

# PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

## СУЧАСНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПИТАННЯ ДЕМПФУВАННЯ У МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМАХ

**Заєць Юлія Василівна**

Студентка

Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя  
м. Ніжин, Україна

**Вступ. / Introductions.** Демпфування (Згасаючі коливання) — коливання, енергія яких зменшується з плином часу. Процес, що триває нескінченно, виду  $u(t) = A \cos(\omega t + q)$  в природі неможливий. Вільні коливання будь-якого осцилятора рано чи пізно загасають і припиняються.

Тому на практиці звичайно мають справу з затухаючими коливаннями. Вони характеризуються тим, що амплітуда коливань  $A$  є спадною функцією. Зазвичай загасання відбувається під дією сил опору середовища, найчастіше залежних лінійно від швидкості коливань  $u'$  або її квадрату.

В акустиці: загасання – зменшення рівня сигналу до повної нечутності.

### **Коливання можна описати такими типами:**

- *Надзгасні:* Система повертається до рівноваги без коливань.
- *Критично згасні:* Система повертається до рівноваги так швидко як це можливо без коливань.
- *Слабко згасні:* Система коливається (з меншою частотою порівняно до незгасного випадку) з амплітудою, що поступово зменшується до нуля.
- *Незгасні:* Система коливається в її природній резонансній частоті  $(\omega_0)$  [1].

**Мета роботи. / Aim.** Дослідити важливість наукових досліджень з теми: «Демпфування в механічних системах», які дослідження на даний час вже проведено та необхідність подальших досліджень.

**Матеріали та методи. / Materials and methods.** Існує багато робіт, що висвітлюють різні проблеми теми: «Демпфування». Розглянемо деякі з них та виділимо головні здобутки у вирішенні цього питання науки.

У роботі «Asymptotical stability of the motion of mechanical systems with partial energy dissipation» [2] розглянуто лінійну механічну систему під дією потенційних, гіроскопічних і дисипативних (парціальних) сил. В статті не використовувались класичні теореми Кельвіна–Четаєва, а запропоновано інноваційний підхід, що базується на теоремі Барбашина–Красовського. Цей метод заснований на декомпозиції всієї системи і є зручним для систем з невизначеними параметрами. У статті також на конкретних прикладах продемонстровано деякі переваги запропонованого методу.

Привертає увагу робота на тему: «Lyapunov Function-Based Approach to Estimate Attractors for a Dynamical System with the Polynomial Right Side» [3]. У даній статті розглянуто задачу отримання оцінок областей притягання та стійкості для нелінійної динамічної системи з поліноміальною правою частиною. Вона створена на певній процедурі побудови поліноміальної функції Ляпунова. Для наочного прикладу, ця процедура застосована для оцінки області тяжіння для механічної системи двох пов'язаних осциляторів.

Стаття «On the stability of the equilibrium of the double pendulum with follower force: Some new results» [4] досліджує проблему стійкості рівноваги подвійного маятника під дією слідкуючої сили. Обґрунтовано умови стійкості за відсутності демпфування та системи, що слабо демпфована. Проведено досліди на вплив коефіцієнта демпфування та жорсткості, що поблизу межі області нестійкості флаттера значення критичного навантаження можна збільшити шляхом зменшення жорсткості шарніра в точці кріплення маятника.

Детально проаналізовано проблему стійкості автономних неконсервативних механічних систем за наявності потенційних, гіроскопічних

та дисипативних сил у роботі «Pervasive damping in mechanical systems and the role of gyroscopic forces» [5]. У цій роботі висунуто припущення, що дисипація є всеосяжною, тобто матриця дисипативних сил є напівпозитивно визначеною. Відповідно до припущення, відомі теореми Кельвіна–Четаєва не можуть бути використані й, врахувавши дану ситуацію, проаналізовано роль гіроскопічних сил та їх внесок у загальне явище. Було використано спеціальну процедуру для доведення асимптотичної (або граничної) стійкості, яка є простішою, ніж звичайні алгоритми, засновані на аналізі власних значень (критерії Рауса Гурвіца або Ліснарда–Чіпарта тощо). Застосовано цей підхід для задачі стійкості двох механічних систем. Перша з них – це задача пасивної стабілізації постійних обертань гіроскопа Лагранжа. Друга – обертова коливальна система із зовнішнім гармонійним збудженням.

Праця на тему: «Non-linear damping in the system of two-axis gyroscopic stabilizer» [6] розглядає причини застосування амортизаторів у механічній системі двовісного гіроскопічного стабілізатора. Запропоновано процедуру вибору відповідних характеристик моменту демпфування на основі чисельного моделювання.

У роботі «Damping optimization in mechanical systems with external force» [7] розглянуто механічну систему, яка збуджується зовнішньою силою. Введено два критерії, які дозволяють оптимізувати демпфування механічної системи, збудженої зовнішньою силою. Оскільки загалом оптимізація демпфування є дуже складною проблемою, запропоновано нові формули, які були використані для ефективної оптимізації демпфування. Ефективність нових формул у статті проілюстровано чисельним експериментом.

Новий підхід запропоновано у «A Gyroscopic Damper System – Damping with New Characteristics» [8], що замінює демпфер легкового автомобіля карданно-карданною масою маховика. Конструктивне виконання веде до поворотного демпфера, в якому вертикальний рух колісної тяги призводить до обертання осі обертання маховика. У такому розташуванні моменти прецесії, що виникають, використовуються для контролю моментів демпфування та

накопичення енергії вібрації. Різні характеристики демпфера досягаються різними швидкостями внутрішнього кільця. Від майже нульового крутного моменту до високого крутного моменту цей демпфер має величезний розкид. Завдяки такому накопиченню кінетичної енергії рекуперована енергія амортизації залишається в системі амортизації та не навантажує електричну систему автомобіля.

У статті «On the Role of Coupled Damping and Gyroscopic Forces in the Stability and Performance of Mechanical Systems» [9] описано ін'єкції сполучених демпфуючих гіроскопічних сил, оскільки цьому приділено набагато менше уваги, ніж інжекції демпфування. Ця робота має на меті заповнити цю прогалину для гіроскопічних сил, які з'єднують активні та неактивні координати. Насамперед встановлено достатні умови стійкості замкнутого контуру. А потім надано аналітичні результати, які доводять, що введення пов'язаного демпфування може покращити продуктивність замкнутого циклу. Результати проілюстровано за допомогою стабілізації трьох механічних систем.

**Результати та обговорення. / Results and discussion.** Нами розглянуто й описано декілька актуальних питань, пов'язаних з розглянутою науковою проблемою: дослідження лінійної механічної системи під дією потенційних, гіроскопічних і дисипативних (парціальних) сил; задачу отримання оцінок областей притягання та стійкості для нелінійної динамічної системи з поліноміальною правою частиною; проблему стійкості рівноваги подвійного маятника під дією слідкуючої сили; проблему стійкості автономних неконсервативних механічних систем за наявності потенційних, гіроскопічних та дисипативних сил; причини застосування амортизаторів у механічній системі двовісного гіроскопічного стабілізатора; механічну систему, яка збуджується зовнішньою силою; новий підхід, що замінює демпфер легкового автомобіля карданно-карданною масою маховика та проєкції сполучених демпфуючих гіроскопічних сил. Усі ці роботи перегукуються між собою спільною тематикою (демпфування), але відрізняються різними підходами до вивчення та використанням нестандартних задач, для задоволення практичних

потреб, при використанні демпфування у реальних механічних системах.

**Висновки. / Conclusions.** Досліджено сучасні наукові публікації, що висвітлюють проблему оптимізації демпфування в механічних системах із зовнішньою силою. Ця задача оптимізації є дуже складною через різноманітні утруднення наявні у лінійних та нелінійних системах, які необхідно розв’язати науковцям. Наведено різні способи реалізації вирішення даної проблеми, але це питання постійно знаходиться у полі зору математиків, є ще не вирішеним і потребує подальших досліджень і розвитку нових наукових підходів.

### ЛІТЕРАТУРА.

1. Демпфування поршня гідроциліндра. Режим доступу: [https://wiki.tntu.edu.ua/%D0%94%D0%B5%D0%BC%D0%BF%D1%84%D1%83%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F\\_%D0%BF%D0%BE%D1%80%D1%88%D0%BD%D1%8F\\_%D0%B3%D1%96%D0%B4%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B8%D0%BB%D1%96%D0%BD%D0%B4%D1%80%D0%B0](https://wiki.tntu.edu.ua/%D0%94%D0%B5%D0%BC%D0%BF%D1%84%D1%83%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F_%D0%BF%D0%BE%D1%80%D1%88%D0%BD%D1%8F_%D0%B3%D1%96%D0%B4%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B8%D0%BB%D1%96%D0%BD%D0%B4%D1%80%D0%B0)

2. Jan Awrejcewicz, Volodymyr Puzyrov. Asymptotical stability of the motion of mechanical systems with partial energy dissipation // *Nonlinear Dynamics*. – 2018. Vol. 91, No.1. – P. 329–341. Режим доступу: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11071-017-3872-8>

3. Puzyrov V., Losyeva N., Savchenko N., Nikolaieva O., Chashechnikova O. (2023). Lyapunov Function-Based Approach to Estimate Attractors for a Dynamical System with the Polynomial Right Side. *Advanced Manufacturing Processes IV. InterPartner 2022. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. Режим доступу: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-16651-8\\_46](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-16651-8_46)

4. Volodymyr Puzyrov, Jan Awrejcewicz, Nataliya Losyeva, Nina Savchenko. On the stability of the equilibrium of the double pendulum with follower force: Some new results // *Journal of Sound and Vibration* Volume 523, 2022, Режим доступу: [10.1016/j.jsv.2021.116699](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.116699)

5. Jan Awrejcewicz J., Nataliya Losyeva, Volodymyr Puzyrov. Pervasive damping in mechanical systems and the role of gyroscopic forces // *ZAMM*

Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. – 2019. – Vol.99, No.4.

Режим доступа: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/zamm.201800119>

6. Non-linear damping in the system of two-axis gyroscopic stabilizer. Режим доступа: <https://www.engmech.cz/improc/2018/765.pdf>

7. Damping optimization in mechanical systems with external force. Режим доступа: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0096300314014568>

8. A Gyroscopic Damper System – Damping with New Characteristics. Режим доступа: [https://www.fast.kit.edu/download/DownloadsFahrzeugtechnik/Scheurich\\_KIT.pdf](https://www.fast.kit.edu/download/DownloadsFahrzeugtechnik/Scheurich_KIT.pdf)

9. On the Role of Coupled Damping and Gyroscopic Forces in the Stability and Performance of Mechanical Systems. Режим доступа: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9804759>