

Міністерство освіти і науки України
Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя
Факультет природничо-географічних і точних наук
Кафедра математики, фізики та економіки

Середня освіта (Математика)
014.04 Середня освіта (Математика)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття освітнього ступеня *магістр*

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ АЛГЕБРИ

студентки **Скляр Оксани Василівни**

Науковий керівник:
Віра Марина Борисівна,
канд. фіз.-мат. наук, доцент

Рецензенти:
Тарасенко Оксана Володимирівна,
канд. фіз.-мат. наук, доцент;
Баріло Ніна Андріївна,
канд. пед. наук, доцент

Допущено до захисту
В.о. зав. кафедри _____
Тарасенко О.В.

Ніжин – 2020 рік

Анотація

Скляр Оксана Василівна «Методика розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри». – Рукопис.

У кваліфікаційній роботі проаналізовано теоретичні засади терміну «задача» та «текстова задача». Уточнено, що «текстова задача» обіймає основне місце у навчальних програмах шкільного курсу математики, зокрема алгебри. Наведено різні підходи до класифікацій текстових задач. Визначено, що текстові задачі поділяються на: задачі «на рух»; задачі «на роботу»; задачі «на суміші та сплави»; задачі «з цілочисленними значеннями»; задачі «на відсотки». Здійснено аналіз зарубіжного досвіду, щодо методичних підходів розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри. Встановлено, що в Республіці Польща виділяється суттєво більше годин, які відведені на математичну підготовку. З'ясовано, що досвід навчання розв'язанню текстових завдань у зарубіжних країнах різниться від Українського. Досліджено практику реалізації методики розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри. Сформульовано рекомендації, щодо навчання учнів розв'язувати текстові задачі в шкільному курсі алгебри.

Ключові слова: методика, текстові задачі, алгебра, математика, школа, шкільний курс.

Skliar Oksana «Methods of solving text problems in the school course of algebra». - Manuscript.

The theoretical basis of the term "task" and "text task" is analyzed in the qualification work. It is specified that the "text problem" occupies the main place in the curriculum of the school course of mathematics, in particular algebra. Different approaches to classifications of text problems are given. It is determined that text tasks are divided into: tasks "on the move"; tasks "for work"; problems "on mixtures and alloys"; problems "with integer values"; problems "on interest". An analysis of foreign experience on methodological approaches to solving text problems in the school course of algebra. It is established that in the Republic of Poland significantly more hours are allocated for mathematical training. It was found that the experience of learning to solve word problems in foreign countries differs from the Ukrainian one. The practice of implementing the method of solving text problems in the school course of algebra is studied. There are recommendations for teaching students to solve text problems in the school course of algebra.

Key words: methods, text problems, algebra, mathematics, school, school course.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МЕТОДИКИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ АЛГЕБРИ	10
1.1. Роль і місце текстових задач в шкільному курсі алгебри	10
1.2. Класифікація текстових задач	22
1.3. Особливості розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри	30
Висновки до розділу	37
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ АЛГЕБРИ	40
2.1. Розв'язування текстових задач арифметичними способами в шкільному курсі алгебри	40
2.2. Аналіз зарубіжного досвіду, щодо методичних підходів розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри	48
Висновки до розділу	59
РОЗДІЛ 3. ДОСЛІДЖЕННЯ ПРАКТИКИ РЕАЛІЗАЦІЇ МЕТОДИКИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ АЛГЕБРИ	62
3.1. Дослідження умінь учнів розв'язувати текстові задачі в шкільному курсі алгебри	62
3.2. Методичні рекомендації до розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри	69
Висновки до розділу	73
ВИСНОВКИ	75
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	78
ДОДАТКИ	84

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- ДПА – державна підсумкова атестація;
ЕОМ – Електронна обчислювальна машина;
ЗЗСО – заклад загальної середньої освіти;
ЗНО – зовнішнє незалежне оцінювання;
НУШ – нова українська школа.

ВСТУП

Актуальність дослідження. На сучасному етапі розвитку суспільства неможливо уявити процес наукового пізнання без застосування математичного апарату.

Математична освіта є важливою складовою загальноосвітньої підготовки учнів. Місце математики в системі шкільної освіти визначається її роллю в інтелектуальному, соціальному і моральному розвитку особистості, розумінні будови і використанні сучасної техніки, розвитку економіки, інформаційно-комунікаційних технологій, сприймання наукової картини світу і сучасного світогляду. Математика є опорним предметом при вивченні суміжних дисциплін, тому без належної математичної підготовки неможлива повноцінна освіта сучасної людини.

Сьогодні, вирішальне значення для системи шкільної освіти має математична грамотність, яка впливає на формування особистості школяра. Математична освіта розвиває критичне та логічне мислення зокрема, просторове уявлення, увагу, пам'ять, формує загальнокультурні та життєві компетентності учня.

У Концепції реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа» на період до 2029 року зазначено, що «...випускник Нової української школи – інноватор, здатний змінювати навколишній світ, розвивати економіку за принципами сталого розвитку, конкурувати на ринку праці, навчатися впродовж життя. За експертними оцінками, найбільш успішними на ринку праці в найближчій перспективі будуть фахівці, які вміють навчатися впродовж життя, критично мислити, ставити цілі та досягати їх, працювати в команді, спілкуватися в багатокультурному середовищі та володіють іншими уміннями» [48].

Саме тому, одним з головних завдань математичної освіти є забезпечення математичної грамотності учнів, тобто забезпечення готовності і здатності школярів вирішувати життєві завдання за допомогою математики.

Нормативні документи Міністерства освіти і науки України визначають мету освітньої галузі «Математика», вбачаючи її у формуванні в здобувачів освіти математичної компетентності на рівні, який стане достатнім для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі; оволодіння знаннями, пов'язаними з іншими освітніми галузями у процесі навчання в закладі освіти, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх культури мислення та мовлення, інтуїції, пам'яті, уваги, логіки.

Серед завдань галузі значної уваги заслуговують ті, які передбачають практичну спрямованість навчання математики та використання математичних методів у процесі розв'язування задач навчального і практичного призначення. Надзвичайно важливо навчитись застосовувати математичні знання і вміння при опануванні інших навчальних предметів, використовувати отриману інформацію в повсякденному житті.

Значну роль не лише в математичній освіті, а й в загальнопсихологічному та особистісному розвитку учнів, мають текстові задачі та вміння їх розв'язувати. Так оволодіння конкретними математичними відомостями, які необхідні для практичної діяльності людини, досягається навчанням математики через розв'язування задач, а формування уявлень про ідеї і методи математики досягається складанням математичної моделі ситуації, яка описана природною мовою.

За допомогою математики відбувається розвиток власного стилю мислення особистості, який досягається складанням математичної моделі ситуації. Не варто забувати про виховання особистості, яке відбувається в процесі освоєння математики, і здійснення математичної діяльності, яке досягається при розв'язуванні задач.

Текстові задачі наскрізною лінією проходять через весь шкільний курс математики. Перед педагогом на кожному етапі навчання математики постає проблема формування в учнів умінь розв'язувати текстові задачі. Це пов'язане із запровадженням обов'язкового складання зовнішнього незалежного оцінювання з математики учнями та оголошенням 2020/2021 навчального

року – роком математики.

Розв'язування різного виду задач вважалось предметом навчання математики та ефективним засобом формування математичних знань і вмінь, інтелектуального розвитку і виховання учнів. Розв'язування текстових задач займало значне місце в традиційному курсі шкільної арифметики. Текстові задачі добре розвивають мислення, кмітливість, винахідливість учнів, готують їх до формування вмінь розв'язувати задачі методом рівнянь, сприяють підсиленню прикладної спрямованості навчання математики.

На Всеукраїнській конференції для вчителів математики від 30 січня 2020 р. Ганна Новосад зазначила, що «...останні 5 років для усієї освітньої спільноти було очевидно, що в Україні поглиблюється проблема з доступом до якісної математичної освіти. Ми маємо чудові результати з міжнародних олімпіад, і в цьому – величезна заслуга наших вчителів, але, на жаль, більшість дітей почали втрачати мотивацію до навчання. Очевидно, що року недостатньо, аби виправити всі проблеми з нашою математичною освітою. Але ми можемо впровадити найбільш нагальні й потрібні нашим дітям та освітянам новації, а також закріпити думку про те, що математика потрібна всім, бо вона – про наше щоденне успішне і заможне життя в сучасному світі» [55].

Ступінь розробки проблеми. Розв'язування математичних задач являє собою найближчу до характеру щоденного мислення математичну діяльність. Д.Пойа підкреслює в своїх працях, що ми зустрічаємось із задачею кожен раз, коли шукаємо засоби для досягнення мети. Так само, як щоденні задачі є центром нашого життєвого ситуативного мислення, також можна досягти того, щоб математичні задачі стали центром вивчення математики. Свої теоретичні та методичні дослідження цій темі присвятили Г. Бевз, І. Богданович, Б. Колесніков., Д. Пойа, П. Стратілов та ін.

Задачам приділено багато уваги у методичній літературі, причому найбільше розроблено і досліджено методику розв'язування задач

арифметичних і геометричних. Важливе місце займає питання класифікацій, які б допомагали визначати систему розв'язування задач відповідно до їх типів. Вивченням і складанням класифікації задач займалося чимало вчених, погляди яких не співпадали (М. Богданович, І. Бетюкова, М. Бантова, А. Столяр, М. Нікітін). Тому в сучасній методичній літературі немає єдиного підходу до вирішення цієї проблеми. Спільною рисою всіх класифікацій, на нашу думку, є те, що всі дослідники за основу брали виявлення співвідношення та залежностей між величинами, розкриття конкретного змісту арифметичних дій та їх кількість.

Важливість впливу розв'язування текстових задач на мислення учнів і їхній загальний розвиток, а також недостатнє вирішення цієї проблеми в методичній літературі зумовили вибір теми магістерського дослідження.

Мета й завдання дослідження. *Мета* дослідження полягає у теоретичному обґрунтуванні та дослідженні практики реалізації методики розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри.

Досягнення поставленої мети зумовлює вирішення таких *завдань*:

- проаналізувати теоретичні основи методики розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри;
- здійснити аналіз зарубіжного досвіду, щодо методичних підходів розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри;
- дослідити практику реалізації методики розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри;
- розробити рекомендації, щодо навчання учнів розв'язувати текстові задачі в шкільному курсі алгебри.

Предмет і об'єкт дослідження. *Об'єкт дослідження* – процес навчання алгебри в шкільному курсі математики.

Предмет дослідження – методики розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри.

Експериментальною базою дослідження слугувала середня загальноосвітня школа №133 Печерського району м. Києва. Дослідженням

було охоплено три класів з 5 по 9 включно, в яких навчається 90 учнів.

Методи дослідження. Завдання виконувались із застосуванням таких методів дослідження:

- теоретичні: вивчення наукових праць, теоретичний аналіз, абстрагування, синтез, систематизація, які були використані для узагальнення теоретичних основ методики розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри, аналіз класифікації текстових задач, аналіз методів розв'язування;

- емпіричні: опитування учнів, бесіди з учителями, тестування, анкетування, оцінювання учнівських робіт;

- експериментальні: дослідження практики реалізації методики розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри

Практичне значення результатів дослідження. Практичне значення отриманих результатів полягає у розробці рекомендації, щодо навчання учнів розв'язувати текстові задачі в шкільному курсі алгебри. Матеріали можуть бути використані педагогічними працівниками під час викладання алгебри у шкільному курсі математики та у підготовці здобувачів освіти до різного рівня учнівських конкурсів.

Апробація результатів дослідження. Апробація результатів дослідження здійснювалася на Всеукраїнській науково-практичній конференції здобувачів освіти і молодих учених «Наука і молодь 2020: пріоритетні напрями глобалізаційних змін» (ДЗВО «Університету менеджменту освіти», м. Київ, 14 травня 2020 року).

Обсяг і структура кваліфікаційної роботи. Робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків до розділів, загального висновку, списку використаних джерел, додатків.

Повний обсяг роботи – 91 сторінка, з яких: 2 таблиці, 8 рисунків, список використаних джерел – із 69 найменувань на 6 сторінках та 1 додатку на 7 сторінках.

РОЗДІЛ 1.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МЕТОДИКИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ АЛГЕБРИ

1.1. Роль і місце текстових задач в шкільному курсі алгебри

Процес навчання математики нерозривно пов'язаний з розв'язуванням задач, яким відведена особлива роль. З одного боку, вони представляють собою специфічний розділ програми, матеріал якого має бути засвоєний учнями, а з іншого – виступають дидактичним засобом навчання, виховання та розвитку школярів.

Текстові задачі у навчанні математики водночас є об'єктом вивчення та засобом навчання. Вміння розв'язувати задачі вимагає від учнів знань певних життєвих ситуацій, залежностей (відношень) між величинами, розуміння суті арифметичних дій, знань прийомів обчислень, загальних правил причинно-наслідкових зв'язків, суті та структури задачі та ін. [62].

Розв'язування текстових задач представляє собою процес встановлення зв'язків між величинами, заданими за умовою, та шуканими величинами; формулювання зв'язків математичною мовою з використанням арифметичних дій; виконання послідовності зазначених дій з метою знаходження числових значень шуканих величин.

Основним завданням вчителя при вивченні алгебри, а саме при формуванні в учнів умінь розв'язувати текстові задачі є «...навчити учнів знаходити зв'язки між величинами і добирати їх послідовність для визначення невідомого числового значення» [62].

В контексті нашого дослідження потребує уточнення термін «задача», спробуємо дослідити еволюцію його виникнення та сформулювати більш точне трактування з математичної точки зору.

Математика є однією з найдавніших фундаментальних наук. Назва цієї науки походить від грецького слова «матема» – знання. Виникла вона на зорі

розвитку людської цивілізації з практичних потреб людини. Первісним людям потрібно було вміти рахувати поголів'я худоби, зібраний врожай, слідкувати за сезонними змінами в природі, визначати час, вимірювати величину земельних ділянок, житлових приміщень.

Спочатку для лічби не використовувалися числа в сьогоднішньому розумінні, оскільки число – це математична абстракція. Замість числа 1 первісні люди використовували щось одиничне з навколишніх тіл (наприклад, я, сонце, місяць, ніс тощо), замість 2 – парне (вуха, руки тощо), для чисел від 1 до 10 використовували пальці рук, а якщо їх не вистачало – то й ніг. Для позначення більших чисел використовували термін «багато». Саме завдяки лічбі на пальцях рук виникла і розвивалася десяткова система числення, якою ми користуємося і дотепер. Пізніше для обрахунку почали використовувати зарубки на палиці, відкладені камінці, вузлики на мотузці тощо. Їх можна вважати першими обчислювальними інструментами. Згодом з'явилися інші – римська рахівниця «абак» (грец. $\alpha\beta\alpha\xi$, лат. abacus – дошка), китайська «суаньпань» (інколи суан-пан; кит. трад. 算盤, спрощ. 算盘), японська «серобан» (яп. 算盤/そろばん, «счётная доска») та російська («счёты») [33].

Виокремлення математики як особливої науки, що має власний предмет і метод, стало можливим тільки після накопичення великого фактичного матеріалу і сталося в Давній Греції у VI–V ст. до н. е. Цей час вважається початком періоду елементарної математики. До нашого часу дійшли імена видатних давньогрецьких вчених – Архімеда (зробив багато винаходів, в яких він використовував математичні розрахунки: катапульта, сферичні дзеркала), Піфагора (автор знаменитої теореми про сторони прямокутного трикутника), Евкліда (написав першу книгу з геометрії «Начала», яка аж до XVII століття використовувалась в якості підручника і за кількістю перевидань за цей час поступається лише «Біблії»), Ератосфена (запропонував метод визначення простих і складених чисел – «решето

Ератосфена»), Фалеса (сформулював теорему про поділ сторін кута паралельними прямими), Герона (запропонував формулу для визначення площі трикутника за його сторонами).

З розвитком людства розвивалася і математика. До початку XVII століття математика – наука про числа, скалярні величини та прості геометричні фігури. Тобто, власне кажучи, в цей період розвиваються лише дві математичні науки – арифметика (від гр. «арифмос» – число) та геометрія. Дещо пізніше виникають алгебра (слово походить від назви трактату «аль джебр аль мукабала» – «Про відношення і порівняння» арабського математика аль-Хорезмі), тригонометрія (від гр. «тригонон» – трикутник, «метрео» – вимірювати) та окремі способи математичного аналізу. Математичні знання використовуються в лічбі, землемірстві, торгівлі, архітектурі, астрономії. XVII століття ознаменоване значними відкриттями в галузі розвитку обчислювальної техніки. В працях видатного італійського вченого, мислителя і художника епохи Відродження Леонардо да Вінчі зустрічається ескіз тринадцятирозрядного підсумовуючого пристрою на базі коліщаток з десятьма зубчиками. В 1623 році німецький вчений Вільгельм Шиккард запропонував свою модель шестирозрядного десяткового обчислювача також з використанням зубчастих коліщат, який міг би здійснювати операції додавання, віднімання, множення і ділення. Але ідеї да Вінчі і Шиккарда не були ними реалізовані, а так і залишилися на папері. Сконструювати першу в світі працюючу механічну обчислювальну машину, яка могла додавати і віднімати, вдалося в 1642 році французькому вченому Блезу Паскалю. В своїй машині він використав коліщатка і приводи. В 1673 році німецький математик Готфрід Вільгельм фон Лейбніц сконструював іншу обчислювальну машину, використавши пересувні циліндри. Пристрій Лейбніца мав складнішу будову і був здатний виконувати не лише дії додавання і віднімання, а й множення, ділення та обчислення квадратного кореня.

У XVII-XVIII століттях розвиток природничих наук (насамперед,

фізики та астрономії) і техніки (мореплавання, гідравліка, балістика) спричинили введення в математику ідей руху і зміни у формі змінних величин та функціональної залежності між ними. Це викликало створення нових математичних дисциплін: аналітичної геометрії, диференціального та інтегрального числення, теорії диференціальних рівнянь, диференціальної геометрії. Здобутки математики в цих століттях пов'язані з іменами вже згаданих Б. Паскаля, Г. Лейбніца, а також Ж. Даламбера, Р. Декарта, Ф. Вієта, П. Ферма, І. Ньютона, Л. Ейлера, Д. та Я. Бернуллі.

Подальший розвиток науки і техніки у XIX – XX століттях підносить математику до нових висот абстракції. Відомі до цього числа і величини стають лише окремими випадками інших чисел і величин – вводяться множини ірраціональних, дійсних, комплексних чисел. Завдяки працям видатного російського математика М. Лобачевського в геометрії починаються дослідження «просторів», окремим видом яких є евклідовий простір. Виникають і розвиваються нові математичні дисципліни: неевклідова (ріманова) геометрія, проективна геометрія, теорія множин, математична логіка (булева алгебра), теорія груп, теорія ймовірностей, теорія функцій комплексної змінної, функціональний аналіз та інші. В цей же період з'являються спроби створити програмовану обчислювальну машину. Цю ідею в 1830 р. висунув англійський математик Чарльз Бебідж і присвятив їй майже все своє життя, але так і не створив діючу модель. За його задумом машина мала працювати на силі пари, а програми для неї кодувалися на перфокартах (ідея використання перфокарт запозичена у французького винахідника Жозефа Жаккара). У своїй машині Бебідж також використав технологію обчислень, запропоновану французьким вченим Гаспаром де Проні, яка складалася з трьох етапів: розробка чисельного методу, створення програми послідовності арифметичних дій, проведення обчислення шляхом арифметичних операцій над числами згідно зі створеною програмою. Принципи програмування до машини Бебіджа розробила Ада Августа Лавлейс, донька англійського поета Джорджа Гордона Байрона. Саме вона

переконала Ч. Бебіджа в необхідності використання двійкової системи числення замість десяткової, яка і дотепер використовується в сучасних комп'ютерах. Реалізовано ідею Ч. Бебіджа було лише в 1887 році Германом Холерітом в машині, призначеній для обробки результатів перепису населення США.

Значний внесок у розвиток математики періоду XIX – XX століть зробили, окрім згаданих, Р. Дедекінд, Г. Кантор, К. Гаусс, М. Остроградський, О. Коші, К. Вейерштрасс, Ж-А. Пуанкаре, О. Колмогоров, О. Ляпунов, В. Стеклов, Л.С. Понтрягін, І. Петровський, М. Лаврентьєв, П. Новиков, Д. Гільберт, О. Погорєлов, В. Дрінфельд, В. Марченко, М. Келдиш.

У XX столітті числові методи математики виростають в самостійну науку – обчислювальну математику. Прагнення спростити і прискорити розв'язання низки трудомістких обчислювальних задач спричинило створення обчислювальних машин (далі – ЕОМ), спочатку механічних, потім – електромеханічних, а згодом – електронних. Потреби розвитку самої математики, проникнення математики у різні галузі науки та сфери практичної діяльності, швидкий прогрес обчислювальної техніки викликало появу цілої низки нових математичних дисциплін: теорія інформації, теорія ігор, теорія графів, дискретна математика, математична статистика, теорія оптимального управління, кібернетика, математичне моделювання процесів та інші. Широке застосування ЕОМ у другій половині XX століття призвело до «математизації» не лише наук, в яких традиційно використовувалися математичні методи – фізики, астрономії, механіки, економіки, хімії, а й далеких від математики наук – біології, медицини, соціології, лінгвістики та ін.

Погоджуючись з думкою А. Ейнштейна «Часто кажуть, що цифри керують світом; щонайменше, без сумніву, цифри вказують як ним керують» [14] та історичними фактами історії розвитку математики ми можемо сказати, що математика виникла із задач.

У психолого-педагогічній літературі однозначного трактуванні терміну «задача» не існує. Підхід до зв'язку між суб'єктом і задачею є визначальним при тлумаченні поняття науковцями в кібернетиці, дидактиці та методики навчання математики термін «задача» розглядається як ситуація зовнішньої діяльності, що запропонована окремо від суб'єкта діяльності. Тому зазвичай задача представляється як будь-яка вимога виконати обчислення, перетворення, побудову; провести доведення або дослідження чого-небудь, що має відношення до просторових форм або кількісних відношень; або запитання, яке буде рівносильним такій вимозі.

В психології задача розглядається як мета, задана в певних умовах, як особлива характеристика діяльності суб'єкта. В цьому випадку «задача» тлумачиться як «...суб'єктивне психологічне відображення тієї зовнішньої ситуації, в якій розгортається цілеспрямована діяльність суб'єкта» [4].

У шкільній практиці під поняттям «задача» розуміють не тільки текстову, сюжетну задачу, а й будь-яку вправу чи приклад. В дидактиці та методиці навчання математики «задача» розглядається як ситуація зовнішньої діяльності, яка пропонується окремо від суб'єкта діяльності.

Отже, узагальнюючи існуючі трактування терміну «задача», ми можемо виділити такі, які найкраще розкриватимуть сутність цього поняття, а саме:

– «Задача – це вимога виконати що-небудь, або запитання, рівнозначне такій вимозі. Математична задача – будь-яка вимога обчислити, побудувати або довести що-небудь методами математики» [45].

– «Текстова задача – відображення ситуації, близької до життєвої, практичної, в якій описується кількісний аспект реального явища чи події і міститься вимога знайти невідоме значення певної величини» [51].

Розв'язування задач було головною складністю в навчанні математиці з часів папіруса Ринд. За цих часів найдавніші єгипетські математичні папіруси не містили ніяких доведень, означень чи аксіом, а являли собою збірки задач, здебільшого геометричних, правил і формул для обчислення

площі чи об'ємів. Те саме можна сказати і про математику Вавилону та інших країн стародавнього Сходу.

В «Арифметиці» Л. Магницького (1703 р.) до задач додавалися розв'язки, які необхідно було «ввѣтверживать». Способи розв'язування задач подавалися у вигляді багатослівних правил, і ці правила учні повинні були завчати. Зміст задач охоплював усі типові життєві ситуації, які вимагали відповідних практичних розрахунків: купівлю-продаж, витрати і накопичення. Задача була метою навчання, тобто математику, власне, вчили для того, щоб засвоїти правила розв'язування аналогічних задач. [59]

Таким чином, з вищесказаного текстова математична задача займає вагомe місце у програмах із математики, які використовуються в закладах освіти. Оскільки вона передбачає застосування отриманих на уроках математики знань у різноманітних життєвих ситуаціях, здійснення реалізації міжпредметних зав'язків тощо.

Часто замість поняття «текстова математична задача» використовують термін «сюжетна задача». Він означає математичну задачу, яка описує певний життєвий сюжет, а саме кількісний бік реальних процесів, явищ та ситуацій і міститься вимога знайти шукану величину за даними в задачі величинами та зв'язками між ними. Вони виступають як дидактичний засіб не тільки навчання, розвитку учнів, а й виховання [49]. А одним з основних компонентів виховного аспекту уроку є розумове виховання.

Спробуємо структурувати функції текстових задач (див. таблиця 1.1.).

Таблиця 1.1

Основні функції текстових задач

Функція	Характеристика
Навчальна	Формування у учнів системи математичних знань, навичок і умінь на різних етапах навчання

Продовження таблиці 1.1.

Розвивальна	Розвиток мислення школярів, формування в них розумових дій і прийомів розумової діяльності, просторових уявлень, алгоритмічного мислення тощо
Виховна	Формування в учнів наукового світогляду, сприяє економічному, екологічному й естетичному вихованню, розвиває пізнавальний інтерес, позитивні риси особистості
Контрольна	Встановлення навченості, рівня загального і математичного розвитку, стану засвоєння навчального матеріалу окремими учнями і класом загалом

З таблиці 1.1. видно, що реалізація кожної із наведених функцій неможлива ізольовано від усіх інших, але для кожної конкретної задачі учитель має виділити функцію, яка відіграватиме роль основної, та намагатися перш за все реалізувати її.

У науковій літературі [42; 49] зазначено, що задачі мають не тільки і не стільки сприяти закріпленню знань, тренуванню в їх застосуванні, скільки формувати дослідницький стиль розумової діяльності, метод підходу до явища, які вивчаються.

Як зазначалося нами раніше, проблема формування в учнів умінь розв'язувати текстові математичні задачі є достатньо актуальною в шкільному курсі алгебри. Саме на розв'язування задач в закладах загальної середньої освіти виділяється приблизно половина навчального часу, який відведений навчальними планами на програмою вивчення математики. Це підтверджує і значна кількість наукових, науково-методичних праць вчених та педагогів-методистів.

Дослідженню цієї проблеми присвячено ряд робіт серед яких вагоме

місце займають роботи М. Богдановича, Г. Бевз, М. Бурди, Н. Істоміної, Ю. Колячина, С. Скворцової та інших [1; 6; 23; 51; 53].

Власне текстову задачу, її роль та процес розв'язування досліджували М. Богданович [4] та Г. Непомняща [45]. Аналіз структури текстових задач у своїх працях дослідили В. Сілков та А. Рибалко [50].

Науковці, які досліджували, проблему навчання розв'язування сюжетних задач, у своїх дослідженнях сходяться до єдиної думки, «...що кінцевою метою такого навчання має бути формування в учнів загального вміння розв'язувати задачі» [62; 63].

Психологічний та методичний аспекти процесу розв'язування задач були досліджені в роботах З. Слєпкань, Л. Гуровою, С. Максименко, Є. Машбиць, Л. Фрідман та ін. [54; 58; 63].

До проблематики розв'язування задач під час вивчення математики постійно звертаються педагоги-методисти. Особливу увагу розв'язуванню задач як засобу розвитку мислення, формуванню системи математичних понять, добору задач до підручників для закладів загальної середньої освіти приділяли такі вчені: Г. Бевз, Ю. Колячин, І. Тесленко, А. Столяр, Л. Фрідман та інші [1; 23; 58].

Багато відомих вчених наголошували на тому, що в математиці задачі відіграють чи не найважливішу роль. Наприклад, С. Шохор-Троцький запропонував спеціальний метод навчання (метод доцільних задач), в якому основну роль відводив розв'язуванню задач [64].

У своїй статті С. Ткаченко позитивно оцінила наукову та практичну значущість праць з проблеми нашого дослідження. Але разом з тим відзначила недостатню роботу по ряду аспектів, які відповідають за процеси формування вмінь розв'язувати текстові задачі.

За результатами аналізу наукових праць ми виділяємо серед них такі: недостатність обсягу теоретичних знань про саму задачу та процес її розв'язування; невизначеність щодо рівня програмних вимог до формування в учнів умінь розв'язувати текстові задачі; добір завдань різних рівнів, які

спрямовані на формування зазначених вмінь; способи раціонального поєднання фронтальної, групової та індивідуальної форм роботи на уроках математики при розв'язуванні задач в умовах диференційованого підходу до навчання у середній ланці школи [56].

Теоретичною основою створення методики формування в учнів загального вміння розв'язувати текстові задачі є вимоги до процесу формування розумових дій, які забезпечують високу ефективність навчання навичок і вмінь, що сформульовані Л. Фрідманом, а також теорія поетапного формування розумових дій і понять П. Гальперіна, яка відповідає цим вимогам [9].

У своїх дослідженнях С. Скворцова пропонує формування загальних вмінь розв'язувати задачі, взявши за основу операційний склад. С. Скворцова виділяє такі три основні етапи:

1 етап — підготовча робота до введення поняття «задача»;

2 етап — ознайомлення з поняттям «задача», його структурними елементами та етапами її розв'язання;

3 етап — формування загального вміння розв'язувати будь-які задачі [51].

За дослідженнями З. Слєпкань ефективною методикою навчання учнів розв'язуванню задач може бути лише комплексний підхід. За таким підходом має чітко визначатися мета навчання учнів щодо розв'язування задач певного виду чи оволодіння певним методом, ретельно розроблятися система самих задач, які будуть розв'язуватись у класі і пропонуватись як домашнє завдання, мають доцільно вибиратись методи і організаційні форми роботи на уроці, засоби навчання, здійснюватись контроль стану сприймання учнями методів і способів розв'язування, набутих ними навичок і умінь [54].

За З. Слєпкань «...у процесі розв'язування текстових задач здійснюється як алгоритмічна, так і евристична діяльність учнями» [54].

Значна кількість шкільних задач, зокрема алгебраїчних вправ, опорних задач на побудову, вправ на дослідження функцій, обчислення похідних та

інтегралів, виконується за певними алгоритмами. Опанування учнями цих алгоритмів є важливим завданням навчання математики. Філософи стверджують, що немає кращого способу створити умови для творчої діяльності як бездоганне знання алгоритмів.

Дійсно, розв'язування творчих, нестандартних задач зводиться до виконання відомих опорних задач, які розв'язуються за певними алгоритмами. На жаль, нерідко під час розв'язування текстових задач учні знаходять спосіб розв'язування складної нестандартної задачі, але довести справу до кінця не можуть, оскільки не вміють розв'язувати опорні задачі, до яких зводяться нестандартні, або не можуть правильно розв'язати найпростіше, наприклад тригонометричне рівняння.

Водночас навчити учнів розв'язувати задачі та вправи алгоритмічного характеру на уроках алгебри, лише пропонуючи їм готові алгоритми, не можна. Доцільніше організувати на прикладах розв'язування однієї-двох задач колективний пошук алгоритму [54].

В цьому випадку, задача вчителя зводиться до формування вказаних складових мислення. Інструментом повинні бути цікаві задачі: задачі-головоломки, задачі на міркування, нестандартні задачі.

Без задач цікавого змісту, на думку Н. Лобачевського, неможливим є успішне викладання. Вчений пов'язує це з тим, що цікавість повинна сприйматися як засіб, що є необхідним при активації уваги [28].

Н. Лобачевський пропонує матеріал цікавого характеру розбивати на три групи:

- матеріали, що є цікавими за своєю формою;
- матеріали, що є цікавими за своїм змістом;
- матеріали, що є цікавими за своїми формою і змістом.

Основу цікавості на уроках повинні складати завдання, безпосередньо пов'язані з програмним матеріалом. Необхідно залучити учнів до творчого пошуку, активізувати їх самостійну дослідницьку діяльність. Часто мотивом для якісної навчальної діяльності учнів виступає наявність унікальної цікавої

задачі.

В процесі її розв'язування здійснюється розвиток та тренування мислення загалом, а також, зокрема, творче мислення учнів. Нині у дослідженнях психологи, дидактики і методисти переконливо показали, що вміння школярів розв'язувати задачі прямо не залежить від кількості розв'язаних задач. Якщо навіть учень розв'язав багато задач, але в нього не сформований загальний підхід до задачі, аналізу її, пошуку плану розв'язування, самостійно розв'язувати задачі він не зможе [65].

Різноманітність нахилів, здібностей та інших психофізіологічних якостей учнів, значні відмінності в рівні їх попередньої підготовки, поглядах на навчання обумовлює необхідність індивідуального підходу в організації навчання, особливо при розв'язуванні текстових задач. Індивідуальний підхід може проявляти себе при формулюванні до учнів конкретних запитань, які вчитель адресує окремим учням на уроці; в додаткових роз'ясненнях, які необхідні при проведенні самостійної роботи; в складанні різнорівневих задач для використання в самостійних роботах; рекомендації додаткової літератури для сильніших учнів, а також допоміжної – для більш слабких; урахуванні особливостей тих, хто відстає у навчанні, зокрема в обережному використанні методу прилюдної критики та негативних оцінок.

Отже, математичні текстові задачі відіграють важливу роль в освітньому процесі. Перш за все, під час розв'язання задач, учні вчаться застосовувати набуті теоретичні знання на практиці.

Розв'язування текстових математичних задач сприяє розвитку критичного мислення, просторової уяви в учнів, набуття життєвого досвіду, що є актуальним в сучасних умовах сьогодення. Розв'язування текстових задач є одним з найефективніших методів розвитку мислення і уяви, зокрема при високій організації освітнього процесу, вміння розв'язувати текстові задачі сприяє вихованню учнів, а особливо формуванню у них таких рис, як сила волі, наполегливості тощо. Впровадження текстових математичних задач на уроках алгебри є особливо корисними при розвитку в учнів творчого

потенціалу, математичної грамотні та інформаційно-цифрової компетентності.

1.2. Класифікація текстових задач

Сьогодні існує декілька підходів до класифікацій текстових задач. Перш за все, текстові задачі різняться за характером об'єктів: практичні (реальні), математичні.

Під практичною (реальною) задачею розуміють задачу, в якій хоча б один об'єкт є реальним предметом.

Під математичною задачею розуміють будь яку вимогу обчислити, побудувати, довести що-небудь, що стосується кількісних відношень і просторових форм, створених людським розумом на матеріалістичній основі знань про навколишній світ [61].

Розв'язати математичну задачу означає знайти таку послідовність спільних положень математики (визначень, аксіом, теорем, правил, законів, формул), застосовуючи які до умов задачі або до їх наслідків, отримаємо те, що вимагається в задачі та її відповідь. Щодо класифікації текстових задач за теоретичною складовою їх поділяють на стандартні та нестандартні.

Стандартна задача складається з послідовності кроків, кожен із яких є умовою задачі або буде знайдений в процесі слідування. Тому пошук цієї послідовності кроків – це найголовніше, що потрібно робити для того, щоб розв'язати стандартну задачу.

Нестандартні задачі – це такі, для яких немає спільних правил і положень, які визначають точну програму їх розв'язування [58]

У своїх працях З. Слєпкань зазначає, що «в залежності від вимоги, поставленої в задачі, виділяються задачі на обчислення, доведення, побудову та дослідження» [54].

У задачах на обчислення передбачається знаходження числа (або

множини чисел) за числами та умовами, що задані та пов'язують їх із невідомими величинами. До них відносять різноманітні приклади та текстові задачі.

Задачі на доведення передбачають доведення деякого сформульоване в умові твердження. До задач на побудову відносяться геометричні задачі, в яких вимагається побудувати яку-небудь фігуру, що задовольняє умову задачі, а також завдання, якими передбачена побудова перерізів многогранників та інших стереометричних тіл, діаграм, графіків функцій [54].

Як зазначає в своєму дослідженні Шаповал І. [62], для кожного виду текстових задач можна сформулювати узагальнені підходи до процесу розв'язування.

Задачі на планування і спільну роботу посідають значне місце у дослідженнях багатьох методистів. До основних компонентів текстових задач зазначеного типу відносяться:

- робота, що виконується в задачі (A);
- час, який потрібний на виконання зазначеної роботи (t);
- продуктивність праці (S), яка визначає роботу, яку можливо виконувати за одиницю часу.

Між вищеописаними компонентами задачі існує залежність, яка виражається формулою 1.1:

$$S = \frac{A}{t} \quad (1.1)$$

Можливо виділити декілька різних типів задач на спільну роботу та планування.

До задач на спільну роботу відносять задачі, в яких необхідно:

- обчислити невідомий час виконання роботи;
- знайти шлях, який пройшли тіла, які рухаються. В цьому випадку шлях розглядають як спільну роботу.

Задачі на планування поділяють на задачі, які передбачають:

- визначення обсягу виконуваної роботи;
- знаходження продуктивності праці;
- знаходження часу, який був витрачений на виконання запланованого обсягу роботи;
- використання кількості працівників, що працюють над роботою, в умові замість часу, потрібного на виконання роботи [26].

У своїх роботах Н. Захарченко текстові задачі поділяє на:

- задачі «на рух»;
- задачі «на роботу»;
- задачі на суміші та сплави;
- задачі з цілочисленними значеннями;
- задачі «на відсотки» [15].

Наведемо приклади вищезазначених задач.

Задачі «на рух» розв'язуються за основною формулою 1.2:

$$S = \frac{v}{t} \quad (1.2)$$

де,

S – відстань (пройдений шлях);

t – час руху;

V – швидкість (відстань, пройдена за одиницю часу).

При розв'язуванні задач «на рух», розглядають такі основні три ситуації:

- два об'єкти починають рух одночасно назустріч один одному;
- два об'єкти починають рухатись одночасно в протилежних напрямках;
- два об'єкти починають рухатись одночасно в одному напрямку [15].

Умовно задачі «на рух» поділяють на: рух назустріч, рух в одному

напрямку, рух в протилежних напрямках, рух і течія, рух по колу [15].

Задачі на «рух на зустріч» обчислюється за такою основною формулою (1.3):

$$t = \frac{S}{v_1 + v_2} \quad \text{де,} \quad (1.3)$$

S – початкова відстань між двома об'єктами;

v_1, v_2 – швидкості об'єктів;

$v_1 + v_2$ – швидкість зближення.

Наведемо приклад задач «на рух»:

Задача 1. З однієї станції в протилежних напрямках вирушили два потяги. Яка відстань між пунктами призначення цих потягів, якщо один із них рухався зі швидкістю 56 км/год і перебував у дорозі 3 год , а другий на протязі 2 год пересувався зі швидкістю 62 км/год ?

Задача 2. З одного села в протилежних напрямках одночасно вирушили два мотоцикліста зі швидкостями відповідно 20 км/год і 22 км/год . Через скільки годин відстань між ними буде 166 км ?

Задача 3. Із Харкова і Львова назустріч один одному вийшли одночасно два потяги. Швидкість одного потяга 50 км/год , а другого – 60 км/год . Через скільки годин зустрінуться потяги, якщо довжина залізниці між цими містами – 990 км ?

Задача 4. Із однієї точки одночасно в протилежних напрямках вибігли два тигри. Швидкість одного тигра 48 км/год , а другого – 54 км/год . Яка відстань буде між тиграми через 3 години ?

Задача 5. Знаходячись на відстані 12 км/год . Одна від одної одночасно в одному напрямку виїхали дві автомашины. Перша їде зі швидкістю 65 км/год , а друга їде за нею зі швидкістю 89 км/год . Через який час друга автомашина наздожене першу?

Якщо в умові задачі дано рух по колу, то шляхом вважають довжину кола, по якому рухаються об'єкти. В цьому випадку задачі розв'язуються за

такою основною формулою (1.5):

$$S = 2\pi r \quad (1.5)$$

де, r – радіус кола.

Якщо об'єкти рухаються назустріч, то час до першої зустрічі дорівнює (1.6):

$$t = \frac{2\pi r}{v_1 + v_2} \quad (1.6)$$

враховуючи, що

$$S_1 + S_2 = 2\pi r \quad (1.7)$$

Через такий же час об'єкти зустрінуться наступний раз, тобто t – це час між двома послідовними зустрічами.

Якщо тіла рухаються в одному напрямку і другий об'єкт має швидкість більшу ніж перший, то зустріч буде відбуватись тоді, коли шлях другого об'єкта перевищуватиме шлях першого на довжину кола, тобто застосовується формула 1.8:

$$S_1 - S_2 = 2\pi r \quad (1.8)$$

тоді час між двома послідовними зустрічами дорівнює:

$$t = \frac{2\pi r}{v_1 - v_2} \quad (1.9)$$

Дуже важливо пам'ятати, що при розв'язуванні задач на рух необхідно слідкувати за одиницями вимірювання.

Як зазначалося нами раніше, та у дослідженнях Н. Захарченко [15] «дуже близьку математичну модель до задач «на рух» мають задачі, в яких

хто-небудь виконує яку-небудь роботу, або задачі, які пов'язані з наповненням резервуарів (басейну). У задачах такого типу вся робота або повний об'єм резервуару відіграє роль відстані (шляху), а продуктивність праці об'єктів, які виконують роботу, аналогічні швидкості руху» [15].

При розв'язуванні задач «на роботу» будемо користуватись такими позначеннями: робота – A ; продуктивність праці – N (кількість роботи, яку виконали за одиницю часу). Робота, виконана за час t , в цьому випадку обчислюється за формулою (1.10):

$$A = Nt \quad (1.10)$$

У задачах абстрактна робота (яка не вимірюється в штуках, кількості виробів та ін.) зазвичай приймається за одиницю. Продуктивність сумісної роботи дорівнює сумі продуктивностей.

Основні припущення в задачах «на суміші та сплави» поділяються на такі види:

- всі одержані суміші чи сплави однорідні;
- при змішуванні двох розчинів, що мають об'єми v_1, v_2 , одержуємо суміш, об'єм якої дорівнює $v_1 + v_2$;
- при переробці двох сплавів, що мають маси m_1 і m_2 , одержимо сплав масою $m_1 + m_2$.

Відмітимо, що представлені вище припущення не завжди виконуються в дійсності.

При розв'язуванні текстових задач «з цілочисельними», застосовується переважно, метод складання рівнянь, у яких невідомі величини можуть приймати лише цілі значення. Часто ці задачі складені таким чином, що однозначний розв'язок можна одержати лише при використанні цієї умови.

Наприклад, трьохзначне число закінчується цифрою 2. Якщо її перенести у початок запису, то одержане число буде на 18 більше, ніж задане. Знайти це число.

При розв'язуванні такого роду задачі складається рівняння.

Нехай перша і друга цифри числа відповідно дорівнюють x і y .

Тоді $xy2 = 100x + 10y + 2$ – шукане число.

Якщо цифру 2 перенести у початок запису числа, то одержимо число $2xy = 200 + 10x + y$.

За умовою задачі число $2xy$ на 18 більше шуканого, тобто

$$2xy - xy2 = 18,$$

$$(200 + 10x + y) - (100x + 10y + 2) = 18,$$

$$-90x - 9y = -180, 10x + y = 20.$$

За умовою x і y – цифри шуканого числа $xy2$,

$$\text{тому } 100x + 10y + 2 = 10(10x + y) + 2 = 10 \cdot 20 + 2 = 202.$$

Отже, шукане число складає 202.

Також, важливого значення методисти надають текстовим задачам «на відсотки». Задачі на «відсотки» поділяються на такі основні три види:

- знаходження відсотка від цілого;
- знаходження цілого за даним числом його відсотків;
- відсоткове відношення [15].

Всі співвідношення і формули, отримані для розв'язання задач з відсотками, виводяться з пропорцій. Дані задачі на відсотки можна записати у вигляді наступних співвідношень:

$$\begin{array}{l} \text{все} \quad - \quad 100\% \\ \text{частина} \quad - \quad \text{частина } y \% \end{array} \quad (1.11)$$

Співвідношення 1.11 можна записати у вигляді пропорції (1.12)

$$\frac{\text{все}}{\text{частина}} = \frac{100\%}{\text{частина } y \%} \quad (1.12)$$

Використовуючи вище представлені пропорції (1.11, 1.12) можна отримати формули для розв'язання основних типів задач на відсотки [41].

Згідно з чинною програмою з математики, розв'язування текстових

задач за допомогою рівнянь передбачено вже на початку 5 класу, однак захоплюватися алгебраїчним методом розв'язування таких задач не варто. Це пов'язано з віковими особливостями учнів, а саме із ще не сформованим вмінням абстрактно мислити. Крім того, учні 5-6 класів ще не володіють навичками, необхідними для якісного опанування алгебраїчного методу розв'язування задач, такими як вираження невідомих величин через відомі, бачення двох однакових величин, виражених різним способом, виконання тотожних перетворень виразів зі змінною [51].

Таким чином, в 5-6 має переважати арифметичний спосіб розв'язування задач, а вже починаючи з 7 класу — метод рівнянь. Для успішного оволодіння алгебраїчним методом розв'язування текстових задач варто у 5-6 класах цілеспрямовано формувати важливі навички, такі як запис у вигляді виразу словесно сформульованих залежностей та складання рівностей.

Отже, для того, щоб навчитись розв'язувати текстові задачі, необхідно набути досвід їх розв'язку шляхом багаторазового повторення операцій, дій, які складають предмет вивчення. Слід пам'ятати, що навички розв'язку текстових задач формуються на основі осмислених знань і умінь. Починати розв'язування текстової задачі необхідно зі створення математичної моделі умови задачі. При розв'язуванні текстових задач, необхідно вміти умовно поділити текстові задачі за їх видами, що значно спростить пошуки правильного ходу розв'язку задачі.

1.3. Особливості розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри

У сучасному світі, щорічно оновлюється близько 5% теоретичних і 20% практичних знань, тому в сучасній школі недоцільно акцентувати увагу на стандартному обсязі знань та умінь.

Проблеми й виклики сучасності стимулюють модернізацію освіти, адже саме високоосвічена, толерантна, духовно багата особистість

будуватиме майбутнє нашої країни. На вимогу Концепції «Нової української школи» пріоритетним напрямом розвитку освіти – є навчання та виховання конкурентоспроможного випускника як «... всебічно розвинену, здатну до критичного мислення цілісну особистість, патріота з активною позицією, інноватора – здатного змінювати навколишній світ та вчитися впродовж життя» [46].

Відповідно до вищесказаного, основні задачі закладу загальної середньої освіти направлені на реалізацію концепції «Нової української школи», яка скеровує педагогів до реалізації ціннісних пріоритетів особистості, задоволення освітніх потреб молоді, створення розвивального та міжкультурного середовища, у якому реалізується сучасна модель випускника [46].

З метою реалізації та самореалізації у подальшому житті випускник закладу загальної середньої освіти має оволодіти певними якостями та вміннями, які відбивають потребу сучасного суспільства, а саме:

- бути гнучким, мобільним, конкурентоздатним, уміти інтегруватись у динамічне суспільство, презентувати себе на ринку праці;
- вміти критично мислити;
- використовувати знання як інструмент для розв'язання життєвих проблем;
- генерувати нові ідеї, ухвалювати нестандартні рішення й нести за них відповідальність;
- володіти комунікативною культурою, уміти працювати в команді;
- уміти запобігати та виходити з будь-яких конфліктних ситуацій;
- цілеспрямовано використовувати свій потенціал як для самореалізації в професійному й особистісному плані, так і в інтересах суспільства, держави;
- уміти здобувати, аналізувати інформацію, отриману з різних джерел, застосовувати її для індивідуального розвитку і самовдосконалення;
- бережливо ставитися до свого здоров'я та здоров'я інших як до

найвищої цінності;

– бути здатним до вибору численних альтернатив, які пропонує сучасне життя.

Таким чином, важливо поряд із формуванням предметних знань та вмінь розвивати в учнів уміння використовувати набуті знання в різноманітних ситуаціях, уміння самостійно засвоювати нову інформацію, аналізувати її. З цією метою у навчанні математики, зокрема алгебри, змістити акценти зі знання фактів і використання навичок у знайомих ситуаціях на розвиток в учнів інтелектуальних умінь, пов'язаних із розв'язуванням творчих завдань, застосуванням знань у невідомих ситуаціях.

В освітньому процесі актуальними стають практично зорієнтовані завдання, що підкреслюють єдність математичної теорії в різних сферах життя, взаємозв'язки між поняттями та методами досліджень.

На нашу думку, значна увага вчителя до розв'язування текстових задач в курсі алгебри і початків аналізу сприятиме формуванню в учнів такої математичної компетентності, яка допоможе їм ефективніше розв'язувати практичні задачі із повсякденного життя.

Як було зазначено нами вище, розв'язування текстових задач є ефективним засобом формування математичних знань і вмінь, розвитку інтелекту та виховання учнів. Текстові задачі вивчаються у курсі шкільної математики від першого до випускного класу та є засобом формування математичних компетентностей учнів.

У проаналізованих нами працях [34; 43] розкрито роль текстових задач у формуванні математичної компетентності учнів основної школи.

На думку вчених формування математичної компетентності в учнів у процесі навчання розв'язувати текстові задачі має враховувати наступні аспекти:

– розв'язування текстових задач в учнів викликає певні труднощі і не всі учні здатні відразу зорієнтуватися із методом або способом розв'язування даної задачі;

– у старшій школі певним чином змінюються функції текстових задач: поряд із традиційними навчальною, розвивальною, виховною функціями, на перший план виходять функції узагальнення і систематизації матеріалу;

– розвитку дослідницьких умінь учнів.

У старшій школі мають бути вдосконалені форми, методи і засоби навчання розв'язування текстових задач – провідне місце має бути відведене методам проблемно-пошуковому і дослідницькому, що стимулюють пізнавальну активність учнів. Має бути значно збільшена і частка самостійної роботи школярів з різними джерелами навчальної інформації. Змінюються прийоми, способи розв'язування текстових задач – якщо в основній школі, переважна більшість текстових задач зводилась до складання і розв'язування рівнянь, нерівностей або їх систем, то в процесі навчання учнів старшої школи пріоритет має бути відданий узагальненим прийомам і методам розв'язування.

На жаль, сьогодні спостерігаємо зменшення кількості текстових задач у шкільних підручниках для старшої школи, зокрема у підручниках з алгебри.

У процесі навчання математики, направленому на формування вмінь розв'язувати текстові задачі, важливо здійснювати коригування життєвого досвіду учнів за такими напрямками:

– своєчасно виявляти помилкові уявлення в міркуваннях учнів;

– навчати учнів знаходити помилки, самостійно їх виправляти та запобігати їх появі;

– враховувати специфіку задач і рівень попередньої підготовки учнів.

Приклад проведення уроку з алгебри для 9 класу з розв'язування текстових задач наведено у додатку А.

Отже, розв'язування таких прикладних задач на уроках алгебри, дозволяє вчителю показати, що за абстрактними обчисленнями й перетвореннями є «реальний зміст» та прикладне застосування. Тобто зміст задачі практико орієнтований, зрозумілий учням й спирається на певний

практичний досвід учнів, а факти математичної теорії доступні для сприйняття учнями. Причому розв'язування текстових задач має зводиться до розв'язування типових математичних задач, що в свою чергу дозволяє вчителю продемонструвати можливості використання апарату математики і не розчиняється в термінах інших галузей.

Варто зазначити, що у більшості текстових задач відразу не відомо, які знання необхідно використати, тому учень має розглянути своєрідний «набір» теоретичних відомостей і практичного досвіду. Процес розв'язування текстових задач передбачає використання методу математичного моделювання, тому потрібно особливу увагу приділити формуванню в учнів таких умінь як:

- аналізувати текст задачі і виявляти дані істотні для математичних дій; співвідносити дані і вимоги задачі з відомими математичними моделями;
- виявити відсутні дані (якщо вони є) і доповнити (з наявного досвіду, з літератури, з довідників) умову задачі або виключити зайві дані;
- вибрати модель і застосувати її для математизації ситуації завдання; розв'язати математичну модель;
- інтерпретувати отриманий результат відповідно до питання задачі;
- зробити висновки: де ще може застосовуватися даний спосіб розв'язування (в житті, при вивченні інших предметів), чи можна розв'язати задачу іншим способом та ін.

Отже, з метою формування у учнів математичної компетентності, інформаційно-критичного мислення та творчого потенціалу вчителю бажано на уроках алгебри більше уваги приділяти розв'язуванню текстових задач.

Серед особливостей застосування текстових задач на уроках алгебри ми можемо виділити диференційоване навчання.

Диференціація в перекладі з латинського «difference» означає розподіл, розшарування цілого на частини, форми, ступені.

Серед основних цілей диференційованого навчання виділяють організацію освітнього процесу на основі обліку індивідуальних

особливостей особи, тобто на рівні можливостей і здібностей.

Основне завданням диференційованого навчання є побачити індивідуальність учня і зберегти її, допомогти учню повірити в свої сили, забезпечити його максимальний розвиток.

Описаний М. Богдановичем диференційований підхід навчання ґрунтується на елементах допомоги. Вчений пропонує різні способи допомоги, тобто для розв'язування текстових задач учневі пропонується наступне:

- зразок виконання;
- план чи схема розв'язування;
- конкретизація завдань;
- інформація, необхідна для виконання;
- сповіщення початку розв'язування задачі та ін.[5]

В межах нашого дослідження, ми пропонуємо розглядати спосіб диференціювання, який умовно можна назвати ускладненням змісту на основі додаткових завдань. Відомо, що текстові задачі складають близько 40% навчального матеріалу з математики. На їх розв'язування витрачається значна частина навчального часу.

Вивчення досвіду вчителів ЗОШ № 133 м. Києва переконує нас в тому, що під час розв'язування текстових задач вчителі орієнтують учнів на досягнення єдиної мети – отримання результату, тобто відповіді задачі. І лише невелика кількість вчителів проводить додаткову роботу над деякими розв'язаними задачами, про що свідчать результати анкетування (див. рис.1.1).

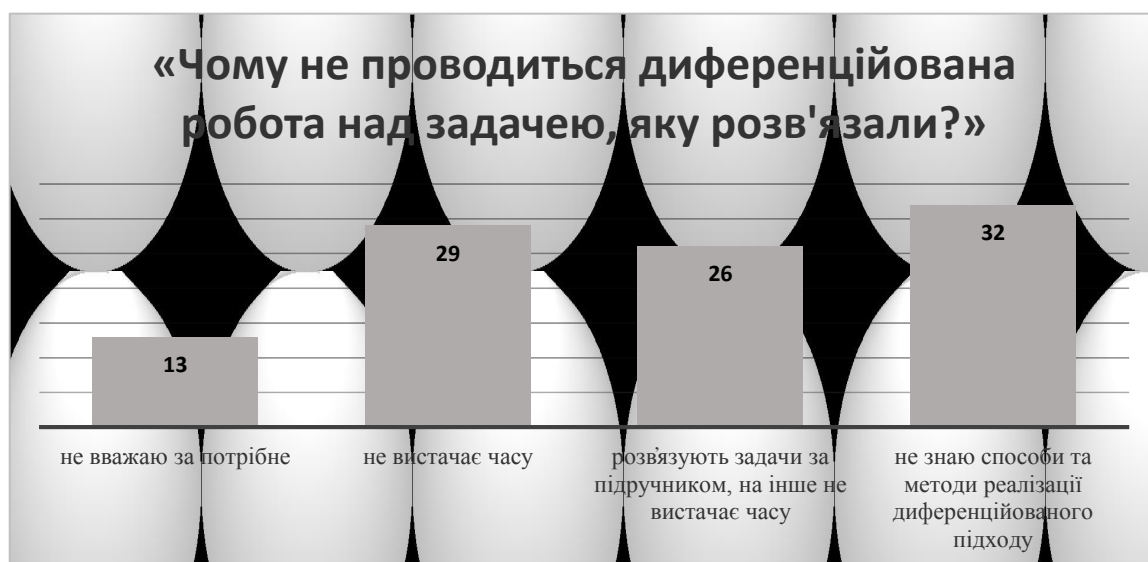


Рис. 1.1. Результати опитування вчителів ЗОШ № 133 м. Києва, щодо проведення диференційованої роботи над задачею у %

З рисунка 1.1 видно, що відповіді на запитання «Чому не проводиться диференційована робота над задачею, яку розв'язали?», розподілилися таким чином: 13% – не вважають цю роботу за потрібну, 29% опитаних – просто не вистачає часу, 26% вчителів пояснюють це тим, що вони намагаються за урок розв'язати з учнями 2-3 задачі, які запропоновані у підручнику на диференціювання завдань до задачі «не доходять руки», решта респондентів 32% – бажає реалізовувати диференційований підхід на уроках, але не зовсім уявляє, що це таке та не знає способи й методи його реалізації.

На нашу думку, ефективніше упродовж уроку розв'язати 1-2 задачі з комплексом додаткових завдань, ніж 2-3 не пов'язаних одна з одною змістом. Це сприяє отриманню учнями додаткової інформації та застосуванню учнями елементів творчості, що в свою чергу розвиває у них творче та логічне мислення.

Також, практика свідчить, що застосування диференційованого підходу при розв'язуванні текстових задач сприяє:

- раціональному використанню навчального часу учнями, що в свою чергу сприяє поглибленню їх знань;

- вивільненню часу на роботу вчителя з слабковстигаючими учнями;
- вчитель витрачає менше часу на підготовку додаткових завдань до задач.

Наведемо приклад текстової задачі та завдань до неї із застосуванням методу диференціації.

Задача 1. В одному районі міста минулого року побудували 6 однакових будинків по 126 квартир у кожному. Цього року побудували на 240 квартир більше. Скільки сімей одержали квартири в нових будинках цього року?

Завдання.

1. На скільки більше квартир побудували цього року, ніж минулого?
2. Скільки квартир різних типів отримали сім'ї цього року, якщо двохкімнатні квартири складали $\frac{1}{3}$ від усіх квартир, трьохкімнатні – $\frac{1}{4}$, чотирьохкімнатні – $\frac{1}{2}$ від двокімнатних, а решта були однокімнатні квартири?
3. Скільки вікон довелося зробити столярам, якщо кожна кімната і кожна кухня в квартирах мають по одному вікну?

При вивченні теми «*Похідна та її застосування*»:

- а) Дослідіть функцію та побудуйте її графік:

$$f(x) = \frac{x^4}{4} + 8x + 5$$

- б) Знайдіть область значень функції:

$$y = x^6 - 3x^4 + 2;$$

До теми «*Інтеграл та його застосування*»:

- в) Обчисліть

$$\int_0^2 \frac{x^3 + 3x^2 + 1}{x} dx$$

г) Обчисліть об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі x фігури, обмеженої заданими лініями:

$$xy=4, x=1, x=4, y=0.$$

Так, при використанні диференційованого підходу завдання мають бути пізнавально-пошукового характеру, в процесі виконання яких учні здобувають нові знання. Така робота вимагає виконання наступних видів розумової діяльності: аналізу і синтезу, порівняння, виділення головного, узагальнення і систематизації.

Отже, застосування диференційованого підходу при розв'язуванні текстових завдань переконує нас у тому, що можна отримати досить високі результати під час вивчення алгебри. Важливим аспектом у розвитку особистості, є здійснення індивідуального і диференційованого підходу до учнів у педагогічному процесі, оскільки саме він передбачає раннє виявлення нахилів та здібностей учнів та створення умов для розвитку особистості.

Висновки до розділу

У розділі проаналізовано теоретичні засади поняття «задача» та «текстова задача». Уточнено, що поняття вище зазначених термінів розглядається як ситуація зовнішньої діяльності, яка запропонована окремо від суб'єкта діяльності. З'ясовано, що задача представляється як будь-яка вимога виконати обчислення, перетворення, побудову; провести доведення або дослідження чого-небудь, що має відношення до просторових форм або кількісних відношень; або запитання, яке буде рівносильним такій вимозі.

Уточнено, що текстова математична задача обіймає основне місце у навчальних програмах шкільного курсу математики, зокрема алгебри. Текстові задачі спрямовані на застосування набутих математичних знань на

практиці. Навчальні програми з математики підтверджують той факт, що розв'язування текстових задач супроводжує вивчення всіх тем, передбачених програмою. Окреслено основні функції текстових задач: навчальну, розвивальну, виховну та контрольну.

Встановлено, що розв'язування текстових математичних задач сприяє розвитку критичного мислення, просторової уяви в учнів, набуття життєвого досвіду, що є актуальним в сучасних умовах сьогодення. Розв'язування текстових задач є одним з найефективніших методів розвитку мислення і уяви, зокрема при високій організації освітнього процесу, вміння розв'язувати текстові задачі сприяє вихованню учнів, а особливо формуванню у них таких рис, як сила волі, наполегливості тощо. Впровадження текстових математичних задач на уроках алгебри є особливо корисними при розвитку в учнів творчого потенціалу, математичної грамотності та інформаційно-цифрової компетентності.

Наведено різні підходи до класифікацій текстових задач. Визначено, що текстові задачі поділяються на:

- задачі «на рух»;
- задачі «на роботу»;
- задачі на суміші та сплави;
- задачі з цілочисленними значеннями;
- задачі «на відсотки».

Встановлено, що для того, щоб навчитись розв'язувати текстові задачі, необхідно набути досвід їх розв'язку шляхом багаторазового повторення операцій, дій, які складають предмет вивчення. Слід пам'ятати, що навички розв'язку текстових задач формуються на основі осмислених знань і умінь. Починати розв'язування текстової задачі необхідно зі створення математичної моделі умови задачі. При розв'язуванні текстових задач, необхідно вміти умовно поділити текстові задачі за їх видами, що значно спростить пошуки правильного ходу розв'язку задачі.

Серед основної особливості застосування текстових задач на уроках

алгебри ми виділяємо диференційоване навчання.

Встановлено, що при використанні диференційованого підходу завдання мають бути пізнавально-пошукового характеру, в процесі виконання яких учні здобувають нові знання. Така робота вимагає виконання наступних видів розумової діяльності: аналізу і синтезу, порівняння, виділення головного, узагальнення і систематизації.

РОЗДІЛ 2.

МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ АЛГЕБРИ

2.1. Розв'язування текстових задач арифметичними способами в шкільному курсі алгебри

На сучасному етапі розбудови шкільної математичної освіти основними цілями використання текстових задач у навчанні математики учнів в закладах загальної середньої освіти є:

- 1) формування загального підходу, загальних умінь і здібностей із розв'язування будь-яких задач (в тому числі і методом рівнянь);
- 2) ознайомлення і більш глибоке оволодіння математичними і загальнонауковими поняттями, що вивчаються;
- 3) оволодіння поняттями «модель» і «математичне моделювання», ознайомлення із застосуванням математичного апарату до розв'язування задач прикладного та практичного змісту;
- 4) розвиток розумових здібностей учнів, їх творчого потенціалу.

Арифметичні способи та типові задачі, що були традиційною частиною шкільної математики починаючи з XVII століття, виявилися майже повністю вилученими з програм і підручників у зв'язку з проведенням математичної реформи шкільної освіти в 60-х роках XX ст.

Сьогодні у чинній програмі з математики для закладів загальної середньої освіти України приділяється належна увага формуванню вмінь здобувачів освіти розв'язувати текстові задачі.

Більш детально розглянемо місце текстових задач у найпопулярніших підручниках, які використовуються при викладанні математики в 5-9 класах ЗЗСО.

Для аналізу підручників візьмемо основні підручники для 5-9 класів, які рекомендовані Міністерством освіти і науки України станом на 2019 рік

[44].

Підручники авторства Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. (як і Істер О.С.) для 5-9 класів представлені для загальноосвітніх шкіл зі стандартною програмою навчання та для класів із поглибленим вивченням математики. Варто зазначити, що підручники доповнюється таким методичним матеріалом, як збірники задач та вправ, контрольних і самостійних робіт тощо.

Підручники для 5-6 класів:

- Математика. 5 клас. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. [36]
- Математика. 5 клас. Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М., Бочко О.П., Коломієць О.М., Сердюк З.О. [31]
- Математика 5 клас. Істер О.С. [16]
- Математика 6 клас. Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М. [32]
- Математика 6 клас. Істер О.С. [17]
- Математика 6 клас. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. [37]

Проаналізувавши вищезазначені підручники, можна стверджувати, що текстові задачі зустрічаються у кожному розділі, розв'язування таких задач супроводжує вивчення всіх тем, передбачених програмою.

У підручнику для 7 класу автор О. Істер [18] учні зустрічаються з текстовими задачами вже у §1 «Вирази зі змінними. Цілі раціональні вирази. Числове значення виразу» розділу 1 «Цілі вирази». Особлива увага розв'язуванню текстових задач приділяється при вивченні теми «Лінійні рівняння як математичні моделі текстових задач» розділу «Лінійні рівняння та їх системи».

У підручнику «Алгебра 7», автори Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. [18] Текстові задачі зустрічаються в темах «Лінійне рівняння з однією змінною», «Цілі вирази», «Функції», «Системи лінійних рівнянь з двома змінними».

Щодо 8 класу, то у підручниках з алгебри авторів О.Істер [19] та А.Мерзляк, В.Полонський, М.Якір [39]

Текстові задачі зустрічаються в темах «Раціональні вирази», «Квадратні корені. Дійсні числа», «Квадратні рівняння».

За підручником для 9 класу з алгебри авторів А.Мерзляк, В.Полонський, М.Якір [40] та підручником «Алгебра 9», автор О. Істер. [20]

Текстові задачі зустрічаються в темах «Нерівності», «Квадратична функція», «Числові послідовності», «Основи комбінаторики, теорії ймовірностей та статистики».

Хотілося б також зазначити, що особливу увагу на розв'язування текстових задач звертають при підготовці до перевірки (контролю) відповідності результатів навчання учнів вимогам державних стандартів загальної середньої освіти (на відповідному рівні освіти) у формі державної підсумкової атестації (ДПА) та ЗНО. Відповідно за затверджених Міністерством освіти і науки України вимог до змісту атестаційних завдань, текстова задача, що розв'язується за допомогою рівняння або системи рівнянь є невідомою складовою завдань ДПА 3 і 4 рівня [27].

Для прикладу розглянемо наступні збірники [21; 22]:

- Збірник ДПА 2018 з математики. 9 клас. Істер О.С.
- Збірник завдань для атестаційних письмових робіт з математики у 2019 році. 9 клас. Істер О.С.

До складу 3 частини кожного варіанту цих збірників входять:

- текстова задача, що розв'язується за допомогою рівняння або системи рівнянь;
- система рівнянь;
- текстова планіметрична задача.

Збірник завдань Математика 9 клас Мерзляк А.Г. Державна підсумкова атестація 2017 [35].

У складі 3 частини кожного варіанту цього збірника:

- текстова задача, що розв'язується за допомогою рівняння або системи рівнянь;

- два завдання на дослідження функції;
- текстова планіметрична задача.

У посібниках до державної підсумкової атестації в 9 класі автори В. Г. Бевз, Д.В. Васильєва [2] та Бевз В.Г., Васильєва Д.В. [1] подано підсумкові контрольні роботи для підготовки до державної підсумкової атестації з математики. Посібник вміщує 30 варіантів завдань.

До складу 3 частини кожного варіанту цих збірників входять чотири завдання:

- текстова задача, що розв'язується складанням рівняння або системи рівнянь;
- система рівнянь / нерівність;
- спрощення виразу;
- текстова планіметрична задача.

Проведений аналіз підручників та посібників з алгебри дозволяє переконатися в тому, що текстові задачі надійно інтегровані в усі теми курсу шкільної математики з 5 по 9 класи.

Формат завдань державної підсумкової атестації наприкінці курсу основної школи (9 клас) передбачає наявність в них текстових задач різних типів. Зокрема, для виконання завдань достатнього та високого рівнів (3 та 4 рівні) учень має продемонструвати вміння працювати з текстовими задачами, виконувати їх аналіз та знаходити розв'язок.

Аналіз завдань достатнього та високого рівнів зі збірників для ДПА показав, що допускається певна варіативність у кількості завдань та їх тематичній спрямованості: розв'язати систему рівнянь чи виконати два завдання на дослідження функції, або ж спростити вираз. Однак текстова задача, котру розв'язують рівнянням або системою рівнянь, а також текстова планіметрична задача — це обов'язкові компоненти перевірки знань наприкінці курсу математики основної школи.

Проте, незважаючи на те, що за час навчання в школі кожен учень

розв'язує значну кількість текстових задач, результати ЗНО свідчать, що розв'язування текстових задач залишається одним з найважчих завдань в шкільному курсі математики. Тому методисти і математики (Г. Дорофєєв, С. Нікольський, З. Слєпкань, О. Шевкін та інші) прийшли до думки, яку ми повністю підтримуємо, що основними причинами несформованості в учнів умінь розв'язувати текстові задачі є:

- низький рівень знань про структуру задач, їх типи, методи і способи розв'язування, які учні одержують під час навчання математики як у початковій, так і в основній школі;
- недостатня увага в курсі математики основної школи до використання арифметичних способів під час розв'язування задач;
- передчасний перехід до методу рівнянь.

Повернення до ширшого використання арифметичних способів під час розв'язування текстових задач в основній школі вимагає детального вивчення надбання вітчизняної і зарубіжної методичної науки.

Як зазначалося нами у першому розділі магістерського дослідження під текстовою задачею розуміють сформульовану природною мовою вимогу знайти невідоме число чи значення деякої величини на основі даних співвідношень між числами або значеннями величин [12]. Найбільш поширеною є класифікація способів розв'язування задач на арифметичний, графічний та алгебраїчний. В сучасних дослідженнях С. Лук'янової [30] розглядаються логічний та практичний способи.

Зупинимось на розв'язуванні текстових задач арифметичним способом. В його основі лежить розуміння сутності арифметичних дій і вміння перекладати залежності між величинами, про які йдеться в умові, математичною мовою. Тому в деяких учнів, як, відмічає С. Лук'янова [29], процес встановлення необхідної дії навіть під час розв'язування простої задачі може викликати певні труднощі. Для складеної задачі вибір дії ще більше ускладнюється: необхідно вказати не лише дії, але й порядок їх виконання.

Оскільки розв'язування простих текстових задач учнями залежить від розуміння ними суті арифметичних дій. Класифікуючи прості задачі, виділяють три основні їх види (зокрема, [29]):

- задачі, які розкривають конкретний зміст арифметичних дій;
- задачі, пов'язані з поняттями різницевого чи кратного відношення двох чисел;
- задачі, які розкривають зв'язки між компонентами та результатами арифметичних дій.

До окремих видів віднесено задачі на ділення з остачею, знаходження частини числа, знаходження числа за його частиною. Вчитель може запропонувати учням працювати над текстовою задачею фронтально, індивідуально чи в групі. В ході роботи над текстовими задачами бесіда є доцільною на кожному з етапів виконання. У молодшій школі часто учні наслідують вчителя, тому доцільно також демонструвати зразок міркувань над задачею: вчитель ставить запитання і сам відповідає на них. Коментоване розв'язування задач призначене не лише для «демонстрації» школярами своїх міркувань, але й сприяє формуванню в них грамотної математичної мови.

Індивідуальна самостійна робота передбачає розв'язування задачі кожним учнем окремо. С. Скворцова [52] відмічає, що самостійне розв'язування задач у початкових класах майже завжди для учнів є творчим процесом, тому важливо, щоб школярі, яким ще складно працювати без сторонньої допомоги, розв'язували задачі «напівсамостійно». Тобто, один працює біля дошки, а інші, якщо необхідно, на кожному етапі зможуть перевірити себе.

Організуючи діяльність учнів щодо розв'язування тієї чи іншої задачі, вчитель ставить певну мету і залежно від неї визначає форму роботи. Наприклад, ознайомлення зі змістом задачі та її аналіз можуть виконуватись колективно, а такий етап як складання плану розв'язування та його виконання – самостійно.

Пропонуємо розглянути приклад текстової задачі розв'язання якої

передбачено арифметичним способом.

Задача. З пристані Київ до пристані Кременчук вийшов теплохід, і одночасно йому назустріч з пристані Кременчук вийшов катер. Теплохід ішов зі швидкістю 30 км/год , а катер – 24 км/год . Через 5 год вони зустрілися. Яка відстань між пристанями?

Розв'язування:

Якщо учням важко виконати розв'язання самостійно, то в ході роботи над текстом задачі вчитель виконує на дошці відповідну ілюстрацію до умови задачі (рис.2.1).

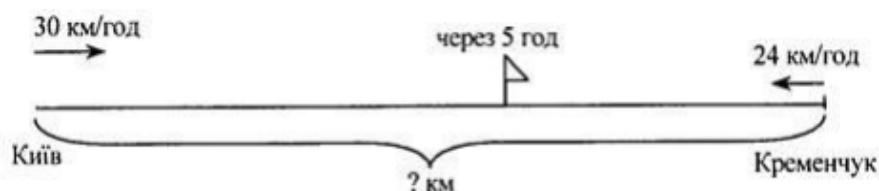


Рис. 2.1. Графічна інтерпретація умови задачі

У таблиці 2.1. представлено діяльність вчителя та діяльність учня під час розв'язування текстової задачі арифметичним способом.

Таблиця 2.1

Діяльність вчителя та діяльність учня під час розв'язування текстової задачі арифметичним способом

Діяльність вчителя	Діяльність учня
1. Бесіда з учнями	
1.1. Що означає: «Через 5 годин теплохід і катер зустрілися?»	1.1. Оскільки теплохід то катер вирушили назустріч один одному, то пройшовши 5 годин, вони зустрінуться в одному місці.
1.2. Яку відстань пройшов за 5 годин теплохід? Яку відстань пройшов катер за 5 годин?	1.2. Теплохід і катер з моменту виходу до моменту зустрічі були в дорозі 5 годин. Від пристані «Київ» до прапорця, від пристані «Кременчук» до прапорця (учень показує відповідні відстані біля дошки на малюнку).

Продовження таблиці 2.1

1.3. З яких двох відстаней складається шукана відстань між пристанями?	1.3. З відстаней, які пройшли теплохід та катер за 5 годин разом.
1.4. Чи можемо ми визначити відстань, яку пройшов теплохід до зустрічі з катером	1.4. Можемо, бо відомі швидкість теплоходу і час руху до зустрічі.
1.5. Чи можемо визначити відстань, яку пройшов катер до зустрічі?	1.5. Можемо, бо відомо швидкість катера і час руху до зустрічі.
2. Запис розв'язання	
Вчитель пропонує зразок запису розв'язання задачі на дошці. 2.1. Чи можемо ми дізнатися, на скільки кілометрів наблизяться теплохід і катер один до одного за першу годину руху? Яким чином?	Учні коментують розв'язання. 2.1. Так: $30+24=54$ (км/год.)
2.2. На яку відстань наблизяться вони за другу годину? За третю годину? За четверту годину? За п'яту годину?	2.2. За кожну годину руху катер та теплохід наближаються на 54 км.
2.3. Ви бачите, що за кожну годину вони наближаються на 54 кілометри. До зустрічі воно рухались 5 годин. Про що тепер можна дізнатися?	2.3. Скільки кілометрів пройшли до зустрічі теплохід і катер разом
2.4. А це і означає, що ми знайдемо відстань між пристанями. Яку дію необхідно використати? Запиши на дошці вираз.	2.4. (Учень записує на дошці): $(30+24) \cdot 5=270$ (км)
Відповідь: відстань між пристанями дорівнює 270 кілометрів.	

Аналізуючи таблицю 2.1 та приклад розв'язування текстової задачі, звернемо увагу на те, що відстань, яку проходять за кожну годину теплохід і катер разом, відповідає сумі їх швидкостей і називається швидкістю зближення. Щоб обчислити відстань між пристанями, ми швидкість зближення помножили на час руху до зустрічі. Розглянемо, в чому полягають відмінності в діяльності вчителя в ході розв'язування даної задачі, якщо його виконують колективно або самостійно.

Як відмічалось раніше, діяльність вчителя в ході колективного розв'язування задачі в тому, що він задає конкретні запитання учням «покроково», що відповідає покроковому пошуку ходу розв'язування (запитання → крок виконання), тобто, кожному кроку передують запитання. На відміну від цього, при самостійному розв'язуванні даної задачі діяльність вчителя полягає в тому, що він на початку роботи над задачею настановлює учня (за допомогою лише «навідних» запитань) на визначення методу розв'язування задачі, а учні вже самі вирішують, за допомогою яких дій вони будуть розв'язувати дану задачу.

При колективному розв'язуванні задачі в учнів формується грамотна математична мова (учні намагаються якомога чіткіше відповісти на задані запитання вчителя, обґрунтувати свої відповіді); вчитель демонструє математичний логічний стиль мислення.

У ході самостійного розв'язування даної задачі в учнів формуються вміння самостійно класифікувати об'єкти, встановлювати закономірності, виявляти зв'язки між різними явищами, про які йдеться в тексті задачі, та вміння приймати самостійно рішення, розвивається логічне мислення та формується математична й інформаційна компетентність.

2.2. Аналіз зарубіжного досвіду, щодо методичних підходів розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри

Підвищення якості математичної освіти – актуальна проблема не тільки для України, але й для інших країн зарубіжжя. Одним із ефективних шляхів оновлення змісту освіти й навчальних технологій є узгодження їх із сучасними потребами освітнього простору, орієнтація навчання на вдосконалення змісту фундаментальної освіти.

Нормативно-правове забезпечення викладання математики у 2019-2020 н.р. [47] регламентується такими основними документами:

- Наказ МОН № 1493 від 28.11.2019 Про внесення змін до типової освітньої програми закладів загальної середньої освіти III ступеня;
- Лист № 1/11-5966 від 01.07.2019 Щодо методичних рекомендацій про викладання навчальних предметів у закладах загальної середньої освіти у 2019/2020 навчальному році;
- Наказ МОН № 995 від 11.07.2017 року Про типові навчальні плани для 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів;
- Наказ МОН № 704 від 22 липня 2016 року – Про затвердження Типового переліку засобів навчання та обладнання навчального і загального призначення для кабінетів природничо-математичних предметів загальноосвітніх навчальних закладів;
- Наказ МОН № 641 від 16 червня 2015 року Про затвердження Концепції національно-патріотичного виховання дітей і молоді, Заходів щодо реалізації Концепції національно-патріотичного виховання дітей і молоді та методичних рекомендацій щодо національно-патріотичного виховання у загальноосвітніх навчальних закладах;
- Наказ МОН від 21.08.2013 №1222 Про затвердження орієнтовних вимог оцінювання навчальних досягнень учнів із базових дисциплін у системі загальної середньої освіти.
- Про інструктивно-методичні матеріали «Безпечне проведення занять у кабінетах природничо-математичного напрямку загальноосвітніх навчальних закладів»;
- Наказ МОН від 14.12.2012 № 1423 Про затвердження Положення про навчальні кабінети з природничо-математичних предметів загальноосвітніх навчальних закладів.

За результатами аналізу нормативно-правового забезпечення вивчення математики у ЗЗСО нами визначено, що здійснено перерозподіл навчальних тем з математики між класами, уніфіковано математичну термінологію, якою мають користуватися вчителі задля наближення навчального матеріалу до вікових особливостей учнів, змінено назви окремих законів математичних

дій, узгоджено зміст і назви навчальних розділів та створено можливості для рівного доступу українських школярів до сучасної та якісної математичної освіти.

Вивченням систем освіти в зарубіжних країнах займалися О. Джуринський, Т. Чехларова, К. Мілер, П. Баптист та інші науковці. Зокрема, С. Герджикова аналізувала сучасну шкільну систему освіти в Болгарії. А. Стоянов здійснив порівняльну характеристику Болгарської та Нідерландської систем освіти.

Розвиток освітніх реформ в Польщі досліджували вітчизняні та зарубіжні науковці: М. Бабиаж, А. Василюк, Л. Гриневич, Є. Куявінські, О. Ляшенко, В. Пасічник, К. Савина, Ф. Шльосек, Е. Лодзинська.

Зокрема, А. Василюк зазначає, що в основу реформ освіти в Польщі покладено інтегроване навчання. Питання організації освітнього процесу, форм і методів навчання в школах США вивчали: Г. Воробйов, Б. Вульфсон, А. Джуринський, З. Малькова, А. Сбруєва, О. Сухомлинська, В. Чорний

Незважаючи на те, що типи шкіл у кожній країні різні та своєрідні, між ними є загальні риси побудови освітніх систем. Об'єднання дошкільної підготовки з початковою шкільною освітою спостерігається в низці європейських країн: Австрії, Бельгії, Данії, Люксембурзі, Нідерландах, Ірландії, Англії та Уельсі.

У різних країнах термін навчання в школі різний, а отже і тривалість вивчення математики в школах зарубіжних країн також різна.

Наприклад, у Болгарії вивчення математики в першому класі триває 72 астрономічних години, у Румунії – 87 годин, у Греції – 105 годин, у Німеччині – 141 година, у Франції – 180 годин, у Люксембурзі – 216 годин. Можна стверджувати, що умови засвоєння математичних термінів та понять у школах зарубіжних країн залежить не тільки від використання вчителем різних методів та прийомів навчання, але й від кількості відведених на вивчення математики астрономічних годин.

Нині, для покращення процесу навчання в Австрія, Англія, Бельгія,

Італія, Люксембург, Німеччина, Польща, Франція освітній процес поділяють на 2 цикли. У першому циклі учні не діляться на класи і мають можливість опанувати кожну дисципліну за власним темпом, що потім дає можливість перейти до наступного класу [60].

Одним із головних засобів розвитку системи освіти та прогресу є реформи та інноваційні вдосконалення. Останні роки минулого сторіччя характеризуються спробою Польщі удосконалити свою систему освіти.

Досвід реформи системи освіти в Польщі свідчить про те, що запорукою ефективності функціонування сучасної школи є її демократичність, пріоритетність цінностей і вмінь над енциклопедичними знаннями, інноваційність, інтегроване та блокове навчання.

Розвиток освітніх реформ в Польщі досліджували вітчизняні та зарубіжні науковці: А. Василюк, Л. Гриневич, О. Ляшенко, В. Пасічник, К. Савина, М. Бабиаж, Ф. Шльосек, Е. Лодзинська.

Як відомо, Польща входить до складу Європейського Союзу, тому соціально-економічні зміни, які відбуваються в країні призвели до реформування польської освіти [24].

Інтеграційні процеси, які протікають в країнах ЄС, вимагають мати свідоцтва про закінчення школи будь-якого типу і рівня, а також атестат зрілості відповідно до освітніх стандартів країн ЄС. Центр освітніх досліджень та інновацій (Centre for Educational Research and Innovation – CERİ) запропонував Міністерству народної освіти Польщі розробити державні стандарти освіти та змінити критерії визначення компетенції школярів, індивідуальних особливостей учнів та їх потенційні можливості [67].

На першому етапі реформи польської системи освіти її організатори зосередилися на найістотніших її елементах, таких, як юридичне регулювання; організація відділів освіти; шкільна інфраструктура; плани, програми й підручники; система професійного вдосконалення вчителів; комісії з іспитів (центральна й крайові); створення системи зовнішнього

оцінювання (концепції критеріїв в основній школі, іспитів у гімназії, атестату зрілості); фінансування реформи освіти; реалізація інтернетівської програми “Майстерня в кожній гімназії” тощо. Були визначені етапи “освітнього шляху” з відповідними гаслами до кожного з них – для основної школи, гімназії і ліцею відповідно: активність, самодіяльність і зрілість.

Реформа системи освіти ґрунтується на принципах функціонування сучасних шкільних систем, таких, як демократичність, пріоритетність цінностей і вмінь над знаннями, інноваційність. Вибір таких ідей є більш вдалим, конкретнішим і придатнішим для вимірювання, аніж вимога всебічного розвитку учнів, що міститься в Декларації прав людини ООН. Всебічний розвиток особистості не може бути метою виховання, оскільки таку вимогу неможливо втілити в реальне життя. Метою освіти має бути не всебічний, а багатобічний розвиток особистості учнів. Одним із головних результатів реформування системи освіти стало впровадження ідеї інтегрованого й блокового навчання. Перше з них пристосовує процес виховання до потреб і можливостей розвитку дітей, уможлиблює запобігати стресам, які порушують їхній гармонійний розвиток. Блокове навчання допомагає усувати “енциклопедизм”. Критерії та іспити обмежують суб’єктивізм в оцінюванні учнів, торують дорогу до об’єктивної оцінки праці педагогів [8].

Результатом упровадження інтегрованого, блокового та багатобічного навчання стали пристосування рівнів навчання і виховання до періодів розвитку дітей і молоді, забезпечення їм кращого розуміння себе, інших людей і світу; вирівнювання освітніх шансів; поліпшення якості освіти. До позитивних сторін реформи системи освіти польські дослідники також відносять: передачу шкіл до відомих органів місцевого самоврядування, відновлення інституції гімназії у системі освіти, введення системи критеріїв і зовнішніх іспитів, самодіяльність шкіл (що забезпечує різноманітність освітніх пропозицій). Про позитивні результати перебігу реформи свідчать дослідження, проведені в рамках Програми міжнародної оцінки учнів

(Programme for International Student Assessment), що координується Організацією економічної співпраці і розвитку (ОЕСР).

Тест PISA досліджує ступінь підготовки 15-літніх підлітків до життя в «суспільстві знань». Визначаються в ньому такі основні компетенції, як розуміння тексту (reading literacy), математична (mathematical literacy) та природнича грамотність (scientific literacy), а також уміння розв'язувати проблеми. У першому виданні PISA (2000 р.) Польща зайняла місце в останній чверті у вибірці з 31 країни (24 місце за розумінням текстів і математичною грамотністю і 21 – за природничою грамотністю). У другому виданні PISA (2003 р.) серед 40 країн Польща зайняла відповідно 16, 24, 19, 25 місця [13].

В основу реформи освіти покладено поглиблення інтегративності навчання та виховання, що в результаті виведе польську едукацію на рівень європейського стандарту середньої освіти. Суттю програмної реформи є відмова від традиційних навчальних предметів і заміна їх блоками знань (наприклад, рання шкільна едукація, громадянська едукація, інформативна едукація, філософська едукація, історична едукація, математична едукація та ін.). Автором програми навчання буде вже не Міністерство освіти, а учитель. Саме вчитель ухвалює остаточне рішення щодо того, за якою програмою та за якими підручниками навчати учнів. Він одержить тільки програмні основи для свого блоку знань, які слугуватимуть йому для розробки конкретної шкільної програми навчання.

З 1 вересня 1999 року у Польщі запроваджена триступенева модель освіти «6+3+3». Тобто польська шкільна система освіти складається з шестирічної основної (початкової) школи, трирічної гімназії та трирічного профільного ліцею. Кількість учнів у класі повинна становити 22-26 осіб згідно з концепцією «Реформа системи освіти». Така кількість учнів у класі дає змогу ділити їх на дві групи на уроках іноземної мови, інформатики, під час лабораторних занять.

Польські педагоги вважають, що програмна реформа, яка повністю

впроваджена у шкільну практику неоднозначна. На думку вчителів-консерваторів, довіряти школярам не можна, а тим більше давати їм самостійність. Але реформатори освіти висловлюють протилежні думки, що школа існує для того, щоб привчати школярів до самостійності систематично. Консерватори вважають, що навчання повинно базуватися на примусі та тиску, а реформатори стверджують, що дітям притаманне природжене бажання вчитися і природне прагнення досягти досконалості в тому, що вони роблять.

Нові шкільні програми більше акцентують увагу на тому, щоб учні логічно пов'язували навчальний матеріал, а отримані знання могли реалізувати у повсякденному житті.

В результаті реформування польської освіти у школах запроваджено дві системи – внутрішнє та зовнішнє оцінювання загальноосвітньої підготовки школярів. Внутрішнє оцінювання проводиться безпосередньо навчальним закладом. Його задача – визначити рівень умінь та знань, ступінь їхньої відповідності вимогам державного освітнього стандарту, мотивувати учнів до початкової праці, інформувати школу та батьків про ефективність її роботи, особистий розвиток учня. Метою зовнішнього оцінювання – підводити підсумки навчання; підвищити якість освіти; забезпечити ідентичність шкіл, свідоцтв та дипломів; накопичити інформацію про реалізацію програм навчально-виховної діяльності школи. Крім того, зовнішнє оцінювання – це тестова перевірка учнів позашкільною комісією. Результати таких тестів є формою перевірки діяльності школи, педагогічної майстерності вчителів.

Під час оцінювання вчитель повинен керуватись такими стандартами:

- корисність (оцінювання не має значення, якщо не буде використано певним способом);
- ретельність (оцінювання потрібно проводити використовуючи засоби, які дають гарантію на вірогідність результатів);
- реалістичність (оцінювання проводиться з погляду доцільності,

- економічних та організаційних мотивів);
- етичність (оцінювати потрібно лише коректно) [13].

Зовнішнє оцінювання досягнень учнів – це складна форма контролю успішності школярів. Але воно є необхідним у процесі реформування освітньої системи. Таким чином, у Польщі впроваджено модель зовнішнього оцінювання з перспективою покращення контролю якості освіти, вдосконалення якості навчальних програм, діагностування навчальних переваг та недоліків учнів.

Модернізація системи оцінювання внесла суттєві зміни в державний екзамен на атестат зрілості, щоб встановити відповідний рівень знань випускників середніх шкіл дотримуючись вимог державного освітнього стандарту, розробленого Міністерством народної освіти для різних типів навчальних закладів у Польщі. Проведення державного екзамену на атестат зрілості відбувся вперше у 2002 році.

Випускні екзамени складаються з двох частин: внутрішньої у формі усного іспиту та зовнішньої – письмового.

Міністерство національної освіти Республіки Польща вважає, що такі модернізовані випускні іспити повинні замінити вступні іспити у вищі навчальні заклади. Проте, керівники вузів відклали на невизначений час прийняття рішення про введення іспитів такого характеру [66].

Від здачі випускних екзаменів звільняються лауреати предметних олімпіад, переможці та власники мовних сертифікатів видані закордонними університетами або інститутами, які спеціалізуються з підготовки іноземців.

Випускники польських ліцеїв складають іспит з польської мови та математики на атестат зрілості про середню освіту (матуру). У межах нової матури (випускний + вступний іспити) слід скласти щонайменше іспити з чотирьох предметів: три обов'язкові – польська, іноземна мова, математика (за різними рівнями складності) та один іспит за вибором – хімія, історія, фізика, біологія, географія та іноземна мова. Позашкільну оцінку даватиме екзаменаційна комісія разом з окружними екзаменаційними

комісіями. Адже саме вони розробляють критерії, вимоги та завдання, згідно яких проведуть іспити, оцінять рівень знань та досягнень учнів [69].

У Польщі існує поріг здачі для матури та успішного отримання атестату (*świadectwo dojrzałości*) – мінімум 30%. Якщо іспит був складений незадовільно і не перевищив необхідної відмітки, то доведеться його перескладати. Відсутність матури не дозволяє учневі продовжувати навчання у ЗВО.

В цілому професійна освіта реалізовуватиметься у школах після ліцею. Екзаменатором може стати кожен учитель, який має відповідну кваліфікацію, не менш як чотирирічний стаж роботи і витримає відповідний іспит. Позашкільні іспити проводять штатні екзаменатори, які працюватимуть в окружних комісіях, а також шкільні вчителі. Штатних професійних екзаменаторів готують з 1999 року окружні екзаменаційні комісії. Міністерство освіти Польщі особливу увагу приділяє зростанню професійної майстерності вчителів, які є головною рушійною силою запланованих освітніх реформ. Учитель майбутнього повинен бути вчителем учня, аніж вчителем предмета. Він повинен стати всебічно підготовленим до роботи з дітьми, до розуміння їхніх проблем, співпраці з батьками. Для всіх 700 тисяч вчителів організовуються курси підвищення кваліфікації. Більшість коштів на цю справу буде перераховуватись в школи [69].

Отже, принципи структурно-програмної реформи в Польщі дістали позитивну оцінку західноєвропейських експертів та науковців у нашій країні.

Кінцевою метою модернізації освіти в Польщі є підвищення якості освіти, майстерності педагогів, наближення освіти до європейських стандартів.

Незаперечним є факт, що ефективність, переваги та успіх проведення освітніх реформ в Польщі (та й в усіх країнах) залежить, в першу чергу, від належного фінансування.

Входження Польщі в ЄС формує в країні новий погляд на значення едукації та цілі навчання, обумовлює необхідність реформування польської

школи. Європейське бачення освіти та нові критерії його якості орієнтують вчителя на формування в учнів не тільки національного почуття, але й загальноєвропейської ідентичності, набуття відповідних знань і прилучення до цінностей європейської цивілізації.

Хотілося б зазначити, що в Польщі виділяється суттєво більше годин, які відведені на математичну підготовку.

Досвід навчання розв'язанню текстових завдань у зарубіжних країнах інший. Наприклад, учні шостих класів закладів загальної середньої освіти Ізраїлю розв'язують, не завдання, а вбрані в словесну форму приклади на виконання арифметичних дій. «В окремих випадках для вирішення потрібно виконати дві або три дії».

Навчання математики в болгарських школах відбувається спіралеподібно за підручниками Каті Нікової, Ніколіна Дімітрової, Марії Темнокової та ін. На уроках математики здійснюється підхід від конкретних уявлень про окремі геометричні фігури до загальних уявлень, що полегшують формування відповідних понять у наступних класах. Наприклад, у 1 класі учні вивчають такі розділи, як: числа, плоскі фігури, одиниці вимірювання, моделювання. У 2-3 класах відбувається вивчення тих самих розділів, але на вищому рівні.

В болгарських школах значна частина текстових задач є задачами прикладного значення, розв'язуючи які, учні переконуються в практичній значущості отриманих знань та вмінь. Тематичну різноманітність завдань у текстах з математики розглядає Габріела Ніколова Кірова. Автор зазначає про невикористаний аспект тематичної різноманітності сюжету текстових задач у підручниках з математики. Технологію взаємообернених задач пропонує Володимир Стефанов Ангелов. Вплив мультимедійних засобів на процес розв'язування математичних задач у початковій школі досліджує Лілія Стоянова.

Навчання математики в школах Німеччини відбувається в кожній федеративній землі по-різному: використовуються різні видавництва та

підручники, використання навчальних програм при вивченні математики залежить від типу школи.

Німецькі вчителі-методисти використовують у навчанні учнів математики гносеологічний трикутник (Steinbring, H), математичні моделі, відкриті завдання для індивідуального навчання в математичній освіті [68].

Незважаючи на те, що математика є обов'язковою частиною освітніх програм шкіл в країнах ЄС, предмету «Арифметика» у французькій школі немає місця, натомість учні Франції вивчають «Рахунок». Теоретичний матеріал зведений до мінімуму, а завдання вчителя полягає в тому, щоб учень оволодів технікою виконання простих арифметичних дій.

Недавні дослідження шведських учених (B. M. Andersson, S. Kowalski, (2010) *Matematikförskolan. Bonnier Utbildning*) показали, що математика має бути складовою учнівського повсякденного життя в ранньому дитинстві. Досвідчені педагоги Швеції стверджують, що для побудови надійної основи для вивчення математики і формування математичного мислення потрібно періодично проводити повторення, щоб гарантувати засвоєння матеріалу школярами й побудувати міцну основу для подальшого вивчення. На основі досвіду, розуміння і повторення зменшуються будь-які труднощі в майбутньому при детальнішому вивченні математики. Вчителями Швеції були визначені основні навички, які мають бути сформовані в учнів школи, а саме: учень повинен вміти відчувати математику в повсякденному житті; робити відкриття; бути творчим; логічно мислити, займатись дослідницькою діяльністю.

На підставі аналізу зарубіжного досвіду сформулюємо декілька положень, щодо впровадження текстових задач в шкільний курс математики:

1. Текстові задачі є важливим засобом навчання математики. З їх допомогою учні отримують досвід роботи з величинами, досягають взаємозв'язки між ними, отримують досвід застосування математики до вирішення практичних завдань.

2. Використання арифметичних способів вирішення завдань

розвиває кмітливість, уміння ставити питання, відповідати на них, тобто розвиває природну мову, готує школярів до подальшого навчання.

3. Арифметичні способи вирішення текстових завдань дозволяють розвивати вміння аналізувати ситуативні задачі, будувати план рішення з урахуванням взаємозв'язків між відомими і невідомими величинами, витлумачувати результат кожної дії в межах умови задачі, перевіряти правильність рішення за допомогою складання і розв'язання зворотної задачі, тобто формувати і розвивати важливі загальнонавчальні вміння.

4. Арифметичні способи вирішення текстових завдань привчають учнів до перших абстракцій, дозволяють виховувати логічну культуру, можуть сприяти створенню сприятливого емоційного фону навчання, розвитку в учнів естетичного почуття стосовно до вирішення задачі та вивчення математики, викликаючи інтерес спочатку до процесу пошуку рішення задачі, а потім і до досліджуваного предмета.

5. Використання історичних завдань і різноманітних старовинних (арифметичних) способів їх вирішення не тільки збагачують досвід розумової діяльності учнів, але і дозволяють їм освоювати важливу культурно-історичну спадщину людства, пов'язану з пошуком рішення задач. Це важливий внутрішній (пов'язаний з предметом), а не зовнішній (пов'язаний з відмітками, заохоченнями та ін.) стимул до пошуку розв'язків задач та вивчення математики [57]

Отже, роль текстових задач в курсі шкільної математики як в Україні так і в зарубіжних країнах набуває великого значення. Але для того, щоб була досягнена кінцева мета навчання потрібно вчителю правильно ознайомлювати учнів з навчальним матеріалом та звертати увагу на зміст задачі та шляхи її розв'язання.

Висновки до розділу

У розділі здійснено аналіз зарубіжного досвіду, щодо методичних підходів розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри. Вставновлено, що в Республіці Польща виділяється суттєво більше годин, які відведені на математичну підготовку.

З'ясовано, що досвід навчання розв'язанню текстових завдань у зарубіжних країнах різниться від Українського. Наприклад, учні шостих класів закладів загальної середньої освіти Ізраїлю розв'язують, не завдання, а вбрані в словесну форму приклади на виконання арифметичних дій.

Навчання математики в болгарських школах відбувається спіралеподібно за підручниками Каті Нікової, Ніколіна Дімітрової, Марії Темнокової та ін. На уроках математики здійснюється підхід від конкретних уявлень про окремі геометричні фігури до загальних уявлень, що полегшують формування відповідних понять у наступних класах. В болгарських школах значна частина текстових задач є задачами прикладного значення, розв'язуючи які, учні переконуються в практичній значущості отриманих знань та вмінь.

Навчання математики в школах Німеччини відбувається в кожній федеративній землі по-різному: використовуються різні видавництва та підручники, використання навчальних програм при вивченні математики залежить від типу школи.

Німецькі вчителі-методисти використовують у навчанні учнів математики гносеологічний трикутник (Steinbring, H), математичні моделі, відкриті завдання для індивідуального навчання в математичній освіті.

Аналіз зарубіжного досвіду, щодо розв'язування текстових задач з алгебри дав нам можливість встановити, що роль текстових задач в курсі шкільної математики як в Україні так і в зарубіжних країнах набуває великого значення. Але для того, щоб була досягнена кінцева мета навчання потрібно вчителю правильно ознайомлювати учнів з навчальним матеріалом та звернути увагу на зміст задачі та шляхи її розв'язання.

Проведено аналіз підручників та посібників з алгебри, який дозволив

переконатися в тому, що текстові задачі надійно інтегровані в усі теми курсу шкільної математики з 5 по 9 класи.

Встановлено, що найбільш поширеною є класифікація способів розв'язування текстових задач на арифметичний, графічний та алгебраїчний.

Уточнено, що в основі арифметичного способу розв'язування текстових задач з алгебри лежить розуміння сутності арифметичних дій і вміння перекладати залежності між величинами, про які йдеться в умові, математичною мовою.

Визначено, що при розв'язуванні текстових задач арифметичним способом діяльність вчителя в ході колективного розв'язування задачі полягає в тому, що він задає конкретні запитання учням, що відповідає покроковому пошуку ходу розв'язування задачі, тобто, кожному кроку передують запитання. При самостійному розв'язуванні текстової задачі арифметичним способом діяльність вчителя полягає в тому, що він на початку роботи над задачею настановлює учня на визначення методу розв'язування задачі, а учні вже самі вирішують, за допомогою яких дій вони будуть розв'язувати дану задачу.

Також, нами було визначено і діяльність учня при колективному розв'язуванні текстових задач арифметичним способом та встановлено, що у учнів формується грамотна математична мова, а саме: учні намагаються якомога чіткіше відповісти на задані запитання вчителя, обґрунтувати свої відповіді.

У ході самостійного розв'язування текстових задач арифметичним способом у учнів формуються вміння самостійно класифікувати об'єкти, встановлювати закономірності, виявляти зв'язки між різними явищами, про які йдеться в тексті задачі, та вміння приймати самостійно рішення, розвивається логічне мислення та формується математична й інформаційна компетентність.

РОЗДІЛ 3.

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРАКТИКИ РЕАЛІЗАЦІЇ МЕТОДИКИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ АЛГЕБРИ

3.1. Дослідження умінь учнів розв'язувати текстові задачі в шкільному курсі алгебри

З метою дослідження практики реалізації методики розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри нами було проведено анкетування в середній загальноосвітній школі №133 Печерського району м. Києва. Дослідженням було охоплено три класи з 5 по 9 включно, опитуванням було задіяно 90 учнів.

За результатами анкетування нами було з'ясовано ставлення учнів до розв'язування текстових задач.

Під проведення анкетування нас цікавив ряд запитань:

- про частоту розв'язування текстових задач дитиною;
- про власну самооцінку здатності розв'язати текстову задачу;
- про знання типів задач;
- про задачі, яким дитина надає перевагу;
- чи любить учень відвідувати уроки математики;
- що в математиці приваблює найбільше.

Результати опитування представлено на рисунку 3.1.

З рисунку 3.1 видно, що учні різних класів з впевненістю відповіли, що вміють розв'язувати текстові задачі. Лише невеликий відсоток учнів 5-6 класів (8%) стверджують, що не вміють працювати з даними задачами. Такий результат свідчить про гарний внутрішній розвиток учнів, їхню впевненість у собі, що є важливим з точки зору психології. Критичне ставлення учнів до

себе (а саме впевненість в тому, що я не вмію) свідчить про замкненість учня. А це означає, що вчитель не зумів розкрити потенціал учнів під час уроку.

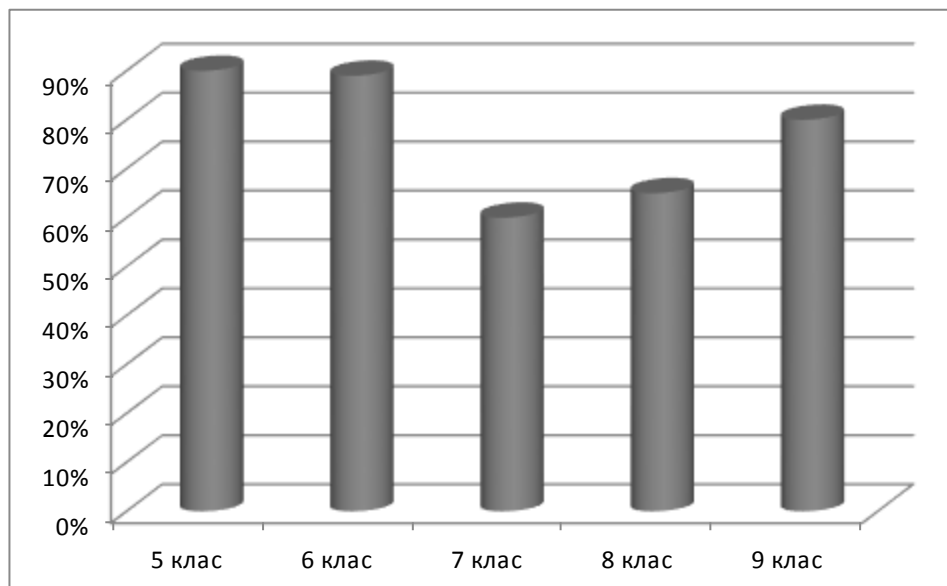


Рис.3.1. Результати опитування учнів з приводу оцінки власних можливостей розв'язування текстових задач, у %

Щодо визначення типів текстових задач, то представлені результати (див. рис.3.2) знаходиться на низькому рівні.

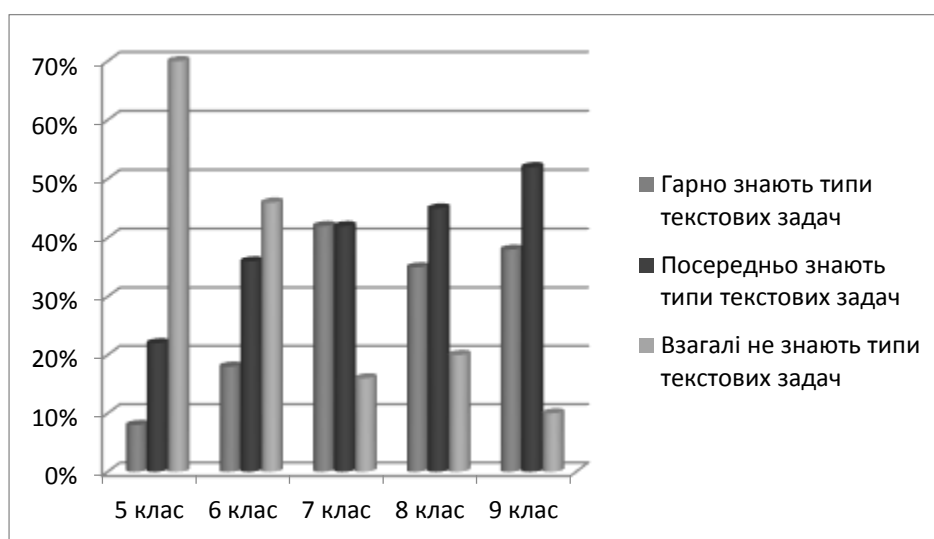


Рис.3.2. Результати опитування, щодо визначення рівня ознайомлення учнями з типологією текстових задач, у %

З рисунку 3.2 видно, що незважаючи на вміння розв'язувати текстові задачі, знання типології текстових задач знаходиться на низькому рівні. Очевидно, що такий недолік потрібно доопрацьовувати, адже знання типів текстових задач допоможе швидко зорієнтуватися зі способом розв'язування задачі. Під час бесіди з вчителем математики в опитуваних класах, нами було з'ясовано, що загалом учні завчають способи розв'язування текстових задач, опираючись на приклади, які були розглянуті на уроці. Лише учні, які додатково займаються в позаурочний час добре орієнтуються в типології текстових задач.

Опираючись на попереднє дослідження знання типології текстових задач, нам було проблематично визначити яким типам задач надають перевагу учні. Тому ми запропонували обрати серед представлених типів текстових задач ті, які учням найбільш подобаються. Майже всі опитувані учні різних класів обрали найулюбленішим типом текстові задачі «на рух», і лише учні 8 класу обрали задачі «на відсотки».

Далі ми провели опитування, щодо відношення учнів до предмету «математика». На нашу думку, важливого значення при мотивації розв'язувати текстові задачі учнями є їх ставлення до предмету. Результати проведеного дослідження представлено на рисунку 3.3.

В результаті опитування на запитання «Чому математика перестає подобатися?» учні відповіли, що математика цікава до тих пір, доки зрозуміла і доки її цікаво розповідають. Коли починаються неточності в розумінні матеріалу, або змінюється відношення вчителя до пояснення вивчаючого матеріалу зникає цікавість до предмету, а отже і знижується рівень знань загалом.

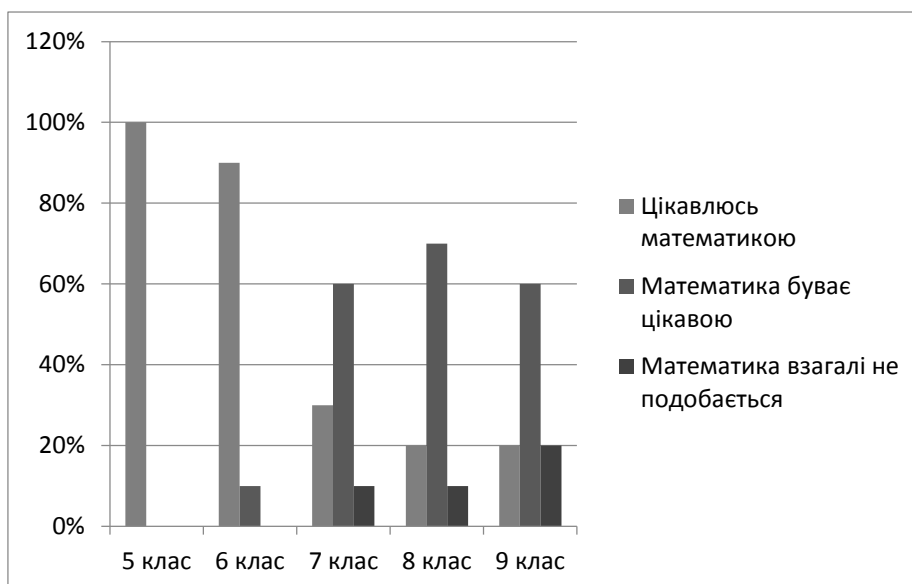


Рис. 3.3. Результати опитування, щодо відношення учнів до предмету «математика», у %

Отже, проведене дослідження, дає нам підстави зробити наступний висновок, що при наданні основної ролі текстовим задачам у шкільному курсі математики (алгебри) є фундаментом отримання високих результатів розуміння вподальшому учнями математики. Проте, ми часто зустрічаємося з тим, що більшість учнів основної школи не вміють розв'язувати текстові задачі. В цьому випадку потрібно звернути увагу на розумові та фізіологічні здібності учня, вміння вчителя подати навчальний матеріал та опрацювати його разом з учнями.

У результаті дослідження нами було також з'ясовано, що при навчанні учнів розв'язувати текстові задачі вчителі допускають помилки методичного характеру. Розглянемо найтипівіші з них.

Найперше, з чого починається розв'язування текстової задачі – це умова. Правильний розв'язок задачі залежить від правильності способу розв'язування, а той, у свою чергу – від правильного розуміння умови. Якщо

учень прочитав задачу і не зрозумів умову, то очевидно, що й правильного розв'язку він не отримає.

Дуже часто можна спостерігати картину, коли вчитель говорить номер задачі, кожний учень у класі прочитує її про себе, і після цього викликається учень, який має розв'язати задачу на дошці. В класі можуть бути учні, які швидко проаналізували умову задачі і знають хід розв'язання. Проте не всі учні такі. Вчитель обов'язково має зробити задачу найбільш доступною та зрозумілою всім учням. Звісно, не потрібно затримувати освітній процес заради слабших учнів. Можна розробити певну систему. Наприклад, задача читається одним із учнів на весь клас, далі всі разом аналізують умову, виділяють, що дано, що потрібно знайти та як раціональніше записати розв'язання. Після цього один із учнів виходить до дошки та оформляє задачу. [61]

Колективні обговорення розвивають в учнів вміння слухати інших та вміння обґрунтовувати свою думку. Під час колективного аналізу кожний з учнів не буде боятися сказати свою думку та запропонувати свою ідею, адже, як ми знаємо, дошка зазвичай лякає учнів. Якщо ж знайдуться учні, яким все одно не зрозуміло, тоді учитель має в індивідуальному порядку пояснити учням. [3]

Розглянемо таку помилку.

Задача. Одна труба наповнює басейн за 10 год., а друга – за 15 год. За скільки годин наповнюють басейн обидві труби, працюючи разом?

	Наповнюють басейн	Разом наповнюють басейн
1 труба	10 год.	} <input type="text" value=" ? год."/>
2 труба	15 год.	

Якщо на даному етапі розв'язування задачі не проаналізувати умову, то учні зазвичай напишуть, що обидві труби наповнять басейн за 25 годин. В цьому випадку завдання вчителя разом із учнями проаналізувати умову задачі. Тобто, якщо одна труба наповнює басейн 10 годин, то, включивши ще одну трубу, логічно очікувати, що басейн наповниться швидше.

Проаналізувавши умову задачі, можна приступати і до її розв'язування. Постає головне питання – як знайти невідоме? Звичайно, вчитель може викликати сильнішого учня до дошки, який розв'яже задачу. Але діяльність учителя має бути націлена на учнів, які не встигають.

Розглянемо попередню задачу. Кінцевим результатом нашого пошуку має бути кількість годин. Як їх знайти? Задамо логічні питання.

Яку частину басейну наповнить перша труба за 7 годину? Прийmemo весь басейн за 1. Очевидно, що перша труба за 1 годину наповнить $\frac{1}{10}$ частину басейну, оскільки вона наповнює його 10 годин.

Яку частину басейну наповнить друга труба за 1 годину? Аналогічно до першого запитання друга наповнить $\frac{1}{15}$ частину басейну за 1 годину.

Яку частину басейну наповнять дві труби за ! годину, працюючи разом? Очевидно, що потрібно додати визначені раніше частини басейну:

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

Тобто, дві труби, працюючи разом наповнять $\frac{1}{6}$ частину басейну.

За скільки годин наповнюють басейн обидві труби, працюючи разом?

$$1 : \frac{1}{6} = 6 \text{ (год)}$$

Тобто, за такий час буде виконана вся робота.

На етапі дослідження розв'язання з'ясуємо, чи відповідає отримана

відповідь умові завдання, звертаємо увагу на правдоподібність результату. Розглядаємо, чи є інші варіанти розв'язання задачі та, що корисного можна взяти на майбутнє з розв'язку задачі. Останнє твердження дозволяє розглядати кожне завдання як ланку в загальному вмінні розв'язувати задачі, що призводить до накопичення досвіду щодо розв'язування подібних завдань. [10]

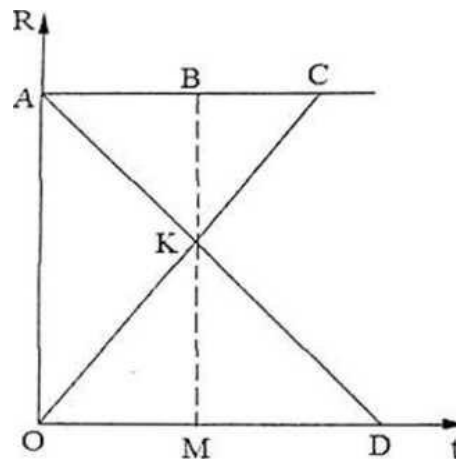
Повернемося до прикладу задачі.

1. Отриманий результат, 6 годин, цілком відповідає умові поставленого запитання.

2. Цей результат є правдоподібним, адже дві труби наповнили басейн швидше, ніж кожна з них окремо може це зробити.

3. Також, є ще один варіант розв'язування задачі. Використаємо поняття подібності.

Відрізок OC – графік роботи першої труби, а відрізок AD – другої труби. Абсциса точки K – є шуканою відповіддю.



Оскільки трикутники AKC і DKO подібні, причому $OD:AC = 15:10 = 3:2$, то й $OM:BC = 3:2$

Нехай $OM = x$, тоді $BC = 10 - x$, отже:

$$\frac{x}{10-x} = \frac{3}{2}$$

$$2x = 30 - 3x$$

$$x = 6$$

Отже, відповідь: дві труби, працюючи разом, наповнюють басейн за 6 годин.

Після розв'язання цієї задачі робимо висновок, що для початку всю роботу приймаємо за 1. А далі розв'язок буде залежати від поставлених запитань.

Отже, навички учнів, їх розуміння предмета та вміння використовувати отримані знання на практиці, залежить від учителя. Як учитель зуміє організувати роботу на уроці, зацікавити, пояснити, знайти підхід до учня, таким і буде результат уроку. Текстові задачі розвивають в учням уяву, логічне мислення, навчають обговорювати проблемні питання та відстоювати власну думку. Якщо учень вміє розв'язувати текстові задачі, це 50% успіху при складанні ЗНО та подальшого навчання в ЗВО. Адже в усіх тестових контролях, тематичних підсумкових оцінюваннях обов'язково є текстові задачі. Тому, вчитель під час уроку має приділяти більше уваги саме розв'язуванню текстових задач.

3.2. Рекомендації, щодо навчання учнів розв'язувати текстові задачі в шкільному курсі алгебри

Висвітлені результати дослідження в розділах магістерської роботи дають нам можливість сформулювати рекомендації, щодо навчання учнів розв'язувати текстові задачі в шкільному курсі алгебри.

Серед основних аспектів навчання учнів розв'язувати текстові задачі в шкільному курсі алгебри ми виділяємо такі:

1. Для кращого засвоєння особливостей математичної структури текстових задач і типових кроків способів їх розв'язання потрібно відмовитись від змішаного порядку в розміщенні задач, споріднених за математичним змістом; структурувати перелік типових текстових задач слід компактно з різноманітними сюжетними варіаціями і ускладненнями математичного змісту, уникаючи послідовного розташування великої кількості однотипних задач з метою уникнення механічного «заучування» способу розв'язування.

2. Не надавати на початку встановлення типу текстової задачі структурних схем її розв'язування, а разом із учнями створювати типові схеми-алгоритми розв'язку подібних задач.

3. Не потрібно поділяти всі текстові задачі на типи: потрібно доцільно поєднувати розв'язування нетипових і типових задач, щоб в учнів не склалась думка, що за зразком без особливих зусиль можна розв'язуюти всі текстові задачі.

4. Значну увагу слід приділяти не тільки питанням виявлення відмінностей між різними типами задач чи способами розв'язування, але й виявленню їх спільних рис;

5. Під час вивчення окремого типу текстової задачі варто структурувати їх у такій послідовності, щоб прослідковувався зв'язок між ними, звертаючи увагу на спільні та відмінні риси задачі.

6. З метою максимальної ефективності засвоєння учнями вмінь розв'язувати текстові задачі необхідно поєднувати різні методи, форми і засобів навчання, зокрема, дидактичні ігри та інформаційно-комунікаційні технології. Можливо застосування дидактичної гри «Критерійний калейдоскоп». Даний метод є дидактичною грою для встановлення

обґрунтованості критеріїв дії, наслідки, причини тощо.

Для гри педагогу потрібна дошка або критерійний планшет, набір карт зі списками термінів, які стосуються певної теми. На ігровій дошці є поля для первинних та вторинних критеріїв.

Хід гри полягає у наступному: педагог ділить групу учнів на підгрупи; встановлює правила гри; один із учнів роздає картки гравцям групи; гравець, який розпочинає гру, вибирає карту зі свого набору з паролем, який, на його думку, є найголовніше, і розміщує його на полі з основними критеріями; наступні учні роблять те саме; під час гри картки можна обмінювати в окремих полях - рішення про зміну вся група бере карти; вилучена з дошки картка повертається її власнику; перший учасник гри, який поставив свої карти на дошку, виграє; представники груп представляють свої ради; вони читають критерії, які знайшли і обґрунтовують свій вибір; педагог або учень записує критерії на дошці/планшеті та обґрунтовує свій вибір (рис. 3.4).

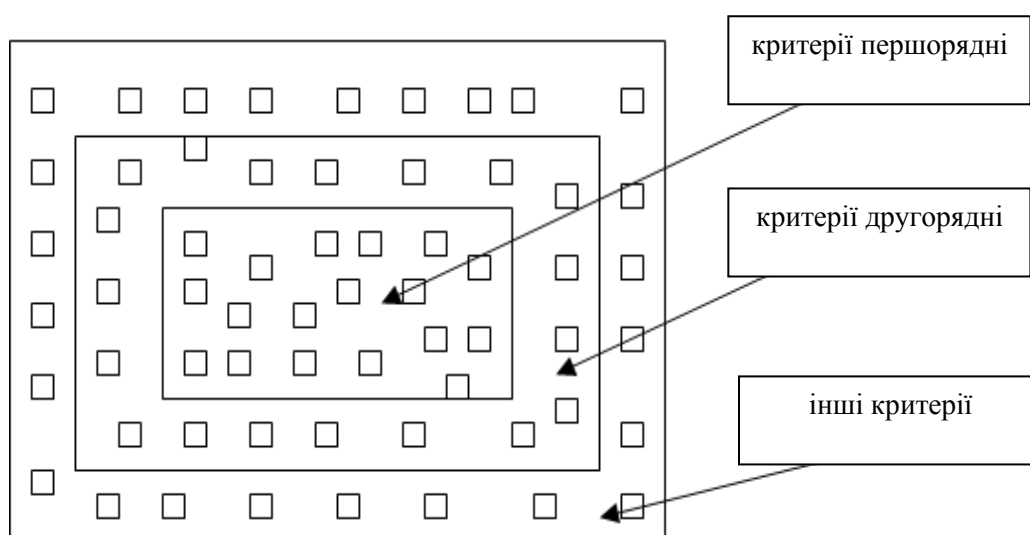


Рис. 3.4. Приклад планшету для гри «Критеріальний калейдоскоп»

«Критеріальний калейдоскоп», як форма упорядкованої дискусії завдяки використанню карт до гри і планшету, у першу чергу оцінює вплив

різних факторів на дане явище або процес.

Використання різноманітних ігрових методів при навчанні розв'язання текстових задач, зокрема використання методу «Критеріальний калейдоскоп», перевага якого полягає у розвитку типологічної спорідненості при вивченні математики, у формуванні в учнів вміння критично мислити, самостійно опрацьовувати та структурувати навчальний матеріал, розвиває самопізнання особистості та інформаційну компетентність. Під час використання в освітній практиці даного методу: створюється атмосфера взаємоповаги й підтримки один одного, де вчитель виступає як фасилітатор, що є вкрай важливим в умовах реформування освітніх процесів України; утворюється простір позитивного світобачення, в якому можна спланувати правильні дії в конкретній ситуації, які виникають у свідомості учня, як результат власного досвіду; в освітньому середовищі утворюється інтерактивна атмосфера, яка впливає на спосіб виконання завдань учнями та розвиває творчу їх уяву про те чи інше явище чи процес. [7]

7. Структурування типових текстових задач з предмету «математика»/ «алгебра» повинно бути узгоджене з вивченням теоретичного матеріалу, який стосується тих положень чи властивостей, що покладені в основу того чи іншого способу їх розв'язання.

8. Доцільно навчати учнів за текстами задач створювати різного виду моделі (графічні схеми, таблиці, схематичні ілюстрації тощо) і евристичні схеми (правила-орієнтири) типових арифметичних способів; пропонувати завдання на формування в учнів умінь використовувати наявні математичні знання до вивчення різних природних явищ та розв'язання життєвих ситуацій.

9. Типові текстові задачі, які розв'язуються арифметичними чи алгебраїчними способами, бажано об'єднати в систему, яка надасть кожному

учневі можливість вибору своєї власної «траєкторії руху».

10. Одним із основних результатів навчання учнів розв'язувати текстові задачі має бути поповнення наявних знань про описані явища чи процеси у задачі, структурні елементи (умова і вимога) задачі, етапи процесу розв'язування задачі (в тому числі вивчення різних видів аналізу тексту, пошуку плану та перевірки отриманого розв'язку), в тому числі учням слід запропонувати завдання на проведення аналізу задачі.

11. Текстова задача має бути цікавою для учнів за своїм змістом, сприяти формуванню чітких уявлень про величини, які розглядаються у задачі; числові дані повинні мати пізнавальну й практичну цінність і відповідати реальним життєвим обставинам; корисно пропонувати текстові задачі без готових числових даних з метою формування в учнів умінь користуватися довідниками та робити математичну обробку своїх спостережень і вимірювань.

12. Основним, для розв'язування текстових задач з алгебри, арифметичним чи алгебраїчним способами у 7-9-х класах, слід використовувати типові текстові задачі для пропедевтики і введення алгебраїчного та арифметичного методів.

Висновки до розділу

У розділі досліджено практику реалізації методики розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри. Визначено, що при наданні основної ролі текстовим задачам у шкільному курсі математики (алгебри) є

фундаментом отримання високих результатів розуміння в подальшому учнями математики. Проте, ми часто зустрічаємося з тим, що більшість учнів основної школи не вміють розв'язувати текстові задачі. В цьому випадку потрібно звернути увагу на розумові та фізіологічні здібності учня, вміння вчителя подати навчальний матеріал та опрацювати його разом з учнями.

У результаті дослідження нами було також з'ясовано, що при навчанні учнів розв'язувати текстові задачі вчителі допускають помилки методичного характеру. Найтипівішими з них є: вміння вірно опрацювати умову задачі, вміння вірно визначити алгоритм розв'язання текстової задачі та вміння зробити висновок за результатами розв'язання задачі.

Встановлено, що навички учнів, їх розуміння предмета та вміння використовувати отримані знання на практиці, залежить від учителя. Як учитель зуміє організувати роботу на уроці, зацікавити, пояснити, знайти підхід до учня, таким і буде результат уроку.

Сформулювати рекомендації, щодо навчання учнів розв'язувати текстові задачі в шкільному курсі алгебри.

ВИСНОВКИ

На виконання поставленої мети нами роз'язано поставлені завдання, та зроблено такі висновки:

1. Проаналізовано теоретичні засади терміну «задача» та «текстова задача». Уточнено, що задача представляється як будь-яка вимога виконати обчислення, перетворення, побудову; провести доведення або дослідження чого-небудь, що має відношення до просторових форм або кількісних відношень; або запитання, яке буде рівносильним такій вимозі.

Уточнено, що «текстова математична задача» обіймає основне місце у навчальних програмах шкільного курсу математики, зокрема алгебри. Текстові задачі спрямовані на застосування набутих математичних знань на практиці. Окреслено основні функції текстових задач: навчальну, розвивальну, виховну та контрольну. Встановлено, що розв'язування текстових математичних задач сприяє розвитку критичного мислення, просторової уяви в учнів, набуття життєвого досвіду, що є актуальним в сучасних умовах сьогодення. Впровадження текстових математичних задач на уроках алгебри є особливо корисними при розвитку в учнів творчого потенціалу, математичної грамотності та інформаційно-цифрової компетентності.

Наведено різні підходи до класифікацій текстових задач. Визначено, що текстові задачі поділяються на: задачі «на рух»; задачі «на роботу»; задачі на суміші та сплави; задачі з цілочисленними значеннями; задачі «на відсотки». Встановлено, що для того, щоб навчитись розв'язувати текстові задачі, необхідно набути досвід їх розв'язку шляхом багаторазового повторення операцій, дій, які складають предмет вивчення. Слід пам'ятати, що навички розв'язку текстових задач формуються на основі осмислених знань і умінь. Починати розв'язування текстової задачі необхідно зі створення математичної моделі умови задачі. При розв'язуванні текстових задач, необхідно вміти умовно поділити текстові задачі за їх видами, що

значно спростить пошуки правильного ходу розв'язку задачі.

Серед основної особливості застосування текстових задач на уроках алгебри ми виділяємо диференційоване навчання. Встановлено, що при використанні диференційованого підходу завдання мають бути пізнавально-пошукового характеру, в процесі виконання яких учні здобувають нові знання.

2. Здійснено аналіз зарубіжного досвіду, щодо методичних підходів розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри. Встановлено, що в Республіці Польща виділяється суттєво більше годин, які відведені на математичну підготовку. З'ясовано, що досвід навчання розв'язанню текстових завдань у зарубіжних країнах різниться від Українського. Наприклад, учні шостих класів закладів загальної середньої освіти Ізраїлю розв'язують, не завдання, а вбрані в словесну форму приклади на виконання арифметичних дій.

Навчання математики в болгарських школах відбувається спіралеподібно за підручниками Каті Нікової, Ніколіна Дімітрової, Марії Темнокової та ін. На уроках математики здійснюється підхід від конкретних уявлень про окремі геометричні фігури до загальних уявлень, що полегшують формування відповідних понять у наступних класах. В болгарських школах значна частина текстових задач є задачами прикладного значення, розв'язуючи які, учні переконуються в практичній значущості отриманих знань та вмінь.

Навчання математики в школах Німеччини відбувається в кожній федеративній землі по-різному: використовуються різні видавництва та підручники, використання навчальних програм при вивченні математики залежить від типу школи. Німецькі вчителі-методисти використовують у навчанні учнів математики гносеологічний трикутник (Steinbring, H), математичні моделі, відкриті завдання для індивідуального навчання в математичній освіті.

Аналіз зарубіжного досвіду, щодо розв'язування текстових задач з

алгебри дав нам можливість встановити, що роль текстових задач в курсі шкільної математики як в Україні, так і в зарубіжних країнах набуває великого значення. Але для того, щоб була досягнена кінцева мета навчання потрібно вчителю правильно ознайомлювати учнів з навчальним матеріалом та звернути увагу на зміст задачі та шляхи її розв'язання.

Проведено аналіз підручників та посібників з алгебри, який дозволив переконатися в тому, що текстові задачі надійно інтегровані в усі теми курсу шкільної математики з 5 по 9 класи.

3. Досліджено практику реалізації методики розв'язування текстових задач в шкільному курсі алгебри. Визначено, що при наданні основної ролі текстовим задачам у шкільному курсі математики (алгебри) є фундаментом отримання високих результатів розуміння в подальшому учнями математики. Проте, ми часто зустрічаємося з тим, що більшість учнів основної школи не вміють розв'язувати текстові задачі. В цьому випадку потрібно звернути увагу на розумові та фізіологічні здібності учня, вміння вчителя подати навчальний матеріал та опрацювати його разом з учнями.

У результаті дослідження нами було також з'ясовано, що при навчанні учнів розв'язувати текстові задачі вчителі допускають помилки методичного характеру. Найтипівішими з них є: вміння вірно опрацювати умову задачі, вміння вірно визначити алгоритм розв'язання текстової задачі та вміння зробити висновок за результатами розв'язання задачі. Встановлено, що навички учнів, їх розуміння предмета та вміння використовувати отримані знання на практиці, залежить від учителя. Як учитель зуміє організувати роботу на уроці, зацікавити, пояснити, знайти підхід до учня, таким і буде результат уроку.

4. Сформульовано рекомендації, щодо навчання учнів розв'язувати текстові задачі в шкільному курсі алгебри. На нашу думку, основою у процесі розв'язування текстових задач має бути малюнок, бо саме наочне зображення умови задачі у вигляді схеми чи малюнка полегшує процес міркувань учнів, щодо визначення вірного алгоритму розв'язання задачі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз В.Г., Васильєва Д.В. Збірник завдань з математики ДПА 2020, Харків: «Освіта», 2020. 80 с.
2. Березняк М.В. Підсумкові контрольні роботи Математика 9 клас. Тернопіль: «Підручники і Посібники», 2019. 64 с.
3. Білий І.П., Задачі для розвитку логічного мислення школярів молодшого і середнього віку, Математика в школах України, 2008, № 14- 15, С.23
4. Богданович М. В., Козак М. В., Король Я. А. Методика викладання математики: Навч. пос. Тернопіль, 2008, 336 с.
5. Богданович М.В. Методика розв'язування задач у початковій школі, 1990. 182 с.
6. Бурда М. І. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики, 9 клас. Харків: Гімназія, 2010. 256 с;
7. Бурлаєнко Т., Дубініна О., Реалізація методу «Критерійний калейдоскоп» у роботі з обдарованою молоддю, як особливість інноваційної освіти, Збірника наукових праць «Педагогічні інновації: ідеї, реалії, перспективи» (серія «Педагогіка»), 2020, № 2
8. Василюк А., Ляшенко Л., Нові підходи до планування і реформування освіти (зарубіжний досвід), Освіта і управління, 2002, Т. 5. № 1.
9. Гальперин П. Я., Формирование начальных геометрических понятий на основе организованного действия учащихся, 1957, Вопросы психол, № 1, С. 23–44.
10. Гарнагіна І.А., Як навчити розв'язувати задачі, Математика в школах України, 2008, № 27, С.7
11. Глобін О.І., Єргіне О.В., Сидоренко П.Б., Комаренко О.В., Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики, Київ, Центр навчально-методичної літератури, 2013.

12. Глущенко Л., Розв'язування текстових задач, Математика, 2008, № 31-32. С. 22-23
13. Гриневич Л. Децентралізація управління освітньою системою (на прикладі Польщі), Освіта і управління, 2004, Т. 7, № 3-4.
14. З історії математики, Електроний ресурс. Доступно: <http://discovery.4uth.gov.ua/d/mathematics/the-history-of-mathematics>
15. Захарченко Н. М., Текстові задачі в завданнях ЗНО, Електроний ресурс. Доступно: <https://maimo.elit.sumdu.edu.ua/images/stories/docs/tekstovyye-zadachi.pdf>
16. Істер О.С. Математика 5 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти, 2018. 288 с.
17. Істер О.С. Математика 6 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти, 2014. 296 с.
18. Істер О.С. Математика 7 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти, 2015. 256 с.
19. Істер О.С. Математика 8 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти, 2016. 272 с.
20. Істер О.С. Математика 9 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти, 2017. 264 с.
21. Істер О.С., Єргіна О.В. Збірник ДПА 2018 з математики. 9 клас, 2017. 33 с.
22. Істер О.С., Єргіна О.В. Збірник ДПА 2019 з математики. 9 клас, 2019. 41 с.
23. Колячин Ю.М. Оганесян В.А. Учись решать задачи. М.: Просвещение, 1980. 96 с.
24. Корсак К. Про національні і світові «стандарти» середньої освіти, 1999, № 4
25. Кравчук В., Підручна М., Янченко Г. Алгебра: Підручник для 9 класу, Тернопіль.: Підручники та посібники, 2009.
26. Крамор В.С., Готовимся к экзамену по математике, 2008, 544 с.

27. Критерії оцінювання ДПА з математики 9 клас: Пояснювальна записка. Електроний ресурс. Доступно: <http://ml-nikolaev.at.ua/news2019/DPAmatem9.pdf>

28. Лобачевський Микола Іванович, Країна знань, № 3, 2007

29. Лук'янова С.М., Розв'язування текстових задач арифметичним способом: 5-6 клас, 2006. 128 с.

30. Лук'янова С.М., Текстові задачі на уроках і в позаурочний час: алгебра: 7-9 класи, 2012. 125 с

31. Математика. 5 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Н.А. Тарасенкова та ін., 2018. 240 с.

32. Математика. 6 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Н.А. Тарасенкова та ін., 2014. 304 с. 26

33. Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії, Електроний ресурс. Доступно:

<https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D1%85%D1%96%D0%B2%D0%BD%D0%B8%D1%86%D1%8F>

34. Матяш О. І., Система задач на урок як засіб підвищення ефективності навчання геометрії в школі, Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: Збірник наукових праць, Вип. 26, 2010. С. 39–44.

35. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Збірник завдань з математики для підготовки до державної підсумкової атестації, 2017. 160 с.

36. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 5 клас : підруч. для заклад. загальн. середн. освіти, 2018. 272 с

37. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 6 клас : підруч. для заклад. загальн. середн. освіти, 2014. 400 с.

38. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 7 клас : підруч. для заклад. загальн. середн. освіти, 2015. 256 с

39. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 8 клас : підруч. для заклад. загальн. середн. освіти, 2016. 240 с.

40. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 9 клас : підруч. для заклад. загальн. середн. освіти, 2017. 272 с.
41. Метод розв'язання задач з відсотками Електроний ресурс, Доступно: <http://ua.onlinemschool.com/math/library/percent/percent3/>
42. Михайленко Л. Ф., Ковальчук М. Б., Розв'язування текстових задач як засіб формування математичної компетентності старшокласників, Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми, 2016, Вип.46. С.65-69.
43. Михайленко Л.Ф., Математическая компетентность учащихся как педагогическая проблема, Научная конференция с международным участие, 22-24.11.2012 г., Шуменски университет. С.231-233
44. Навчальні програми, підручники та навчально-методичні посібники, рекомендовані МОН України. Електроний ресурс. Доступно: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalniprogrami-pidruchniki-ta-navchalno-metodichni-posibnikirekomendovani-mon>.
45. Непомняца Г. І. Підготовка майбутнього вчителя до опрацювання задач під час вивчення освітньої галузі «Математика». Вісник Глухівського національного педагогічного університету ім. О. Довженка. Серія: Педагогічні науки. 2018. № 37. С. 196-202
46. Нова українська школа. Концептуальні засади реформування середньої школи, 2016, Електроний ресурс. Доступно: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf>
47. Нормативно-правова база (математика) Електроний ресурс. Доступно: <http://www.soippo.edu.ua/index.php/46-uncategorised/366-2013-04-29-11-04-51>
48. Про схвалення Концепції реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти “Нова українська школа” на період до 2029 року Електроний ресурс: <http://www.nmc.od.ua/wp->

<content/uploads/2017/02/%D0%9A%D0%9E%D0%9D%D0%A6%D0%95%D0%9F%D0%A6%D0%86%D0%AF.pdf>

49. Романишин І. Я. Математика, Методика роботи над текстовими задачами, 2002, 152 с.

50. Силков В.В., Рибалко А.П. Аналіз структури задачі: Зб. статей. Розв'язування математичних задач у початкових класах, 1986. С. 19-23.

51. Скворцова С. О. Підготовка майбутніх учителів початкових класів до навчання школярів розв'язувати сюжетні математичні задачі: монографія, 2013. 332 с.

52. Скворцова С.О. Методика навчання математики в початковій школі: теорія і практика: Підручник для студентів за спеціальністю 6.010100 «Початкове навчання», освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» - ч.1, 2008. 284с

53. Скворцова С.О. Методика навчання розв'язування сюжетних задач у початковій школі. Електроний ресурс. Доступно: https://skvor.info/files/books/metodyka_navchannya_rozvyazuvannya_zadach-1.pdf.

54. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: підручник, 2006. 582 с.

55. Тепер все офіційно: 2020-2021 навчальний рік буде роком математики в Україні – президент підписав указ Електроний ресурс. Доступно: <https://mon.gov.ua/ua/news/teper-vse-oficijno-2020-2021-navchalnij-rik-bude-rokom-matematiki-v-ukrayini-prezident-pidpisav-ukaz>

56. Ткаченко С., Задачі з нестандартними умовами, Розвиток критичного мислення учнів на уроках математики, Студентський науковий методичний збірник, Випуск 8, 2018, 293 с.

57. Фридман Л. М., Педагогический опыт глазами психолога, 1987

58. Фридман Л. М., Турецкий Е. Н. Как научиться решать задачи. Пособие для учащихся. М. : Просвещение, 1984. 175 с.

59. Фройденталь Г., Математика как педагогическая задача, Пособие для учителей, под. ред. Н. Л. Виленкина., Сок. пер. с нем. А. Я. Халамайзера, 1982, 208 с.

60. Цимбалару А. Д., Тенденції моделювання освітнього простору в контексті розвитку початкової освіти у заріжних країнах, Педагогічна освіта : теорія і практика, 2015, Вип. 18. С. 436–442

61. Чаплигін В.Ф., Деякі методичні міркування за рішенням текстових завдань, Математика в школі, 2000, № 4, С.28-29

62. Шаповал І., Корлюк О. М., Текстові задачі на сумісну роботу і планування в шкільному курсі математики, Науковий пошук молодих дослідників: збірник наукових праць студентів, магістрантів та викладачів, 2014, №. 7, С. 59-62.

63. Шелехова Л.В. Сюжетная задача как объект изучения. Электроний ресурс. Доступно: <http://cyberleninka.ru/article/n/syuzhetnaya-zadacha-kak-obektizucheniya>

64. Шохор-Троцкий С. И., Методика арифметики: Пособие для учителей средней школы, 5-е издание, 1935, 343 с.

65. Яценко С.Є. Аналіз стану проблеми особистісно зорієнтованого навчання у психолого-педагогічній літературі. Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №3. Фізика і математика у вищій і середній школі. 2005. №5 (12). С. 45 - 50.

66. Ministerstwo Edukacji Narodowej o ocenianiu, Warszawa, 1998

67. Raport na temat polityki edukacyjnej w Polsce. Warszawa, 1995.

68. Rasch R. Offene Aufgaben für individuelles Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule / R. Rasch. – Seelze : Kallmeyer, 2006.

69. Swiderski E. Juzzaroknowamatura, Nowa Skola, 2001, № 5

ДОДАТКИ

Додаток А

Конспект уроку з алгебри 9 клас

Тема. Розв'язування текстових задач.

Мета:

навчальна: сформувати вміння учнів застосовувати теоретичні знання на всі дії з натуральними числами до розв'язування текстових задач, вміння вибирати і використовувати необхідну інформацію для розв'язування задачі, ставити запитання до умови задачі;

розвивальна: розвивати увагу, обчислювальні здібності, логічне мислення, цікавість, уяву, кмітливість, оперативність при виконанні вправ;

виховна: виховувати любов до математики, до праці; прищеплювати бажання до вивчення математики, прагнення пізнавати нове

Тип уроку: урок застосування знань, умінь і навичок.

Хід уроку

I. Організаційний момент.

Перевірка готовності класу до уроку

II. Перевірка домашнього завдання.

Учитель збирає зошити на перевірку.

III. Актуалізація опорних знань.

Усні вправи

1. Яка пара чисел є розв'язком системи

$$\begin{cases} 2x-3y=-4, \\ 3x+2y=7? \end{cases}$$

A) (2;1); B) (-1;-2); B) (-1;2); Г) (1;2).

2. Скільки розв'язків має система рівнянь

$$\left\{ \right.$$

$$x^2 + y^2 = 1,$$

$$y = x^2 + 2?$$

А) один; Б) три; В) жодного; Г) два.

3. Коренями якого з даних рівнянь є числа -3 і 2?

А) $x^2 - x - 6 = 0$; В) $x^2 - 6x + 1 = 0$;

Б) $x^2 + x - 6 = 0$; Г) $x^2 + 5x - 6 = 0$.

4. Яке з наведених рівнянь є лінійним?

А) $x^2 = 7x$; Б) $-5x = -\frac{1}{3}$; В) $x + 7 = x^2$; Г) $\frac{5}{x} - 7 = 4$.

IV. Повідомлення теми і мети уроку. Мотивація учбової діяльності учнів.

- Сьогодні на уроці ми будемо розв'язувати задачі за допомогою систем рівнянь; відпрацювати навички розв'язування задач на прямолінійний рівномірний рух та використання графіків при розв'язуванні задач.

V. Виконання учнями завдань під контролем і за допомогою учителя.

- При розв'язуванні задач на прямолінійний рівномірний рух, закон прямолінійного рівномірного руху, береться за основу складання рівнянь і виражається формулою $S = Vt$.

Задача №441 (рівень Б)

Два велосипедисти виїхали одночасно з пунктів А і В назустріч один одному. Через годину вони зустрілися і, не зупиняючись, продовжили рухатися з попередніми швидкостями. Один з них прибув у пункт А на 27хв раніше, ніж інший у пункт В. Знайдіть швидкість кожного велосипедиста, якщо відстань між пунктами дорівнює 36км.

Розв'язання.

За умовою задачі складаємо таблицю

	Шлях,	Швидкість,	Час, год	Різниця в

	км	км/ГОД		часі, год
I велосипедист (з А до В)	36	X	$\frac{36}{X}$	
II велосипедист (з В до А)	36	Y	$\frac{36}{Y}$	$\frac{27}{60} = \frac{9}{20}$

Маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} x+y=36; \\ \frac{36}{x} - \frac{36}{y} = \frac{9}{20}. \quad x \neq 0, y \neq 0. \end{cases}$$

Розв'яжемо систему:

$$\begin{cases} y=36-x; \\ \frac{36}{x} - \frac{36}{y} = \frac{9}{20}; \end{cases} \quad \begin{cases} y=36-x; \\ \frac{36}{x} - \frac{36}{36-x} = \frac{9}{20}; \end{cases}$$

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{36-x} - \frac{9}{20} = 0,$$

$$\frac{x^2 - 196x + 2880}{20x(36-x)} = 0,$$

$$x^2 - 196x + 2880 = 0,$$

$x_1 = 16$, $x_2 = 180$ – не задовольняє умову задачі.

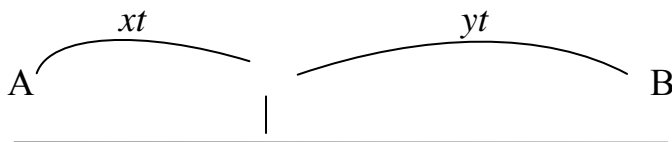
Тому: $x = 16$, $y = 36 - 16 = 20$.

Відповідь: 16 км/год; 20 км/год.

Задача № 454 (рівень В).

Із двох пунктів А і В, відстань між якими дорівнює 24 км, одночасно виїхали два автомобілі назустріч один одному. Після зустрічі автомобіль, що виїхав із пункту А, прибув у пункт В через 16 хв, а другий – у пункт А через 4 хв. Знайдіть швидкість кожного автомобіля.

Розв'язання.



\longrightarrow зустріч \longleftarrow

За умовою задачі складаємо таблицю.

	Шлях, км	Швидкість, км/год	Час руху до зустрічі, год	Шлях до зустрічі, км	Час витрачений на шлях після зустрічі, год
I автомобіль (з А до В)	24	X	t	xt	$\frac{yt}{X}$
II автомобіль (з В до А)	24	Y	t	yt	$\frac{xt}{Y}$

$$16 \text{ хв} = \frac{16}{60} \text{ год} = \frac{4}{15} \text{ год};$$

$$4 \text{ хв} = \frac{4}{60} \text{ год} = \frac{1}{15} \text{ год}.$$

Маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} xt+yt=24; & (1) \\ \frac{yt}{x} = \frac{4}{15}; & (2) \\ \frac{xt}{y} = \frac{1}{15}; & (3) \end{cases}$$

Поділимо друге рівняння системи на третє:

$$\frac{yt}{x} : \frac{xt}{y} = \frac{4}{15} : \frac{1}{15};$$

$$y^2 : x^2 = 4, \quad x > 0, y > 0, \text{ то } \frac{y}{x} = 2,$$

$$y = 2x.$$

Розглянемо друге рівняння системи:

$$\frac{yt}{x} = \frac{4}{15}, y = 2x, \text{ то}$$

$$\frac{2xt}{x} = \frac{4}{15},$$

$$2t = \frac{4}{15},$$

$$t = \frac{2}{15}.$$

Розглянемо перше рівняння системи:

$$xt + yt = 24, \quad t = \frac{2}{15}, \quad y = 2x, \text{ то}$$

$$x \frac{2}{15} + 2x \frac{2}{15} = 24,$$

$$\frac{2x}{15} + \frac{4x}{15} = 24,$$

$$\frac{6x}{15} = 24,$$

$$x = 60, \quad y = 2 \cdot 60 = 120.$$

Швидкість першого автомобіля 60 км/год, а другого – 120 км/год.

Відповідь: 60 км/год, 120 км/год.

При розв'язуванні задач на рух для наочності використовують відрізок, який позначає пройдений шлях. Але можна використати графічне зображення руху, відоме учням з курсу фізики.

Тобто використання графіків при розв'язуванні алгебраїчних задач – засіб реалізації міжпредметних зв'язків між алгеброю, геометрією і фізикою.

Будуючи графік залежності пройденого шляху від часу (при рівномірному русі) учні пригадують, що ця залежність виражається лінійною функцією. При розв'язуванні задач використовують рівність і подібність трикутників.

Розглянемо задачу, використовуючи графік рівномірного руху. На початку уроку ми розв'язували її за допомогою систем рівнянь.

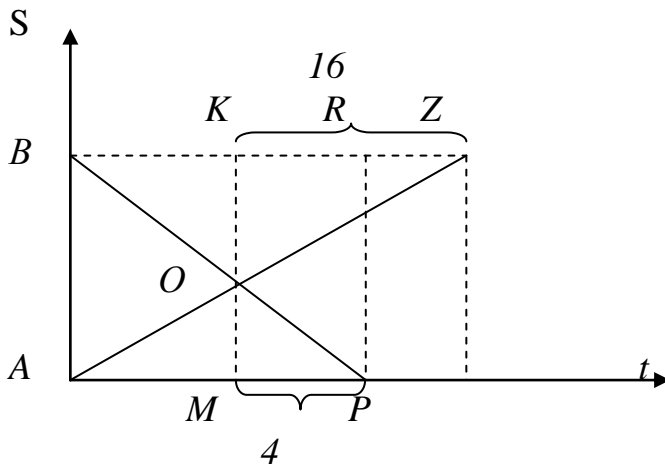
Задача № 454.

Із двох пунктів A і B , відстань між якими дорівнює 24 км, одночасно виїхали два автомобілі назустріч один одному. Після зустрічі автомобіль, що виїхав з пункту A , прибув у пункт B через 16 хв, а другий прибув у пункт A

через 4 хв. Знайдіть швидкість кожного автомобіля.

Розв'язання.

Побудуємо графіки рухів автомобілів (рис.1) у системі відліку відносно пункту А.



За умовою задачі $KZ=16$ хв, $MP=4$ хв, $AB=24$ км.

Із подібності трикутників слідує, що

$$\frac{KO}{MO} = \frac{BK}{PM}, \quad \frac{KZ}{MA} = \frac{KO}{MO}.$$

Отже, $\frac{KZ}{MA} = \frac{KO}{MO} = \frac{BK}{PM}$, оскільки $BK=MA$, то $\frac{KZ}{MA} = \frac{MA}{PM}$,

$$MA^2 = KZ \cdot PM = 16 \cdot 4 = 64 \text{ (хв.)}, \quad MA = 8 \text{ хв.}$$

Час руху автомобіля з пункту В:

$$AP = MA + MP = 8 + 4 = 12 \text{ (хв.)}, \quad 12 \text{ хв} = \frac{1}{5} \text{ год.}$$

Швидкість руху автомобіля з пункту В: $V_I = 24 : \frac{1}{5} = 120$ (км/год).

Час руху автомобіля з пункту А:

$$BZ=BK+KZ=8+16=24 \text{ (хв.)}, 24 \text{ хв}=\frac{2}{5} \text{ год.}$$

Швидкість руху автомобіля з пункту А: $V_2=24:\frac{2}{5}=60$ (км/год).

Відповідь: 60 км/год, 120 км/год.

Проведемо самостійну роботу навчального характеру.

Учні використовують один із способів розв'язування задач: алгебраїчний або графічний. Якщо виникає потреба, то вчитель допомагає у виконанні роботи.

Варіант I.

Два автомобілі одночасно виїхали з одного міста в інше. Швидкість першого на 10 км/год більша за швидкість другого, тому він витратив на весь шлях на 1 годину менше, ніж другий. Знайдіть швидкість кожного автомобіля. Якщо відстань між містами 560 км.

Відповідь: 80 км/год, 70 км/год.

Варіант II.

Із двох пунктів, відстань між якими 20 км одночасно назустріч один одному вийшли два туристи і зустрілися через 2 години. Визначте з якою швидкістю йшов кожний турист, якщо одному на подолання всього шляху знадобилося на 1 год 40 хв більше, ніж іншому.

Відповідь: 4 км/год, 6 км/год.

VI. Підсумок уроку.

Цей етап можна провести у вигляді заключної бесіди вчителя. Головна ідея заключної бесіди – знання кількох способів розв'язування текстових задач

певного типу не тільки допомагає пошуку раціональних шляхів розв'язування, а й націлює на використання освоєних прийомів при розв'язуванні будь-яких задач.

VII. Домашнє завдання.

Задача. З порту одночасно вийшли два теплоходи: один на південь, другий на захід. Через 2 год відстань між ними дорівнювала 60 км. Швидкість першого теплохода на 40 км/год більша за швидкість другого. Скільки розв'язків має задача?