимагає не тільки математичних знань, а й кмітливості, творчості, вміння логічно мислити, бажання знайти нетрадиційні шляхи розв’язання. Безумовно, використання історичних задач на уроках математики є необхідним, адже за їх допомогою в учнів краще відбувається розуміння ролі математики в повсякденному житті, а відтак підвищується мотивація навчальної діяльності. Також діти, які цікавляться історію та гуманітарними науками будуть з більшим бажанням розв’язувати задачі, які віддзеркалюють побут та особливості того чи іншого історичного періоду.

Знання, отримані в готовому вигляді, як правило, викликають труднощі учнів у їх застосуванні до пояснення спостережуваних явищ і вирішення конкретних завдань. Одним із суттєвих недоліків знань учнів залишається формалізм, який виявляється у відриві завчених теоретичних положень від уміння застосувати їх на практиці.

При навчанні такого типу матеріалу необхідно враховувати також і специфічні особливості вікового періоду учнів.

Елемент історизму в навчанні математики - це кожне окреме висловлювання, будь-який одиничний факт, який має безпосереднє відношення до історії математики (наприклад, біографічна довідка, цитування першоджерела, демонстрація портретів математиків).

Використання історизмів на уроках математики сприяє кращому засвоєнню матеріалу, особливо у учнів, які мають кращі здібності до гуманітарних наук.

Джерелом історико-математичного матеріалу є література з історії математики.

**Розділ 2. Використання задач історичного змісту на уроках математики у 7-8 класах**

**2.1. Аналіз задач історичного змісту, вміщених у підручниках 7-8 класів**

Підручник Алгебра 7 клас А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір 2015 приклади історичних задач:

1) Задача Метродора (IV ст.) у перекладі Івана Франка Тиран острова Самос Полікрат запитав у Піфагора, скільки в того учнів. Піфагор відповів: "Радо скажу, Полікрате. Бачиш, учнів половина Математику зглубляє, А натомість четвертина На безсмертную природу Свої досліди звертає: Сьома часть ніщо не робить, Лиш заховує мовчання, Лиш моє у душах своїх, Знай, ховаючи навчання. Ще додай до них три жінки, Що встають не дуже рано, – Серед них найвизначніша Моя любая Теано. Ось і всі, яких по змозі Я по мудрості доводжу." Скільки учнів було в школі Піфагора?

Історична довідка. Метродор увійшов в історію математики як автор цікавих задач, складених у віршах, які входили в рукописні збірники і в свій час були дуже поширені. Про життя Метродора нічого не відомо. Розв’язання автора: НСК (2, 4, 7) = 28. Відповідь: 28 учнів.

2) Задача Сунь-Цзи (китайський математик ІІІ – ІV ст.). Є невідома кількість речей. Якщо їх рахувати трійками, то буде остача 2, якщо п’ятірками, то – 3, якщо сімками, то – 2. Запитується, скільки речей?

Історична довідка. Сунь Цзи – китайський математик і астроном, автор трактату "Сунь Цзи Суань Цзинь" (Класична арифметика Сунь Цзи). Цей класичний трактат з математики до XVIII ст. приписувався теоретику військового мистецтва. Сформульована задача була популярною серед європейських математиків, її назва "китайська задача про остачі". Це найвизначніша задача, яка не тільки зробила імя Сунь Цзи широковідомим, але й сприймалася на заході як одне з китайських чудес. Після появи "Арифметичних досліджень" (1801) К. Гаусса вона стала частинним випадком розв’язання системи порівнянь.

Сунь-Цзи розв’язує свою задачу за правилом: "При діленні на 3 остача 2, тому візьміть 140. При діленні на 5 остача 3, тому візьміть 63. При діленні на 7 остача 2, тому візьміть 30. Додавши їх разом, отримаємо 233, з цього відніміть 210, і ми отримаємо відповідь". Розв’язання. Відповідь автора можна одержати, провівши наступні міркування. Нехай N – шукане число. N −2 ділиться на 3 і 7, найменше спільне кратне яких дорівнює 21, тому N − 2 = 21k , N = 21k + 2 . Отримаємо числа 23, 44, 65, 86, 107, … Знайдемо те, яке при діленні на 5 дає остачу 3. N = 23.

3) Задача Фібоначчі (бл. 1170 – після 1228). Стара жінка йшла на базар продавати яйця. Повз неї проїхав кінь і випадково наступив на кошик, розбивши всі яйця. Вершник запропонував відшкодувати збитки і запитав у жінки, скільки яєць у неї було. Вона не пам’ятала точне число, однак зауважила, що коли вона брала їх по двоє, то одне яйце лишалось у кошику. Коли брала їх по три, по чотири, по п’ять, по шість штук, теж одне лишалось; а по сім яєць – жодного не лишалось. Яку найменшу кількість яєць могла нести жінка на базар?

Історична довідка. Леонардо Пізанський (Фібоначчі) – італійський математик. Він видав дві книжки: з арифметики й алгебри "Книга про абак" (1202) та з геометрії "Практична геометрія" (1220) Лонардо поклав початок розробці питань, пов’язаних з числами Фібоначчі, дав оригінальний прийом добування кубічного кореня.

Розв’язання. Розв’язання зводиться до знаходження такого числа, яке ділиться на 7, а при діленні на 2, 3, 4, 5 і 6 дає в остачі 1. Якщо число зменшити на 1, то отримаємо число, що ділиться на 2, 3, 4, 5 і 6. Найменше спільне кратна цих чисел 60. Треба знайти таке число, що ділиться на 7 та на 1 більше за число, що ділиться на 60. Розглянемо числа 61, 121, 181, 241, 301, 361, … Перше з цих чисел, що ділиться на 7 є 301. Наступні числа, що задовольняють всі умови 721, 1141, 1561, ... Кожне з цих чисел отримаємо додаванням до попереднього числа 420, що є найменшим спільним кратним 2, 3, 4, 5, 6 та 7. Але нас цікавить найменша кількість яєць, які несла жінка на базар, тобто 301.

4) Задача з "Арифметики" Л. Магницького (1669 – 1739). Знайти число, яке при діленні на 2 дає в остачі 1, при діленні на 3 дає в остачі 2, при діленні на 4 дає в остачі 3, при діленні на 5 дає в остачі 4 [2: 32]. Історична довідка. Магницький Леонтій Пилипович закінчив Московську слов'яно-греко-латинську академію. Крім того, що викладав в академії, вивчав математику, голландську, німецьку й італійську мови, та інші науки. З 1701 р. працював у Московській школі математичних і навігаційних наук. Написав підручник "Арифметика" (1703), який широко використовувався в школах май же півстоліття. Прізвище Магницький він одержав за свою велику ерудицію.

5) Задача Блеза Паскаля (1623-1662). Знайти загальну ознаку подільності на натуральне число. Історична довідка. Блез Паскаль – французький математик, фізик і філософ. Він у віці 12 років самостійно розробив початки геометрії. З 16 років Паскаль брав участь у роботі гуртка Мерсена, на базі якого була створена Паризька Академія наук. Разом з Ферма Паскаль є засновником теорії ймовірностей. Значним є його внесок у розвиток інтегрального числення. У 1642 р. Паскаль сконструював лічильну машину для чотирьох арифметичних дій.

6) Задача Гаусса (1777 – 1855). Довести, що добуток двох цілих додатних чисел, з яких кожне менше простого числа p , не ділиться на p [2: 50]. Історична довідка. Карл Фрідріх Гаусс – німецький математик, астроном, фізик. Ще навчаючись в університеті підготував твір "Арифметичні дослідження" (1801). Завідував кафедрою математики й астрономії в Геттінгенському університеті. Характерною для досліджень Гаусса була їх різнобічність (вища алгебра, теорія чисел,диференціальна геометрія, класичні теорії електрики та магнетизму, геодезія, теоретична астрономія). Про велич Гаусса свідчить напис на медалі, викарбуваній на його честь – "король математиків". Розв’язання. Нехай a < p, b < p , де p – просте число. Для доведення використаємо твердження, вперше доведене Евклідом: якщо добуток кількох натуральних чисел ділиться на просте число р, то принаймні один із співмножників ділиться на р. Припустимо, що abΜ p , де p – просте число, то aΜ p або bΜ p , але a < p, b < p , що неможливо.

Алгебра 8 клас А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, M.С. Якір (2016 рік) приклади історичних задач:

Послано чоловіка з Москви до Вологди, і звеліли йому проходити кожен день по 40 верст. Наступного дня навздогін йому послано другого чоловіка, і наказано йому проходити в день по 45 верст. На який день другий посланець наздожене першого?

Розв’язання. Оскільки перший вийшов на день раніше і пройшов 40 верст, то другому треба нагнати ці 40 верст.

40:(45-40) = 8 днів.

Відповідь. За 8 днів другий посланець наздожене першого.

Собака побачив на відстані 150 сажнів зайця. Заєць пробігає за 2 хвилини 500 сажнів, а собака за 5 хвилин 1300 сажнів. За який час собака наздожене зайця?

Розв’язання. 500:2=250 (сажнів/хв.) – швидкість зайця,

1300:5=260 (сажнів/хв.) – швидкість собаки,

150:(260-250)=15 (хвилин).

Відповідь. Через 15 хвилин собака наздожене зайця.

Приклади іторичних задач і підручнику «Адгебра для 8 класу» автор Біляніна О.А. 2008 рік.

Каже дід онукам: «Ось вам 130 горіхів. Розділіть їх на 2 частини так, щоб менша частина, збільшена у 4 рази, дорівнювала б більшій частині, зменшеній у 3 рази». Як розділити горіхи?

Розв’язання. Зменшивши втричі кількість горіхів у більшій частині, ми отримаємо їх стільки ж, як у чотирьох менших частинах. Отже, більша частина повинна містити в 3×4=12 разів більше горіхів, ніж менша, а загальне число горіхів має бути в 13 разів більше, ніж у меншій. Тому менша частина повинна містити 130:13=10 горіхів, а більша 130-10=120 горіхів.

Відповідь. 10 і 120 горіхів.

Задача Селяни і картопля

Йшли троє селян і зайшли на заїжджий двір відпочити й пообідати. Замовили господині зварити картоплю, а самі заснули. Господиня зварила картоплю, але не стала будити постояльців, а поставила миску з їжею на стіл і пішла. Прокинувся перший селянин, побачив картоплю і, щоб не будити товаришів, порахував картоплю, з'їв свою частку і знову заснув. Незабаром прокинувся другий, йому невтямки було, що один із товаришів уже з'їв свою частку, тому він, порахувавши всю картоплю, з'їв третю частину і знову заснув. Після цього прокинувся третій. Вважаючи, що він прокинувся першим, він порахував картоплю, що залишилась у мисці, і з'їв третю частину. Тут прокинулися його товариші і побачили, що в мисці залишилося 8 картоплин. Порахуйте, скільки картоплин подала на стіл господиня, скільки з'їли вже і скільки має ще з'їсти кожен, щоб усім дісталося порівну.

Розв’язання. Маємо

1) 8×3/2=12 – залишок після другого;

2)12×3/2=18 – залишок після першого;

3) 18×3/2=27- початкове число.

Відповідь. Усього було подано на стіл 27 картоплин. Кожен повинен був з'їсти по 9 картоплин, перший з'їв свою частку, другому залишилося з'їсти 3 картоплини, а третій повинен з'їсти ще 5 картоплин.

Задача Ісаака Ньютона

Двоє листонош – А і В, яких розділяє відстань у 59 миль, виїжджають вранці назустріч один одному. Листоноша А проїжджає за 2 години 7 миль, а листоноша В – за 3 години 8 миль, при цьому B вирушає у дорогу годиною пізніше А. Скільки миль проїде листоноша В до зустрічі з листоношею А?

Розв’язання. Для початку дізнаємося швидкості обох листонош: швидкість А = 3,5 м/год., швидкість В = 8/3 м/год. Якщо відомо, що А проїхав на годину більше, віднімаємо цю відстань із загальної величини: 59-3,5 = 55,5. Потім ділимо отриману різницю на швидкість зближення: 55,5:37/6 = 9 год. Швидкість В помножити на час: 9\*8/3 = 24 м.

Задача Ананія з Ширака (Ананія Ширакаці, вірменського математика VII ст.).

У місті Афіни було водоймище, до якого підведено 3 труби. Одна труба може наповнити водоймище за одну годину, друга тонша – за дві години, третя, ще тонша – за три години. Отже, дізнайся, за яку частину години всі три труби разом наповнять водойму.

Розв’язання. За 6 год. перша труба наповнить 6 таких водоймищ, друга – 3, а третя – 2. Усього 11 водоймищ. Отже, три труби разом наповнять одну водойму за 6/11 год.

Відповідь. За image001 год.

Задачі, які розв’язуються за допомогою рівнянь

(Алгебраїчний метод)

Задача Евкліда (ІІІ ст. до н.е.)

Мул і віслюк, нав’ючені мішками йшли дорогою. Жалібно охав осел, придавлений важкою ношею. Мул звернувся до віслюка, мовивши: «Що ж, старий, ти заскиглив, ніби дівчина? Ніс би я вдвічі більше, ніж ти, коли б віддав ти мені одну міру. Якби ж ти у мене лише одну міру взяв, то ми зрівнялися б». Скільки ніс кожен з них, повідай нам це.

Розв’язання. Якщо х – вага ноші мула, тоді (х–1) – вага ноші віслюка, збільшеної на 1; отже, початкова його ноша (х–2). Але (х+1) у 2 рази більше, ніж ноша віслюка, зменшена на 1, тобто (х–3). Маємо рівняння х+1=2(х-3). х=7. Отже, ноша мула – 7 кг, ноша віслюка – 5 кг.

Відповідь. Ноша мула – 7 кг, ноша віслюка – 5 кг.

Задача з Бахшалійського рукопису

З чотирьох жертвувателів другий дав удвічі більше, ніж перший, третій – утроє більше, ніж другий, четвертий – учетверо більше, ніж третій, а всі разом дали 132. Скільки дав перший?

Розв’язання. Нехай перший дав x. Тоді другий – 2x, третій – 3×(2x), четвертий – 4×(3(2x)). Разом же вони пожертвували: x+2x+3(2x)+4(3(2x))=132. Розв'язавши рівняння, дізнаємось, що перший дав 4.

Головоломка з «Книги абака» Леонардо Фібоначчі

У січні тобі подарували новонароджених кроликів. Через два місяці вони народжують нову пару кроликів. Кожна нова пара кроликів через два місяці після народження народжує нову пару. Питання: скільки пар кроликів у тебе буде в грудні?

Розв’язання. Розв’язуючи цю задачу, можна побачити, що кількість кроликів, народжуваних кожен наступний місяць – це числа Фібоначчі. У січні – 1 пара, у лютому – 1 пара, у березні – 2 пари, в квітні – 3 пари, у травні – 5 пар, у червні – 8 пар, у липні – 13 пар, у серпні – 21 пара, у вересні – 34 пари, у жовтні – 55 пар, у листопаді – 89 пар, у грудні – 144 пари.

Відповідь. 144 пари.

Задачі, які розв’язуються логічними міркуваннями

Задача, яку в юні роки розв’язав Пуассон (1781–1840 рр.)

Ця задача визначила життєвий шлях Пуассона, який присвятив математиці все своє життя.

Один чоловік має 12 пінт меду і хоче відлити з цієї кількості половину, але в нього немає посудини місткістю 6 пінт. У нього 2 посудини: одна місткістю 8 пінт, а друга – 5пінт. Яким чином налити 6 пінт у посудину на 8 пінт?

Розв’язання. Основні ходи переливання по 2 посудинах представлені такою таблицею:

8-пінтова посудина 8 3 3 0 8 6 6

5- пінтова посудина 0 5 0 3 3 5 0

Відповідь. У таблиці.

Задача Р. Смалліана

Ця задача цікава і дуже проста. Вона здобула широку популярність.

У темній кімнаті стоїть шафа, у ящику якої лежать 24 червоних і 24 синіх шкарпеток. Скільки шкарпеток слід взяти з ящика, щоб з них свідомо можна було скласти принаймні одну пару шкарпеток одного кольору?

Відповідь. Зазвичай на це питання дають неправильну відповідь: 25 шкарпеток. Якби в задачі запитувалося, скільки шкарпеток слід взяти з ящика, щоб серед них було принаймні 2 шкарпетки різного кольору, то 25 шкарпеток була б правильною відповіддю. Але в нашій задачі мова йде про те, щоб серед узятих з ящика шкарпеток принаймні 2-і шкарпетки були одного кольору, тому правильною є відповідь 3 шкарпетки.

Задача Р. Смалліана. Про залізничний рух

Потяг відходить з Бостона до Нью-Йорка. А через годину інший потяг відправляється з Нью-Йорка до Бостона. Обидва поїзди їдуть з однією і тією ж швидкістю. Який з них у момент зустрічі буде на меншій відстані від Бостона?

Примітка: розмірами (довжиною) поїздів можна знехтувати.

Відповідь: Потяги в момент зустрічі будуть на однаковій відстані від Бостона.

Суд Париса

Богині Гера, Афродіта і Афіна прийшли до юного Париса, щоб той вирішив, хто з них найпрекрасніша. Поставши перед Парисом, богині стверджували:

Афродіта. Я найпрекрасніша. (1)

Афіна. Афродіта не найпрекрасніша. (2)

Гера. Я найпрекрасніша. (3)

Афродіта. Гера не найпрекрасніша. (4)

Афіна. Я найпрекрасніша. (1)

Парис, прилігши відпочити на узбіччі дороги, не вважав за потрібне навіть зняти хустку, якою прикривав очі від яскравого сонця. Але богині були наполегливі, і йому потрібно було обирати. Твердження найгарнішої з богинь істинні, а всі твердження двох інших богинь помилкові. Чи міг Парис винести рішення, хто найпрекрасніший серед богинь?

Відповідь. Афродіта – найвродливіша з богинь, згідно з "суду Париса", оскільки істинними можуть бути твердження 1 і 4, помилковими 2, 3, 5.

Після виконання ряду історичних завдань у учнів спостерігається значне підвищення мотивації до вивчення математики. Діти із задоволенням виконують поставлені завдання та з нетерпінням чекають нових уроків із використанням історичного матеріалу.

Використання історизмів на уроках математики сприяє формуванню й розвитку пізнавального інтересу, а також є важливою умовою гуманізації змісту математичної освіти, ефективності навчально-виховного процесу і розвитку учнів.

**2.2. Використання задач історичного змісту, як ефективна умова розвитку пізнавального інтересу учнів 7-8 класів**

Пізнавальний інтерес розглядається як:

- один з внутрішніх позитивних мотивів навчання [5];

- емоційно усвідомлена, вибіркова спрямованість особистості, яка звернена до предмета й діяльності, пов'язаної з ним, що супроводжується внутрішнім задоволенням від результатів цієї діяльності. Він має пошуковий характер, підвищує можливості розумового розвитку учня (В.Паламарчук), сприяє усвідомленій самостійності (О.Савченко), викликає продуктивну роботу (В.Лозова), змінює способи розумової діяльності (Г.Щукіна), є умовою розвитку творчої особистості (М. Алєксєєва) [3];

- ефективний засіб успішного навчання, необхідна умова досягнення позитивних наслідків, найважливіший мотив пізнавальної діяльності людини, який збуджує її до пошуку істини, сприяє оволодінню учнями досвідом пошукової діяльності в атмосфері загального захоплення цікавою справою [1].

Пізнавальний інтерес виявляється в емоційному відношенні школяра до об'єкта пізнання. Основною ознакою пізнавального інтересу є позитивне відношення, емоційно-пізнавальна спрямованість і внутрішня безпосередня мотивація [4] .

Пізнавальний інтерес формується і розвивається в діяльності. Вчені виокремлюють декілька стадій розвитку пізнавального інтересу:

1) цікавість – елементарна стадія виборчого відношення, обумовлена суто зовнішніми обставинами, які привертають увагу людини;

2) допитливість, яка характеризується прагненням людини зазирнути за межі побаченого;

3) пізнавальний інтерес, який проявляється у пізнавальній активності, чіткій виборчій спрямованості навчальних предметів, цінною мотивацією;

4) теоретичний інтерес, пов'язаний з прагненнямдо пізнання складних теоретичних питань окремої науки, виступає ознакою інтересу учня донауково-технічної творчості.

Ці стадії розвитку пізнавального інтересу не можна розглядати відокремлено один від одного, тому, що в реальному процесі вони представляють собою різноманітні поєднання, які утворюють найскладніші взаємозв’язки [6].

Під час проходження практики у Київській ЗОШ №15 в 7 класімною використано велику кількість історичних задач. Проаналізуємо деякі з них:

Задачі, які розв’язуються по діях

Задача з «Азбуки» Л.М.Толстого

П'ятеро братів розділили між собою спадщину батька порівну. У спадщині було три будинки. Три будинки не можна було ділити, їх взяли старші три брати. Кожен із старших заплатив по 800 грн. меншим. Менші розділили ці гроші між собою, і тоді у всіх п'яти братів стало порівну. Чи багато коштували будинки?

Розв’язання. 800⋅3=2400 (грн.) – заплатили двом меншим братам;

2400:2=1200 (грн.) – одержав кожен у спадщину;

1200⋅5:3=2000 (грн.) – коштував будинок.

Відповідь. 2000 грн. – коштував будинок.

Задача з "Курсу чистої математики" Войтяхівського

Собака побачив на відстані 150 сажнів зайця. Заєць пробігає за 2 хвилини 500 сажнів, а собака за 5 хвилин 1300 сажнів. За який час собака наздожене зайця?

Розв’язання. 500:2=250 (сажнів/хв.) – швидкість зайця,

1300:5=260 (сажнів/хв.) – швидкість собаки,

150:(260-250)=15 (хвилин).

Відповідь. Через 15 хвилин собака наздожене зайця.

Задача з"Арифметики" Л.Ф. Магницького

Каже дід онукам: «Ось вам 130 горіхів. Розділіть їх на 2 частини так, щоб менша частина, збільшена у 4 рази, дорівнювала б більшій частині, зменшеній у 3 рази». Як розділити горіхи?

Розв’язання. Зменшивши втричі кількість горіхів у більшій частині, ми отримаємо їх стільки ж, як у чотирьох менших частинах. Отже, більша частина повинна містити в 3⋅4=12 разів більше горіхів, ніж менша, а загальне число горіхів має бути в 13 разів більше, ніж у меншій. Тому менша частина повинна містити 130:13=10 горіхів, а більша 130-10=120 горіхів.

Відповідь. 10 і 120 горіхів.

Задача з "Арифметики" Л.Ф. Магницького. Селяни і картопля

Йшли троє селян і зайшли на заїжджий двір відпочити й пообідати. Замовили господині зварити картоплю, а самі заснули. Господиня зварила картоплю, але не стала будити постояльців, а поставила миску з їжею на стіл і пішла. Прокинувся перший селянин, побачив картоплю і, щоб не будити товаришів, порахував картоплю, з'їв свою частку і знову заснув. Незабаром прокинувся другий, йому невтямки було, що один із товаришів уже з'їв свою частку, тому він, порахувавши всю картоплю, з'їв третю частину і знову заснув. Після цього прокинувся третій. Вважаючи, що він прокинувся першим, він порахував картоплю, що залишилась у мисці, і з'їв третю частину. Тут прокинулися його товариші і побачили, що в мисці залишилося 8 картоплин. Порахуйте, скільки картоплин подала на стіл господиня, скільки з'їли вже і скільки має ще з'їсти кожен, щоб усім дісталося порівну.

Розв’язання. Маємо

1) 8⋅3/2=12 – залишок після другого;

2)12⋅3/2=18 – залишок після першого;

3) 18⋅3/2=27- початкове число.

Відповідь. Усього було подано на стіл 27 картоплин. Кожен повинен був з'їсти по 9 картоплин, перший з'їв свою частку, другому залишилося з'їсти 3 картоплини, а третій повинен з'їсти ще 5 картоплин.

Задача Л. Керрола

Є 5 мішків. Перший і п'ятий мішки разом важать 12 фунтів, другий і третій – 13,5 фунтів, третій і четвертий – 11,5 фунтів, четвертий і п'ятий – 8 фунтів, перший, третій і п'ятий – 16 фунтів. Потрібно дізнатися, скільки важить кожен мішок.

Розв’язання. Сума результатів усіх 5 зважувань дорівнює 61 фунт, при цьому вага третього мішка входить у 61 фунт тричі, а вага інших мішків лише двічі. Віднімаючи від 61 фунта подвоєну суму результатів першого та четвертого зважувань, отримуємо, що потроєна вага 3-го мішка дорівнює 21 фунт. Отже, вага 3-го мішка дорівнює 7 фунтам. З результатів 2 і 3 зважувань знаходимо вагу 2 і 4 мішків; другий мішок важить 6,5 фунтів, четвертий – 4,5. Потім вирахуємо, що 5 мішок важить 5, 5 фунтів, 1 мішок – 3,5 фунта.

Відповідь. Вага 1-го мішка 3,5 фунтів, 2-го – 6,5 фунтів, 3-го – 7 фунтів, 4-го – 4,5 фунтів, 5-го – 5, 5 фунтів.

Задача Ісаака Ньютона

Двоє листонош – А і В, яких розділяє відстань у 59 миль, виїжджають вранці назустріч один одному. Листоноша А проїжджає за 2 години 7 миль, а листоноша В – за 3 години 8 миль, при цьому B вирушає у дорогу годиною пізніше А. Скільки миль проїде листоноша В до зустрічі з листоношею А?

Розв’язання. Для початку дізнаємося швидкості обох листонош: швидкість А = 3,5 м/год., швидкість В = 8/3 м/год. Якщо відомо, що А проїхав на годину більше, віднімаємо цю відстань із загальної величини: 59-3,5 = 55,5. Потім ділимо отриману різницю на швидкість зближення: 55,5:37/6 = 9 год. Швидкість В помножити на час: 9\*8/3 = 24 м.

Відповідь. 24 милі.

Задачі на сумісну роботу

Задача Ананія з Ширака (Ананія Ширакаці, вірменського математика VII ст.).

У місті Афіни було водоймище, до якого підведено 3 труби. Одна труба може наповнити водоймище за одну годину, друга тонша – за дві години, третя, ще тонша – за три години. Отже, дізнайся, за яку частину години всі три труби разом наповнять водойму.

Розв’язання. За 6 год. перша труба наповнить 6 таких водоймищ, друга – 3, а третя – 2. Усього 11 водоймищ. Отже, три труби разом наповнять одну водойму за 6/11 год.

Відповідь. За  год.

Задачі, які розв’язуються за допомогою рівнянь

(Алгебраїчний метод)

Задача Евкліда (ІІІ ст. до н.е.)

Мул і віслюк, нав’ючені мішками йшли дорогою. Жалібно охав осел, придавлений важкою ношею. Мул звернувся до віслюка, мовивши: «Що ж, старий, ти заскиглив, ніби дівчина? Ніс би я вдвічі більше, ніж ти, коли б віддав ти мені одну міру. Якби ж ти у мене лише одну міру взяв, то ми зрівнялися б».Скільки ніс кожен з них, повідай нам це.

Розв’язання. Якщо х – вага ноші мула, тоді (х–1) – вага ноші віслюка, збільшеної на 1; отже, початкова його ноша (х–2). Але (х+1) у 2 рази більше, ніж ноша віслюка, зменшена на 1, тобто (х–3). Маємо рівняння х+1=2(х-3). х=7. Отже, ноша мула – 7 кг, ноша віслюка – 5 кг.

Відповідь. Ноша мула – 7 кг, ноша віслюка – 5 кг.

Задача з Бахшалійського рукопису

З чотирьох жертвувателів другий дав удвічі більше, ніж перший, третій – утроє більше, ніж другий, четвертий – учетверо більше, ніж третій, а всі разом дали 132. Скільки дав перший?

Розв’язання. Нехай перший дав x. Тоді другий – 2x, третій – 3⋅(2x), четвертий – 4⋅(3(2x)). Разом же вони пожертвували: x+2x+3(2x)+4(3(2x))=132. Розв'язавши рівняння, дізнаємось, що перший дав 4.

Відповідь. 4.

Задача з "Арифметики" Л.Ф. Магницького

Біля мосту через річку зустрілися ледар і чорт. Ледар поскаржився на свою бідність. У відповідь чорт запропонував: "Я можу допомогти тобі. Щоразу, як ти перейдеш цей міст, у тебе гроші подвояться. Але щоразу, перейшовши міст, ти маєш віддати мені 24 коп.". Тричі проходив ледар міст, а коли заглянув у гаманець, там було порожньо. Скільки грошей було в ледаря?

Розв’язання. Нехай x коп. було у ледаря, тоді після 1 разу стало 2х-24, після 2 разу стало 2(2x-24)-24=4x-72, після 3 разу стало 2(4x-72)-24=8x-144-24=0. Отже, 8х=168, x=21.

Відповідь. 21 коп.

Задача з оповідання А.П.Чехова «Репетитор»

Купець придбав 138 аршин чорного і синього сукна на 540 карбованців. Скільки аршин він купив того й іншого сукна, якщо синє коштувало 5 карбованців за аршин, а чорне – 3 крб.

Розв’язання. Нехай синього сукна було х аршин, тоді чорного (138- х) – аршин.

5 х +3(138- х)=540;

5 х +414-3 х =540;

2 х =126;

х =63(аршини) – синього;

138-63=75(аршин) – чорного.

Відповідь.63 аршини синього сукна, 75 аршин чорного.

Задача з "Курсу чистої математики" Войтяхівського

Пляшка з пробкою коштують 12 копійок. Пляшка коштує на 10 копійок дорожче, ніж пробка. Скільки коштує пляшка і скільки пробка?

Розв’язання. Нехай пробка коштує х коп., тоді пляшка (х +10) коп.

х+(х+10)=12;

2 х=2;

х=1(коп.) – коштує пробка.

1+10=11 (коп.) – вартість пляшки.

Відповідь. Пробка коштує 1 коп., пляшка – 11 копійок.

Задача з "Арифметики" Л.Ф. Магницького

Купець купував олію. Коли він давав гроші за 8 бочок олії, то у нього залишилося 20 алтин. Коли ж став давати за 9-ту бочку, то не вистачило півтора рублі з гривнею. Скільки грошей було у купця?

Довідка.

1 рубль=10 гривень, 1 гривня=10 копійок, 1 алтин=3 копійки.

Розв’язання. Нехай бочка коштує х руб.

8х+0,6=9х-1,6;

х=2,2 руб.

До покупки в нього було 2,2⋅8+0,6=18,2 руб.

Відповідь. У купця було 18 рублів і 2 гривні.

Задача з "Арифметики" Л.Ф. Магницького

Один чоловік, найнявши працівника на рік, пообіцяв йому дати 12 руб. і каптан. Але той, відпрацювавши 7 місяців, захотів звільнитись і попросив гідної плати з каптаном. Господар дав йому гідний розрахунок – 5 руб. і каптан. Питається, яка ціна каптана?

Розв’язання. Нехай х – вартість каптана. Маємо рівняння:

7·(x + 12):12 = x + 5;

7х+84=12х+60;

5х=24;

х=4,8.

Відповідь. 4,8 руб. вартість каптана.

З народної творчості

Летить зграя гусей, а назустріч їм летить один гусак і каже: «Здрастуйте, сто гусей!». «Нас не сто гусей, – відповідають йому гуси. – Якби нас було стільки, скільки тепер, та ще стільки, та півстільки, та чверть стільки, та ще ти, гусак, з нами, так тоді нас було б сто гусей». Скільки було гусей у зграї?

Розв’язання. Нехай кількість гусей – х, тоді отримаємо рівняння: x+x+x/2+x/4+1=100.

Відповідь. 36 гусей.

Задача з використанням чисел Фібоначчі

Головоломка з «Книги абака» Леонардо Фібоначчі

У січні тобі подарували новонароджених кроликів. Через два місяці вони народжують нову пару кроликів. Кожна нова пара кроликів через два місяці після народження народжує нову пару. Питання: скільки пар кроликів у тебе буде в грудні?

Розв’язання. Розв’язуючи цю задачу, можна побачити, що кількість кроликів, народжуваних кожен наступний місяць – це числа Фібоначчі. У січні – 1 пара, у лютому– 1 пара, у березні– 2 пари, в квітні – 3 пари, у травні– 5 пар, у червні – 8 пар, у липні – 13 пар, у серпні – 21 пара, у вересні – 34 пари, ужовтні– 55 пар,улистопаді– 89 пар, у грудні – 144 пари.

Відповідь.144пари.

Задачі, які розв’язуються логічними міркуваннями

Задача, яку в юні роки розв’язав Пуассон (1781–1840 рр.)

Ця задача визначила життєвий шлях Пуассона, який присвятив математиці все своє життя.

Один чоловік має 12 пінт меду і хоче відлити з цієї кількості половину, але в нього немає посудини місткістю 6 пінт. У нього 2 посудини: одна місткістю 8 пінт, а друга – 5пінт. Яким чином налити 6 пінт у посудину на 8 пінт?

Розв’язання. Основні ходи переливання по 2 посудинах представлені такою таблицею:

8-пінтова посудина 8 3 3 0 8 6 6

5- пінтова посудина 0 5 0 3 3 5 0

Відповідь. У таблиці.

Задача Р. Смалліана

Ця задача цікава і дуже проста. Вона здобула широку популярність.

У темній кімнаті стоїть шафа, у ящику якої лежать 24 червоних і 24 синіх шкарпеток. Скільки шкарпеток слід взяти з ящика, щоб з них свідомо можна було скласти принаймні одну пару шкарпеток одного кольору?

Відповідь. Зазвичай на це питання дають неправильну відповідь: 25 шкарпеток. Якби в задачі запитувалося, скільки шкарпеток слід взяти з ящика, щоб серед них було принаймні 2 шкарпетки різного кольору, то 25 шкарпеток була б правильною відповіддю. Але в нашій задачі мова йде про те, щоб серед узятих з ящика шкарпеток принаймні 2-і шкарпетки були одного кольору, тому правильною є відповідь 3 шкарпетки.

Задача Р. Смалліана. Про залізничний рух

Потяг відходить з Бостона до Нью-Йорка. А через годину інший потяг відправляється з Нью-Йорка до Бостона. Обидва поїзди їдуть з однією і тією ж швидкістю. Який з них у момент зустрічі буде на меншій відстані від Бостона?

Примітка: розмірами (довжиною) поїздів можна знехтувати.

Відповідь: Потяги в момент зустрічі будуть на однаковій відстані від Бостона.

Суд Париса

Богині Гера, Афродіта і Афіна прийшли до юного Париса, щоб той вирішив, хто з них найпрекрасніша. Поставши перед Парисом, богині стверджували:

Афродіта. Я найпрекрасніша. (1)

Афіна. Афродіта не найпрекрасніша. (2)

Гера. Я найпрекрасніша. (3)

Афродіта. Гера не найпрекрасніша. (4)

Афіна. Я найпрекрасніша. (1)

Парис, прилігши відпочити на узбіччі дороги, не вважав за потрібне навіть зняти хустку, якою прикривав очі від яскравого сонця. Але богині були наполегливі, і йому потрібно було обирати. Твердження найгарнішої з богинь істинні, а всі твердження двох інших богинь помилкові. Чи міг Парис винести рішення, хто найпрекрасніший серед богинь?

Відповідь. Афродіта – найвродливіша з богинь, згідно з "суду Париса", оскільки істинними можуть бути твердження 1 і 4, помилковими 2, 3, 5.

Головоломка Перельмана. Задача про розмноження мікробів

У банку потрапив 1 мікроб, і через 35 хвилин банка була наповнена мікробами, причому відомо, що кількість мікробів щохвилини подвоювалася. За скільки хвилин банка була наповнена мікробами наполовину?

Відповідь. За 34 хвилини, тому що за 35 хвилин вся банка буде заповнена.

Головоломка Переламана. Рік за три

Позавчора Федору було 17 років У наступному році йому буде 20 років. Як таке може бути?

Відповідь. Дане твердження висловлене 1 січня. День народження Феді – 31грудня. Позавчора йому було 17. Вчора йому виповнилося 18. У цьому році буде 19, а в наступному – рівно 20.

Головоломка Перельмана. Зграя качок

Летіла зграя качок. Одна попереду, дві позаду, одна позаду і дві попереду, одна між двома і три в ряд. Скільки летіло качок?

Відповідь. Летіли одна за одною три качки.

Після виконання ряду історичних завдань нами спостерігалося значне підвищення мотивації до вивчення математики. Діти із задоволенням виконували поставлені завдання та з нетерпінням чекали нових уроків із використанням історичного матеріалу.

# 2.3.Особливості розв’язання задач історичного змісту на уроках математики у 7-8 класах

Використання історизмів на уроках математики сприяє формуванню й розвитку пізнавального інтересу, а також є важливою умовою гуманізації змісту математичної освіти, ефективності навчально-виховного процесу і розвитку учнів. Зупинимося на цьому пункті більш детально.

У програмі з математики зазначено, що важливу роль у навчанні математики відіграє систематичне використання історичного матеріалу, який підвищує інтерес, стимулює потяг до наукової творчості, пробуджує критичне ставлення до фактів, дає уявлення про математику як невід’ємну складову загальнолюдської культури.

Моє дослідження проводилося на базі Озерянської ЗОШ I-IIIст.

Для з’ясування питань: чи використовують учителі початкових класів історичний матеріал на уроках математики, чи справді він викликає інтерес в учнів, якщо викликає, то який саме матеріал (історичні задачі, біографії вчених, повідомлення про походження символів, знаків, термінів), які труднощі відчувають вчителі при підготовці даного матеріалу, – ми провели анкетування вчителів (Додаток Е).

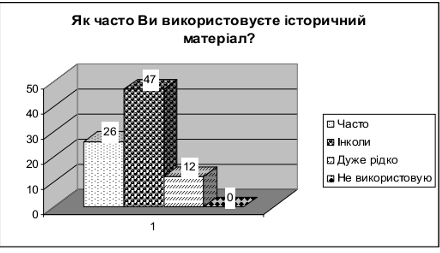


Рис 2.1. Аналіз результатів анкетного опитування на питання « Як часто ви використовуєте історичний матеріал ?»

Крім того, мною зясовано, на якому етапі вивчення теми використовують учителі історичний матеріал (рис. 2.2.).



Рис 2. Аналіз результатів анкетного опитування на питання « Коли Ви використовуєте історичний матеріал на уроках?»

Як видно з діаграми, вчителі здебільшого використовують історичний матеріал на початку вивчення теми й на останньому уроці семестру, проте, на жаль, дуже низький показник отримано за пунктом „систематично протягом семестру”.

На запитання: «Чи доцільно використовувати історичний матеріал на уроках математики, у позакласній роботі, з метою розвитку інтересу до вивчення математики» – практично всі відповіли „так”.

На запитання: «Які труднощі методичного характеру Ви відчуваєте при підготовці до уроків» – відповіді розподілились так, як подано на рис. 2.3.

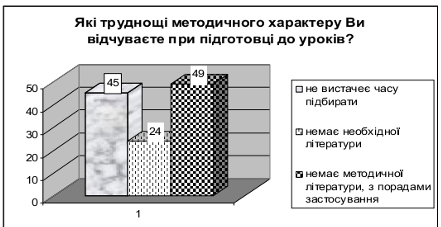


Рис. 2.3. Анализ результатів анкетного опитування на 3 питання

Останнє запитання анкети для вчителів початкових класів визначило напрямки моєї роботи і показало, які саме прогалини існують.

У своєму дослідженні мною також розглянуто наявність історичного матеріалу в шкільних підручниках. (рис. 2.4).



Рис. 2.4.Аналіз дослідження історичного матеріалу в шкільних підручниках

**Висновки до 2 розділу**

Отже, на думку вчителів, кількість історичних задач і біографій учених необхідно збільшити. Проте обсяг підручника обмежений, і підручники спрямовані на виклад основного матеріалу, який зазначений у програмі. Оскільки результати анкетування вказують на зацікавленість учителів методичними розробками, що стосуються використання історичного матеріалу в шкільному курсі математики, то доцільним буде детальніше вивчити цю проблему та намітити шляхи її розв’язання.

# Розділ 3. Результати дослідження використання задач історичного змісту на уроках математики у 7-8 класах

# 3.1.Вплив задач історичного змісту на перспективу розвитку пізнавального інтересу учнів

На мій погляд, доцільність використання в шкільній математичній освіті історичних задач полягає в наступному:

1. Введений на уроках історичний матеріал підсилює творчу активність учнів. Це відбувається за допомогою включення їх в пошук нових способів вирішення цікавих історичних завдань. Через огляди життя і діяльності великих математиків учитель, вже як вихователь, має можливість познайомити учнів з самим поняттям творчості, з творчістю в науці, торкнутися багатьох вирішальних моральних категорій, пов'язаних з цим процесом.

2. За допомогою історичних задач в уроці, педагог може дати можливість учням самостійно приходити до формулювань теорем, як би знову «відкрити» їх, давати учням шукати їх докази, спонукати в учнях бажання самостійно вибирати цікаві факти історії, пов'язані з математичними відкриттями, ділитися ними зі своїми однокласниками. Зазвичай все це сприяє навчанню школярів вмінню самовизначатися, вчитися бути впевненим у своїх можливостях і відстоювати власні погляди і переконання.

3. Ретельно продумані і організовані вчителем наукові суперечки на уроках, засновані на обговоренні історичних проблем математики, сприяє вихованню в учнів терпимості до чужої думки, поваги до себе через повагу до інших, через дбайливе ставлення до оточуючих, тобто толерантність. Ці наукові суперечки навчають також здатності до міжособистісної взаємодії - комунікативних умінь і навичок, здатності до вирішення конфліктних ситуацій.

4. «Математичний розвиток людини неможливо без підвищення загальної культури», - говорив В.А. Крутецкий. Історичний матеріал здатний краще, ніж що-небудь на уроці, перешкодити однобокого розвитку математичних здібностей.

5. Історичний матеріал покликаний підвищувати рівень грамотності, розширювати знання, кругозір учнів, це одна з можливостей збільшити інтелектуальний ресурс школярів, привчити їх мислити, бути здатним швидко прийняти рішення в найскладніших життєвих ситуаціях.

Якщо об'єднати всі ці ідеї, то виходить, що застосування історичного матеріалу на уроках показує взаємозв'язок математики з загальнолюдською культурою, а її розвиток наближає математику до життя і навколишньої дійсності, що сприяє підвищенню інтересу учнів до предмету, сприяє ціннісному відношенню до математичних знань.

Підготовка до уроків, на яких є можливість використовувати історичний матеріал для активізації пізнавального інтересу може будуватися за таким планом:

1. Визначення місця використання історичного матеріалу при вивченні теми;

2. Встановлення зв'язку історичного матеріалу з елементами даної теми;

3. Визначення місця використання історичного матеріалу на уроці;

4. Вибір найбільш результативних, ефективних засобів використання історичного матеріалу;

5. Продумування можливостей подальшого використання відібраного історичного матеріалу на уроках або позакласній роботі [23, c.94].

Для того щоб робота по включенню історичних задач в уроки математики була більш продуктивною вчителю необхідно:

- починати роботу з першого класу;

- проводити її систематично;

- співвідносити зміст, обсяг, стиль викладу питань з віковими можливостями учнів.

Використовувати задачі з історичним змістом можна на будь-яких типах уроків. Основні вимоги формулювання завдань, складених на краєзнавчому матеріалі:

1. Сюжет і числові дані задачі повинні відображати різноманітні сторони навколишньої дійсності, носити пізнавальний, виховний характер, порушувати допитливість і інтерес учнів до математики.

2. Зміст задачі має бути коротким, але зрозумілим навчаються. Математична сторона завдання не повинна затулятися зайвими коментарями, що пояснюють її зміст. Окремі деталі, пов'язані з композицією завдання, можна з'ясовувати усно.

3. Числовий матеріал необхідно підбирати в суворій відповідності з програмою даного класу з математики.

4. У тексті задачі для запису іменованих чисел повинні бути використані тільки прийняті скорочення; слід уникати довільних скорочень слів [15, c.46].

В ході обговорення задачі в учнів формуються такі ключові компетенції (вміння): отримувати користь з досвіду; вирішувати виниклі проблеми, пов'язані з перебуванням величин площі має різні і однакові довжини сторін; вносити свій вклад для вирішення завдання; розвивати математично грамотну мову, мотивувати відповідь.

Очевидно, що діяльність, спрямована на формування і розвиток ключових компетенцій учнів через рішення задач з краєзнавчим матеріалом, вимагає від вчителя, як глибоких математичних знань, так і ретельної підготовки до уроку.

Сформувати у молодших школярів уміння складати текстові завдання - це означає навчити їх висловлювати і відтворювати структуру висказивательной моделі задачі. При складанні завдань збагачуються знання школярів, придбані в навчальному процесі. Це відбувається тому, що зміст завдання може містити нову для учня інформацію, що має зв'язок з життєвим досвідом [4, c.147].

Подальша робота вчителя полягає в організації навчального процесу, що сприяє розвитку світогляду учнів за допомогою використання краєзнавчого матеріалу. Рішення краєзнавчих завдань на уроках математики не тільки знайомить учнів з новими даними і характеристиками того чи іншого процесу, об'єкта, а й розвиває навчальні вміння. Складання завдань краєзнавчого змісту мотивує і активізує пізнавальну діяльність школярів по використанню наявних знань на практиці. Забезпечує взаємозв'язок, узагальнює і систематизує знання про об'єкти природи і суспільства рідного краю, надає їм цілісний характер. Модель активізації математичної освіти молодших школярів за допомогою використання краєзнавчого матеріалу сприяє розвитку світогляду.

На мій погляд, включення історичних задач в освітній простір школяра має вирішувати такі методологічні та педагогічні завдання:

- встановлення діалектичного взаємозв'язку між історією країни, краю, людства і історією розвитку математики;

- розкриття причинно-наслідкових зв'язків, закономірностей історичного процесу;

- поглиблення, розширення, конкретизація, повторення і закріплення знань з предмета;

- активізація пізнавальної діяльності молодших школярів, встановлення взаємозв'язку між навчальної та позанавчальної роботою учнів і залучення їх до самостійного добування знань.

В цілому, актуальність застосування історичних задач на уроках математики полягає в тому, що:

- різні форми навчання в уроках створюють можливості ефективної організації взаємодії вчителя і учнів, продуктивної форми їх спілкування, безпосередності, непідробного інтересу;

- в історичному матеріалі закладені величезні виховні та освітні можливості;

- в процесі застосування історичного матеріалу молодші школярі набувають найрізноманітніші знання про предмети і явища навколишнього світу;

- історичний матеріал розвиває дитячу спостережливість і здатність визначати властивості предметів, виявляти їх істотні ознаки;

- історичний матеріал дуже добре уживається з «серйозним» вченням;

- включення в урок історичного матеріалу та ігрових моментів з їх використанням робить процес навчання цікавим і цікавим, створює у дітей бадьорий робочий настрій, полегшує подолання труднощів у засвоєнні навчального матеріалу;

- різноманітні дії з історичним матеріалом, за допомогою яких вирішується та чи інша розумова задача, підтримують і посилюють інтерес дітей до навчального предмету;

- історичний матеріал має великий вплив на розумовий розвиток дітей молодшого шкільного віку, удосконалюючи їх мислення, увагу, творчу уяву.

# 3.2.Основні труднощі розв’язання задач історичного змісту на уроках математики у 7-8 класах

Аналіз навчально-методичних комплектів, які використовуються в сучасних школах, дозволив зробити наступні висновки:

1.Не всі сучасні навчальні програми передбачають введення історичного матеріалу в процес навчання математики.

2. В основному історичний матеріал представлений у вигляді сторінок історії, які знайомлять учня з різноманітними подіями, вченими і поняттями і старовинних задач, взятих із стародавніх математичних збірок.

Впровадження історичного матеріалу в предмет математики в початковій школі має величезне значення для загального розвитку школяра, а також формування у нього таких якостей особистості, як повага і дбайливе ставлення до історичного матеріалу. За підсумком занять відзначено, що це лише невелика частина зібраного матеріалу, який буде використаний на наступних заняттях і в гурткової роботи. До того ж всі завдання хлопці виконували із задоволенням. За результатами проведеної роботи були розроблені методичні рекомендації з підготовки до уроків, на яких є можливість використовувати історичний матеріал. Також були визначені умови ефективного використання історичного матеріалу на уроках математики з метою розвитку пізнавального інтересу учнів: - історичний матеріал повинен розглядатися в якості одного з основних засобів розвитку пізнавального інтересу учнів; - при використанні історичного матеріалу на уроках математики необхідно враховувати психологічні особливості дітей конкретної вікової групи, а також виявлені в методиці математики початкової школи методи і прийоми організації уроків із застосуванням історичного матеріалу; - використання історичного матеріалу на уроках математики має носити систематичний характер. При дотриманні цих умов використання історичного матеріалу на уроках математики стане одним з основних із засобів, що сприяють розвитку пізнавального інтересу учнів та поглибленню розуміння досліджуваного фактичного матеріалу, розширенню кругозору та підвищення загального рівня культури учнів.

# Висновки до 3 розділу

Систематичне використання в шкільному курсі математики елементів історії науки сприяє розвитку в учнів інтересу до предмета, глибшого і простого засвоєння математики, формуванню у школярів діалектико-математичного світогляду. Учні повинні знати, що математика є продукт творчої діяльності людського генія протягом тисяч років, а не хитра вигадка «мудреців». Математика виникла і розвивалася для задоволення безперервно зростаючих потреб людського суспільства. Ознайомлення учнів з роботами російських математиків сприяє вихованню у них почуття патріотизму, почуття гордості за вітчизняну науку. Екскурси в історичне минуле пожвавлюють урок, дають розрядку розумової напруги, піднімають інтерес до досліджуваного матеріалу і сприяє міцному його засвоєнню. Справжня робота містить спроби узагальнення досвіду по використанню історичного матеріалу, як на уроках математики, так і в позакласній роботі. Відзначимо основні висновки роботи:

Проблема активізації пізнавального інтересу школярів - актуальна проблема сучасної педагогіки. В роботі розкривається пізнавальний інтерес як засіб і мотив навчання і робиться акцент на використання елементів історизму, для підвищення пізнавального інтересу школярів до навчального предмету, зокрема до математики.

Основною формою введення історичного матеріалу є повідомлення історичних відомостей на уроці. Корисно не на кожному уроці, але все ж досить часто і систематично робити історичні відступи, порівняння, вирішувати історичні завдання, причому в такому обсязі, щоб не відволікати учнів від безпосередніх інтересів досліджуваної теми. Витрати двох - п'яти хвилин уроку на короткі історичні відомості окупаються підвищенням інтересу до науки, роздумами над окремими фактами, на які наводять ці бесіди. Кілька хвилин інформації з історії математики на уроках підвищать інтерес учнів до вивчення математики, дозволять навчити їх наполегливості і завзятості при вирішенні найбільш важких завдань. Але однією інформацією на уроках часто буває недостатньо для певної категорії школярів, які прагнуть до більш глибокого і широкого вивчення математики. Таким учням завжди можна порекомендувати прочитати літературу, яка містить історичні факти з математики.

**Висновки та рекомендації**

Теоретичний аналіз літератури з проблеми активізації пізнавальної діяльності та проведене експериментальне дослідження дозволили зробити наступні висновки.

Організація пізнавальної діяльності немислима без вивчення її ефективності, її ролі в інтелектуальному розвитку дітей. Тому предметом аналізу багатьох дослідників стають такі поняття як пізнавальна активність, пізнавальний інтерес. Центральним поняття є пізнавальна активність - явище дуже багатолике і різноманітне. І тому викликає у дослідників (педагогів і психологів) неоднозначне трактування. Найбільш повним ми вважаємо визначення, дане Т. І. Шамовой, яка визначає пізнавальну активність як «якість діяльності учня, яке визначається в його ставленні до змісту і процесу навчання, в прагненні до ефективного оволодіння знаннями і способами діяльності за певний час, в мобілізації морально - вольових зусиль на досягненні навчально - пізнавальних цілей ».

Збільшення розумового навантаження на уроках математики змушує замислитися над тим, як підтримати в учнів інтерес до предметів, що вивчаються, розвивати їх допитливість. Для цього необхідно використовувати такі засоби активізації, як навчальний зміст, методи і прийоми, форма організації навчання. Для формування пізнавальної активності доцільно використовувати міжпредметні зв'язки.

Включення історичного матеріалу в процес вивчення математики курс необхідно, так як воно сприяє підвищенню загального рівня культури учнів, розширенню кругозору, зміцненню пізнавального інтересу, а також поглибленню розуміння досліджуваного фактичного матеріалу;

Роботу по введенню історичного матеріалу доцільно починати з першого класу, враховувати вікові особливості дітей і в зв'язку з цим коригувати зміст, стиль і обсяг матеріалу, що викладається;

При аналізі шкільних підручників з математики ми прийшли до висновку, що в даний час авторів своїх підручниках не використовують історичні матеріали до тем шкільного курсу, що не знайомлять учнів з історичними особистостями. На жаль, у всіх підручниках відсутні старовинні і історичні завдання, хоча їх використання могло б сприяти підвищенню пізнавального інтересу учнів до уроків математики.

У процесі дослідження були розроблені методичні прийоми застосування історичного матеріалу на уроках.

На пошуковому етапі експерименту, вивчивши різні джерела по цій темі, проаналізувавши нині діючі навчальні програми та підручники для початкової школи, ми розробили програму навчання школярів 4 класу математики з використанням відомостей з історії науки і її методичне забезпечення. В експериментальному 7 класі нами були проведені уроки та бесіди, з використанням історичного матеріалу. Ці уроки були спрямовані на введення, роботу і закріплення таких нових прийомів як множення і ділення на однозначне число, робота над складовою завданням, знайомство з величинами (час, маса, площа).

Навчальний експеримент сприяв підвищенню рівня знань учнів з математики. При використанні на уроках історичного матеріалу покращився, активізації їх пізнавальної діяльності.

**Список використаної літератури**

1. Александрова, Е.І. Психолого-педагогічні основи побудови навчального предмета «Математика» для початкових класів / Е.І. Александрова // Програма розвиваючого навчання (Система Ельконіна Д.Б. - Давидова В.В.) .- M .: Віта-Пресс, 2002.

2. Баврін, І.І. Цікаві завдання з математики / І.І. Баврін, Е.А. Фрібус.- М .: ВЛАДОС, 2003.

3. Баврін, І.І. Цікаві завдання з математики / І.І. Баврін, Е.А. Фрібус.- М, 1999..

4. Баврін, І.І.Старінние завдання. / І.І. Баврін, Е.А. Фрібус.-М., 1994.

5. Бантова, Н.А., Бельтюкова, Г.В. Методика викладання математики в початкових класах: Навчальний посібник для учнів шкіл. відділень пед.учіліщ. (Спец. № 2001) / Под ред. М.А. Бантова - 3 вид., Испр. - М .: Просвещение, 1984. - 335с.

6. Бєлов, В.Н. Головоломки з близької дали .// Компьютерра 2000 №1.

7. Гальперін, П.Я. Введення в психологію / П.Я. Гальперін.- М .: Фенікс, 1999..

8. Груденов, Я.І. Психолого-дидактичні основи методики навчання математики [Текст] / Я.І. Груденов.- М .: Педагогіка, 1987.

9. Депнан, І.Я. Історія арифметики. М, 1965. - І. Я. Депнан

10. Дорофєєв, Г.В. Гуманітарно-орієнтований курс - основа навчального предмета «Математика» в загальноосвітній школі / Г.В. Дорофєєв // Математика в шк.- 1997.- № 4.- C. 37-38.

11. Зільберберг, Н.І. Урок математики. Підготовка і проведення / Н.І. Зільберберг.- М .: Просвещение, 1987.

12. Колягин, Ю.М. Російська школа і математичну освіту: Наша гордість і наш біль / Ю.М. Колягін.- М .: Просвещение, 2001..

13. Леман, І. Захоплююча математика. - М., 1985.

14. Леонтьєв, О.М. Діяльність. Свідомість. Особистість / О.М. Леонтьев.- М .: Педагогіка, 1983.

15. Манвелов, С.Г. Конструювання сучасного уроку математики / С.Г. Манвелов.- М .: Просвещение, 2002.

16. Методика і технологія навчання математики. Курс лекцій: посібник для вузів / під ред. Н.Л. Стефанової, Н.С. Подходовой.- М .: Дрофа, 2005.

17. Нємов, Р.С. Загальна психологія / Р.С. Немов.- М .: Владос, 2001..

18. Нестеренко, Ю.В / .Cтарінние цікаві завдання. - 2-е изд., Испр. /., С.Н Олеснік., М.К. Потапов - М: Наука. Головна редакція фізико-математичної літератури, 1988. - 160 с.

19. Нікольський, / М.М. Потапов - 5-е изд., Дораб.- М .: Просвещение, 2005.

20. Олехнік, С.Н. Старовинні цікаві завдання / С.М. Олехнік, Ю.В. Нестеренко, М.К. Потапов М .: Дрофа, 2002.

21. Полякова, Т.С. Зародження вітчизняної методики математики на рубежі XVIII-XIX ст. / Т.С. Полякова // Математика в шк.- 2000.- № 9.- С. 15-16.

22. Попов, Г.Н. Збірник історичних завдань з елементарної математики. М. - Л .: Головна редакція науково популярної та юнацької літератури, 1938.

23. Репкина, Г. В. Заїка Е. В. Оцінка рівня сформованості навчальної діяльності. На допомогу вчителю початкових класів. - Томськ «Пеленг». - 1993. - 63 с.

24. Саранцев, Г. І. Методика навчання математики в середній школі: Учеб. посібник для студентів мат. спец. пед. вузів і ун-тів / Г.І. Саранцев.- М .: Просвещение, 2002.

25. Сендер, А. Н.Нічішіна, Т. В. Історичний матеріал на уроках у початковій школі. - Мінськ: Пачатковая школа, 2010 - 144 с.

26. Сухін, І.Г. Цікаві матеріали: початкова школа. - М .: ВАКО, 2004. - 240 с. (Майстерня вчителя).

27. Тализіна, Н.Ф. Формування пізнавальної діяльності учнів / Н.Ф. Тализіна.- М .: Просвещение, 1983.

28. Фрідман, Л. Як навчитися вирішувати завдання? / Л.М. Фрідман, Е.Н. Турецкій.- М .; Воронеж, 1999..

29. Фрідман, Л. Основи проблемологіі / Л.М. Фрідман.- М .: Синтег, 2001..

30. Фрідман, Л. Психологія дітей і підлітків / Л.М. Фрідман.- М .: изд-во ін-ту психотерапії, 2003.

31. Фрідман, Л. Психолого-педагогічні основи навчання математики: Посібник для вчителів, методистів і педагогічних вищих закладів / Л.М. Фрідман.- М .: Флінта, 1998..

32. Фрідман, Л. Сюжетні задачі з математики. Історія, теорія, методика: Учеб. сел. для вчителів і студентів педвузів і коледжів / Л.М. Фрідман.- М .: Шкільна преса, 2002.

33. Фрідман, Л. Теоретичні основи методики навчання математики: Посібник для вчителів, методистів і педагогічних вищих закладів / Л.М. Фрідман.- М .: Флінта, 1998..

34. Чистяков, В.Д. Старовинні завдання з елементарної математики. - 3-е изд., Испр. - Мінськ: «Вища школа», 1978. - 272 с.

35. Штейнгаус, Г. Сто завдань: пров. з пол. - 3-е изд., Стереотипні. - М .: Наука, 1982, 168 с.

**Додатки**

Додаток А

Завдання з математики з використанням історичного матеріалу.

1. З давніх-давен вважалося, що друзями можуть бути ті люди, які разом з'їдять пуд солі. За скільки часу 2 людини можуть з'їсти пуд солі, якщо відомо, що добова норма споживання солі на одну людину - 10 грамів? (Пуд = 16 кг)

2. Чотири пуди макулатури зберігають одне дерево, яке росте 50-60 років. Скільки дерев ми збережемо, якщо назбираємо 16 пудів макулатури? (1 пуд = 16 кг)

3. Тим, хто вирушає в далеку подорож, кажуть: щасливої дороги! А тим, хто йде у велике плавання - 7 футів під кілем. Кіль - це нижня частина корабля. Знайдіть яку, знаючи, що 1 фут = 30 см.

4. Ви всі добре знаєте казку Г.-Х. Андерсена "Дюймовочка". Обчисліть зростання цієї дівчинки, знаючи, що фут = 12 дюймів = 305 мм.

5. Розділіть полтину на половину.

6. Довжина колоди 5 аршин. В одну хвилину від цього колоди відпилюють по одному аршину. За скільки хвилин буде розпиляно колоду?

7. Канат довжиною 11 аршинів робочі розрізали на 2 частини так, що в одній з них виявилося стільки вершків, скільки в інший дюймів. Якої довжини кожен шматок?

8. У XVI столітті на території Білорусі монету називали "талер". Яка її маса, якщо відомо, що в 5 таких монетах150 грамів?

9. У 1735 р батько і син Моторин відлили дзвін Цар-дзвін. Його маса була 12 000 пудів. Найбільші китайські дзвони мали масу не більше 3000 пудів. У скільки разів Цар-дзвін важче найбільшого китайського дзвони?

10.Когда про кого-небудь хочуть сказати, що він мало їсть, кажуть: "Він їсть, як пташка". Але таке порівняння дуже невдало. У цьому можна переконатися на такому прикладі. Пташка малиновка, яка важить 21 золотник, протягом дня здатна з'їсти таку кількість земляних черв'яків (кожен з яких довжиною 1 дюйм, важить 1/4 зо-ика), що всі вони, будучи розкладені на землі, витягнулися б сажні. Яка маса черв'яків, що з'їдаються пташкою за день? Порівняйте її з масою самої пташки.

Додаток В

Фрагменти уроків математики з історичним матеріалом

Тема: Закріплення знань таблиці старовинних мірил. Повторення орфографічних правил.

Фрагмент інтегрованого уроку (математика)

Цілі: закріпити знання таблиці старовинних мірил; повторити основні орфографічні правила; розвивати мовлення; прищеплювати інтерес до історії математики.

-Сьогодні у нас незвичайний урок математики, - говорить вчитель, - ми не тільки закріпимо знання старовинних російських заходів, будемо вирішувати завдання з їх використанням, а й повторимо орфографічні правила.

Запитання і завдання:

Запишіть прислів'я: «Від слова до справи - бабусина верста».

Коли ми можемо почути цю прислів'я? Що вона означає?

Згадайте, чому дорівнює верста в метричній системі мір.

Які ще прислів'я з цим заходом довжини ви знаєте?

Знайдіть орфограмму в слові "верста".

Яке правило треба знати, щоб перевірити безударную голосну в корені слова?

Учитель вивішує на дошку таблицю і пропонує (по рядах) її заповнити (можна ускладнити завдання, запропонувавши записати заходи в порядку зростання або зменшення):

Після заповнення таблиці представник кожного ряду повинен зробити коротке повідомлення по своїй групі заходів.

Учитель пропонує дітям вирішити задачу з оповідання Антона Чехова «Репетитор»: «Купець за 540 рублів купив 138 аршин чорного і синього сукна. Питається, скільки аршин він купив того і іншого, якщо синє сукно коштувало 5 рублів за аршин, а чорне - 3 рубля? »

Один з учнів за бажанням вирішує завдання з поясненням біля дошки.

- У задачі, - каже вчитель, - зустрілася така старіннаямера довжини, як аршин. Давайте запишемо фразеологізми, в яких вживається цей захід, і пояснимо їх значення: «аршин сшапкой», «бачити на три аршини в землю», «як ніби аршин проковтнув», «міряти на свій аршин». За допомогою вчителя діти розкривають сенс записаних фразеологізмів.

- Давайте складемо і запишемо декілька пропозицій з цими фразеологізмами.

Учні записують пропозиції, коментують зустрічаються орфограми.

Складіть рівності і нерівності з записаних на доскестарінних російських заходів: 1 бочка, 1 відро, 10 штофів, 1 пуд, 1 золотник, 40 відер.

У словах знайдіть орфограми і поясніть їх написання, придумайте свої приклади на кожне правило, запишіть.

В кінці уроку пропонується творче завдання. Клас ділиться на кілька підгруп: художники, літератори, математики, фантазери. Вибір групи здійснюють самі учні. Художникам пропонується намалювати старовинні російські заходи, літераторам - придумати про них загадки, математикам - скласти завдання з використанням старовинних російських заходів, фантазерам - придумати свої заходи і пояснити, де і з якою метою їх можна використовувати.

Елементи історії математики при вивченні цілих невід'ємних чисел

Тема: Мільйон. клас мільйонів

Яке б велике число не було названо, додавши до нього одиницю, отримаємо число ще більше. Найбільше число назвати неможливо, т. К. Ряд натуральних чисел нескінченний. Люди дуже довго не могли зрозуміти це. Спочатку вони вміли рахувати тільки до двох, а все інше вони називали словом «багато».

Найбільше освоєний число натурального ряду, що межує з нелічена, часто набувало особливого ореол чудесного і служило підставою для виникнення забобонів. З яким числом пов'язана найбільша кількість забобонів? Напевно, з числом 13. Його називають "чортовою дюжиною".

Забобонні люди вважають це число нещасливим, відчувають перед ним панічний страх і намагаються уникати його. До революції в Петербурзі не було тринадцятого маршруту. У Лондоні в 1930 р міській владі було подано клопотання з підписами значного числа жителів про зняття з їхніх будинків тринадцятий номерів. Не було свого часу таких номерів на будинках і у Львові. Навіть тепер в деяких американських висотних будинках немає 13-го поверху, в готелях немає 13-го номера. Колись в Парижі існували контори для доставки «чотирнадцятого», якщо де-небудь на обіді зібралися виявилася «чортова дюжина».

Однак для слов'янських народів число 13 було звичайнісіньким. Наші предки навіть храми будували з 13 куполами. Трінадцатіглавой храмами були перший Софійський собор в Новгороді, Київська Софія, храм в Полоцьку.

Забобони, пов'язані з числом 13, з'явилися за часів виникнення Дванадцяткова системи числення. Число 12 має власні дільники 2, 3, 4, 6, що при низькому рівні обчислень в давнину давало великі переваги. А ось з числом 13 були одні неприємності, т. К. Воно просте і ділиться тільки на себе і 1. Існували труднощі і при складанні календаря. Наприклад, у Вавилоні рік містив 12 місячних місяців, що становлять 354 дня і залишок 11-12 днів. Останній треба було кудись подіти, і тому доводилося кожні три роки вводити тринадцятий місяць, через що люди платили додатковий податок. Крім того, в нумерації древніх євреїв число 13 позначали буквою М, цієї ж буквою починалися слова «смерть», «мрець». Все це послужило джерелом створення легенд про число 13.