

**Міністерство освіти і науки України**  
**Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя**  
**Навчально-науковий інститут точних наук і економіки**  
**Кафедра інформаційних технологій і аналізу даних**

*Середня освіта(Математика)*  
*014.04 Середня освіта (Математика)*

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**

на здобуття освітнього ступеня *магістр*

**Оцінювання математичної грамотності у PISA : уроки для школи**

Студентки **Пальчуківської Альони Юріївни**

Науковий керівник:  
Лісова Тетяна Володимирівна,  
канд. фіз.-мат. наук, доцент

Рецензенти:

Зінченко Надія Мусіївна,  
доктор фізико-математичних наук

Казачков Іван Васильович,  
доктор технічних наук, професор

Допущено до захисту \_\_\_\_\_  
Зав. кафедри, доктор технічних наук,  
професор \_\_\_\_\_  
Казачков І.В.

*Ключові слова:* PISA, математика, вчитель, навчання

*Keywords:* PISA, mathematics, teacher, teaching

Анотація  
кваліфікаційної роботи на тему:

«Оцінювання математичної грамотності у PISA : уроки для школи»

Студентка Пальчуківська Альона Юріївна  
Науковий керівник Лісова Тетяна Володимирівна  
Рік захисту 2019

Метою даної магістерської роботи є обґрунтування теоретичних та практичних засад оцінювання компетентнісних характеристик учнів у сфері математики з використанням методології PISA.

У першому розділі розкриваються теоретичні аспекти впровадження PISA у практику оцінювання знань учнів з математики: описується сутність PISA та її особливості, критерії оцінювання математичної грамотності учнів в системі PISA.

У другому розділі розглядаються особливості оцінювання математичних PISA компетентностей: уроки PISA для вчителів математики та характеристика рамкової документації з математики у PISA – 2021.

У третьому розділі розкриваються перспективи використання PISA у процесі використання оцінювання знань з математики, а саме напрями оцінювання PISA у інноваційному розвитку освіти, шляхи формування та набуття ключових компетентностей учнів на уроках математики та проектування завдань з математики, які базуються на підходах, рекомендованих PISA.

За результатами роботи зроблено висновки та пропозиції. Результати анкетування PISA-2021 забезпечить політиків, освітян, дослідників і всі інші зацікавлені сторони в країнах, які братимуть участь у наступному циклі дослідження, важливою інформацією про результати їхніх систем освіти які з погляду навчальних досягнень, так і з погляду ставлення до навчання. Отримати повну картину з досліджуваною інформацією дозволить кінцеве узагальнення результатів дослідження PISA, а саме математичного тестування й анкетування щодо ставлення, емоцій і переконань учнів/студентів —

чинників, які зумовлюють застосування ними математичної грамотності, а також щодо впливу на навчання математики чотирьох вище описаних інновацій дослідження PISA-2021.

Робота містить 5 малюнків, 1 таблицю та 1 діаграму.

#### Annotation

qualification work on the topic:

“Assessing Mathematical Literacy in PISA: Lessons for School”

Student Palchukivska Aliona Yuriivna

Scientific adviser to Lisova Tatiana Volodymyrivna

2019 protection year

The purpose of this master's thesis is to substantiate the theoretical and practical foundations of assessing the competencies of students in mathematics using PISA methodology.

The first section describes the theoretical aspects of implementing PISA in the practice of assessing students' knowledge of mathematics: describes the essence of PISA and its features, criteria for assessing students' mathematical literacy in the PISA system.

The second section discusses the peculiarities of assessing mathematical PISA competencies: PISA lessons for mathematics teachers and the characterization of mathematical framework documentation in PISA - 2021.

The third section outlines the prospects for using PISA in the process of using mathematics knowledge assessment, namely the areas of PISA assessment in innovative educational development, ways of forming and acquiring key competencies for students in mathematics lessons, and designing PISA-based math problems.

Based on the results, conclusions and suggestions are made. The results of the PISA-2021 survey will provide policy makers, educators, researchers and all other stakeholders in the countries participating in the next study cycle with important information on the results of their educational systems, both in terms of educational achievement and in terms of attitudes towards learning. Getting a complete picture with the information being researched will allow a final synthesis of the PISA results, namely mathematical testing and questioning of the attitudes, emotions and beliefs of students / students, the factors that determine their use of mathematical literacy, as well as the impact on mathematics teaching of the four studies PISA-2021.

The work contains 5 drawings, 1 table and 1 diagram.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ PISA У ПРАКТИКУ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ УЧНІВ З МАТЕМАТИКИ.....	9
1.1 Сутність PISA та її особливості.....	9
1.1.1. PISA та «PISA для розвитку» (PISA-D).....	15
1.2 Критерії оцінювання математичної грамотності учнів в системі PISA.....	20
РОЗДІЛ 2. ОСОБЛИВОСТІ ОЦІНЮВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ PISA КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ.....	29
2.1 Уроки PISA для вчителів математики.....	30
2.1.1. Використання PISA для підтримки вчителів математики.....	33
2.2 Характеристика рамкової документації з математики у PISA-2021.....	39
РОЗДІЛ 3. ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ PISA У ПРОЦЕСІ ВИКОРИС- ТАННЯ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ З МАТЕМАТИКИ.....	45
3.1. Напрями оцінювання PISA у інноваційному розвитку освіти.....	45
3.2. Шляхи формування та набуття ключових компетентностей учнів на уроках математики.....	47
3.3. Проектування завдань з математики, які базуються на підходах рекомендованих PISA.....	54
ВИСНОВКИ ТА ПРОПОЗИЦІЇ.....	62
ЛІТЕРАТУРА.....	67
ДОДАТКИ.....	68

## ВСТУП

Актуальність теми дослідження визначається можливостями використання програми PISA у розвитку системи оцінювання компетенцій учнів у сфері математичної грамотності. У 2016 році відбулося приєднання України до одного з найбільш авторитетних у світі міжнародних проектів дослідження якості освіти PISA (Program for International Student Assessment — Міжнародна програма оцінювання (вимірювання) учнів). PISA працює за трирічним циклом починаючи з 1990 року і спочатку була орієнтована на країни ОЕСР, які представляють собою найбільш потужні економіки світу, а в даний момент охоплює більш широке коло — близько 70 країн світу. На сьогодні програма PISA має величезний вплив на розвиток національних освітніх систем у всьому світі.

Важливість використання PISA у освітньому процесі може сприяти підвищенню його результативності в цілому, та у сфері математики зокрема. Варто додати, що пріоритети і перспективи впровадження PISA залежать від обізнаності, фаховості і ставлень освітянської спільноти і громадянського суспільства. Для цього слід добре проаналізувати і осмислити філософію, завдання і мету проекту PISA, його інструментарій, методологію дослідження та інтерпретацію результатів досліджень. Інакше Україна може перетворитись в один з об'єктів дослідження, а замість того, щоб самій аналізувати світовий досвід і шукати органічні напрямки вдосконалення власної системи освіти — задовольнятися приписами міжнародних експертів, які при всій повазі до них не можуть досягнути стан і особливості української системи освіти так, як це можуть робити зацікавлені вітчизняні фахівці.

Міжнародні порівняльні дослідження оцінювання якості освіти давно увійшли в практику обов'язкових заходів щодо аналізу стану освіти в країнах світу. Деякі країни, наприклад Німеччина, використовують їх як ядро моніторингових систем, вибудовуючи власні інструменти моніторингу на

основі даних таких досліджень, інші, зокрема Польща, застосовують їх результати як одну з багатьох складових програми з вивчення якості освіти. Країна, зацікавлена в участі у таких дослідженнях, може обрати одне або декілька — зі значного переліку: TIMSS, PIRLS, PISA, CIVIC, ICILS тощо. Усі вони значно відрізняються за направленістю, змістом, організацією, періодичністю тощо, об'єднує ці дослідження те, що всі вони можуть бути використані як каталізатор удосконалень освітніх систем, дзеркало, у якому можна побачити освітню систему своєї країни крізь системи інших країн. Початком цієї магістерської роботи стала стаття «Уроки PISA для вчителів математики», яка пройшла апробацію та стала фундаментальною основою подальшого дослідження.

Перспективні можливості реалізації програми PISA визначається рядом сильних сторін, серед яких - ретельне подолання учнями труднощів шкільної програми з математики, а також рядом змін, спрямованих на відповідність міжнародним тенденціям. Тести PISA вимірюють математичну грамотність. Завдання тестів відносяться до математики повсякденному житті і включають такі завдання, для вирішення яких не потрібно вивчати математику як структуру. У розвинутих країнах, де програму PISA було вже давно імплементовано, усі завдання спрямовані на розуміння математичних понять і співвідношень. Найбільші труднощі для студентів - побудувати доказ. Це можна пояснити, оскільки шкільна математика не має справи з математикою як структурою. Оцінювання компетенцій з математики за програмою PISA має ряд сильних сторін у підготовці вчителів: а) підтримання високого рівня кваліфікації в системі освіти вчителів; б) можливість набирати мотивованих студентів; в) забезпечення вчительської практики в школах практики при університетах. Безперервність реалізації програми PISA має дві перспективні сторони також і для викладачів з математики: а) вибір професії вчителя на все життя; б) зниження частоти зміни школи. Професія вчителя одна з найбільш популярних серед абітурієнтів університетів, особливо професія вчителя початкової школи, на яку набирають добре мотивованих студентів.

Крім оцінки предметних компетентностей, PISA також досліджує різноманітні аспекти життя учнів, які беруть участь у Програмі. Для цього учні та їх батьки, відповідають на запитання спеціально розроблених анкет. Зібрані за допомогою анкетування дані допомагають визначати фактори та чинники, що впливають на рівень навчальних досягнень учнів у світі (як то: міграційні процеси, гендерна політика, соціально-економічний стан, піклування і підтримка з боку батьків, навчання в ранньому дитинстві, мотивація до навчання, а також здатності регулювати свою власну навчальну поведінку, залучення до читання, інтерес до математики або задоволення від науки, повага до інших, тощо). Вчителі та адміністрація шкіл також заповнюють анкети, за якими можна отримати інформацію про зв'язок результатів учнів з рівнем і якістю викладання, навчання та організації шкіл (як то: кваліфікація вчителів, ефективно організовані навчальні плани, практики викладання, час на навчання та навчальні можливості як всередині школи, так і поза її межами, контроль якості шкільних процесів, їх моніторинг, лідерство та шкільне управління, залучення батьків до участі в шкільному житті, мікроклімат у школі, взаємодія та взаємна підтримка, показники рівня відсіву в школах тощо). Уся зібрана інформація дозволяє провести детальне вивчення чинників, які зумовлюють відмінності в читацькій, математичній і природничій грамотності учнів 15-ти років як у межах кожної країни, так і порівняно з іншими країнами, зрозуміти сильні та слабкі сторони системи освіти своєї країни та визначити шляхи для її покращення.

Математична грамотність, яка у PISA розглядається як здатність особи до визначення й усвідомлення ролі математики в сучасному світі, надання добре обґрунтованих суджень, уміння використовувати математику в особистих цілях і в суспільному житті, була у фокусі дослідження уже два рази (у 2003 та 2012 роках). У наступному циклі 2021 року, коли Україна теж планує брати участь, математика буде провідною предметною галуззю. Щоб краще розуміти ситуацію в Україні, варто ознайомитися з результатами та висновками міжнародних організацій на основі попередніх досліджень та зробити певні

висновки щодо підходів у викладанні математики. Метою даної роботи є пошук та вивчення інформації про уроки, які отримали вчителі математики інших країн від участі у PISA.

**Мета та завдання дослідження.** Метою магістерської роботи є обґрунтування теоретичних та практичних засад оцінювання компетентнісних характеристик учнів у сфері математики з використанням методології PISA.

Досягнення мети дослідження передбачає вирішення таких **завдань**:

- визначити сутність та особливості реалізації програми PISA;
- охарактеризувати основні етапи впровадження програми PISA в Україні;
- дослідити проблемні аспекти реалізації програми PISA;
- обґрунтувати перспективні напрямки подальшого впровадження програми PISA в Україні.

**Об'єктом дослідження** є процес оцінювання математичної грамотності у PISA.

**Предметом дослідження** є теоретичні засади та практичні підходи до оцінювання математичної грамотності у PISA в середній школі.

**Методи дослідження.** В процесі виконання роботи було використано загально-наукові та спеціальні методи дослідження. Загальнонаукові методи базуються на використанні підходів індукції, дедукції, аналізу та синтезу, оціночних досліджень (анкетного опитування). Практичні методи дослідження включають інструменти експертних оцінок, економіко-статистичні та графічні процедури аналізу.

**Інформаційне забезпечення роботи.** В процесі виконання роботи було використано нормативно-правові акти України, монографії, підручники, періодичні видання та джерела Інтернет. У процесі оцінки практичних аспектів впровадження PISA в Україні використано інформацію анкетного опитування вчителів з математики, які були проведені автором.

**Структура роботи.** Робота складається зі вступу, 3 розділів, висновків, списку використаних джерел (у кількості 12 найменувань) та додатків. Обсяг роботи становить 74 сторінки друкованого тексту.



## РОЗДІЛ 1

### ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ PISA У ПРАКТИКУ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ УЧНІВ З МАТЕМАТИКИ

#### 1.1. Сутність PISA та її особливості

Порівняльні дослідження якості освіти ввійшли в практику обов'язкових заходів, спрямованих на аналіз стану освіти в різних країнах світу.

Міжнародна програма з оцінювання освітніх досягнень учнів (англ. *Programme for International Student Assessment, PISA*) — міжнародне дослідження, координоване ОЕСР (організацією економічного співробітництва та розвитку, англ. *Organisation for Economic Cooperation and Development, OECD* — міжнародна організація, що об'єднує 34 країни світу, більшість з яких є країнами з високим доходом громадян та високим ІРЛП і розглядаються як розвинені). Її метою є отримання порівнюваних даних про рівень знань і вміння їх застосовувати на практиці учнів, віком 15 років, визначення тенденцій у результатах освітніх програм різних країн; чинників, що впливають на рівень навчальних досягнень учнів у світі, з метою підвищення якості викладання і організації систем освіти [6].

Починаючи з 2000 року, дослідження проводиться раз на три роки й спрямоване на оцінювання систем освіти в різних країнах світу на підставі тестування 15-річних учнів. У 2018 році Україна вперше взяла участь, серед близько 80 країн світу, у програмі міжнародного оцінювання учнів PISA, що проводиться під егідою Організації економічного співробітництва і розвитку (ОЕСР). Дослідження має на меті визначити, наскільки учень зможе використовувати знання і уміння, що їх отримано в школі, та наскільки в учнів розвинена здатність:

- до читання, розуміння й інтерпретації різноманітних текстів, з якими вони матимуть справу в повсякденному житті;

- до використання знань і умінь з математики у подоланні різноманітних життєвих викликів і проблем, пов'язаних із математикою;
- до використання знань і умінь з природничих наук для розв'язання різноманітних життєвих проблем, пов'язаних із певними науковими ситуаціями.

PISA досліджує різноманітні аспекти життя учнів, які беруть участь у програмі, збирає інформацію про школи. Проводиться опитування адміністрацій шкіл та інших структур, причетних до управління освітою, які надають інформацію для аналізу отриманих учнями результатів в контексті рівня і якості викладання, навчання та організації шкіл (наприклад: кваліфікація вчителів, ефективно організовані навчальні плани, практики викладання, час на навчання та навчальні можливості як всередині школи, так і поза її межами, контроль якості шкільних процесів, їх моніторинг, лідерство та шкільне управління, залучення батьків до участі в шкільному житті, мікроклімат у школі, загальні цінності, очікування високих досягнень, взаємодія та взаємна підтримка, показники рівня відсіву в школах тощо). Ця інформація необхідна для того, щоб провести детальне вивчення чинників, які зумовлюють відмінності в читацькій, математичній і природничій грамотності учнів 15-ти років як у межах країни, так і порівняно з іншими країнами.

Для країн-учасниць можливі дві форми участі – комп'ютерна і паперова. Україна братиме участь у паперовій версії, тому всі варіанти тестових буклетів та опитувальників заповнюватимуться учнями вручну.

В Україні учні проходять тестування впродовж 2-х годин, працюючи з одним із 13 тестових зошитів. Примірники кожного тестового зошиту надаються великій кількості учасників тестування, щоб можна було здійснити порівняльний аналіз результатів тестування як у межах однієї країни, так і серед усіх країн-учасниць.

Дослідження зосереджується не на знанні програмного матеріалу, а на усвідомленні загальних принципів та ідей наукової теорії, здатності до використання отриманих у школі знань і умінь у реальних життєвих ситуаціях.

Завдяки дослідженню країни мають змогу отримати:

- узагальнене досє про сформованість читацької, математичної та науково-природничої грамотності 15-річних підлітків;
- змістовні індикатори, пов'язані з характеристиками шкіл та учнів;
- індикатори, які показують, як змінилися результати країни-учасниці;
- інформацію, значущу для прийняття рішень у галузі освітньої політики та різноманітних освітніх досліджень.

PISA з кожним роком охоплює все більше і більше проблем у викладанні. Знаходити способи вирішення на міжнародному рівні, розглядаючи найдетальніші аспекти допомагає робота над журналом «PISA in Focus».

«PISA in Focus» - це низка стислих щомісячних конспектів, орієнтованих на освітні політики, розроблені для опису теми PISA. На сьогодні PISA опублікували 98 номерів таких журналів. Кожен з них зображає силу впливу від незначних, як багато кому могло б здатись з першого погляду, до суттєвих проблем допущених при викладанні вчителями читання, математики або природничих наук. Всі продукти PISA публікуються у розділі Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 IGO (CC BY-NC-SA 3.0 IGO).

Окрім оцінки предметних компетентностей, PISA також досліджує різноманітні аспекти життя учнів, які беруть участь у Програмі. Для цього учні та їх батьки, відповідають на запитання спеціально розроблених анкет. Зібрані за допомогою анкетування дані допомагають визначати фактори та чинники, що впливають на рівень навчальних досягнень учнів у світі (як то: міграційні процеси, гендерна політика, соціально-економічний стан, піклування і підтримка з боку батьків, навчання в ранньому дитинстві, мотивація до навчання, а також здатності регулювати свою власну навчальну поведінку, залучення до читання, інтерес до математики або задоволення від науки, повага

до інших, тощо). Вчителі та адміністрація шкіл також заповнюють анкети, за якими можна отримати інформацію про зв'язок результатів учнів з рівнем і якістю викладання, навчання та організації шкіл (як то: кваліфікація вчителів, ефективно організовані навчальні плани, практики викладання, час на навчання та навчальні можливості як всередині школи, так і поза її межами, контроль якості шкільних процесів, їх моніторинг, лідерство та шкільне управління, залучення батьків до участі в шкільному житті, мікроклімат у школі, взаємодія та взаємна підтримка, показники рівня відсіву в школах тощо).

В «PISA in Focus N°98» за предмет уваги розглядають питання вибору шкіл. Практично у всіх шкільних системах учні призначаються до державних шкіл, принаймні частково, за домашньою адресою. Завдяки цій політиці учнів зазвичай призначають до школи, яка знаходиться найближче до їхнього будинку. Головною метою ставлять уникнення довгих та витратливих маршрутів.

У багатьох країнах, що беруть участь у PISA, розподіл студентів до школи в 2015 році менше залежав від місця проживання, ніж у 2000 році. PISA запитала директорів шкіл про критерії, які використовуються для вступу до школи. У 2015 році в середньому по всій ОЕСР 42% учнів відвідували школу, директор якої повідомив, що "проживання завжди розглядається, коли учнів приймають до школи». Ця частка була особливо великою в деяких країнах. Наприклад, більше, ніж 60% студентів у Канаді, Фінляндії, Греції, Норвегії, Польщі, Португалії, Російській Федерації, Іспанії, Швейцарії та США відвідували школи, які використовують спеціальний критерії проживання. Навпаки, менше 20% студентів у Бельгії, Болгарії, Чилі, Гонконгу, Угорщині, Японії, Нідерландів, Мексиці, Перу та Румунії відвідували такі школи.

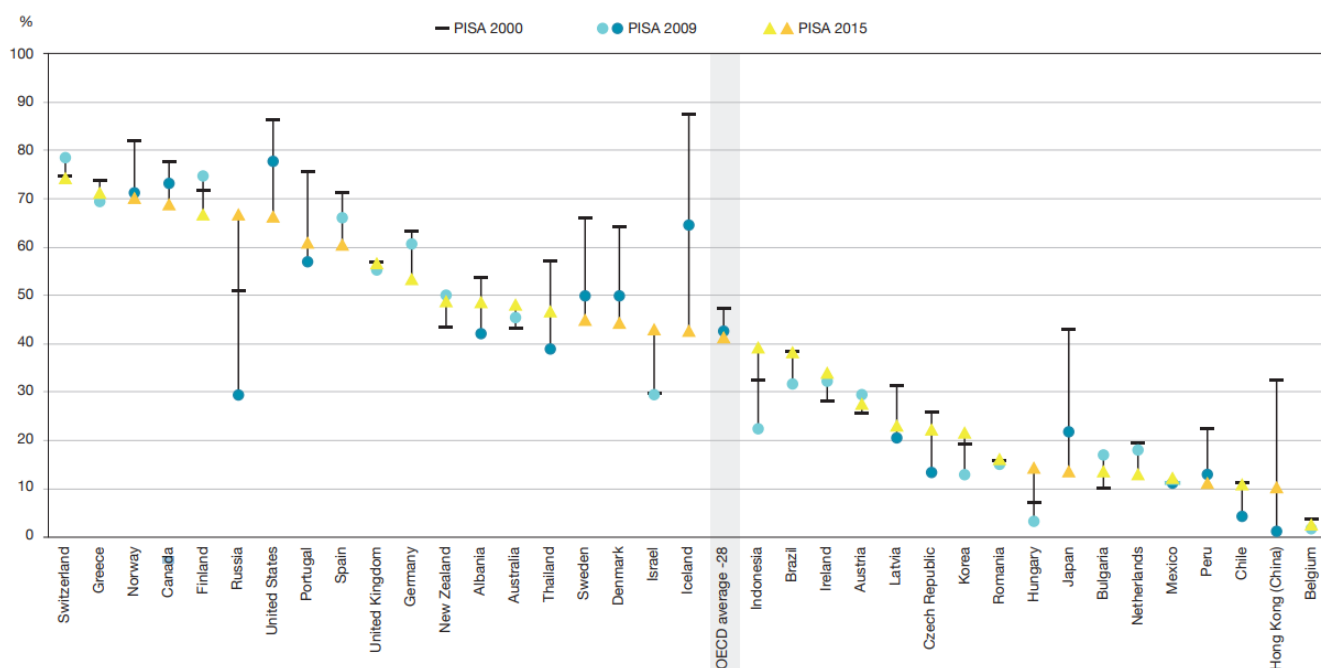
Більш низька щільність населення в деяких районах або обмежений доступ до транспорту чи шкіл можуть призвести до більш міцного зв'язку між місцем проживання та школою. Різний рівень шкільного навчання також може вплинути на міцність цього зв'язку: у деяких країнах модальний клас 15-річних (вік, у якому учні здають тест PISA) відповідає нижчій середній школі, тоді як в

інших країнах - це відповідає рівню середній школі - і політика прийому на основі проживання більш широко використовується в колишній групі шкіл.

Але цілеспрямована політика вибору школи, наприклад, політика відкритого зарахування в Бельгії, Чилі, Нідерландах та Сінгапурі також впливають на це посилення. Навіть у країнах, які мають довгу історію політики вибору школи, частка учнів у школах, які використовують спеціальні критерії прийому на основі проживання зменшилися з моменту оприлюднення перших результатів PISA у 2000 р.

Відсоток учнів, які навчаються в школах, які використовують критерії проживання, в Данії сягнув 20 чи більше в Гонконгу (Китай), Ісландії, Японії, Швеції та США між 2000 та 2015 роками. Цей відсоток значно зріс лише у чотирьох країнах: Угорщині, Ізраїлі, Люксембурзі та Російській Федерації.

Зміна між 2000 та 2015 роками в навчальних закладах на основі проживання:



Малюнок 1.1.1

(на малюнку показані лише країни, що мають доступні дані у 2000, 2009 та 2015 роках)

Примітки: Усі аналізи обмежуються школами з модальним рівнем ISCED для 15-річних учнів.

Статистично значущі відмінності між 2000 та 2009 роками показані темно-синім кольором. Статистично значущі відмінності між 2000 та 2015 роками показані помаранчевим кольором.

Середній показник OECD-28 посилається на середнє арифметичне для всіх країн ОЕСР з наявними даними з 2000 по 2015 роки. Країни та економіки класифікуються в порядку зменшення відсотків учнів, які навчаються в школах, в яких завжди розглядали проживання для вступу в 2015 році.

Міжнародне дослідження має на меті визначити, наскільки учень зможе використовувати знання і уміння, отримані в школі, у різних життєвих обставинах. Воно зосереджується не на знанні програмного матеріалу, а на усвідомленні загальних принципів та ідей наукової теорії, здатності до використання отриманих у школі знань і умінь у реальних життєвих ситуаціях. PISA досліджує, наскільки в учнів розвинена здатність до читання, розуміння й інтерпретації різноманітних текстів, з якими вони матимуть справу в повсякденному житті; до використання знань і умінь з математики; до використання знань і умінь з природничих наук для розв'язання різноманітних життєвих проблем.

Уся зібрана інформація дозволяє провести детальне вивчення чинників, які зумовлюють відмінності в читацькій, математичній і природничій грамотності учнів 15-ти років як у межах кожної країни, так і порівняно з іншими країнами, зрозуміти сильні та слабкі сторони системи освіти своєї країни та визначити шляхи для її покращення та розвитку.

Ініціатива PISA має на меті заохотити та сприяти участі в PISA зацікавлених та мотивованих країн із низьким та середнім рівнем доходу. Понад 80 країн беруть участь в PISA, це сприяє досягненню мети сталого розвитку освіти для якості та справедливості результатів навчання для дітей, молоді та дорослих. Та з кожним роком кількість країн збільшується та викладання покращується, бо тести для шкіл, що базується на PISA, дають оцінку ефективності на рівні школи та інформацію про навчальне середовище та ставлення учнів, зібрані з анкетування учнів.

### 1.1.1 PISA та «PISA для розвитку» (PISA-D)

Протягом останніх двох десятиліть програма ОЕСР для міжнародних студентів, PISA, стала провідним світовим орієнтиром для оцінки якості, справедливості та ефективності шкільних систем. Визначаючи характеристики системи освіти, що працює на високому рівні та вдосконалює, PISA дозволяє урядам та викладачам визначити ефективну політику, яку вони можуть адаптувати до свого місцевого контексту. Зараз PISA використовується системою ООН як основне джерело даних для моніторингу прогресу в напрямку Цілей Сталого розвитку (ЦСР, англ. Sustainable Development Goals, SDG), встановлені міжнародною спільнотою як план досягнення кращого і стійкішого майбутнього для всіх.

Основна увага приділяється «PISA для розвитку» (PISA-D), останньої з оцінок ОЕСР, щоб зробити PISA більш доступним та актуальним для країн з низьким і середнім рівнем доходу. ОЕСР вдосконалили інструменти PISA, щоб вони орієнтувались на коло студентів, на продуктивність у цих країнах. Вони також збирали довідкову інформацію, щоб зафіксувати, як навчаються учні, а викладачі як викладають; як школи функціонують у цих контекстах.

PISA-D також допомогла країнам-учасницям наростити свій потенціал управління проведенням масштабних оцінок та використання результатів для підтримки національного політичного діалогу та формування політики в галузі освіти.

Країни, що беруть участь у PISA-D, продемонстрували велику сміливість в усьому світі, а також тверду прихильність до розуміння результатів. Усі досягли стандартів технічної якості для проведення опитування, які ОЕСР створили для найсучасніших систем освіти. Деякі навіть досягли результатів набагато кращих, за ті, який рівень ресурсів вони могли дозволити собі інвестувати .

Висвітливо деякі результати PISA-D у семи країнах-учасницях

з Африки, Латинської Америки та Азії. Результати висвітлюють важливі освітні завдання, які цим країнам довелося вирішити: лише близько 23% студентів у рамках PISA-D країн досягають принаймні мінімального рівня вміння читати, порівняно з ОЕСР - в середньому ОЕСР 80%. Результати PISA-D також говорять про те, що можливо зробити в освіті країни-учасниці та виділяють деякі фактори, які можуть сприяти покращенню результатів, такі як: усунення повторення оцінок, особливо серед хлопців, забезпечення якісного часу навчання та розподілення ресурсів більш справедливим.

В ОЕСР багато чого навчилися завдяки PISA-D. Зокрема, країни PISA-D допомогли збільшити дозвіл та актуальність PISA інструменти для низьких виконавців у країнах ОЕСР. Більш загально, всі країни PISA отримали користь від можливості, яку PISA-D надала, включаючи більше різноманітність в політиці та практиці, збагачення аналізів шляхом більшого кола балів порівнянь, а також збільшення можливостей для навчання одностітків.

ОЕСР вже інтегрували результати PISA-D в основну оцінку PISA. Це допомогло ОЕСР включити все більшу кількість учасників до складу програми оцінювання та запропонувати існуючим учасникам більш широкий спектр переваг, таких як потенціал створення для аналізу даних та звітності, включення позашкільної молоді.

Системи освіти країн PISA-D та країн з низьким і середнім рівнем доходу загалом, мають потенціал забезпечити всіх своїх дітей та молодь досягненням хоча б мінімальних рівнів володіння базовими навичками, такими як грамотність та числення.

«Ми не маємо можливості втрачати час, щоб забезпечити виконання цих систем для найкращої можливої освіти. ОЕСР готовий підтримати PISA-D адже країни намагаються досягти кращої освітньої політики для кращого життя» - наголошує Хосе Анхель Гурріа Тревінью, Генеральний секретар ОЕСР.

"Що для громадян важливо знати і вміти робити?"

В потребі відповіді на це питання та в потребі доказів міжнародного масштабу порівняння успішності студентів, Організація економічного



співробітництва та розвитку (ОЕСР) розпочала роботу з трирічного опитування студентів у всьому світі, відомого як програма для міжнародної оцінки студентів або PISA. PISA оцінює ступінь, в якій 15-річні студенти, наприкінці своєї обов'язкової освіти, здобули ключові знання та навички, які є важливими для повної участі у сучасному суспільстві. Оцінка фокусується з основних шкільних предметів читання, математики та природничих наук.

Оцінка не просто визначає, чи можуть студенти відтворювати знання; він також вивчає, наскільки добре можуть студенти екстраполювати з того, що вони навчилися, і застосувати ці знання в незнайомих умовах, як у школі, так і поза нею.

Цей підхід відображає той факт, що сучасна економіка винагороджує людей не за те, що вони знають, а за те, що вони можуть робити з тим, що знають.

Спираючись на досвід роботи із країнами із середнім рівнем доходу в PISA з 2000 року, і намагаючись реагувати на виникнений попит на PISA для більш широкого кола країн, ОЕСР розпочав ініціативу PISA for Development (PISA-D) у 2014 році.

Це одноразовий пілотний проект, який охоплює шість років, маючи на меті зробити оцінку більш доступною для країн з низьким та середнім рівнем доходу.

Для досягнення своїх цілей проект:

- дає більш детальне визначення продуктивності студентів найнижчих шкіл в кінці шкали PISA;
- охоплює більш широкий спектр соціальних та економічних контекстів;
- включає оцінку 14-16-річних дітей, що не ходять в школу;
- розвиває потенціал у країнах-учасницях для управління, використовуючи результати масштабних оцінок;
- підтримує моніторинг та досягнення в напрямку Цілей Сталого розвитку (ЦСР, англ. Sustainable Development Goals, SDG).

У впровадженні на базі школи брали участь сім країн PISA-D: Камбоджа, Еквадор, Гватемала, Гондурас, Парагвай, Сенегал та Замбія.

Одна з головних причин їхньої участі - це бажання політиків зрозуміти, чому студенти в своїх країнах досягти певного рівня продуктивності. Результати оцінки дають розробники політики з даними та доказами, які можна використовувати для визначення, що зможуть вони зробити для вдосконалення своїх освітніх систем і, зрештою, забезпечити здобуття ними студентів навичок, необхідних для досягнення успіху в школі та в житті.

### Висновки PISA for Development

Результати оцінювання на базі школи PISA-D вперше були опубліковані в національних звітах, що випускаються країнами-учасницями у співпраці з ОЕСР.

Усі національні звіти були опубліковані у грудні 2018 року. Однак деякі дані для PISA-D, такі як стан здоров'я студентів, не мають еквівалентів в PISA. Середні показники ОЕСР про PISA 2015, про які повідомляється, є арифметичними засобами для всіх країн-членів ОЕСР, крім Литви. Литва приєдналася до ОЕСР лише 5 липня 2018 року та не була країною-членом ОЕСР протягом циклу оцінювання PISA 2015; тому вона не входить до середнього показника ОЕСР.

### Освітні досягнення у віці 15 років

- В середньому в країнах PISA-D лише 43% всіх 15-річних були зараховані як мінімум до 7 класу віком до 15 років та мали право здати тест PISA-D порівняно із середнім показником ОЕСР 89%. Решта 15-річних дітей були або в класах молодших 7 років, або були поза школи. У Камбоджі, Сенегалі та Замбії лише близько 30% 15-річних мали право скласти тест PISA-D.

- В Еквадорі, Парагваї та Замбії приблизно стільки хлопців, скільки дівчаток навчалися в школі, у 7 класі і вище, у віці 15 років. У Камбоджі Гондурасі та Сенегалі, кількість дівчат, які мають право на участь у тесті PISA перевищив кількість хлопців на 10% і більше; в Гватемалі, кількість хлопців перевищила кількість дівчат на 10% або більше.

- В середньому в країнах PISA-D лише 62% студентів, які склали тест PISA-D були зараховані до очікуваного класу або до вищого ступіню, враховуючи їх вік. Багато студентів, які були нижче, повідомили, що принаймні один раз їх залишала на повторний рік початкова середня школа(та нижче середньої).

- Відсоток студентів, які повідомили, що залишались на повторний рік принаймні один раз коливався від 18%, в Еквадорі до 50%; в Сенегалі - в середньому вищі відсотки, ніж у країнах ОЕСР (12%). У Камбоджі, Еквадорі, Гватемалі, Гондурасі та Парагваї хлопчиків частіше, ніж дівчат, залишали на повторний рік.

Справедливість в освіті вимагає, щоб усі діти мали доступ до освітніх можливостей, які призводять до якісних результатів навчання, незалежно від їхньої статі, етнічної приналежності чи багатства батьків. Завдяки детальній інформації про тло студента-учасника, PISA та PISA-D можуть порівняти навчальні задатки та можливості навчання для учнівського населення. Але такі порівняння пропонують лише частковий опис несправедливостей, які впливають на освіту молоді. Повніший аналіз також потребує інформації про 15-річних учнів, які не охоплені зразками PISA (справедливість у доступі до системи). Ці 15-річні діти є предметом позашкільної складової PISA-D, про результати якої буде повідомлено у грудні 2019 року.

Підбиваючи підсумки, розглянемо таблицю успішності учнів в предметах, що оцінює PISA-D – читанні, математиці та природничих науках.

	Середній бал з читання	Середній бал з математики	Середній бал з природничих наук	Покриття населення дітей віком 15 років (Покриття PISA)	Освітній індикатор Цілей Сталого розвитку (ЦСР, англ. Sustainable Development Goals, SDG)	
					Досягнення студентів в читанні	Досягнення студентів в математиці
					%	%
Камбоджа	321	325	330	28.1	7.5	9.9
Еквадор	409	377	399	60.6	49.4	29.1
Гватемала	369	334	365	47.5	29.9	10.6
Гондурас	371	343	370	41.4	29.7	15.4
Парагвай	370	326	358	-	32.2	8.3
Сенегал	306	304	309	29.0	8.7	7.7
Замбія	275	258	309	36.0	5.0	2.3
Країни ОЕСР в середньому	493	490	493	89.0	79.9	76.6
Країни рівня прибутку нижче середнього	378	368	392	60.2	37.7	28.7

Таблиця 1.1.1

## 1.2. Критерії оцінювання математичної грамотності учнів в системі PISA

Математична грамотність – це здатність людини формулювати, застосовувати й інтерпретувати математику в різноманітних контекстах. Вона включає математичні міркування й застосування математичних понять,

процедур, фактів та інструментів для опису, пояснення й прогнозування явищ. Вона допомагає зрозуміти роль математики у світі, робити аргументовані умовиводи й приймати рішення, необхідні людям як творчим, активним і мислячим громадянам.

Розуміння математики в сучасному світі є надзвичайно важливим для підготовки молодих людей до життя. Збільшення кількості проблем і ситуацій, із якими молодь стикається щодня, зокрема й у професійних контекстах, потребує певного рівня розуміння математики, здатності до математичного обґрунтування й використання математичних інструментів, щоб надалі ці проблеми можна було цілковито усвідомити й розв'язати.

Математика є критично важливим інструментом для молоді, оскільки проблеми й виклики очікують на молоде покоління і в особистому, і в професійному, і в суспільному, і в науковому аспектах життя. Тому надзвичайно важливо розуміти, наскільки юнаки й дівчата, які тільки-но закінчили навчання в школі, адекватно підготовлені для того, щоб застосовувати математику для розуміння важливих питань і розв'язування значущих проблем. Тестування 15-річних підлітків дає можливість визначити ранні ознаки того, яким чином учні/студенти зможуть реагувати на різні майбутні життєві ситуації, що містять математичний складник.

Під час оцінювання знань 15-річних підлітків доцільно поставити запитання: «Якими знаннями важливо володіти особі, щоб бути здатною ефективно діяти в ситуаціях, що пов'язані з математикою?» Або конкретніше: «Що означає математична компетентність для 15-річної особи, яка готується до закінчення школи або до вступу до професійно-технічного чи вищого навчального закладу?» Під час дослідження цієї теми для написання магістерської роботи важливо визначити математичну компетентність таким чином, щоб вона акцентувала на здатності учнів/студентів формулювати, застосовувати й інтерпретувати математику в різних контекстах, а не на математичних знаннях і вміннях низького рівня. Визначення, швидше, призначене описувати вміння учнів/студентів математично обґрунтовувати та

використовувати математичні поняття, процедури, факти й інструменти для описування, пояснювання та прогнозування явищ.

Така концепція математичної грамотності слугує підґрунтям для розвитку в учнів/студентів глибокого розуміння суто математичних понять, а також надає їм переваги в пізнанні абстрактного світу математики. У визначенні математичної грамотності для PISA особливий наголос варто робити на необхідності розвитку вміння учнів/ студентів застосовувати математику в життєвому контексті, для чого необхідно забезпечити їх багатим досвідом використання математики на заняттях у навчальному закладі. Ідеться про тих 15-річних підлітків, хто невдовзі закінчуватиме своє навчання математики в навчальному закладі, а також тих, хто продовжуватиме вивчати її й надалі. Крім того, є підстави стверджувати, що мотивація майже всіх учнів/студентів до вивчення математики зростає, коли вони бачать зв'язок того, чого вони навчаються, із навколишнім світом та іншими дисциплінами. Звичайно ж, математична грамотність не має вікових обмежень.

Проте для оцінювання математичної грамотності 15-річних необхідно зважати на їхні вікові характеристики, відповідно до яких має бути визначено зміст, мову й контексти. Дана магістерська робота виділяє широкі категорії змісту, важливі для математичної грамотності людей узагалі, і конкретні математичні теми, важливі саме для 15-річних учнів/студентів. Математична грамотність не є властивістю, яку людина може мати або не мати. Це, найімовірніше, така властивість, яку набувають безперервно, завдяки чому одні особи стають більш математично грамотними, ніж інші. Водночас потенціал для її розвитку є завжди.



Малюнок 1.2.1 Модель математичної грамотності на практиці.

На малюнку 1.2.1 відображено основні конструкти в концепції оцінювання математичної грамотності та зв'язки між ними. У зовнішній рамці на малюнку 1.2.1 вказано, що математична грамотність посідає певне місце в контексті проблеми, яка виникає в реальному світі. Такі задачі можна охарактеризувати у два способи. Контекстні категорії визначають сфери життя, де виникають проблемні ситуації. Контекст може бути особистого характеру та включати проблеми, які можуть постати перед людиною, її родиною або іншою групою людей. Інші проблеми можуть належати до суспільного (зосереджені на певній громаді – місцевій, національній або світовій), професійного (зосереджені на світі праці) або наукового (у якому є посилення на застосування математики у світі природи або технологій) контекстів. Задачу також характеризує походження математичного явища, що лежить в основі проблеми. Широкі класи явищ, для аналізу яких було створено математику,

поділяють на чотири категорії математичного змісту: кількість, невизначеність і дані, зміни та залежності, простір і форма, які представлено в зовнішній рамці на малюнку 1.2.1.

Для розв'язування таких контекстоцентризованих задач людина має застосовувати математичне мислення та математичні дії. Це можна означити в три різні способи. По-перше, на малюнку 1.2.1 указано на потребу людини спиратися на різні математичні поняття, знання й уміння під час виконання роботи. На такі математичні знання людина спирається тоді, коли вона представляє та повідомляє математичну інформацію, розробляє стратегії, аргументує або доводить щось тощо. Такі математичні дії схарактеризовані в даній роботі з погляду семи загальних математичних умінь, наведених у переліку на малюнку 1.2.1. Під час виконання роботи, яка потребує формулювання задачі, застосування математичних понять, процедур або інтерпретації математичного розв'язку, для пошуку відповіді в людини одночасно й успішно активуються її математичні вміння, які спираються на математичний зміст відповідних тем.

Візуалізація циклу математичного моделювання у внутрішній рамці на малюнку 1.2.1 відображає ідеалізовану та спрощену версію етапів, які починаються з «проблеми в контексті». Особа, яка розв'язує задачу, намагається знайти відповідний математичний зміст у проблемній ситуації та формулює ситуацію з математичної позиції відповідно до поданих понять і зв'язків, роблячи спрощувальні припущення. Таким чином, особа, яка розв'язує задачу, перетворює таку «проблему в контексті» на «математичну задачу», яка підлягає математичній обробці. Стрілка, яка спрямована вниз на малюнку 1.2.1, символізує роботу, що виконується під час застосування особою, яка розв'язує задачу, математичних понять, процедур, фактів й інструментів для отримання «математичних результатів». Зазвичай цей етап передбачає математичні міркування, оброблення, перетворення й обчислення. Після того «математичні результати» необхідно інтерпретувати з погляду початкової проблеми («результати в контексті»). На цьому етапі передбачається, що особа, яка



розв'язує задачу, інтерпретує, застосовує й оцінює математичні результати та їхню обґрунтованість у контексті проблем реального світу. Ці процеси – формулювання, застосування й інтерпретації математики – є ключовими компонентами і циклу математичного моделювання, і визначення математичної грамотності. Кожен із цих трьох процесів спирається на загальні математичні вміння, які у свою чергу спираються на математичні знання особи, яка розв'язує задачу, у межах окремої теми. За концепцією PISA, цикл моделювання є центральним у визначенні учня/студента як особи, задіяної в процесі розв'язування задачі. Разом із тим необхідність брати участь у циклі моделювання виникає не завжди, особливо в контексті тестування. Часто трапляється так, що значні частини циклу математичного моделювання виконують інші, а кінцевий користувач виконує лише деякі кроки цього циклу.

Наприклад, інколи надаються такі математичні представлення, як графіки або рівняння, які можна безпосередньо використовувати для того, щоб відповісти на певне питання або зробити певний висновок. Із цієї причини в багатьох завданнях тесту PISA цикл моделювання представлено лише частково. У реальності особа, яка розв'язує задачі, іноді може переходити від процесу до процесу, повертаючись до раніше прийнятих рішень і припущень. Кожен із процесів циклу може викликати значні труднощі й потребувати неодноразового повернення до попередніх кроків.

Згадаємо роботу PISA-D, розглянуту в 1.1.1, та вивчимо детальніше саме математичну грамотність досліджену під час розгляду країн з низьким та нижче середнього рівнями життя, а саме: Камбоджа, Еквадор, Гватемала, Гондурас, Парагвай, Сенегал та Замбія.

Ефективність математики в шкільних системах

- Близько 12% студентів у країнах PISA-D (Камбоджа, Еквадор, Гватемала, Гондурас, Парагвай, Сенегал та Замбія) досягають мінімального рівню володіння математикою, порівняно з ОЕСР в середньому 77%. Як передбачено SDG(Цілі Сталого розвитку, ЦСР, англ. Sustainable Development

Goals, SDG), всі діти та молоді люди повинні досягти хоча б мінімального рівня знання (Рівень 2) до моменту закінчення середньої освіти.

2 рівень PISA відповідає рівню, на якому студенти можуть не тільки виконувати арифметичні операції в ситуаціях, коли всі інструкції по розв'язанню їм даються, а вони також можуть інтерпретувати та розпізнавати як прості ситуації (наприклад, порівняння загальної відстані між двома альтернативними маршрутами, або перетворення цін в іншу валюту) можуть бути представлені математично.

В Еквадорі, найбільш ефективній країні PISA-D, рівень «1a» був середнім рівнем володіння математикою серед студентів. В такому рівні студенти можуть виконувати рутинні завдання в чітко визначених ситуаціях, коли необхідні дії зазвичай очевидні (наприклад, обчислення загальної відстані маршруту або як розділити рахунок порівну серед невеликої кількості людей).

- У Камбоджі, Гватемалі, Гондурасі, Парагваї та Сенегалі, середній рівень володіння математикою склав «1b», на якому студенти продемонструвати, що вони здатні слідувати чітко прописаним інструкціям, наведеними в простому тексті, а іноді здатні виконувати перший крок двоетапного розв'язання математичної задачі.

- У Замбії рівень «1c» був середнім рівнем знання математики. Більшість студентів у цій країні могли лише зрозуміти питання математики, що стосуються простих, повсякденних контекстів, де вся відповідна інформація чітко була дана і визначена дуже коротким простим текстом. Вони змогли слідувати єдиній чітко прописаній схемі - виконувати один крок або операцію (наприклад, могли прочитати єдине, чітко позначене значення, з простої діаграми чи таблиці, наприклад ціну в короткому меню).

- У всіх країнах PISA-D здобули навчання з середнім балом з математики PISA 2015 за ОЕСР менше 10% студентів.

Більшість країн PISA-D мали гендерного характеру розрив у виконанні математики на користь хлопців (крім Камбоджі та Замбії, де хлопці та дівчата

виступали аналогічно в математиці). Гендерний розрив у математиці порівняно помічається в Еквадорі та Гондурасі (20 балів).

Хоча діапазон успішності студентів на різних рівнях соціально-економічного статусу в країнах PISA-D менший, ніж серед країн ОЕСР, в середньому, соціально-економічний статус все ще має значний вплив на результативність у країнах PISA-D. Соціально-економічно переважені студенти (топ-25%) в рамках PISA-D країн в середньому були в п'ять разів частіше, ніж студенти з обмеженими можливостями (нижчі 25%) для досягнення мінімального рівня володіння математикою (рівень 2).

Дуже мало знедолених студентів досягли мінімальних рівнів володіння та ще менше досягли одне з найкращих у своїх країнах.

Доступність підручників сильно відрізняється в країнах PISA-D. У Сенегалі та Замбії більшість учнів навчаються в школах директори яких повідомили, що підручників недостатньо для кожного учня. Лише 7% студентів у Сенегалі та 1% учнів Замбії відвідують школи, де є один підручник на одного учня для вивчення мови навчання. В обох країн, так мало книжок, що іноді більше двом учням потрібно поділитися підручником. У Камбоджі, Гватемалі, Гондурасі та Парагваї між 39% та 52% студентів в школах, де кожен учень має хоча б один підручник для вивчення мови навчання порівняно з 95% в Еквадорі. Аналогічна ситуація і з підручниками з математики.

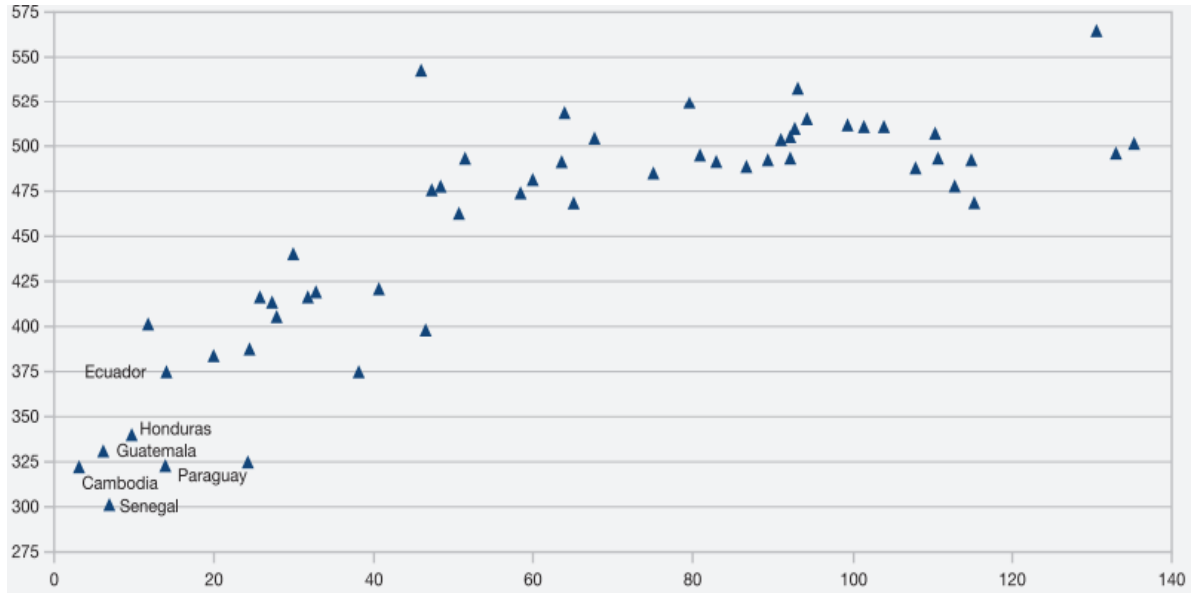
Фінансові ресурси на освіту є дуже важливим чинником, що впливає на якісне викладання. У такі фінансові ресурси входять кошти на виплату зарплат викладачам, адміністраторам та обслуговуючому персоналу; на обслуговування або витрати на будівництво будівель та інфраструктури; допоміжні послуги, такі як транспорт та харчування для студентів. У країнах PISA-D державні витрати на освіту у відсотках загальних державних витрат становить від 12,8% в Еквадорі та до 23,7% в Сенегалі.

Державні витрати на освіту у відсотках до ВВП коливається від 2,7% у Камбоджі та до 7,1% у Сенегалі. У 2014 році державні витрати на освіту в усьому світі становили 14,1% від загальної суми витрат населення; у 2015 році

середні державні витрати на освіту в глобальному масштабі становило 4,7% ВВП.

Розглянемо на скільки залежать витрати на одного учня віком від 6 до 15 років від їх рівня успішності в математиці країн PISA-D.

Оцінка математичної успішності(в балах)



[8] Середні витрати на одного учня віком від 6 до 15 років(в тисячах USD, 2013)

## РОЗДІЛ 2 ОСОБЛИВОСТІ ОЦІНЮВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ PISA КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ

Під час проведення PISA-2015 математику оцінювали як другорядний домен. Проведення дослідження PISA з визначенням не тільки основних, а й неосновних галузей дає змогу систематично порівнювати результати учнів/студентів у певній галузі в часі.

У даному розділі математичне тестування PISA описано й схарактеризовано відповідно до рамкових документів 2012 року, коли математика була основним доменом. У PISA-2015 основною формою тестування для всіх доменів, зокрема для оцінювання математичної грамотності, було комп'ютерне тестування. Проте для країн, які віддали перевагу паперовій формі тесту, було надано інструменти в паперовому вигляді. Математичний компонент як для комп'ютерного, так і для паперового інструмента містив однакові незмінні кластери трендових завдань із математики. Кількість трендових завдань для обох другорядних доменів було збільшено, отже, було збільшено й охоплення тем, але зменшено кількість учнів/студентів, які виконували кожне завдання. Передбачалося, що завдяки такій структурі буде зменшено рівень упередженості щодо певних категорій респондентів і поліпшено вимірювання трендів. Оскільки комп'ютерне тестування з математики у 2012 році було додатковою опцією й не всі країни брали в ньому участь, тестові завдання з нього не стали частиною тренду з математичної грамотності. Таким чином, оригінальні завдання комп'ютерної версії не були включені до оцінювання 2015 року (коли математичний домен оцінювався як другорядний), незважаючи на зміну у формі проведення тестування. Розглянемо у цьому розділі зміну у формі проведення тестування, зокрема підіб'ємо результати обговорення поглядів щодо перенесення завдань паперового тестування в комп'ютерний формат і наведемо приклади того, який вигляд це може мати [12].

Визначення математичної грамотності та її складники залишилися незміненими й збігаються з тими, які були використані у 2012 році. До написання цього розділу були прочитані всі статті та публікації українською та англійською мовами, а саме ті рамкові документи, що були розроблені під керівництвом Математичної експертної групи. (MEG) – органу, призначеного головними партнерами PISA та погодженого Керівною радою PISA (PGB). Серед десяти членів MEG – математики-науковці, математики-освітняни, а також експерти з оцінювання, технологій та освітніх тестувань із різних країн. На додачу до цього, з метою забезпечення більш широкого обговорення й рецензування, із проектом рамкового документа з математики ознайомилися більше 170 експертів із математики з більш ніж 40 країн. Ці експерти пізніше висловили свої думки щодо нього. Дві організації-партнери ОЕСР – Achieve та ACER (Австралійська рада з освітніх досліджень) – також провели декілька досліджень для управління розробкою документів, що були використанні для аналізу до написання даної магістерської роботи. Розробки таких інформаційних документів та програм PISA, як правило, отримує підтримку від країн учасниць й спирається на аналіз їхньої поточної роботи.

## **2.1. Уроки PISA для вчителів математики**

Розуміння математики у сучасному світі є надзвичайно важливим для підготовки молодих людей до життя. Збільшення кількості проблем і ситуацій, із якими молодь стикається щодня, зокрема й у професійних контекстах, потребує певного рівня розуміння математики, здатності до математичного обґрунтування й використання математичних інструментів, щоб надалі ці проблеми можна було цілковито усвідомити й розв'язати. Математика є критично важливим інструментом для молоді, оскільки проблеми й виклики очікують на молоде покоління і в особистому, і в професійному, і в суспільному, і в науковому аспектах життя. Тому надзвичайно важливо розуміти, наскільки юнаки й дівчата, які тільки-но закінчили навчання в школі,

адекватно підготовлені для того, щоб застосовувати математику для розуміння важливих питань і розв'язування значущих проблем, а саме вміти правильно викладати один з найосновніших компонентів нашого життя.

Тестування 15-річних підлітків дає можливість не тільки визначити ранні ознаки того, яким чином учні/студенти зможуть реагувати на різні майбутні життєві ситуації, що містять математичний складник, а й надати вчителям головний опір звернути увагу на свої помилки в викладанні основ математичного розуміння учнями. Під час оцінювання знань 15-річних підлітків доцільно поставити запитання: «Якими знаннями важливо володіти особі, щоб бути здатною ефективно діяти в ситуаціях, що пов'язані з математикою?» Або конкретніше: «Що означає математична компетентність для 15-річної особи, яка готується до закінчення школи або до вступу до професійно-технічного чи вищого навчального закладу?».

Важливо визначити математичну компетентність таким чином, щоб вона акцентувала на здатності учнів/студентів формулювати, застосовувати й інтерпретувати математику в різних контекстах, а не на математичних знаннях і вміннях низького рівня. Визначення, швидше, призначене описувати вміння учнів/студентів математично обґрунтовувати та використовувати математичні поняття, процедури, факти й інструменти для описування, пояснювання та прогнозування явищ. Така концепція математичної грамотності слугує підґрунтям для розвитку в учнів/студентів глибокого розуміння суто математичних понять, а також надає їм переваги в пізнанні абстрактного світу математики. У визначенні математичної грамотності для PISA особливий наголос вчителям варто робити на необхідності розвитку вміння учнів/студентів застосовувати математику в життєвому контексті, для чого необхідно забезпечити їх багатим досвідом використання математики на заняттях у навчальному закладі. Ідеться про тих 15-річних підлітків, хто невдовзі закінчуватиме своє навчання математики в навчальному закладі, а також тих, хто продовжуватиме вивчати її й надалі. Крім того, є підстави стверджувати, що мотивація майже всіх учнів/студентів до вивчення математики зростає, коли

вони бачать зв'язок того, чого вони навчаються, із навколишнім світом та іншими дисциплінами. Звичайно ж, математична грамотність не має вікових обмежень. Проте для оцінювання математичної грамотності 15-річних необхідно зважати на їхні вікові характеристики, відповідно до яких має бути визначено зміст, мову й контексти. Виділимо широкі категорії змісту, важливі для математичної грамотності людей узагалі, і конкретні математичні теми, важливі саме для 15-річних учнів/студентів. Математична грамотність не є властивістю, яку людина може мати або не мати. Це, найімовірніше, така властивість, яку набувають безперервно, завдяки чому одні особи стають більш математично грамотними, ніж інші. Водночас потенціал для її розвитку є завжди.

PISA розробляє тести, не тільки пов'язані безпосередньо зі шкільною програмою; їх задача оцінити, наскільки студенти можуть застосувати свої знання та вміння на проблемах в реальному житті. У 2012 році оцінювання було зосереджено на математиці. Результати дали розуміння того, що 15-річні студенти кожної країни-учасниці можуть чи не можуть зробити, коли їх попросять застосувати своє розуміння математичного поняття, пов'язані з такими сферами, як кількість, невизначеність, простір або зміна. Як частина PISA 2012 студенти також заповнили довідкову анкету, в якій вони надавали інформацію про себе, свої будинки та школи та свій досвід у школі та зокрема на уроках математики. Саме з цих даних, які аналітики PISA здатні зрозуміти, характеризують фактори, які можуть впливати на досягнення учнів з математики [9].

Тим часом, поки багато національних центрів та урядів намагаються забезпечити, щоб школи та викладачі, що беруть участь в оцінках, отримали конструктивні відгуки та результати на основі PISA, більшість ключових повідомлень, опублікованих у звітах PISA, не застосовують у класах та до вчителів, які готують учнів своєї країни.



### 2.1.1. Використання PISA для підтримки вчителів математики

Довідковий опитувальник студентів PISA шукав інформацію про досвід студентської роботи на уроках математики, включаючи їхні стратегії навчання та методи викладання, які, за їхніми словами, використовували вчителі. Ця інформація у поєднанні з результатами учнів з оцінювання з математики дозволяє PISA вивчити певні стратегії викладання та навчання пов'язані з успішністю учнів у математиці. Тоді ми можемо заглибитись у фундаментальні дані студентів, щоб розглянути основні зв'язки між іншими характеристиками студентів, наприклад, статтю студента, соціально-економічним статусом, між їхнім ставленням до математики та їх кар'єрним устремлінням, щоб з'ясувати, чи можуть ці характеристики бути пов'язані з стратегіями чи ефективністю навчання. Дані PISA також дозволяють побачити, як навчальна програма реалізується на уроках математики всього світу, а також дозволяють вивчити, чи відрізняється спосіб структури уроків математики залежно від виду студентів, яких навчають, або здібностей цих учнів.

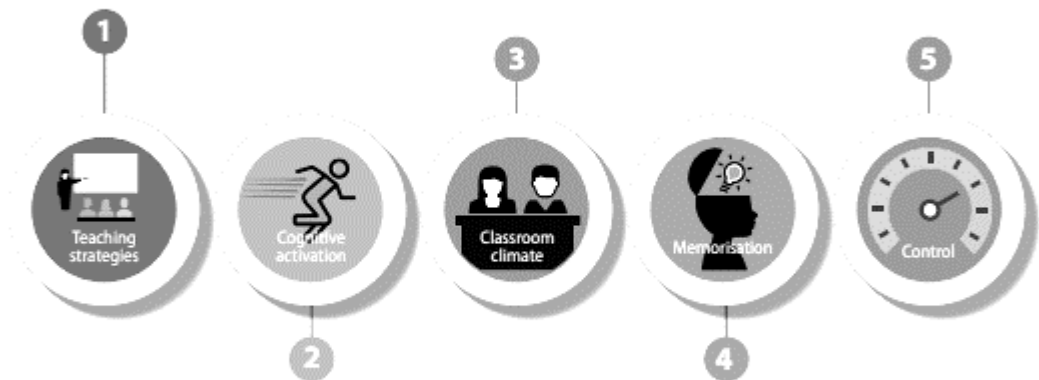
Взявши висновки цих аналізів і впорядковуючи їх на десять питань, організація PISA опублікувала роботу під відповідальністю Генерального секретаря ОЕСР, так званий посібник викладача з викладання та навчання математики - «Ten Questions for Mathematics Teachers ... and how PISA can help answer them» [7]. В цьому документі PISA обговорюють те, про що ми вже знаємо у викладанні математики та навчанні в усьому світі - і як ці дані можуть допомогти вчителям математики під час уроків зараз. Питання охоплюють викладацькі стратегії, стратегії студентського навчання, охоплення навчальних програм, різні характеристики учнів та те, як вони пов'язані з досягненнями учнів з математики та один з одним. Кожному питанню на це відповідають відповідні дані та аналіз, а завершується робота розділом під назвою «Що можуть зробити вчителі?». Такий розділ корисно прочитати всім вчителям з математики зараз адже в ньому підбиті головні висновки та найпрофесійні побажання.

Розглянемо ці головні питання, з допомогою яких зможемо дати рекомендації вчителям щодо викладання математики учням. Запропонуємо конкретні, засновані на фактах пропозиції, завдяки яким можна розвинути свою практику викладання математики.

*Наскільки вчитель повинен керувати навчанням учнів на уроках математики уроки*

*Чи важливі для вчителя математики стосунки з учнями?*

*Чи можна допомогти учням навчитися вивчати математику?*



*Чи деякі методи навчання більш ефективні, ніж інші?*

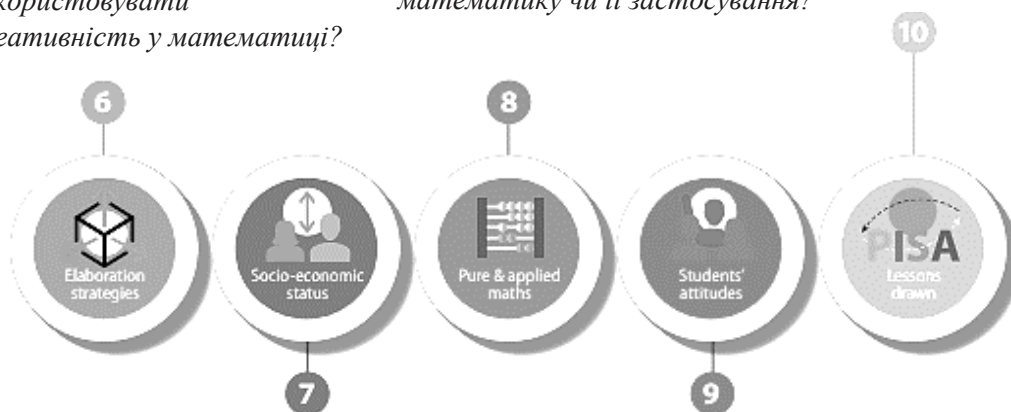
*Що потрібно знати про запам'ятовування та навчання математиці?*

### Основні питання математичної компетентності викладання

*Чи варто заохочувати учнів використовувати креативність у математиці?*

*Потрібно викладати чисту математику чи її застосування?*

*Чого можуть навчитися вчителі з PISA*



*Чи впливає соціально-економічний статус на вивчення математики?*

*Чи зважати на ставлення учнів до математики?*

Що мається на увазі під викладацькими та навчальними стратегіями?

Простими словами, основна думка стратегії викладання посилається на цитату з книги Е.Хотч, Ч.Браун « Лексика, семантика та мовна освіта » (оригінал, Evelyn Hatch, Cheryl Brown - Vocabulary, Semantics and Language Education):

« Стратегії у всьому тому, що вчителі роблять або повинні робити, щоб допомогти своїм учням навчатися». Іноді їх також називають навчальними практиками, вони можуть включати в себе все, від планування та організації уроків, занять, ресурсів та оцінювання окремих дій та заходів, якими займаються вчителі протягом їх класного навчання.

Стратегії навчання - це поведінка та думки, які учні використовують під час спроб виконувати різні завдання, пов'язані з процесом вивчення нового поняття або придбання, зберігання, отримання та використання інформації.

Ці важливі дані з викладання та навчання, такі як міжнародне опитування, або TALIS, опитування під керівництвом ОЕСР, в якому 34 країни та країни економіки - і понад 104 000 викладачів середньої школи взяли участь у 2013 році (вчителі нижчої середньої школи навчають учнів приблизно такого ж віку, як і студенти, які беруть участь у PISA). TALIS запитав у вчителів про PISA, про свої викладацькі практики та навчальне середовище. Ці дані надають інформацію про те, як певні навчальні стратегії чи поведінка можуть впливати на вчителів. Іншими словами, чи можуть певні дії, які вони вживають, покращити свої дії та власне почуття впевненості в собі чи задоволеність своєю роботою.

### **Помилки вчителів під час викладання математики та поради:**

#### **1) Формат та типи тестувань з математики.**

Результати PISA показують, що типи питань та завдань під час оцінювання мають вагоме значення, так само як і дизайн тестів в цілому. Відкриті запитання в PISA, особливо такі, що пишуться експертами, як правило, важчі для учнів ніж запитання з множинним вибором (Діаграма 2.1.1). Збалансовані

оцінки також допомагають дізнатися більше про результативність роботи студентів із широкого кола проблем та про фактори, що впливають на продуктивність учнів. Дані PISA стверджують, що студенти, які в основному використовують стратегії запам'ятовування в своєму навчанні, як правило, гірші в математичних питаннях, які потребують формулювання проблеми, порівняно з проблемами, які задають учні, використовуючи формули або інтерпретуючи результати. Про таке можна дізнатися лише включивши обидва типи таких математичних задач під час тестування.

### **Порада вчителям:**

Переконайтесь, що ваше викладання та оцінки збалансовані, щоб студенти могли розвивати всі навички, які їм знадобляться для подальшого навчання.

Використовуйте кілька типів тестувань, включаючи усні тести, спільне вирішення задач та довгострокові проекти, на додаток до традиційних письмових іспитів. Навіть стандартизовані тести можна використовувати періодично для порівняння успішності вашого класу з учнями інших класів, шкіл, районів, міст та країн.

Скористайтесь питаннями та відповідями PISA, які були оприлюднені ОЕСР або з іспитів PISA for Schools для досягнення мети.

Збільшення складності: різниця балів за шкалою PISA.

Примітка: Статистично значущі коефіцієнти регресії позначаються більш темним тоном.

Джерело: OECD, база даних PISA 2012, адаптована від Echazarra,

A. et al.(2016 p.), «Як викладачі навчають та учні навчаються: Успішні стратегії для шкіл », робочий документ з питань освіти ОЕСР, вип. 130.

Посилання: <http://dx.doi.org/10.1787/888933414931>.



Діаграма 2.1.1 Описання складності завдань з математики PISA.

## 2) Орієнтуйтеся на здібності та навички учнів.

PISA зосереджується на компетенціях, які 15-річним студентам, більш за все, знадобляться в майбутньому і оцінюють, що вони можуть зробити з тим, що вони дізналися в школі. Зокрема, з математики, ці навички включають представлення різних математичних моделей та їх застосування, розробку стратегій, математизацію, міркування та розробка аргументів, використовуючи символічну, формальну та технічну мову з операціями та використанням математичних засобів. Але навички, які важливі для учнів сьогодні виходять за рамки тих, що стосуються математики; вони включають адаптованість, спілкування, вирішення проблем та використання інформації та комунікаційні технології. Усі ці навички необхідні, щоб досягти успіху математики, а з неї впливає розуміння та використання багатьох інших предметів, що знадобляться у сучасному сьогоденні.

### Порада вчителям:

Так, викладачі обмежуються навчальними програмами та стандартами не таким чином, як PISA, але все-таки варто запитати себе: «Що важливо для

громадян знати і вміти робити в ситуаціях, що стосуються математики? "Навіть у межах вашого навчального плану такий вид мислення може допомогти вирішити, які теми вам варто представляти студентам - і як представити їх - щоб ваші учні були краще підготовлені до майбутнього навчання та життя поза школою. Багато вчителів у всьому світі вже наголошують на здібностях та навичках математика з метою оцінювання вмісту обох знань учнів (що вони знають) і прикладні знання (що вони можуть робити з тим, що знають). Знову ознайомлення з питаннями після тестування, опубліковані PISA, можуть дати вам додаткові ідеї для вашого класу.

### **3) Будьте чесними.**

Зрозуміло, що це не призначене для звучання педантично, але викладачам не потрібен ОЕСР, щоб сказати, що вони повинні справедливо ставитися до студентів. Але як показали дослідження, іноді так, як викладач навчає або розробляє оцінки, можна дати переваги для певної групи учнів, причому вчитель цього не усвідомлює. Оцінки PISA ретельно розроблені, щоб уникнути переваги конкретної системи освіти або соціальної групи. Математичні проблеми, наприклад, не можна встановлювати в контекстах, незнайомих деяким молодим людям (наприклад, сільські студенти можуть не бути знайомі з системами метрополітену). Щоб гарантувати, що ні одне з даних місць розташування не знаходиться в не вигідному становищі, PISA попросив країни вибрати питання для своїх студентів, які на їх думку, що на основі тесту PISA 2012, будуть легшими в контексті. Потім було виконано порівняння студентської діяльності з цих питань з їх загальною продуктивністю на тесті. Не було виявлено послідовних упереджень; деякі країни виступили краще в питаннях, які вони вважали простішими, але багато інших діяли гірше у своїх бажаних питаннях.

### **Порада вчителям:**

Навчайте та оцінюйте учнів способами, справедливими та охоплюючими для всіх, незалежно від статі, соціально-економічного походження та можливостей. У посібнику PISA «Ten Questions for Mathematics

Teachers... and How PISA Can Help Answer Them» подано кілька різних рекомендацій, що стосуються справедливості на основі різних особливостей учнів; але викладання більш інклюзивним чином може бути настільки ж простим, як і пояснення змісту, використовуючи різні перспективи, оцінюючи студентів по-різному і завжди беручи до уваги студентське тло.

## 2.2. Характеристика рамкової документації з математики у PISA-2021

23—26 квітня у Сольна — місті-супутнику Стокгольма відбулася 45 Нарада Управлінської Ради програми PISA. Вражень дуже багато, але найголовніших, мабуть три:

1. PISA як колегіальний наддержавний аналітичний і консультативний центр з ефективних освітніх політик і практик має надзвичайно широке представництво країн у програмі PISA, яка на початку замислювалась як «елітний клуб золотого мільярду» 20 країн — учасниць ОЕСР; членство в PISA постійно зростає: у дослідженні PISA 2018 бере участь близько 80 країн і економік, для участі у PISA 2021 додатково надішли заявки від кількох країн (4 з яких вже укладено договір). Таке широке представництво обумовлено синергетичним ефектом двох трендів: «країни-новоприбульці» бажають приєднатися до програми PISA для того, щоб подивитися на свою систему освіти з точки зору світового досвіду освіти, країни — учасниці програми зацікавлені в розширенні ареалу учасників з точки зору неповторності освітнього досвіду країн і пошуку нових практик, відкриття і усвідомлення того, що у кожній країні, кожній практиці можна чогось навчитися. Від самої країни залежить, наскільки ефективно вона зможе скористатися результатами досліджень PISA.

2. PISA — шок як стимул інноваційного розвитку системи освіти. Незважаючи на те, що програмою PISA стверджується, що її призначення — проведення якісних аналітичних досліджень стану освіти у країнах —

партнерах програми, у більшій або меншій формі країни дуже прискіпливо вивчають свої результати і перш за все — за рейтингом балів, набраних 15-річними учасниками репрезентативної вибірки учнів країн-учасниць проекту. Це лінійний рейтинг, який відображає виключно бали учасників, в якому немає аналізу і співставлення з контекстуальними даними країн, але так чи інакше, країни ставляться до нього як до головного результату — найавторитетнішої оцінки стану їх освітньої системи. Для багатьох країн їх місце у цьому рейтингу стало неочікуваним, оскільки їх внутрішня самооцінка стану системи освіти була до участі в програмі PISA суттєво вище. До країн, які пережили (а деякі продовжують переживати) PISA відносяться такі потужні країни як Німеччина, Франція, Швеція і багато інших країн. Важливо ставитись до результатів PISA як до стимулу інноваційного розвитку системи освіти країни і саме в такому ключі виступали обидва міністри освіти Швеції (міністр дошкільної і середньої освіти і міністр вищої освіти), які взяли активну участь у нараді. Для них було несподіванкою не тільки результати учасників, а і показники справедливості системи освіти Швеції. За їх словами аналітичні матеріали PISA як по Швеції, так і по інших країнах у багатьох випадках є джерелом плідних ідей вибудови ефективної освітньої політики.

**3.** Передбачено виділити додаткові кредити - PISA як модель ефективного децентралізованого управління. Ефективність управління проектом PISA тримається на кількох важливих складових:

3.1. Чітко і зрозуміло визначена мета програми;

3.2. Ефективний виконавчий орган — Директорат з освіти і компетентностей ОЕСР;

3.3. Система колегіальних підсистем управління, які обираються за демократичними виборчими процедурами:

3.3.1. ПСГ — стратегічна група програми (PSG- PISA Strategic Group);

3.3.2. ІСГ-інформаційна група програми (PISA Dissemination Group).



3.4. Залучення на основі відкритих тендерів найавторитетніших у світі організацій для розробки інструментів і процедур досліджень;

3.5. Залучення найавторитетніших у світі фахівців і організацій для проведення як основного циклу досліджень PISA, так і спеціальних досліджень на основі даних PISA;

3.6. Потужні засоби комунікацій з освітянською спільнотою світу:

3.6.1. Відкрита бібліотека звітів про результати досліджень PISA (на даний момент налічує більше 180 звітів);

3.6.2. Система вебінарів з питань досліджень PISA для членів Управлінської групи PISA, національних координаторів PISA, відповідальних співробітників міністерств країн учасниць PISA тощо.

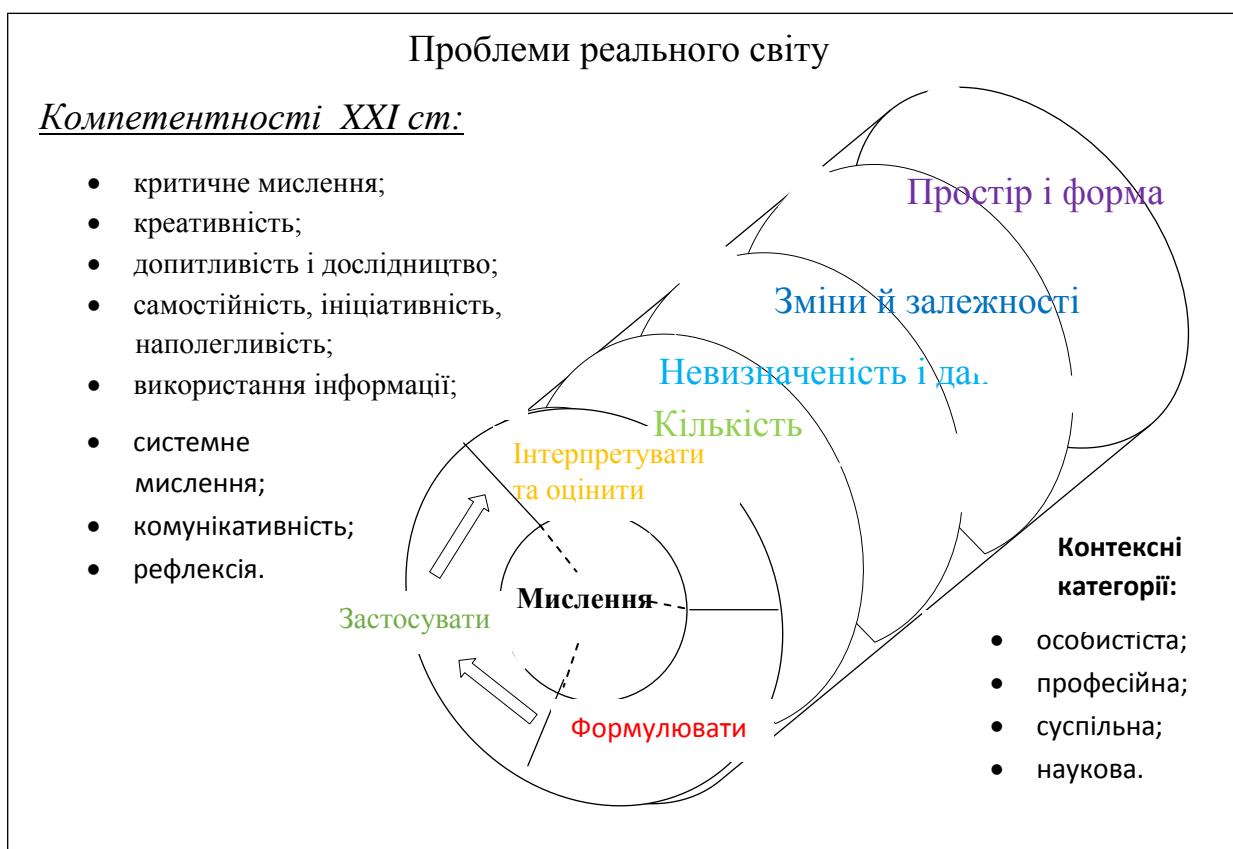
3.7. Ефективні комунікації з членами Управлінської групи PISA при підготовці документів і нарад (проекти відповідних документів викладаються у вільному доступі, регулярні інформаційні листи від Директорату з освіти і компетентностей тощо).

Для PISA-2021 особливе значення має математичне тестування, оскільки в цьому циклі воно знов буде основним доменом дослідження. Раніше математика була в центрі уваги дослідження тільки в 2003 і 2012 роках, хоча математичне тестування PISA проводилося в 2000, 2003, 2006, 2009, 2012, 2015 і 2018 роках. Під час оцінювання знань 15-річних підлітків доцільно поставити запитання: «Якими знаннями важливо володіти особі, щоб бути здатною ефективно діяти в ситуаціях, що пов'язані з математикою?» Або конкретніше: «Що означає математична компетентність для 15-річної особи, яка готується до закінчення школи або до вступу до професійно-технічного чи вищого навчального закладу?»

Найбільш ключовим моментом оцінювання математичної компетентності є розуміння поняття математичної грамотності. За кожного тестування предмет даного поняття ставив різні цілі та звертав увагу на різні аспекти, аналізуючи їх потрібність зважаючи на умови проживання, дохід країни, стать та багато інших, за вплив деяких, ми навіть можемо не здогадуватись. Розгляд даних

аспектів детально та уважно розглянуто в даній магістерській роботі. Повертаючись до математичної грамотності, розглянемо як за різних років визначали та оцінювали, а також порівняймо, що ж нового пропонують в 2021 році.

Ці дані є достатньою підставою для висновку, що PISA-2021 для своїх цілей офіційно визначили математичну грамотність наступним чином:



«Математична грамотність — це здатність людини математично мислити й формулювати, застосовувати й інтерпретувати математику для розв’язання задач у різноманітних контекстах реального світу. Вона включає застосування математичних понять, процедур, фактів та інструменти для опису, пояснення й прогнозування явищ. Вона допомагає людині зрозуміти роль математики в світі, робити обґрунтовані умовиводи й приймати рішення, необхідні творчому, активному і мислячому громадянину XXI століття».

Під час проведення PISA-2015 математику оцінювали як другорядний домен. Проведення дослідження PISA з визначенням не тільки основних, а й неосновних галузей дає змогу систематично порівнювати результати

учнів/студентів у певній галузі в часі. Наприклад, порівнюючи з рамковими документами з математики для PISA-2003 і PISA-2012, у рамковому документі для PISA-2021 визнаються певні зрушення в світі учня/студента, які, у свою чергу, призвели до змін в оцінюванні математичної грамотності порівняно з підходом, використаним у попередніх рамкових документах. Нові технології та тенденції зумовили і тенденцію переходу від необхідності людини виконувати базові розрахунки в бік потреби творчого й активного громадянина висловлювати обґрунтовані висновки й приймати рішення щодо себе й суспільства, у якому він живе, у такому швидко мінливому світі.

Уперше в рамковому документі визнається взаємозв'язок між математичним і комп'ютерним мисленням. Детальніше про напрями оцінювання PISA у інноваційному розвитку освіти в наступному розділі. Обидва типи мислення породжують подібні погляди, процеси й когнітивні моделі, яких учням/студентам необхідно набути для успішної життя в умовах все більш технологічного світу.

Підбиваючи підсумки другого розділу, зазначимо, що особливий інтерес за [11] для України викликає дослідження PISA 2021 з низки причин, зокрема:

- у дослідженні PISA 2015 Україна не брала участі, дослідження PISA 2018 зараз адмініструється, а до PISA 2024 ще далеко.
- PISA 2021 має своїм фокусом математичну компетентність, а освітні традиції у галузі математики в Україні є високим, про що свідчать, наприклад, результати світових олімпіад школярів з математики і інформатики.

Для ефективної участі України в проекті PISA необхідно розвивати вже існуючі й створити нові дієві засоби комунікацій МОНУ з освітньою спільнотою, суспільством, органами управління освітою в контексті дослідження PISA. Фахівці з України можуть прийняти активну участь у підготовці дослідження PISA 2021, зокрема на поточному етапі — у вдосконаленні фреймворку PISA 2021 з математики і підготовки модельних завдань з математики. З цією метою фахівці УЦОЯО [1] підготували переклад українською мовою проекту фреймворку PISA 2021 з математики, який публікується у випусках журналів

ТІМО. Інші пропозиції щодо вдосконалення фреймворку також просяться ще надсилати офіційному представнику України в Управлінській Раді PISA. Окрім того, було б добре, щоб фахівці з України долучилися до підготовки модельних завдань з математики для дослідження PISA 2021 у відповідності до фреймворку PISA 2021 з математики, відповідне запрошення Директорат ОЕСР з освіти і компетентностей направив членам Управлінської ради: «Підрядник з математики для PISA 2021 в даний час розробляє ілюстративні завдання, щоб доповнити проект фреймворку [11], який був представлений на засіданні PGB у Стокгольмі.

Ілюстративні завдання були розглянуті експертною групою на її засіданні в липні 2018 року, а члени Управлінської Ради отримали їх для розгляду в серпні 2018 року. Країни-учасниці завжди запрошуються подати ідеї щодо завдань (завдання або ідеї стимулів для завдань) до ETS, який буде керувати розробкою завдань для оцінювання з математики PISA 2021». Свої пропозиції завдань / ідей стимулів слід оформляти у відповідності до вимог ETS, які розміщено в додатку до фреймворку PISA 2021 з математики у випусках журналів ТІМО, і направити напряму в ETS за адресою [PISA-Cognitive@ets.org](mailto:PISA-Cognitive@ets.org) і/або офіційному представнику України в Управлінській Раді PISA. Активна участь українських фахівців у підготовці дослідження PISA 2021 сприятиме удосконаленню системи освіти України на компетентнісних засадах, підвищенню її конкурентноспроможності в сучасному глобалізованому світі й інтеграції в світовий простір освіти.

## РОЗДІЛ 3

### ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ PISA У ПРОЦЕСІ ВИКОРИСТАННЯ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ З МАТЕМАТИКИ

#### 3.1. Напрями оцінювання PISA у інноваційному розвитку освіти

PISA — шок як стимул інноваційного розвитку системи освіти. Недарма адже зростає та еволюціонує роль комп'ютерів та обчислювальних засобів як у повсякденному житті, так і в процесі виконання математичних дій. Тому варто визнати, що учні/студенти повинні володіти вміннями комп'ютерного мислення та бути здатними показати їх у процесі розв'язання задач. Уміння комп'ютерного мислення включають розпізнавання закономірностей, розкладання на складники, визначення того, які сучасні комп'ютерні інструменти можуть використовуватися при аналізі або розв'язанні задачі, визначення алгоритмів для отримання детального розв'язку задачі. Дані проблеми є ключовими та відображенні в рамковому документі з математики для PISA-2021. З огляду на актуальність і важливість комп'ютерного мислення, закликаються країни, які братимуть участь у дослідженні PISA-2021, осмислити питання щодо ролі комп'ютерного мислення в навчальних програмах з математики та в педагогіці.

У визначенні математичної грамотності йдеться про використання математичних інструментів. До цих інструментів належать різні фізичні та цифрові прилади, програмне забезпечення та комп'ютерна техніка. У XXI ст. комп'ютерні математичні інструменти доволі широко використовуються в роботі, і з часом вони ставатимуть усе більш популярними не тільки в професійному, але й у повсякденному житті людей. Із появою таких нових тенденцій у професійній діяльності людини та у її повсякденному житті, все частіше виникає потреба в застосуванні математичного й логічного мислення для розв'язання проблем за допомогою комп'ютерних інструментів, що потребує більш високого рівня математичної грамотності.

З 2015 року комп'ютерне тестування (скороч. — КТ, англ. — Computer Based Assessment, CBA) стало основною формою проведення оцінювання PISA,

але для країн, які вирішили не тестувати своїх учнів/студентів за допомогою комп'ютерів, доступні і паперові інструменти дослідження. Слід зауважити, що математичне тестування в 2015 і 2018 роках було нейтральним щодо комп'ютерного формату. З 2021 року комп'ютерне тестування з математики стане основним форматом оцінювання математичної грамотності. Опція паперового тестування залишатиметься доступною для країн, які вирішать не тестувати своїх учнів/студентів за допомогою комп'ютерів, проте КТ з математики вже не буде нейтральною комп'ютерною версією паперового тестування з математики.

Знайомство учнів з математичними процесами розв'язування проблем за допомогою інструментів та методів комп'ютерного мислення заохочує учнів до тренування вмінь передбачення, рефлексії й відлагодження (Brennan and Resnick, 2012 ). Використання нових блокових мов програмування, призначених для надання більшої доступності складним концепціям за допомогою візуальних засобів (наприклад, кольору й форми), допомагає учням подолати синтаксичні труднощі, даючи змогу більшій кількості учнів глибше розуміти математичні ідеї через діяльність, яка включає елементи програмування (Benton et al., 2017; Resnick et al., 2009; Weintrop and Wilensky, 2015).

Абстрагування, алгоритмічне мислення, автоматизація, декомпозиція й узагальнення, які утворюють сукупність основних рекурсивно розташованих практик комп'ютерного мислення, також є центральними компонентами математичного мислення й процесу розв'язування задач. Згідно з концепцією, яка пояснює застосування комп'ютерного мислення в математичній галузі, комп'ютерне мислення — це визначення й розробка математичних знань, які можуть бути виражені засобами програмування, що дозволяє учням динамічно моделювати математичні поняття й залежності. За класифікацією, спеціально створеною щодо навчання математиці й природничонауковим дисциплінам, практики комп'ютерного мислення діляться на:

- практики обробки даних;
- практики моделювання й симулювання;
- практики комп'ютерного розв'язання задач;

- практики системного мислення.

Поєднання внутрішньогалузевих основ математичного мислення й загальногалузевих основ комп'ютерного мислення стає необхідним, по-перше, щоб ефективно сприяти розвитку концептуального розуміння математики учнями/студентами, і по-друге, щоб допомагати їм розвивати комп'ютерне мислення та оволодівати відповідними поняттями й уміннями. Таке поєднання допоможе учням/студентам усвідомити реальне існування математики в професійному світі і забезпечить їхню якісну підготовку допрофесійного життя (Basu et al., 2016; Benton et al., 2017 ; Pei, Weintrop and Wilensky, 2018 , Beheshti et al., 2017).

### **3.2. Шляхи формування та набуття ключових компетентностей учнів на уроках математики**

У визначенні математичної грамотності йдеться про здатність людини формулювати, застосовувати й інтерпретувати (й оцінювати) математику. Ці три слова — формулювати, застосовувати й інтерпретувати — забезпечують корисну та значущу структуру організації математичних процесів, які описують, що людина робить для поєднання контексту проблеми з математикою і, таким чином, для розв'язання проблеми. Тому, у кожному з математичних завдань тестування PISA-2021 приділятиметься увага або математичному мисленню, або одному з трьох математичних процесів:

- формулювання ситуацій математично – такий процес показує, наскільки ефективно учні можуть розпізнавати можливості використання математики в проблемних ситуаціях і далі задіювати відповідну математичну структуру, щоб представити певну контекстоцентровану проблему в математичній формі;
- застосування математичних понять, фактів, процедур і міркування - процес застосування показує, наскільки добре учні/студенти можуть виконувати обчислення й операції, а також використовувати відомі їм математичні поняття й факти для розв'язання проблеми, сформульованої математично;

- інтерпретація, застосування й оцінювання математичних результатів – даний процес показує, наскільки ефективно учні/студенти можуть аналізувати математичні розв'язки або висновки, інтерпретувати їх у контексті проблеми з реального життя й визначати обґрунтованість результатів або висновків.

Для всіх, хто дотичний до щоденного навчання студентів, дуже важливо зрозуміти, наскільки ефективно учні здатні брати участь у кожному із цих процесів моделі розв'язання задач. Здатність учнів користуватися математикою для розв'язання різних проблем і застосовувати її в різних ситуаціях залежить від умінь, пов'язаних з усіма цими трьома процесами циклу розв'язання задач; розуміння ефективності учнів/студентів у кожній категорії може допомогти в прийнятті важливих освітніх рішень як на загальнодержавному рівні, так і на рівні політики, яку проводить навчальний заклад.

Формування компетентностей відбувається засобами змісту освіти. У підсумку в учня розвиваються здібності та з'являються можливості вирішувати в повсякденному житті реальні проблеми - від побутових до виробничих і соціальних. Таким чином, компетентнісний зміст освіти проходить наскрізною лінією через усі навчальні предмети (освітні галузі), одержуючи кожного разу реалістичне, діяльнісне, особистісне й соціально значуще втілення на відповідному матеріалі. У результаті вдається об'єднати навчальні предмети в єдиний цілісний зміст, визначивши системоутворюючі елементи загальної освіти як по вертикалі окремих ступенів навчання, так і на рівні горизонтальних міжпредметних зв'язків. Розглянемо формування компетентностей учнів на різних етапах уроку. А саме, під час домашнього завдання; на етапі його перевірки; поєднання нового матеріалу; закріплення, відпрацювання вмінь та навичок; творчої роботи.

*На етапі домашнього завдання:*

1. Складати питання, задачі та вирази з теми уроку.

Мета: перевірити засвоєний матеріал уроку, формувати вміння добирати приклади;

Результат: формування компетентності, яка допомагає саморозвитку;



2. Різномірні задачі: репродуктивні, особливої складності, на кмітливість, математичну логіку, засвоєння формул.

Мета: перевірити знання учнів відповідно до їх рівня підготовки;

Результат: формування інтелектуальної компетентності.

*На етапі перевірки домашнього завдання:*

1. Рецензування відповідей (домашнього завдання).

Мета: активувати розумову діяльність учнів, розвивати критичне мислення, вчити оцінювати знання учнів;

Результат: формування пізнавальної компетентності;

2. Математичний диктант (по сторінках домашнього завдання з обмеженим часом розв'язання).

Мета: розвивати самостійність мислення, формувати гнучкість і точність думки, розвивати увагу та пам'ять;

Результат: формування самоосвітньої компетентності.

*На етапі пояснення нового матеріалу:*

1. Виведення правил, формул, теорем.

Мета: вчити дослідницькій роботі;

Результат: формування полікультурної компетентності;

2. Лекція з використанням отриманої учнями інформації.

Мета: вчити короткому раціональному запису, відпрацювання вмінь робити висновки та узагальнення;

Результат: формування інформаційної компетентності;

3. Дослідницька лабораторія(колективна експериментальна робота).

Мета: вчити оперувати знаннями, розвивати гнучкість отриманих знань;

Результат: формування пізнавальної, самоосвітньої, соціальної компетентностей.

*На етапі закріплення, відпрацювання вмінь та навичок:*

### 1. Навчальна самостійна робота.

Мета: вивчити властивості, ознаки даного математичного об'єкту;

Результат: формування пізнавальної компетентності;

### 2. Дослідження різноманітних видів пам'яті.

Мета: розробка правил (алгоритмів) запам'ятовування;

Результат: формування компетентності, яка допомагає саморозвитку;

### 3. Розв'язування задач, виразів з коментуванням.

Мета: закріплення умінь розв'язувати задачі та вирази;

Результат: формування інтелектуальної і полікультурної компетентностей;

### 4. Математична естафета.

Мета: закріплення знань учнів, формування вміння перевіряти, слухати, думати;

Результат: формування пізнавальної компетентності;

### 5. Розв'язування задач декількома способами.

Мета: розвивати власну позицію учнів, опираючись на їх знання теми;

Результат: формування інтелектуальної компетентності;

### 6. Робота з підручником.

Мета: навчити роботі з інформацією; закріпити знання тексту, розуміння теми;

Результат: формування комунікативної і пізнавальної компетентностей, розвиток індивідуальних здібностей (навчальна практична робота);

*На етапі творчої роботи:*

#### 1. Створювання проектів.

Мета: показати на основі вивченого матеріалу вміння учнів створювати проекти;

Результат: формування полікультурної компетентності;

#### 2. Засідання математичного гуртка.

Мета: вчити учнів на основі своїх знань знаходити розв'язок задач прикладного характеру;

Результат: формування полікультурної, комунікативної компетентностей;

Крім того, вчителі зараз занадто часто використовують символічне представлення. Використання символів є потужним математичним засобом, але в ньому є сенс тільки тоді, коли символи зберігають значення для людини, яка їх використовує. Математичні структури тісно пов'язані із символічним представленням. Бачити структуру — це спосіб знаходити й запам'ятовувати значення абстрактне представлення. Такі структури також дуже важливі для інтерпретації та програмування дій комп'ютерної техніки. Уміння бачити структуру надає суттєву концептуальну допомогу під час використання процедурних знань.

Як пов'язана математична структура з правдоподібним узагальненням математичного поняття та мислення? Розглянемо приклад.

На початку вивчення математики учні дивляться на вираз « $5 + (3 + 8)$ » і бачать рядок із символами, у якому вказано певний порядок обчислення відповідно до правил порядку виконання операцій. Інші в цьому виразі бачать число, додане до суми двох інших чисел. Представники останньої групи бачать структуру, отже, їм не потрібно говорити про порядок дій, який означає ця структура: щоб додати число до суми, спочатку потрібно обчислити суму.

Бачити структуру — важливе вміння учнів, які переходять до старших класів. Коли учень бачить « $f(x) = 5 + (x - 3)^2$ » як « $f(x)$  — це сума 5 і квадрату значення в дужках», і коли  $x = 3$ , то цей квадрат дорівнює 0, він/вона розуміє, що мінімальне значення  $f$  дорівнює 5. Таке розуміння закладає основу для функціонального мислення.

Як показує вище наведений приклад, бачення структури в абстрактних математичних об'єктах — це спосіб замінити аналітичні правила, які можуть бути використані комп'ютером, такими концептуальним зображенням цих об'єктів, які роблять їх властивості чіткими. Об'єкт, який таким чином утримується в голові, піддається осмисленню на більш високому рівні, ніж просто

маніпулювання символами. Високий рівень уміння відчувати математичну структуру також допомагає в математичному моделюванні. Якщо досліджувані об'єкти не є абстрактними математичними об'єктами, а об'єктами реального світу, які математично моделюються, то математичні структури скеровують процес моделювання. Учні/студенти також можуть застосовувати структури до нематеріальних об'єктів, щоб зробити їх предметом математичного аналізу.

Апроксимацію неправильної форми можна зробити за допомогою простих фігур, площа яких відома. Геометричний візерунок можна зрозуміти за допомогою припущення про наявність в ньому трансляційної, обертальної або дзеркальної трансформації та симетрії, що абстрактно поширює структуру візерунку на весь простір. Статистичний аналіз нерідко полягає в застосуванні структури до набору даних, наприклад, припускаючи, що він походить від нормального розподілу.

Учні початкової школи стикаються із задачами, у яких вони мають знайти конкретну кількість. Наприклад, з якою швидкістю вони мають їхати, щоб дістатися з м. Туксона до м. Фенікса, які знаходяться на відстані 180 км, за 1 годину 40 хвилин? Такі задачі мають конкретну відповідь: для того, щоб проїхати 180 км за 1 годину 40 хвилин, потрібно їхати зі швидкістю 108 км на годину. На певному етапі навчання учні починають працювати із ситуаціями, коли кількість є змінною, тобто в яких вона може приймати цілий ряд значень. Наприклад, яке співвідношення між подоланим шляхом  $d$ , у кілометрах, та часом їзди  $t$ , в годинах, якщо ви їдете з постійною швидкістю 108 км на годину? Такі завдання вимагають знання функціональних залежностей. У цьому випадку співвідношення, виражене рівнянням  $d = 108t$ , — це пропорційна залежність, яка є базовим прикладом і, можливо, найважливішим типом залежності для загальних знань. Залежності між значеннями кількості можуть бути виражені в різні способи: рівняннями, графіками, таблицями або словесними описами. Вилучення з цих способів представлення поняття самої функції як абстрактного об'єкта такого представлення є важливим кроком у навчанні учнів/ студентів. Ключовими аспектами цієї концепції є домен, з якого

вибираються вхідні дані, кодомен, у якому знаходяться результати, і процес для отримання результатів із вхідних даних.

Явне виявлення домену та кодомену дозволяє застосування поняття функції в багатьох різних ситуаціях. Параметрична крива — це функція, домен якої є підмножиною дійсних чисел, а її кодомен — дво- або тривимірний простір.

Арифметичні операції можна розглядати як функції, доменом яких є набір упорядкованих пар чисел. Геометричні формули для кола, площі, площі поверхні й об'єму можуть розглядатися як функції, доменом яких є набір геометричних об'єктів. Геометричні перетворення, такі як трансляція, обертання, віддзеркалення та дилатація можуть розглядатися як функції, які відображають простір. Більш формальне визначення функції як сукупності впорядкованих пар є одночасно і проблемним, і корисним для навчання математики в навчальних закладах середньої освіти. Воно є проблемним, оскільки усуває динамічний аспект концептуалізації функції учнями/студентами: функції як процесу, відображення або координації двох різних значень кількості.

Така концептуалізація корисна в багатьох загальних випадках використання функцій у науці, інформатиці, суспільстві та повсякденному житті. З іншого боку, визначення на основі впорядкованих пар підкреслює інваріантність функції як самостійного об'єкта, незалежно від різних методів обчислення його результатів за допомогою вхідних даних. Отже, різні форми для вираження квадратної функції, наприклад,  $f(x) = (x - 1)(x - 3)$  і  $f(x) = (x - 2)^2 - 1$ , висвітлюють різні властивості одного об'єкта: одна показує його нулі, інша — його мінімальне значення.

Процес інтерпретації, використання й оцінювання математичних результатів охоплює елементи як «інтерпретації», так і «оцінювання» у циклі математичного моделювання. Особам, залученим до цих процесів, може бути запропоновано сконструювати розв'язок і надати пояснення й міркування в контексті проблеми, одночасно осмисливши і процес моделювання, і його результати.

Подібний процес інтерпретації, використання й оцінювання математичних розв'язань зокрема включає такі дії:

- інтерпретувати інформацію, представлену в графічній формі і /або у формі діаграм;
- оцінювати математичний результат у термінах контексту задачі;
- інтерпретувати математичний результат у контексті реального світу;
- оцінювати обґрунтованість математичного розв'язання в контексті реальної проблеми;
- розуміти, як реальна ситуація зумовлює наслідки застосування математичних процедур або моделей, що вможлиблює формулювання суджень щодо контексту про те, яким чином отримані результати можуть бути скориговані або застосовані;
- пояснювати причини наявності або відсутності сенсу в математичному результаті або висновку, зважаючи на певний контекст розглядуваної проблеми;
- розуміти обсяг і межі математичних понять і математичних розв'язань;
- критично осмислювати й установлювати межі моделі, використаної для розв'язування проблеми;
- використовувати математичного мислення і комп'ютерного мислення для прогнозування, доведення аргументів, перевірки й порівняння запропонованих розв'язань.

### **3.3. Проектування завдань з математики, які базуються на підходах рекомендованих PISA**

Математичне мислення має два аспекти, кожен з яких важливий у сучасному світі. Один з них — це дедукція — виведення результатів із чітких припущень. Дедукція є характерною ознакою «чистої» математики. Другим важливим аспектом математичного мислення є статистичне та ймовірнісне мислення.

З погляду логіки в голові сучасної людини існує постійна плутанина стосовно того, що є можливим і ймовірним. Через це багато людей стають

жертвами теорії змови або хибної інформації. З технічного погляду сучасний світ стає дедалі складнішим, а кількість терабайт в даних, якими представлені його численні виміри, дедалі зростає. Осмислення таких даних — це найбільша проблема з тих, які постануть перед людством у майбутньому. Сучасним учням необхідно ознайомитися з характером таких даних і способами прийняття обґрунтованих рішень у контексті варіативності й невизначеності.

Із витоків математики її сила полягає в здатності спрощувати складні контексти до основних принципів [8]. Математичне навчання високої якості має розвивати здатність людини шукати ці «основні принципи» у добре конструйованих, але досить складних контекстах. В основі математичної грамотності лежить математичне мислення, яке підтримують декілька «великих математичних ідей» із підпорядкованими їм конкретними компетентностями, змістом і алгоритмами математики в межах навчальних програм. Структуру й підтримку математичному мисленню забезпечують як мінімум шість таких «великих ідей»:

- кількість, числові системи та їхні алгебраїчні властивості;
- математика як система, заснована на абстракції та символічному представленні;
- математичні структури та їхні закономірності;
- функціональні залежності між значеннями кількості;
- погляд на реальний світ крізь лінзу математичного моделювання (наприклад, погляд на фізичні, біологічні, соціальні, економічні й поведінкові явища);
- випадкова величина як ключове поняття статистики.

Хоча їх огляди можуть здаватися абстрактними, у дослідженні PISA не передбачається абстрактне ставлення до них. Ці описи можна надати з метою показати, як ці шість ідей висвітлюються в навчальних програмах з математики, а також пояснити, як часте посилення до них у навчальному процесі допомагає учням усвідомити можливості їх застосування в нових контекстах.

Наприклад, моделі представляють концептуалізацію явищ. Означення, моделей — це спрощення реальності, у якому висувають на передній план певні властивості явища, при цьому апроксимуючи або ігноруючи інші. Таким чином, «усі моделі є неправильними, але деякі є корисними» (Box and Draper, 1987, p. 424). Корисність моделі впливає з її пояснювальної та/ або прогностичної сили (Weintrop et al., 2016). У цьому сенсі моделі є абстракціями реальності. Модель може представляти концептуалізацію, яка розуміється як наближення, робоча гіпотеза щодо об'єкта або навмисне спрощення. Математичні моделі формуються математичною мовою та використовують широкий спектр математичних інструментів і результатів (наприклад, арифметичних, алгебраїчних, геометричних тощо). По суті, вони використовуються як спосіб точного визначення концептуалізації чи теорії явища як для аналізу й оцінки даних (чи відповідає модель даним?), так і для прогнозування. Моделями можна оперувати: їх створюють для тривалого застосування або для використання з різними вхідними даними, таким чином отримуючи симуляцію. За допомогою симуляції можна робити прогнози, вивчати наслідки й оцінювати релевантність і точність моделей. У процесі моделювання необхідно враховувати реальні параметри, які впливають на модель і рішення, розроблені за допомогою моделі. Комп'ютерні моделі забезпечують здатність перевіряти гіпотези, генерувати дані, вводити випадковість тощо. Математична грамотність включає в себе здатність розуміти, оцінювати й робити висновки на їх основі.

Суть статистики полягає в урахуванні варіативності або її моделюванні, яка вимірюється дисперсією випадкових величин або у випадку декількох змінних — коваріантною матрицею. Це забезпечує ймовірнісне середовище для розуміння різних явищ, а також прийняття відповідних рішень. Статистика здебільшого полягає в пошуку закономірностей у дуже варіативному контексті: це спроба знайти сигнал, який вказує на «істину» на тлі великої кількості випадкових шумів. Поняття «істина» наведено в лапках, оскільки це не та істина, яку, за Платоном, може надати математика, а тільки оцінювання істини, встановленої в імовірнісному контексті, яке супроводжується оцінюванням



похибки у відповідному процесі. У кінцевому підсумку, людина, яка приймає рішення, ніколи точно не дізнається, що є істиною. У кращому випадку визначається діапазон можливих значень, і чим краще виконано оцінювання, тим менший діапазон можливих значень, хоча уникнути діапазону неможливо.

Під час розробки рамкового документа з математики для дослідження PISA в 2012 р., його автори прагнули створити оцінювання, яке є одночасно спрямованим на майбутнє, але відображає математику, якої 15-річні учні мали можливість навчатися. Для цього в одинадцяти країнах вивчалися зразки бажаних результатів навчання, які допомогли визначити і те, чого навчають студентів на уроках математики в різних країнах світу, і те, що країни вважають реалістичним і важливим у підготовці студентів до початку професійного життя або вступу до навчального закладу вищої освіти. На підставі спільних рис різних країн, визначених у цьому аналітичному дослідженні, і за погодженням експертів з математики було створено перелік математичних тем, який був доцільним для включення в оцінювання математичної грамотності 15-річних учнів/студентів у дослідженні PISA-2012. Застосування цього переліку продовжується.

Під час підготовки до PISA-2021 цей перелік було доповнено ще чотирма ключовими математичними темами. Проте він все одно не є вичерпним. Він тільки надає уявлення про математичний зміст тестових завдань дослідження PISA:

- Явища зростання: різні типи зростання: лінійне, нелінійне, квадратичне і експоненціальне (зростання системи, у якій кількість додається пропорційно до вже наявної кількості).

- Геометрична апроксимація: апроксимація характеристик і властивостей нерегулярних або незнайомих форм і об'єктів через їх розбиття на більш знайомі форми й об'єкти, для яких існують формули і інструменти.

- Комп'ютерна симуляція: дослідження ситуацій (наприклад, бюджетування, планування, розподіл населення, розповсюдження інфекції, експеримента-

льна ймовірність, моделювання часу реакції тощо) за допомогою змінних і впливу цих змінних на результат.

- Умовні прийняття рішень: застосування умовної ймовірності й базових принципів комбінаторики для інтерпретації ситуацій і створення прогнозів.

- Функції: поняття функції; переважну увагу приділено лінійним функціям, їх властивостям, різним формам їх опису й задавання. Зазвичай використовують такі способи задавання функцій — словесний, символний, табличний і графічний.

- Алгебраїчні вирази: словесна інтерпретація та перетворення алгебраїчних виразів, що включають числа, символи, арифметичні операції, степені й корені.

- Рівняння й нерівності: лінійні рівняння й нерівності та ті, що зводяться до них, квадратні рівняння, аналітичні й неаналітичні методи розв'язання.

- Системи координат: представлення й опис даних, їх розташування й залежності між ними.

- Плоскі й об'ємні геометричні фігури, залежності між ними та між їхніми елементами: співвідношення між елементами фігур (наприклад, теорема Піфагора для прямокутного трикутника), взаємне розташування, подібність і конгруентність, динамічні відношення, пов'язані з перетворенням і рухом фігур, а також відповідність між плоскими та об'ємними фігурами.

- Вимірювання: кількісне визначення характеристик фігур та об'єктів, наприклад, вимірювання кутів, довжин відрізків, відстаней, периметрів, довжин кіл, площ й об'ємів.

- Числа й одиниці вимірювання: поняття числа та системи числення (включаючи перетворення чисел однієї системи в іншу), представлення чисел, властивості цілих і раціональних чисел, уявлення про ірраціональні числа; вимірювання часу, вартості, маси, температури, відстані, площі й об'єму; одиниці вимірювання цих величин, їхні похідні та зв'язок між ними.

- Арифметичні операції: зміст і властивості арифметичних операцій та їхні позначення.

- Відсотки, відношення та пропорції: числовий опис величини за допомогою порівняльної мірки; застосування пропорцій і пропорційних міркувань для розв'язування задач.

- Принципи підрахунків: прості комбінації та перестановки.

- Наближені обчислення: наближені оцінювання кількостей і значень числових виразів, включаючи значущі цифри й округлення.

- Збір, представлення й інтерпретація даних: характер і походження різних типів даних, їх збір і різні способи їх представлення й інтерпретації.

- Дисперсія даних та її опис: поняття дисперсії, розподіл і центральні тенденції наборів даних, способи опису й інтерпретації їх у кількісному вираженні.

- Вибірки: поняття вибірки, утворення вибірки із сукупності даних, зокрема прості виведення на основі властивостей вибірки.

- Випадковість і ймовірність: поняття випадкових подій і випадкових змін, їх представлення, частота і ймовірність; основні аспекти ймовірності.

Важливі пункти й особливості рамкового документа PISA-2012 демонструють тестові завдання дослідження PISA. Для цього було відібрано сім завдань, що репрезентують різні їх типи та різні математичні процеси, зміст і контексти, а також описують активацію загальних математичних умінь. Водночас ці завдання не репрезентують повний спектр завдань стосовно будь-якого конкретного аспекту. Хоча тестування PISA-2015 проводилося в комп'ютерному форматі, використані в ньому завдання були взяті з паперового тестування PISA-2012. Наведені в додатку демонстраційні завдання було використано в паперовому оцінюванні, а наведені статистичні дані стосуються результатів попередніх циклів тестувань. Кожне завдання подано в тому вигляді, у якому його було використано в паперовому тесті, а до деяких із них наведено скриншоти екранів, щоб показати, який вигляд вони мали в комп'ютерному форматі.

У додатку проілюстровані найцікавіші задачі, на мою думку. Одна із семи задач під час самого тестування PISA-2012. Корисні відібрані вчителям задачі,

як висновок цього розділу, теж наведено в додатку. Розглянувши приклади задач тестування PISA, зпроектуємо завдання з математики, які базуються на рекомендованих підходах. Це будуть декілька відредагованих текстових завдань з різних джерел (шкільних підручників, інтернет-ресурсів), їх інтерпретації в практико-орієнтовані завдання у форматі PISA. Також розв'яжемо декілька з цих задач (наведено в додатку).

Наступний перелік задач наведений в додатку – є корисною складовою до викладання математики. Для розв'язання завдання «Диспетчер» учень повинен мати наступні компетенції:

- 1) уміти аналізувати умову завдання;
- 2) знати формулу обчислення швидкості;
- 3) знати алгоритм розв'язування завдань на спільний рух;
- 4) уміти перекладати умову завдання математичною мовою (моделювати ситуації завдання) і оцінювати дані за умовою;
- 5) творчо підходити до вибору математичного інструментарію;
- 6) самостійно розробити алгоритм дій; узагальнити і обґрунтувати отримані результати.

Для розв'язання завдання «Звіт» учень повинен мати наступні компетенції:

- 1) знаходити відсоток від числа;
- 2) уміти обчислювати.

Для вирішення завдання «Будматеріали» учень здатний встановлювати відмінності між різними формами подання інформації в ситуації, описаної в задачі; знаходити раціональний вибір в контексті ситуації, описаної в задачі; грамотно зробити обчислення.

На всі задачі наведено розв'язки в додатку та детальне описання умови. Характерною особливістю таких завдань є їх розв'язуваність математичними методами і виражена практична спрямованість.

Знайти такі задачі та покращити якість викладання вчителям математики можна скориставшись такими конструкторами:

1. <https://naurok.com.ua/> - освітній проєкт «На Урок» створює необмежені можливості для обміну досвідом між освітянами;
2. <http://test-pisa.testportal.gov.ua/user-test-create> - український сайт PISA;
3. <http://gym7-cv.ho.ua/PISA/PISAmat.pdf>;
4. <http://pisa.testportal.gov.ua/math>.

## ВИСНОВКИ ТА ПРОПОЗИЦІЇ

Компетентність – це загальна здатність, що базується на знаннях, досвіді, цінностях, здібностях, набутих завдяки навчанню. Система компетентностей в освіті має ієрархічну структуру, рівні якої складають:

- ключові компетентності;
- загально-галузеві компетентності;
- предметні компетентності.

Цих компетентностей можна досягти тільки своєю особистою активною та продуктивною діяльністю, особистим досвідом через пізнання соціального досвіду. Елементи життєвої компетентності (знання, уміння і навички, життєвий досвід, фізичний потенціал, задатки та здібності, риси характеру, креативність та інтелект, духовність особистості) поєднуються в різних конфігураціях для вирішення людиною конкретних завдань та розв'язання проблем, які ставить перед нею життя. Життєва компетентність виконує дві основні функції — забезпечує життєздатність та життєстійкість.

Серед цілей вивчення математики можна виділити такі рівноправні аспекти:

- оволодіння учнями комплексом знань, умінь і навичок, необхідних у повсякденному житті та майбутній трудовій діяльності, достатніх для оволодіння іншими галузями знань і забезпечення неперервної освіти;
- формування в учнів уявлень про ідеї та методи математики та її роль у пізнанні дійсності; наукового світогляду, життєвих компетентностей.

Структура життєвої компетентності має такі складові:

- Когнітивна компетенція — це система здатностей, які визначають спроможність особистості щодо адекватного й глибокого пізнання оточуючого світу (природного та соціального середовища, самої себе). Вона охоплює когнітивні, інтелектуальні здібності, знання та досвід особистості, риси характеру (допитливість, уважність), мотивацію.
- Емоційно-вольова компетенція — це сукупність здатностей, які визначають спроможність людини керувати власними емоціями та активністю.

Змістом компетенції є здатності до осмислення власних емоційних станів, конструктивного прояву емоцій, уникнення та усунення негативних емоцій, самостійного формування та зміни мотивів, визначення оптимального мотиву діяльності.

- Творча компетенція — це сукупність здатностей, які визначають спроможність людини до творчості, успішність творчої діяльності, наявність її результатів.

- Життєтворча компетенція — одна з найважливіших компетенцій особистості, вона забезпечує здатність самостійно, свідомо і творчо визначати (проекувати) і здійснювати власне життя. Найвищим рівнем розвитку життєтворчої компетенції та життєвої компетентності є духовна компетентність. Духовна компетенція — це сукупність духовних здатностей людини, які: обумовлюють її спроможність до самопізнання, саморозвитку, самореалізації та самоконтролю; виражають її мораль (сукупність прийнятих нею моральних норм) та моральність (здатність до власного морального пошуку), спроможність шукати сенс свого життя, формувати свої життєві принципи та цінності.

В наш час у педагогіці відбувається становлення нової системи навчання. До цього часу завданням педагога було навчити, дати знання. Тобто вкласти в голову учня ті знання, якими до цього часу володіло людство. Та за останні роки інформації, законів, знань людство накопичило дуже багато, вони швидко змінюються, школа не встигає вивчати інформацію, а вона виявляється вже застарілою. Учень в такому разі накопичує знання, а коли виходить за межі школи виявляється, що те, чого його навчили, вже непотрібно, бо є багато прогресивних знань. Життєві (психосоціальні) навички:

- Прийняття рішень.
- Вміння слухати.
- Вирішення проблем.
- Ведення переговорів.
- Критичне мислення.
- Впевненість у собі.
- Креативне мислення.
- Опір тиску однолітків.
- Спілкування.
- Самоповага.

- Співчуття(емпатія)
- Подолання стресу та керування.

Навички забезпечення життя:

- Комп'ютерні навички.
- Навички навчання.
- Знаходження роботи
- Читання.
- Проходження інтерв'ю.
- Вміння зробити презентацію.
- Приготування їжі.
- Вміння працювати з цифрами.
- Малювання.
- Керування автомобілем.

За С. Раковим, під поняттям «математична компетентність» розуміють спроможність особистості бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень.

Метою програми PISA з оцінювання математичної грамотності є розробка індикаторів, які показують, наскільки ефективно країни готують своїх учнів/студентів до використання математики в кожному аспекті їхнього особистого, суспільного та професійного життя як частин їхнього творчого, активного й свідомого буття як громадян XXI століття. Для досягнення цієї мети PISA розробила визначення математичної грамотності та структуру тестування, яке відображає важливі елементи цього визначення.

Ефективне розуміння й розв'язування контекстоцентризованих проблем, пов'язаних зі змінами й залежностями, простором і формою, кількістю та невизначеністю й даними, потребує опори на різні математичні поняття, процедури, факти й інструменти на належному рівні глибини й досвіду. Організатори тестування математичної грамотності PISA прагнуть оцінити рівень і структуру математичних знань, необхідних 15-річним учням/студентам, щоб ті могли стати творчими, активними та мислячими громадянами XXI століття, здатними формулювати обґрунтовані судження та приймати аргументовані рішення. Одночасно з цим програма PISA, хоча й нерозроблена з



метою перевірки навчальних стандартів або програм, відбиває ті математичні теми, які 15-річні учні/студенти мали можливість на цей час вивчити.

Результати анкетування PISA-2021 забезпечить політиків, освітян, дослідників і всі інші зацікавлені сторони в країнах, які братимуть участь у наступному циклі дослідження, важливою інформацією про результати їхніх систем освіти які з погляду навчальних досягнень, так і з погляду ставлення до навчання. Отримати повну картину з досліджуваною інформацією дозволить кінцеве узагальнення результатів дослідження PISA, а саме математичного тестування й анкетування щодо ставлення, емоцій і переконань учнів/студентів — чинників, які зумовлюють застосування ними математичної грамотності, а також щодо впливу на навчання математики чотирьох вище описаних інновацій дослідження PISA-2021.

У рамковому документі з математики для PISA-2021 зберігається узгодженість із попередніми рамковими документами для оцінювання математичної грамотності 15-річних учнів/студентів. Але разом із цим у ньому визнається, що світ постійно змінюється, унаслідок чого в ньому постійно зростає попит на математично грамотних громадян, здатних математично мислити, а не тільки відтворювати вивчені математичні прийоми.

PISA з кожним роком охоплює все більше і більше проблем у викладанні. Вперше PISA було проведено у 2000 році, з тих пір проводиться кожні 3 роки. Дослідження PISA дозволяє оцінити ефективність змін та освітніх рішень за 3 роки. За результатами тесту стає зрозуміло, у якому напрямі необхідно розвивати освіту, щоб підвищити конкурентоспроможність випускників шкіл. Тест PISA адаптується під зміни у сфері освіти. Так, у 2012 році учасники вирішували задачі "інтерактивного типу", у яких необхідно було віртуально обстежити якийсь предмет (наприклад, кондиціонер чи MP3-плеєр) і після цього відповісти на запитання про принципи його роботи. А в 2015 році вперше перевіряли фінансову грамотність школярів.

Тестові завдання з математики, обрані для включення до PISA-2021 призначені для відображення балансу між математичним мисленням,

математичними процесами розв'язання задач, математичним змістом і контекстами.

Комп'ютерне тестування з математики, яке використовуватиметься в 2021 році, забезпечує різноманітність форматів для тестових завдань із різним ступенем умонтованого керування та структурою. Головна увага надається автентичним задачам, виконуючи які учні мають показати своє мислення.

Міжнародні порівняльні моніторингові дослідження якості освіти, сучасний стан глобалізації світу, розвитку інформаційних технологій і комунікацій дозволяє проводити різноманітні міжнародні порівняльні дослідження якості освіти. Це дає важливу інформацію для аналітичних досліджень особливостей національних освітніх систем і пошуків шляхів їх вдосконалення. Мабуть, найвідомішими із таких проектів з вивчення якості математичної і природничої освіти з вивчення є PISA, TIMSS, в яких досліджується стан освіти країн-учасниць цих досліджень на основі одномоментних зрізів рівнів навчальних досягнень (TIMSS) або набуття компетентностей (PISA) учнів наприкінці початкової та базової шкіл. Основу таких досліджень складають виконання тестів з відповідних дисциплін та анкетування учнів і вчителів. У 2007 році Україна вперше брала участь у дослідженні TIMSS і тепер з нетерпінням чекає на результати цього дослідження. Участь у них України є плідною з багатьох точок зору: вдосконалення власної освітньої системи, входження в єдиний освітній простір, прискорення процесів євроінтеграції. Зрозуміло, мета таких проектів не уніфікація. Метою таких проектів є розвиток національних освітніх систем на основі національних особливостей і традицій з урахуванням світового досвіду і глобальних тенденцій розвитку світу в напрямі суспільства знань і через нього — до сталого суспільства. Можна сподіватися, що молоді амбітні педагоги і науковці повною мірою опанують на користь української системи освіти накопичений досвід світової математичної освіти, який досить вагомо представлений у результатах міжнародних порівняльних досліджень якості математичної освіти.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Український центр оцінювання якості освіти : <http://testportal.gov.ua/pisa/>.
2. Офіційний сайт PISA <http://www.oecd.org/pisa/data/>.
3. Гарія А. PISA 2015. Результати у фокусі А. Гарія // Вісник ТІМО, 2017. - №1. – С. 5-16
4. Вакуленко Т.С., та ін. PISA: що отримає Україна ?
5. Т.С. Вакуленко, С.В. Ломакович. Вісник ТІМО, 2017. - №1. – С. 30-35
6. Пальчуківська А. Ю. Уроки PISA для вчителів математики // Вісник студентського наукового товариства [Електронне видання]: збірник наукових праць студентів, магістрантів і аспірантів / за заг. ред. О. В. Мельничука. Вип. 21. Ніжин: НДУ ім. М. Гоголя, 2019. – С. 28-32.
7. PISA Mathematics: A Teacher’s Guide, Gerry Shiel Rachel Perkins Seán Close Elizabeth Oldham
8. Вісник ТІМО: №11-12, 2015;
9. OECD (2004), The PISA 2003 Assessment Framework, OECD Publishing, [http:// dx.doi.org/10.1787/ 9789264101739-en](http://dx.doi.org/10.1787/9789264101739-en). [32] OECD (2005),
10. The Definition and Selection of Key Competencies: Executive Summary, OECD, Paris, <http://www.oecd.org/pisa/35070367.pdf> (accessed on 05 April 2018).
11. OECD (2013), PISA 2012 Assessment and Analytical Framework, OECD Publishing, <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>. ; OECD (2017), PISA for Development Assessment and Analytical Framework: Reading, Mathematics and Science, Preliminary Version, OECD Publishing, Paris, <http://www.oecd.org/about/publishing/corrigenda.htm>. (accessed on 06 April 2018).
12. Pratt, D. and R. Noss (2002), “The Microevolution of Mathematical Knowledge: The Case of Randomness”, Journal of the Learning Sciences, Vol.11/4, pp. 453-488, [http://dx.doi.org/10.1207/S15327809JLS1104\\_2](http://dx.doi.org/10.1207/S15327809JLS1104_2).

## ДОДАТКИ

Розглянемо другу задачу в тестуванні PISA-2012.

### ФУДЗІ



Гора Фудзі – це знаменитий дрімаючий вулкан у Японії.

#### **Завдання 1:**

Гора Фудзі відкрита для сходження на неї лише з 1 липня до 27 серпня щороку. За цей період близько 200 000 людей сходять на гору Фудзі. Скільки в

середньому людей сходять на гору Фудзі щодня?

A 340      B 710      C 3400      D 7100      E 7400

#### **Завдання 2:**

Пішохідна доріжка Готемба, що веде в бік вершини гори Фудзі, має довжину близько 9 км. Туристи мають повертатися з 18-кілометрової прогулянки не пізніше 20.00. Тимофій розрахував, що він може йти вгору із середньою швидкістю 1,5 кілометра на годину, а спускатися – удвічі швидше. Ця швидкість ураховує перерви на їжу й час для відпочинку. За допомогою показників швидкості, розрахованих Тимофієм, визначте, не пізніше якої години він повинен розпочати свою подорож, щоб повернутися до 20.00?

Відповідь:.....

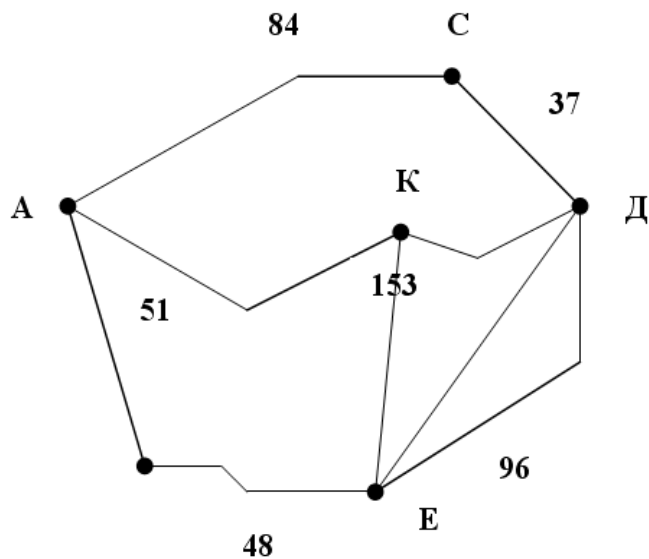
#### **Завдання 3:**

Тимофій одягнув крокомір, щоб підрахувати свої кроки під час походу доріжкою Готемба. Його крокомір показав, що він пройшов 22 500 кроків угору. Розрахуйте довжину кроку Тимофія під час його сходження 9-кілометровою доріжкою Готемба. Дайте відповідь у сантиметрах (см).

Відповідь: ..... см.

### Задача 1. «Диспетчер»

Ви працюєте диспетчером на станції "Швидка допомога". За викликом Вам необхідно відправити машину від пункту А (станція "Швидка допомога") в пункт Д за нижче наведеною схемою.



*Питання 1:*

За цією схемою виберіть найбільш короткий маршрут руху машини швидкої допомоги від станції "Швидка допомога" (А) до пункту Д. Підкресліть правильну відповідь:

А) АКД      Б) АСД      В) АЕД      Г) АКЕД

*Формат питання:* простий – з вибором відповіді.

*Компетентність:* 1-й рівень.

*Питання 2:*

Ви складаєте іспит на профпридатність. Нашвидку прочитайте текст завдання: "З двох пунктів А і В один назустріч одному виїхали вантажна і легкова машини. У пункті С вони зустрілися. Швидкість легкової машини на 20 км/год більше швидкості вантажної. Необхідно знайти швидкості обох машин, якщо відстань між пунктами 200 км".

Якої інформації бракує для його розв'язання? Обведіть правильну відповідь:

- А) Швидкість вантажної автомашини.  
Б) Швидкість легкової автомашини.

В) Час, який була в дорозі кожна машина.

Г) Місце зустрічі вантажної і легкової машин.

*Формат питання:* простий – з вибором відповіді.

*Компетентність:* 2-й рівень.

*Питання 3:*

Задайте необхідну інформацію і знайдіть швидкості обох машин.

Наведіть розв'язання \_\_\_\_\_

Швидкість вантажної автомашини \_\_\_\_\_ км/год.

Швидкість легкової автомашини \_\_\_\_\_ км/год.

*Формат питання:* конструйований.

*Компетентність:* 3-й рівень.

### **Задача 2. «Звіт»**

Джерелом інформації для складання річного звіту є наступна таблиця:

Кількість учнів в школі (чол.)	«5» (чол.)	«4» і «5» (чол.)	«3» (чол.)
720	36	288	360

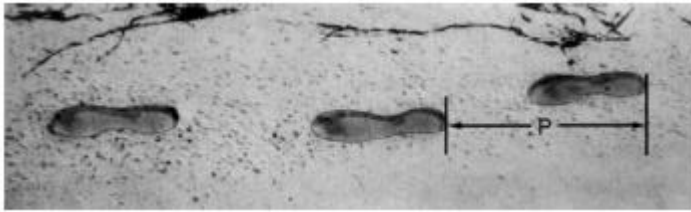
*Питання 1:* Необхідно підготувати звіт підсумків навчального року:

1. % учнів, які мають оцінку "5" \_\_\_\_\_ %
2. % учнів, що мають оцінки "4" і "5" \_\_\_\_\_ %
3. % учнів, що мають оцінку "3" \_\_\_\_\_ %
4. % учнів, що мають оцінку "2", \_\_\_\_\_ %

*Формат питання:* конструйований.

*Компетентність:* 1-рівень.

### **Задача 3. «Кроки»**



На знімку зображено сліди людини, які вона залишила на піску. Довжина кроку –  $P$  відстань між двома сусідніми слідами.

Залежність між числом кроків дорослого чоловіка й довжиною його кроку наближено виражається формулою  $n/P=140$ , де  $n$  – кількість кроків за одну хвилину,  $P$  – довжина кроку в метрах.

**Завдання 1.** Використовуючи наведену формулу, обчисліть довжину кроку Андрія, якщо він робить 70 кроків за хвилину.

**Розв'язання:**

За даною формулою отримуємо:

$$\frac{n}{P} = 140 \Leftrightarrow P = \frac{n}{140}$$

За умовою Андрій робить 70 кроків за хвилину, значить,  $n = 70$ . Довжина його кроку (в метрах) дорівнює  $P = \frac{70}{140} = 0,5$ .

**Відповідь:** 0,5 м.

**Завдання 2.** Богдан знає, що довжина його кроку дорівнює 0,80 м. Застосовуючи наведену вище формулу, обчисліть швидкість пересування Богдана в метрах за секунду та в кілометрах за годину.

**Розв'язання**

За даною формулою отримуємо:

$$\frac{n}{P} = 140 \Leftrightarrow n = 140P$$

За умовою довжина кроку Богдана дорівнює  $P=0,80$  м. За хвилину він робить  $n = 140 \cdot 0,8 = 112$  кроків.

Тобто, за хвилину Богдан проходить  $112 \cdot 0,8 = 89,6$  м

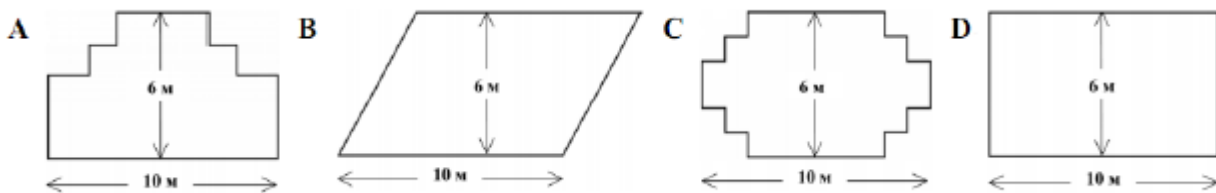
Швидкість Богдана дорівнює

$$V = 89,6 \text{ м/хв} = 89,6 \frac{1000}{\frac{1}{60}} \text{ км/год} = 5,376 \text{ км/год}$$

**Відповідь:**  $V = 89,6 \text{ м/хв}; 5,376 \text{ км/год}$

#### Задача 4. «Клумби»

Садівник має 32 метри дерев'яної огорожі й хоче обнести нею клумбу. Він обирає форму клумби із таких варіантів:

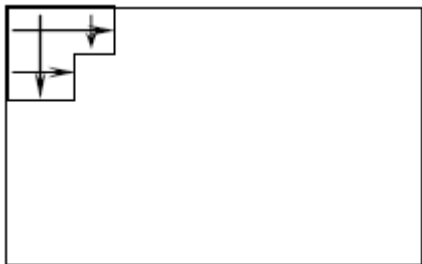


Обведіть «Так» або «Ні» для кожної форми клумби залежно від того, чи вистачить 32 м огорожі, щоб обнести нею клумбу.

#### Розв'язання

Можна помітити, що периметри фігур А, С і D дорівнюють 32 м. Дійсно, перенесенням частин без зміни їх довжини з фігури D можна отримати фігури А і С (див. мал.).

Сума довжин маленьких вертикальних ділянок дає велику вертикаль. Аналогічно з горизонтальними ділянками.



Оскільки висота паралелограма (фігура В) дорівнює 6 м, то довжина його бічної сторони більше 6 м. Значить, сума довжин двох його бічних сторін більше 12 м. І разом з довжинами двох основ по 10 м вийде більше 32 м периметра. Для фігур А, С і D огорожі вистачить, а для фігури В – ні.

**Відповідь:** так, ні, так, так.

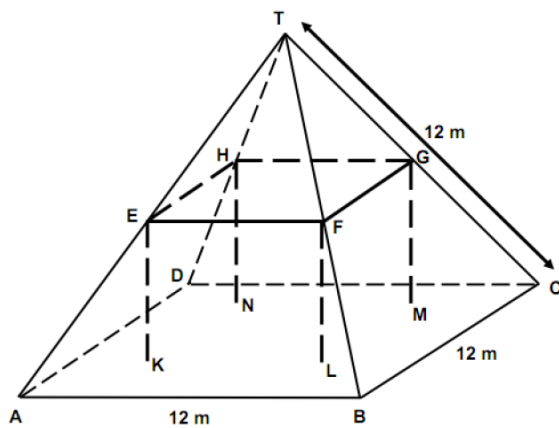


### Задача 5. «Приватний будинок»

На світлинці зображено приватний будинок, дах якого має форму піраміди.



Нижче наведено рисунок побудованої учнями математичної моделі даху цього будинку із зазначенням довжини деяких відрізків.



Нижня частина даху будинку в моделі є квадратом ABCD. Стійки, на які спирається дах, є ребрами бетонного блоку, що має форму прямокутного паралелепіпеда EFGHKL MN. Точка E – середина ребра AT, F – середина BT, G – середина CT, H – середина DT. Усі ребра

піраміди дорівнюють 12 м.

**Завдання 1.** Обчисліть площу підлоги горища – квадрата ABCD.

**Розв'язання**

Довжина сторони квадрата ABCD дорівнює 12 м.

Тоді його площа:  $S = 12^2 = 144$  кв. м.

**Відповідь: 144 м<sup>2</sup>.**

**Завдання 2.** Знайдіть довжину відрізка EF – горизонтального ребра бетонного блоку.

**Розв'язання**

Оскільки E – середина ребра AT, а F – середина BT, значить, EF – середня лінія трикутника ABT. Тому EF в 2 рази менше довжини відрізка AB:  $12 : 2 = 6$  м.

**Відповідь: EF = 6 м.**

### Задача 6. «Будматеріали»

Будівельній фірмі потрібно придбати 75 кубометрів пінобетону у одного з трьох постачальників. Ціни і умови доставки наведені в таблиці.

Постачальник	Вартість пінобетону (тг. за м <sup>3</sup> )	Вартість доставки (тг.)	Додаткові умови
А	2650	4500	
Б	2700	5500	При замовленні на суму більше 150000 тг. доставка безкоштовно
В	2680	3500	При замовленні понад 80 м <sup>3</sup> доставка безкоштовно

*Питання 1.* Якого постачальника вибирає будівельна фірма? Запишіть пояснення своєї відповіді

#### **Розв'язання**

А)  $75 \cdot 2650 + 4500 = 203250$  (тенге);

Б)  $75 \cdot 2700 + 0 = 202500$  (тенге); В)  $75 \cdot 2680 + 3500 = 204500$  (тенге).

Постачальник Б, так як, при виборі цього постачальника ціна за товар і доставки буде найдешевша, ніж при виборі інших постачальників.

**Відповідь: Б.**