

ФЕТИСОВ В. С.

МАТЕМАТИЧНА СИСТЕМА

Mathcad 15



Ніжинський державний університет
імені Миколи Гоголя

Фетісов В. С.

**Математична система
Mathcad 15**

Ніжин 2024

УДК 681.3.068 519.67

Ф 45

Рекомендовано Вченою радою

Ніжинського державного університету

імені Миколи Гоголя

Протокол № 11 від 14.03.2024 р.

Рецензенти:

к.ф.-м.н., доц. **Віра М. Б.**,

к.ф.-м.н., доц. **Чернишова Е. О.**

Фетісов В. С.

Ф 45 Математична система Mathcad 15: навч.-метод. посібн.

Фетісов В. С. – Ніжин: НДУ ім. М. Гоголя, 2024. – 107 с.

Посібник містить опис популярної комп'ютерної системи для виконання математичних розрахунків, а також лабораторні завдання для самостійного виконання.

Розглянути основні прийоми роботи з програмою: виконання обчислень, роботи зі змінними, використання функцій, побудова двовимірних і тривимірних графіків. Наводяться найбільш вживані стандартні функції системи, розглядаються операції над даними. Окремими розділами подані розв'язування завдань лінійної алгебри та операції математичного аналізу, а також моделювання фізичних процесів.

УДК 681.3.068 519.67

© Фетісов В. С., 2024

© НДУ ім. М. Гоголя, 2024.

Математична система Mathcad 15

Однією з галузей застосування ПК є виконання математичних розрахунків. Для цього використовуються спеціальні математичні системи, однією із найпопулярніших з яких є *Mathcad*. Але *Mathcad* не обмежується розв'язками виключно математичних розрахунків, він характеризується охопленням широкого кола задач, в тому числі задач оптимізації (лінійного програмування, знаходження екстремумів функцій), комбінаторики, теорії графів, математичної статистики та теорії ймовірностей і т. ін. Завдяки цьому програма одержала широке поширення в таких галузях як фізика, біологія, економетрика. Програма широко використовується для виконання оформлення інженерних проектів.

Перша версія системи була розроблена Аленом Раздівом з Масачусетського технологічного інституту, який пізніше став співзасновником фірми *MathSoft*, якої і належали права на систему. У 2006 р. фірма *MathSoft* входить до складу корпорації РТС (Parametric Technology Corporation), якій зараз і належать права на систему.

Серед популярних математичних систем *Mathcad* є єдиною математичною системою, в якій опис розв'язування математичних задач і отримання результатів обчислень має природну математичну форму із застосуванням звичайних математичних знаків і формул, таких, наприклад, як квадратний корінь, інтеграл, а дія ділення має звичний вигляд чисельника і знаменника, які розділяє знак ділення у вигляді горизонтальної риски і т. д. Це робить документ дуже схожим на звичайні сторінки тексту з математичних книг. Сам текст зберігається у вигляді документа, що поєднує опис математичного алгоритму розв'язання завдання з текстовими коментарями і результатами обчислень у вигляді чисел, таблиць, графіків.

Розробники математичних систем приділяють велику увагу питанню *візуалізації* розв'язання математичних задач. Візуалізація означає, що постановка й опис розв'язуваної задачі й

результати обчислення повинні бути максимально зрозумілими не тільки тим, хто її розв'язує, але й тим, хто надалі їх вивчає або просто переглядає. Велику роль у візуалізації розв'язання математичних задач відіграє графічне подання результатів, причому як кінцевих, так і проміжних.

Візуалізація постановки задачі вирішується призначенням іменам функцій зрозумілих імен (ідентифікаторів). А візуалізація результатів обчислень досягається застосуванням потужних засобів графіки, в тому числі анімаційної, а також використанням засобів символічної математики.

Слід відзначити, що, незважаючи на те, що документи системи можуть містити складну графіку, різноманітні таблиці, багато формул тощо, самі файли мають дуже невеликий розмір, що вигідно відрізняє їх, наприклад, від документів растрової графіки.

Абревіатура *CAD* (*Computer Aided Design*) підкреслює її належність до систем автоматичного проектування (*САПР*), тобто вказує, що *Mathcad* – це свого роду САПР у математиці. *Mathcad* – це система для автоматизації математичних розрахунків, у першу чергу в чисельному вигляді. Разом з тим *Mathcad* здатний виконувати операції символічної математики, застосовуючи для цього ядро системи *MuPAD*, аналога відомого пакета символічної математики *Maple*.

В роботі розглядається 15-а версія програми.


Інтерфейс системи


Вікно Mathcad

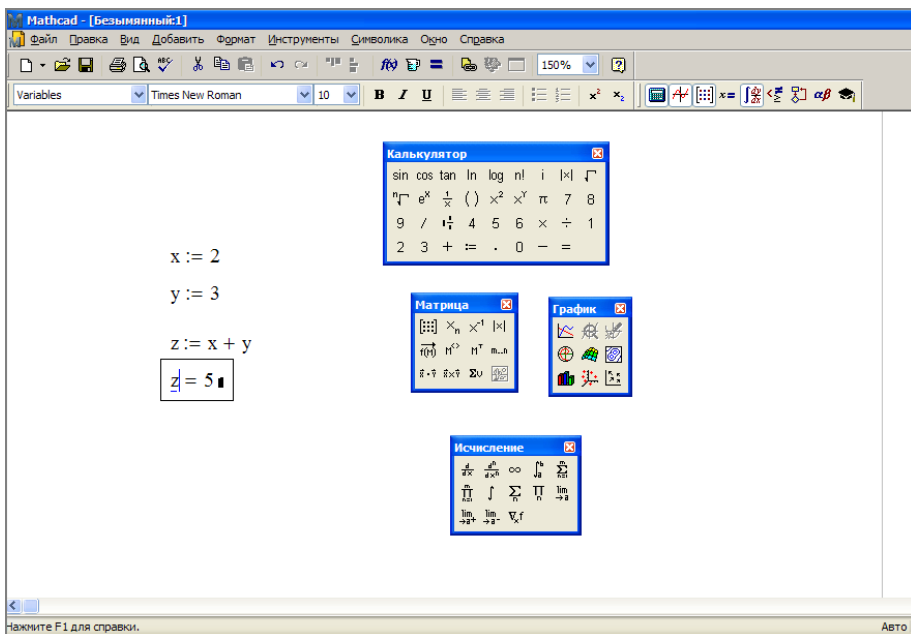
Вікно програми містить типові елементи *Windows*: панель заголовка з назвою активного документа, рядок системного меню, панель інструментів, панель форматування, рядок стану.


Рядок стану відображає номер сторінки, режим обчислення.

За замовчуванням *Mathcad* працює у режимі автоматичних обчислень. При цьому в рядку стану відображається текст <AUTO>. Однак, якщо обчислення виконуються досить довго, то зручніше працювати в ручному режимі. Для зміни режиму роботи (автоматичний або ручний) слід виконати команду **Інструменти ▶ Вычислить (Tools ▶ Calculate)** і встановити або зняти прапорець на пункті меню **Автоматический расчет (Automatic Calculation)**. В ручному режимі обчислення здійснюються за командою **Інструменти ▶ Вычисления ▶ Вычислить сейчас (Tools ▶ Calculate ▶ Calculate Now)** або

натисненням клавіші <F9>.  При цьому виконуються тільки ті блоки, що видимі на поточному екрані. Для виконання наступних блоків слід знову, наприклад, виконати команду **Інструменти ▶ Вычислить ▶ Вычислить сейчас. (Tools ▶ Calculate ▶ Calculate Now)**. Якщо ж потрібно виконати розрахунок для всього документа, то застосовується команда **Інструменти ▶ Вычисления ▶ Пересчитать документ (Tools ▶ Calculate ▶ Calculate Worksheet)**.

Під час виконання складних обчислень робота системи може бути тривалою, при цьому на екрані з'являється піктограма . Для *призупинення* обчислень слід натиснути <Esc>, після чого з'явиться повідомлення про переривання обчислень. Відновити обчислення можна, натиснувши клавішу <F9>.



Специфічними елементами програми є складальні палітри (панелі інструментів), кожна з яких містить групу однотипних специфічних дій. Наприклад, існують палітри для введення математичних символів, побудови графіків, роботи з матрицями та інше. В свою чергу, палітра “Матриця”  містить дії для створення матриці, її транспонування, роботи з її окремими елементами і т. ін.

Кожну з панелей інструментів можна вивести на екран, виконавши команду **Вид ► Панели инструментов (View ► Toolbars)** і встановивши прапорець біля її назви. Для вилучення панелі з екрану слід зняти прапорець біля назви відповідної панелі або натиснути кнопку «Закрити» вікна панелі.

У вікні можна змінювати масштаб відображення документа, для чого використовується команда **Вид ► Масштаб... (View ► Zoom...)**.

Основну частину екрана займає вікно редагування, у якому створюються і завантажуються документи. Область вікна документа поділено вертикальною лінією на дві частини – ліва, *видима* і

права, *невидима*. Інколи в документах із прикладами використання системи деякі допоміжні обчислення розташовують у правій, невидимій частині вікна, а у лівій надають значення початковим даним і виводять результати обчислень.


Документ системи

Документ системи має назву *робочої сторінки (Worksheet)*. Він є одночасно і програмою, що задає алгоритми розв'язування задачі, і результатами цього розв'язку, поданому у вигляді чисел, символів, таблиць, графіків. Тому документ скоріше нагадує текст книги з математичними розрахунками, ніж текст звичайної програми. Оскільки досить часто документи мають вигляд довгих паперових аркушів з текстовими і розрахунковими даними, то у комп'ютерному і науковому світі вони одержали жартівливу назву “простирадла”.



Документ складається з окремих *блоків*. Вони можуть бути трьох типів: текстовими (коментарі), формульними (обчислення математичних виразів) і графічними (містити графіки).

Редагування документів можливе як із застосуванням палітр, так і за допомогою клавіатури. Місце розташування курсору відповідає позиції введення інформації, а його форма вказує на те, з чим зараз відбувається робота. Переміщення курсору можливо як за допомогою миші, так і клавішами навігації. Він, як правило, набуває однієї з основних форм:

1. + хрестоподібний курсор (візир) служить для вказівки місця для створення нових блоків.  Курсор має такий вигляд тільки поза простором блоків, тобто на порожньому місці екрана. Візир не слід плутати з курсором миші. Візир вказує на місце, з якого можна починати набір формул, тобто обчислювальних блоків.

2. | – маркер введення. Служить для вказівки на окремі елементи введення і звичайно використовується для введення даних і заповнення шаблонів. У текстових блоках використовується для вказівки місця вставки, видалення окремих символів.

3. Курсор у вигляді кута (кутовий курсор): виділяє окремі частини виразу чи цілі вирази. Вигляд цього курсору залежить від напрямку введення. Натиснення <Ins> чи клавіш ← і → змінює напрямок введення.

Робота з блоками


Як зазначалося раніше, документ складається з окремих блоків, що створюються за допомогою трьох існуючих у системі редакторів: текстового, формульного і графічного.


Принципи створення і побудови блоків докладно буде висвітлено пізніше, а зараз розглянемо роботу з ними.

Виділення блоків

Помістити курсор у неробочу область документа, натиснути ліву кнопку і протягнути по діагоналі. При цьому в документі пункирними лініями виділяться прямокутники, які й є границями областей об'єктів, що звичайно не відображаються. Таким чином, кожен блок займає в документі *область прямокутної форми*. Кілька виділених об'єктів утворює *блок* виділених об'єктів. З ним можна працювати як з єдиним цілим: копіювати в буфер обміну, вилучати, переміщувати по документу (для останньої дії форма маркера набуває вигляду темної долоні).

Виконання блоків

Виконання блоків має принципово важливе значення.  Їх виконання відбувається зліва-направо і згори-вниз. При розпізнаванні блоку система автоматично запускає внутрішні підпрограми виконання необхідних дій: обчислення за формулою, виведення таблиці значень вектору, побудову графіка і т. д., тобто *будь-які дії в документі відразу виконуються*. Тому блоки не повинні взаємно перекриватися, хоча невелике перекриття не суттєве. Зазначений порядок виконання блоків означає, що, наприклад, при побудові графіка чи функції спочатку повинні виконуватися блоки, що задають саму функцію і межі зміни

аргументу, а вже потім блок, що задає виведення таблиці чи побудову графіка функції.  Усе це – наслідок роботи системи в *інтерпретуючому режимі*.

Операції з документами

Робота з документами здійснюється аналогічно роботі з документами в інших *Windows*-додатках. Кнопки для роботи з документами – створити новий документ, завантажити, зберегти, роздрукувати – є на панелі інструментів. Наприклад, закінчення роботи з системою здійснюється за командою **Файл ▶ Виход (File ▶ Exit)** або натисканням у заголовку головного вікна системи кнопки «**Закрити**». При цьому необхідно подбати про збереження документа. До назв файлів документів автоматично додається розширення *.XMSD*.

В одному сеансі роботи з системою можна працювати з кількома документами.

Під час роботи з документом доцільно встановити режим автоматичного збереження у ньому змін. Для цього слід виконати команду **Tools ▶ Preferences (Інструменти ▶ Параметри)** і на вкладці “Save” (Сохранение, Зберегти) вікна “*Preferences*” (Параметри) встановити прапорець для поля-мітки “Autosave every” (Автосохранение каждые..., Автозбереження кожні...) і ввести потрібну кількість хвилин.


Доцільно звернути увагу ще на одну настройку. За замовчуванням система буде підкреслювати деякі вирази хвилястою лінією, вказуючи тим самим на можливість помилки. Це знижує читабельність документа. Для запобігання такої ситуації можна або зовсім відключити механізм попереджень або настроїти його реакцію тільки на конкретні об’єкти. З цією метою на вкладці “Warnings” (Предупреждения, Попередження) вікна “*Preferences*” (Параметри) слід визначити, для яких саме об’єктів системи або користувача слід видавати попередження.

По закінченню роботи документ автоматично не зберігається.

За замовчуванням система після її завантаження шукає документи в системній папці документів користувача. Якщо ви

працюєте із системою постійно, то доцільно її змінити. Для зміни папки слід звернутися до налаштувань програми, виконавши команду **Tools ▶ Preferences** (**Инструменты ▶ Параметры**) і на вкладці “Расположение файлов” вікна “*Preferences*” (**Параметры**) задати потрібний шлях в полі “Расположение документа по умолчанию”.

Довідкова система

До довідкової системи *Mathcad* належить електронний довідник для роботи із системою, приклади її застосування. Виклик довідки здійснюється натисканням клавіші <F1> чи виконанням у меню команди **Справка ▶ Справка Mathcad (Help ▶ Mathcad Help)**. Робота з довідковою системою здійснюється так само, як і з будь-якою іншою довідковою системою в *Windows*. Звичайною є і комбінація <Shift>+<F1>, в результаті чого курсор набуває вигляду . Після цього слід встановити курсор на елементі, відносно призначення якого слід отримати довідку, і натиснути на ньому. Довідкова система подається англійською мовою. Але доцільно пригадати, що одна з попередніх версій – а саме шоста – мала русифіковану довідкову систему, яка буде корисна і під час роботи з іншими версіями.

Вхідна мова системи

Алфавіт

Алфавіт визначає сукупність символів і слів, що використовуються для запису команд.

Алфавіт системи містить:

- малі і великі латинські літери;
- малі і великі грецькі літери;
- арабські цифри від 0 до 9;
- системні змінні;
- оператори;
- імена вбудованих функцій;

- спеціальні знаки;
- малі і великі літери кирилиці.

Правила синтаксису мови системи

1. Імена команд і функцій записуються літерами латинського алфавіту.

2. Аргументи команд і функцій подаються в квадратних дужках.

3. Введення команди завершується натисканням **<Enter>**.

4. Велика і маленька літери ідентифікаторів розрізняються.

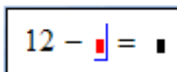
5. Велика і маленька літери в іменах функцій і команд, як правило, розрізняються.

6. У числах ціла частина від дробової відокремлюється точкою.

7. Знаки арифметичних операцій у виразах потрібно вказувати обов'язково.

8. Порядок дій у математичних виразах відповідає загальноприйнятому порядку дій у математиці.

Система здійснює синтаксичний контроль вхідних даних, і за наявності помилки попереджає про це користувача, зафарбовуючи помилковий елемент червоним кольором, і виведенням відповідного повідомлення:



This placeholder is empty.

Текстові коментарі

Текстовий редактор дозволяє вводити текстові коментарі, які роблять документ більш зрозумілим, тобто створювати *текстові області*. Вони можуть містити довільну інформацію, в тому числі і математичні формули, але вони – на відміну від формул у формульних блоках – *не будуть виконуватися*.

Для створення текстової області потрібно встановити курсор у те місце документа, звідки повинен починатися текст, і ввести

символ подвійних лапок “” або виконати команду **Вставка ▶ Регион тексту (Insert ▶ Text Region)**. Після цього в позиції курсору з’являється шаблон текстової області у вигляді прямокутника з текстовим маркером усередині. У нього і вводиться текст. Розмір текстової області можна довільним чином змінювати за допомогою її маркерів.

Для редагування текстової області (зміни шрифтів, розміру символів і т. д.) слід натиснути всередині такої області і далі виконувати форматування звичайними засобами, використовуючи панель форматування. Текстовий редактор *Mathcad* підтримує усі найбільш розповсюдженні дії, притаманні звичайному текстовому редактору, такі, як використання загальноприйнятих клавіш навігації по документу, зміна режиму вставки-заміни, виділення, копіювання у буфер і вставка з нього тощо. При виконанні команди **Формат ▶ Текст (Format ▶ Text)** (або виклику контекстного меню для текстової області і вибору з нього пункту **Шрифт, Font**) з’являється стандартне вікно форматування “*Формат тексту*” (“*Text Format*”), у якому містяться засоби форматування тексту. Додаткові можливості форматування текстової області з’являються після виконання команди **Формат ▶ Свойства... (Format ▶ Properties)** (або виклику контекстного меню у середині текстової області і вибору з нього пункту **Свойства, Properties**). Після чого з’явиться вікно “*Свойства*” (“*Properties*”), у якому можна змінити колір фону, встановити режим відображення границь області і т. ін.

Об’єкти системи

Головним об’єктом будь-якої математичної системи є математичний вираз. Він визначає те, що повинно бути обчислено в чисельному або символічному вигляді. Математичні вирази складаються з чисел, констант, змінних, операторів, функцій і спеціальних знаків.

Відмітимо, що кожний з об’єктів має свій *формат*, під яким розуміють набір елементів форматування таких як шрифт, розміри, накреслення, колір і т. ін. Ці формати обрані з урахуванням

практики науково-технічних обчислень, тому поспішати змінювати їх не варто. Але за необхідності їх можна буде і змінювати, про що мова піде нижче.

Формульний редактор

Робота з математичними об'єктами здійснюється за допомогою формульного редактора.

Створення математичного виразу починається з позиції, де знаходиться візир. Введення об'єктів здійснюється різними способами. Наприклад, для надання змінній x значення "45" і обчислення для нього функції $\text{COS}(x)$ можна ввести з клавіатури текст:

$x:=45$ <Enter>


$\text{cos}(x)=$ <Enter>

Після другого натиснення клавіші <Enter> на екрані з'явиться результат 0.841 (значення x в радіанах).

На цьому прикладі видно деякі особливості вхідної мови.




Так, знак присвоювання " $:=$ " відмінний від знаку рівності, що зазвичай використовується в математиці. Це пов'язано з тим, що знак рівності інтерпретується в математичних виразах за контекстом. Наприклад, $x=y$ означає або присвоєння змінній x значення раніше визначеної змінної y , або просто факт логічної рівності x значенню y . Така подвійність неприпустима в

машинних програмах.  Тому в *Mathcad* знак " $=$ " використовується як знак *виведення* результатів обчислень, а для *присвоювання* змінним значень застосовується знак " $:=$ ". До речі, так само виконується дія присвоювання у багатьох мовах програмування, наприклад *Pascal*, *C+*. Нарешті, для позначення відношення величин x і y як рівності використовується жирний знак рівності.


Підготовка обчислювальних блоків полегшується завдяки наявності шаблонів при використанні різних математичних символів, які розташовуються на відповідних панелях. Так, у щойно розглянутому прикладі текст $\text{COS}()$ можна вставити в документ за допомогою панелі "Калькулятор", натиснувши на

ній кнопку із зображенням цієї функції. Ще зручніше використовувати такий метод для введення складних математичних символів. Наприклад, потрібно обчислити визначений інтеграл

$$\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx.$$

Символ інтеграла знаходимо на панелі операторів обчислень (математичного аналізу) – її піктограма має символи інтеграла і похідної . Встановлюємо в потрібне місце документа візир і на панелі обчислень натискаємо піктограму із зображенням знаку визначеного інтеграла. В документі з'явиться символ інтеграла:



Він містить кілька невеличких темних прямокутників, які називаються *шаблонами для введення даних*.  *Шаблон даних* – це місця, що підлягають обов'язковому заповненню значеннями. Ті, хто працював з редактором формул у *Word*, відразу побачать аналогію. І це дійсно так: в обох випадках шаблон вказує на місце у формулі, що підлягає заповненню. Але є й принципова різниця: на відміну від формул у *Word*, призначення яких має суто ілюстративний характер, формули у *Mathcad* виконуються, тобто обчислюються. За змістом вони тотожні операндам в операторах алгоритмічних мов. Нагадаємо, що *операнд* – це параметр оператора або функції. Наприклад, у функції $SIN(x)$ операндом оператора sin буде змінна x , а в математичному виразі $2+3$ – числа 2 і 3.

Символ інтеграла має чотири шаблони даних: для введення верхньої і нижньої меж інтегрування, для завдання імені підінтегральної функції і для вказівки імені змінної, за якою відбувається інтегрування. Один із шаблонів містить кутовий курсор і називається *активним* – це позиція безпосереднього введення даних. Перехід від шаблону до шаблону здійснюється за допомогою клавіші **<Tab>** або натисненням на потрібному.

Ввівши символ “дорівнює” після виразу, одержуємо результат обчислення інтеграла.

Числові константи

Константами називаються поійменовані об’єкти, що зберігають деякі значення, які не можуть бути змінені. Як імена числових констант використовуються їх числові значення (наприклад, значення констант 0 і 1 є відповідно 0 і 1). Числові константи задаються за допомогою арабських цифр, десяткової *крапки* і знаку ”мінус”.

Приклади констант.

123 – десяткова константа цілого типу.

12.3 – десяткова константа з дробовою частиною.

$12.3 \cdot 10^{-5}$ – десяткова константа з мантисою (12.3) і порядком –5.

Оператори

Оператори – це елементи мови, за допомогою яких створюються математичні вирази. До них, наприклад, належать знаки арифметичних операцій, обчислення сум, добутків, похідної, інтеграла і т. ін. Оператори використовуються разом з операндами. Наприклад, у виразі “5-1” знак “-” є оператором віднімання, а числа “5” і “1” – операндами. Після визначення операндів оператори стають блоками, *що виконуються*.

Арифметичні оператори

Оператори – це елементи мови, за допомогою створюються математичні вирази. Вони призначені для виконання арифметичних дій над числовими величинами і конструювання математичних виразів. Оператори використовуються разом з операндами. Наприклад, у виразі “5-1” знак “-” є оператором віднімання, а числа “5” і “1” – операндами.

Арифметичні оператори



Оператор	Введення з клавіатури	Призначення оператора
$X = Y$	$X : Y$	Локальне присвоювання X значення Y
$X \equiv Y$	$X \sim Y$	Глобальне присвоювання X значення Y
$X =$	$X \text{ Ctrl} =$	Виведення значення X
$- X$	$- X$	Зміна знаку X
$X + Y$	$X + Y$	Підсумовування X з Y
$X - Y$	$X - Y$	Віднімання з X значення Y
$X \cdot Y$	$X * Y$	Множення X на Y
$\frac{X}{Y}$	X / Y	Ділення X на Y
X^n	$X \wedge n$	Піднесення X до ступеня n
\sqrt{X}	$X \backslash$	Обчислення квадратного кореня з X
$X !$	$X !$	Обчислення факторіала
$ Z $	$ Z $	Обчислення модуля комплексного Z
\bar{Z}	$Z \gg$	Обчислення комплексно-сполученого з Z числа
(\bullet)	$'$	Введення пари круглих дужок із шаблоном
$($	$($	Введення дужки, що відкривається
$)$	$)$	Введення дужки, що закривається
X_n	$X [n$	Введення нижнього індексу n
X^n	$X \text{ Ctrl} n$	Введення верхнього індексу n

Логічні оператори (оператори відношення)

Логічні оператори призначені для порівняння двох величин.

Логічні оператори

Оператори	Введення з клавіатури	Назва операції
$X > Y$	$X > Y$	X більше Y
$X < Y$	$X < Y$	X менше Y
$X \geq Y$	X <Ctrl>+ “)” Y	X більше дорівнює Y
$X \leq Y$	X <Ctrl>+ “(” Y	X менше дорівнює Y
$X \neq Y$	X <Ctrl>+ “#” Y	X не дорівнює Y
$X = Y$	X <Ctrl>+ “=” Y	X дорівнює Y

Введення логічних операторів може бути також здійснено за допомогою панелі логічних операторів (Boolean) . Разом із тим, будь-який оператор відношення можна ввести в текст і без застосування палітри. Наприклад, якщо ввести знак “менше”, то на екрані з’явиться блок вигляду $\blacksquare < \blacksquare$. Тобто з обох боків від оператора з’являються шаблони для введення значень, що підлягають порівнянню.  Автор надалі свідомо буде застосовувати до символу “ \blacksquare ” термін “шаблон”, вважаючи, що цей термін більш зрозумілий для сприйняття, ніж оригінальна назва *placeholder* – “утримувач місця”.

Вирази з логічними операторами повертають логічне значення, що відповідає виконанню чи невиконанню умови, заданої оператором. Ці значення в *Mathcad* є логічною одиницею, якщо умова виконана, і логічним нулем, якщо вона не виконана. Математично значення логічної одиниці і нуля збігаються із значеннями числових констант “1” і “0”.

Приклад

$2 > 1$ – умова виконана, результат “1”.

$1 > 2$ – умова не виконана, результат “0”.

Зазначена властивість логічних операторів дозволяє будувати не зовсім звичайні вирази, що містять у собі логічні оператори, наприклад:

$$2 * (5 > 0) = 2$$

Зрозуміло, що вираз $(5 > 0)$ повертає одиницю, тому результат обчислення всього виразу дасть число 2.

Для роботи з такого роду величинами, що умовно можна розглядати як логічний тип даних, можна застосовувати логічні операції, які також містить панель логічних операторів (Boolean)



Нагадаємо, що над логічними даними допустимі логічні операції:

Таблиця 3

Логічні операції

NOT	Ні		логічне заперечення (логічна інверсія)
OR	Або		логічне додавання (диз'юнкція)
AND	І		логічне множення (кон'юнкція)
XOR	Що виключає “або”		повертає істинне значення тільки коли одне зі значень істинне, а друге – хибне

Змінні

Змінні є поймаєними об'єктами, значення яких може змінюватися під час виконання програми. Імена констант, змінних і інших об'єктів називають *ідентифікаторами*. Тип даних змінної визначається її значенням: вона може бути числовою, символічною тощо.

Правила надання імен ідентифікаторам:

1. вони можуть складатися з будь-яких латинських, грецьких літер, цифр та символів ‘ (апостроф), “_”, “%”, а також літер кирилиці;
2. великі і малі літери розрізняються;
3. повинні починатися тільки з літери;
4. не можуть містити проміжків;
5. не можуть збігатися з іменами вбудованих або визначених користувачем функцій, а також системних змінних.

Приклади: x , $x1$, $alfa$, $Alfa$, X_len



У *Mathcad* перш ніж виконувати зі змінними якісь дії, їм необхідно надати довільні початкові значення, тобто змінні *потрібно попередньо надати якісь значення*. Це пов'язано з характером системи, що орієнтована на виконання чисельних розрахунків, під час яких немає місця невизначеності. Як оператор *присвоювання* використовуються символи “:=”, наприклад:

$$x := 12.6$$

Змінні можуть використовуватися в математичних виразах, бути аргументами функцій. До моменту надання їй значення змінна не визначена і спроба її використання приводить до виведення повідомлення про помилку, а сама змінна зафарбовується в червоний колір. Природно, що використання



невизначеної змінної може привести до різних помилок. Разом з тим система буде виконувати *усі* оператори, що не мають помилок, *незважаючи на їх місце розташування* відносно помилкового оператора – до або після. Така робота програми не притаманна будь-якій алгоритмічній мові програмування. Навіть у “нежорстких” мовах-інтерпретаторах помилковий оператор приводить до припинення виконання програми в місці з помилкою, не кажучи вже про “жорсткі” мови з вбудованим транслятором.

Розмірні величини

Розмірна величина – це особливий вид змінної, який, крім свого числового значення, характеризується ще і належністю до певної фізичної величини.

Додавання одиниці виміру до змінної здійснюється так:

1. Ввести числове значення змінної.
2. Застосувати одну з операцій:

- виконати команду **Вставка ► Единиці измерения... (Insert ► Unit)**;

- натиснути <Ctrl>+<U>;

- натиснути кнопку  на панелі інструментів.


3. З'явиться вікно “*Вставка единицы измерения*” (“*Insert Unit*”), що міститься список вимірювань і одиниць виміру, яка їм відповідають, з якого слід вибрати потрібну.

4. Натиснути кнопку «**ОК**».

Під час роботи з розмірними величинами система самостійно виконує над ними необхідні перетворення і виводить числові значення величин разом з одиницями виміру.

За замовчуванням *Mathcad* працює в міжнародній системі одиниць *SI* (System International). Але досить просто можна перейти до іншої, наприклад, *МКС* (метри-кілограми-секунди), або американської (*US*). Для цього слід виконати команду **Інструменти ► Параметри документа... (Tools ► Worksheet Options)** і на вкладці “*Система единиц измерения*” (“*Unit System*”) встановити перемикач біля назви потрібної системи. А можна і взагалі відмовитися від використання одиниць виміру, встановивши перемикач у положення “*Нет*” (“*None*”).

Системні (зарезервовані) змінні

Системні змінні – це невелика група особливих об’єктів, які не можна віднести ні до класу констант, ні до класу змінних.  Їх називають **системними змінними**, тому що вони мають визначені системою початкові значення. Перелік основних таких змінних містить наступна таблиця.

Основні системні змінні

Ім'я змінної	Введення з клавіатури	Призначення
∞	<Ctrl>+<Shift>+<Z>	Системна нескінченність (10 у 307 степені).
π	<Ctrl>+<Shift>+<P>	Число π .
e	E	Основа натурального логарифма (2.71... 0).
%	%	Відсоток (0,01).
TOL		Похибка чисельних методів (за замовчуванням 0,001). (Від <i>tolerance</i> – точність, погрішність).
CTOL		Припустиме обмеження (за замовчуванням 0,001).
ORIGIN		Нижня межа індексації масивів (0).

Початкові значення деяких системних змінних можна змінювати. Для цього слід виконати команду **Інструменти ▶ Параметри документа...** (**Tools ▶ Worksheet Options...**) і у вікні “*Настройки рабочего листа*” на вкладці “Встроенные переменные” (“Build-In Variables”) надати змінній потрібне значення.

Ранжирувані змінні і таблиці виведення

Ранжирувані змінні – особливий клас змінних. Така змінна містить кілька числових значень, які послідовно змінюються з певним кроком від якогось початкового значення до кінцевого. Такі змінні в системі замінюють керуючі структури типу *циклу*, що використовуються в мовах програмування. Ранжирувані змінні характеризуються ім'ям і індексом кожного свого елемента.

Для створення за найпростішим варіантом ранжируваної змінної, яка має тільки цілі значення, використовується вираз:

Ім'я змінної: = Початкове значення .. Кінцеве значення
де “..” – символ, що вказує на зміну значень змінної в заданих межах (з клавіатури він вводиться як “;”). Якщо “Початкове значення” менше, ніж “Кінцеве значення”, то крок зміни буде дорівнювати “+1”, у протилежному разі “-1”.



Приклад. var:=1..10. Такий оператор створює змінну var і надає їй значення 1,2,3...9,10.

Для створення ранжируваної змінної загального вигляду використовується вираз:

Ім'я змінної: = Початкове значення, (Початкове значення +
Крок зміни змінної) .. Кінцеве значення

де крок зміни змінної буде додатним, якщо “Початкове значення” менше, ніж “Кінцеве значення”, чи від’ємним у протилежному разі.




Для створення ранжируваної змінної може бути використана панель  “Матриці” (“Vector and Matrix Toolbar”), яка містить інструмент  “Задати діапазон дискретного значення” (“Range Variable”).

Ранжирувані змінні застосовуються для подання числових значень функцій у вигляді таблиць, а також для побудови їхніх графіків. Отже, для побудови графіка функції $f(x)$ насамперед слід подбати про створення значень змінної x , яка повинна бути ранжируваною.

Будь-який вираз з ранжируемими змінними після знаку рівності ініціює виведення таблиці значень змінної.

У таблицю виведення можна вставляти числові значення і редагувати їх.

По суті, створення ранжируваних змінних еквівалентне завданню кінцевих циклів.  Самі ранжирувані змінні є вектором, що видно з виведення їх значень (стовпчик із усіма значеннями змінних).

Індексовані змінні, що утворюються в результаті створення ранжируваних змінних, можуть застосовуватися в подальших

формульних блоках. Але в цих блоках необхідно дотримуватися відповідності результатів (кінцевих і проміжних) векторному типу цих змінних.

Функції

Функції – це підпрограми з унікальними іменами, які виконують перетворення над своїми аргументами. У відповідь на звернення до функції вона повертає результат цих перетворень.




Повернення результату – це невід’ємна риса функцій. При цьому результат функції підставляється на місце її виклику, що дозволяє використовувати функції в математичних виразах. Наприклад, у виразі

$$y := 2 * \ln(x) + 1$$

y – змінна, в яку записуються результат функції, “1” і “2” – числові константи, “*” і “+” – оператори, $\ln(x)$ – функція з аргументом x . У даному прикладі після звернення до функції $\ln(x)$ відбувається обчислення логарифма для змінної x , значення якого і підставляється до виразу.

Функції в системі задаються іменем і значенням аргументу або аргументів у круглих дужках. Аргумент і значення функції можуть бути дійсними або комплексними числами.

Вставити функцію в документ можна різними варіантами:

1. Безпосереднім введенням в текст документа імені функції.
2. Після виконання команди **Вставка ► Функція... (Insert ► Function)**.
3. Натисканням комбінації клавіш <Ctrl>+<E>.
4. Натисканням кнопки  “Вставити функцію” (“Insert Function”) на панелі інструментів.
5. Будь-яка з цих дій ініціює появу вікна “Вставка функції” (“Insert Function”).
6. Лівому списку вибирається категорія функції (“Function Category”), у правому – її ім’я (“Function Name”).
7. Натиснути кнопку «ОК».

Елементарні математичні функції

Таблиця 5

Елементарні математичні функції

<i>Тригонометричні функції</i>	
$\sin(x)$	синус
$\cos(x)$	косинус
$\tan(x)$	тангенс
$\cotg(x)$	котангенс
$\operatorname{asin}(x)$	секанс
$\operatorname{acos}(x)$	косеканс
<i>Експоненціальні</i>	
$\exp(x)$	експонента числа x
$\ln(x)$	натуральний логарифм числа x (з основою e)
$\log(x)$	десятковий логарифм числа x (з основою 10)
<i>Функції для комплексних чисел</i>	
$\operatorname{re}(z)$	виділення дійсної частини z
$\operatorname{im}(z)$	виділення коефіцієнта уявної частини z
$\operatorname{arg}(z)$	обчислення аргументу (фази)

Функції відсікання

Функції відсікання – це функції, в яких результат, що повертається ними, залежить від знаку чи значення аргументу. При обчисленні здійснюється порівняння аргументу з деякими числовими константами, наприклад, з нулем або цілим числом.

Таблиця 6

Функції відсікання

$\operatorname{ceil}(x)$	найменше ціле, що більше або дорівнює x
$\operatorname{floor}(x)$	найбільше ціле, що менше або дорівнює x
$\operatorname{mod}(x, y)$	залишок від ділення x на y із знаком x

Функція умовних виразів


Функція умовних виразів застосовується для створення умовних виразів. Її синтаксис:

if(<Умова>, Вираз1, Вираз2)

Якщо в цій функції умова виконується, то буде обчислюватися *Вираз1*, у протилежному разі – *Вираз2*.

Приклад. if(x>10, f(x):=0, f(x):=1)

Рисунок

Панель матриць містить досить несподіваний на перший погляд для неї інструмент, призначений для вставки в документ рисунка, який так і називається: “Рисунок” (“Picture”) .

Застосувати цей інструмент дуже просто. Слід натиснути на його піктограму і в єдине поле шаблону ввести ім'я графічного файлу. Ім'я повинно містити повний шлях і подається у подвійних лапках, наприклад: "e:\Мої документи\ndu.jpg".

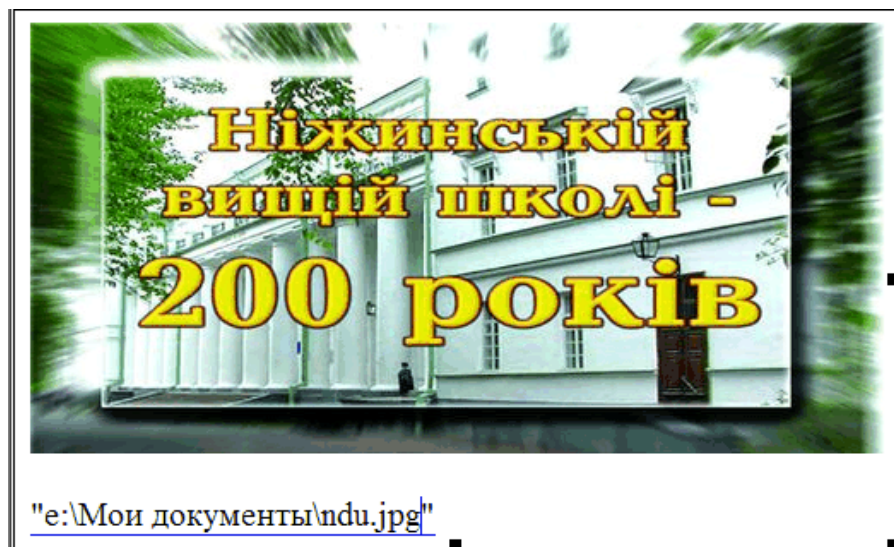


Рисунок можна редагувати. Для цього слід двічі натиснути в його площині, після чого з'явиться панель інструментів, за

допомогою яких можна здійснити обертання рисунка, змінити його розміри і та ін.

Але чому інструмент вставки рисунків розташований саме на панелі матриць? Річ у тім, що в поле шаблону можна вставити й ім'я матриці і тоді рисунок буде відображати побудову матриці. Це дуже зручно для візуалізації матриць великих розмірів, у першу чергу розряджених.

Типи даних

У математиці прийнято класифікувати дані відповідно до їх певних важливих характеристик. Проводиться чітке розмежування між дійсними, комплексними і логічними даними, між змінними, що подаються окремими значеннями, і множинами значень і т. ін. При цьому їх можна поєднати у дві великих групи:

1. *Прості* дані, які не мають структури і подаються у вигляді скалярів. До них належать числові, символічні (рядкові, текстові), логічні дані.

2. *Структуровані* дані, що призначені для створення складних структур. До них належать масиви (вектори і матриці), множини, структури, дані файлового типу.


Звичайно таке розмежування притаманно всім математичними системам, і Mathcad у цьому плані не є виключенням.

Дійсні числа

Основним типом даних, звичайно є дійсне число. Будь який вираз, що починається з цифри, *Mathcad* буде сприймати саме як дійсне число. Числа, як було зазначено раніше, задаються за допомогою арабських цифр, десяткової *крапки* і знаку "мінус".

Системи числення

Mathcad може працювати у двійковій, вісімковій і шістнадцяткової системах числення. Для цього при введенні даних після числа ставиться латинська літера "b" – для двійкової системи (від слова "*binary*", тобто двійковий), "o" – для вісімкової системи

(“octal” – 8), “h” – для шістнадцяткової (“hex”-16).  В одному операторі допускається використання змінних, що мають різні системи числення, але результати завжди виводяться в десятковій системі.


Встановлення формату чисел

Після виконання розрахунку виділити формульний блок і виконати команду **Формат ▶ Результат... (Format ▶ Result)**. З’явиться вікно “Формат результату” (“Result Format”). Так, на вкладці “Формат числа” (“Number Format”) можна визначити:

- вигляд результату, наприклад в експоненціальній формі;
- кількість знаків дробової частини;
- визначити, чи потрібно відображати незначущі нулі дробової частини.

Експоненційна форма використовується для чисел з плаваючою точкою. Вона має вигляд $mE \pm p$, де m – мантиса (ціле або дробове число з точкою), p – порядок (ціле число). Для перетворення числа в експоненціальній формі до загальноприйнятої форми потрібно мантису помножити на “10” у ступені “порядок”.

Форматування математичних виразів



Кожна група об’єктів у формульних блоках (змінні, константи) має свій певний формат, який визначається типовими установками *Mathcad*, тобто за замовчуванням. Наприклад, для змінних у системі використовується шрифт *Times Roman* з розміром 10 пунктів. Однак за допомогою команди **Формат ▶ Уравнение... (Format ▶ Equation)** можна визначити для кожної групи інші параметри форматування. Ця команда виводить вікно “Формат уравнения” (“Equation Format”), у якому можна змінити параметри форматування для змінних (*Variables*), констант (*Constants*) або об’єктів користувача (*User*).  Здійснені зміни автоматично застосовуються до усіх об’єктів такого типу у поточному документі.

Комплексні числа

Деякі математичні операції базуються на комплексних числах. Система дозволяє виконувати операції над комплексними числами, звичайна алгебраїчна форма яких є:

$$Z = Re + i*Im \text{ чи } Re + j*Im,$$

де Re – дійсна частина комплексного числа Z , Im – його уявна частина, а символи i і j позначають уявну одиницю, тобто $\sqrt{-1}$. Так само комплексні числа подаються і у *Mathcad*. Отже, якщо дійсна частина дорівнює 2, а коефіцієнт уявної частини дорівнює

3, то число матиме вигляд $2 + i*3$ чи $2 + j*3$.  За замовчуванням уявною одиницею є змінна i , яку можна підставити у вираз з панелі “Калькулятор” (“Calculator”), що містить піктограму  “Уявна одиниця” (“Imaginary Unit i ”).

Система коректно виконує всі операції над комплексними числами і подає результат виконання у чисельному вигляді.

Символьний тип даних

Але користувач може використовувати і символьний тип даних. Дані такого типу подаються у подвійних лапках, наприклад “Nizhin”.

Структуровані типи даних

Масиви

Під час математичних обчислень зручно мати справу з табличним поданням даних. Такий їх вигляд дає змогу виконувати, наприклад такі дії, як розв’язування систем рівнянь і нерівностей, будувати графіки і та ін.

Для цього застосовують дані особливого типу – масиви. **Масивом** у математичних системах називають дані, які є сукупністю скінченного числа однотипних (числових або символьних) елементів з унікальним іменем. Кожний елемент масиву розташовується на чітко визначеному місці. Для звернення до окремого

елемента використовується його порядковий номер (адреса), який називається *індексом*. Зрозуміло, що індекси можуть мати



тільки цілі значення. Ім'я масиву поєднується з іменами індексованих змінних, значеннями яких є елементи масиву. Для цього у вигляді підрядкового індексу вказується індекс елемента.

Для кращого розуміння наведеної у посібнику інформації автор вважає за доцільне нагадати математичні поняття вектору і матриці.

Найважливішою характеристикою таблиці є кількість її елементів, тобто кількість рядків і стовпчиків, з яких вона складається, яку прийнято називати *розмірність*. Якщо кількість рядків або стовпчиків дорівнює “1”, то у математиці така таблиця називається *вектором*, а якщо кількість і рядків, і стовпчиків відмінна від “1” – *матрицею*.

Вектори

У свою чергу вектори можуть бути двох типів: вектори-ряд-

ки і вектори-стовпчики. Наприклад $\begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix}$ – вектор-стовпчик, а $[10$

$20\ 30]$ – вектор-рядок.

Незважаючи на те, що два цих вектори мають однакові числові значення елементів, вони різні за типом і матимуть різні результати при векторних і матричних операціях, чутливих до типу вектору.

Матриці

Матриці можна розглядати як сукупність кількох векторів однакової довжини, наприклад:

$$M = \begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & a+b & 1 \\ 0 & 1 & a+b+c \end{bmatrix}$$

Елементи матриць є індексованими змінними, імена яких збігаються з іменами матриць. Але у цьому випадку для кожної індексованої змінної вказуються два індекси: один – для номера рядка, інший – для номера стовпчика. Наприклад, для наведеної матриці M середній елемент позначається як $M_{2,2}$, а останній – $M_{3,3}$.

Матриця характеризується числом рядків і стовпчиків, тому число елементів матриці (її розмірність) дорівнює добутку числа рядків на число стовпчиків. Елементами матриць можуть бути числа, константи, змінні і навіть математичні вирази. Матриці можуть бути числовими і символічними.

Враховуючи важливість табличного подання даних всі популярні математичні системи (до речі, як і всі алгоритмічні мови) мають особливий *тип даних* для роботи з векторами і матрицями: одновимірні (для роботи з векторами) і двовимірні (для роботи з матрицями) **масиви**. Втім, одновимірні масиви можна розглядати як окремих випадок (коли одна розмірність дорівнює “1”) двовимірних масивів.

Надалі в роботі поняття “масив” є узагальнюючою назвою векторів і матриць.

Системна змінна ORIGIN




Нижня межа індексації масивів задається значенням системної змінної **ORIGIN** (початковий індекс масивів), яка може приймати значення “0” чи “1”. Для його зміни слід виконати команду **Инструменты ▶ Параметры документа... (Tools ▶ Worksheet Options...)** і на вкладці “Встроенные переменные” (“Build-In Variables”) встановити потрібне значення або просто ввести в документ вираз на зразок:

ORIGIN=1


Приклад. Масив-вектор з ім’ям V має такі значення: $0, x, 2x^2, 3x^3, 4x^4$. Його елементами при **ORIGIN=0** будуть індексовані змінні:

$$V_0=0 \quad V_1=x \quad V_2=2x^2 \quad V_3=3x^3 \quad V_4=4x^4$$


Mathcad працює з масивами двох найбільш розповсюджених типів: одновимірними (вектори) і двовимірними (матриці). Для виконання дій з ними призначена панель  “Матриця или вектор” (“Vector and Matrix Toolbar”).


Створення масивів

Створення масивів за допомогою шаблонів

1. Ввести ім'я масиву.
2. Виконати одну з дій:
 - Виконати команду **Вставка ▶ Матриця...** (**Insert ▶ Matrix**).
 - Натиснути **<Ctrl>+<M>**.
 - Натиснути піктограму  “Матриця или вектор” (“Matrix or Vector”) на панелі векторів і матриць.
3. З'явиться вікно “*Вставка матриці*” (“*Insert Matrix*”), у якому слід задати розмірність матриці. Для вектору слід задати один із параметрів розмірності “1”.
4. Натиснути кнопку «**ОК**» або функціональну клавішу **<Insert>**.
5. З'явиться шаблон матриці в прямокутних дужках, який, у свою чергу, містить шаблони для кожного із значень елементів матриці. Послідовно переходячи від елемента до елемента за допомогою клавіші **<Tab>**, необхідно заповнити *всі* шаблони значеннями елементів масиву. Якщо закінчити введення даних до повного заповнення шаблонів, система виведе повідомлення про помилку.



За необхідністю розмірність матриці можна змінити. Для цього слід виділити блок матриці, натиснути піктограму  і у вікні “*Вставка матриці*” (“*Insert Matrix*”) задати потрібну кількість рядків та (або) стовпчиків, які будуть *додаватися*, і натиснути кнопку «**ОК**» або клавішу **<Insert>**.

При виконанні різних дій до масиву можна звертатися як у цілому, так і до кожного його елемента окремо. В останньому випадку використовується індекс елемента масиву. Ввести індекс можна двома способами – натиснути піктограму  “Нижній індекс” (“Subscript”) на панелі векторів і матриць або ввести з клавіатури символ “ \subscript ”. Наприклад, для введення значення елемента масиву $V_2=5$ потрібно:

1. Ввести ім'я масиву (V).
2. Для введення індексу натиснути символ “ \subscript ”, а потім значення індексу “2”.
3. Ввести “:” для присвоєння значення, а потім безпосередньо саме значення “5”.

Таким чином, з клавіатури вводиться текст $V[2:5]$, а в документі він буде мати вигляд $V_2:=5$.

Для елементів матриці підрядкові індекси вводяться в круглих дужках з відокремленням їх комами: першим вказується індекс рядка, а потім через кому індекс стовпчика.

Приклад. Слід надати елемента $M_{1,2}$ значення 8. Для цього з клавіатури вводиться $M[(1,2):8]$, а в тексті документа відобразиться $M_{1,2}:=8$.



Новий масив може бути створений шляхом надання значень окремому елементу або кільком (не усім) елементам. Наприклад, якщо в документ ввести $V_3=10$, то це призведе:

- до заміни значення третього елемента масиву з іменем V на “10”, якщо масив з таким іменем існує;
- до автоматичного створення масиву з трьох елементів, якщо масив з таким іменем не існує. При цьому значення третього елемента буде “10”, а двох перших – “0”.



Це надає можливість створити масив, усі елементи якого будуть дорівнювати “0”, просто додавши в документ елемент масиву з нульовим значенням. Наприклад, для створення квадратної матриці з нульовими елементами розмірністю $2*2$ слід ввести $M_{2,2}:=0$ (якщо значення **ORIGIN** встановлено на “1”).

Створення масивів за допомогою ранжируваних змінних

Ще один варіант створення масивів полягає у використанні ранжируваних змінних. Матриці при цьому створюються повністю *автоматично*.

Приклади. Формування квадратних матриць за допомогою двох ранжируваних змінних i та j .

В текст програми ввести:

$$j := 0 .. 2 \qquad i := 0 .. 2$$

Такий варіант еквівалентний виконанню подвійного циклу в мовах програмування і дозволяє створити саме матриці.

Створення нульової матриці: $MO_{[j,i]} = 0$ $MO = \begin{bmatrix} 000 \\ 000 \\ 000 \end{bmatrix}$

Створення одиничної матриці:

$$M1_{[j,i]} = if(i = j, 1, 0) \quad M1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Створення спеціальної матриці:

$$M_{[j,i]} = i^2 + j^2$$

$$M_{[1,1]} = 0 \quad M_{[2,2]} = 0 \quad M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{[1,2]} = 5$$

Створення матриць за допомогою спеціальних функцій

Ще одним варіантом створення матриць є використання спеціальних функцій, наведених у наступній таблиці.

Таблиця 7

Функції для створення спеціальних масивів

<i>identity</i> (n)	Створення одиничної квадратної матриці розмірністю $n*n$ (усі її елементи дорівнюють нулю, крім елементів головної діагоналі, значення яких дорівнює "1").
<i>diag</i> (V)	Створення <i>діагональної</i> матриці, елементами головної діагоналі якої є значення вектору V ; всі інші її елементи дорівнюють "0".
<i>augment</i> ($M1, M2$)	Поєднання матриць $M1$ і $M2$, які мають однакове число рядків, з розташуванням елементів $M2$ ліворуч від $M1$.
<i>stack</i> ($M1, M2$)	Поєднання в одну матрицю матриць $M1$ і $M2$, які мають однакове число стовпчиків, з розташуванням елементів $M1$ над $M2$.
<i>rnd</i> (x)	Створення вектору V з випадкових чисел на інтервалі від 0 до x
<i>runif</i> (n, a, b)	Створення вектору V з n випадкових чисел на інтервалі від a до b
<i>rnorm</i> (n, m, s)	Створення вектору V з n випадкових чисел нормального розподілу з параметрами μ, σ


Таблиця 8

Функції перетворення масивів

<i>sort</i> (V)	Повертає елементи вектору, впорядковані у порядку зростання.
<i>reverse</i> (V)	Обертає порядок елементів вектору.
<i>csort</i> (M, i)	Сортування рядків матриці за елементами i -го стовбця за зростанням
<i>rsort</i> (M, i)	Сортування стовпчиків матриці за елементами i -го рядка за зростанням

Властивості масивів

Масиви подаються у табличному вигляді. Під час роботи з ними слід враховувати таке:

1. Число рядків (стовпчиків), що візуально відображаються в таблиці, обмежене.  Для того, щоб переглянути всі елементи, слід виділити таблицю, *натиснувши на ній мишею*. З правого боку таблиці відобразиться смуга прокручування, а сам масив буде оточений по периметру бічними маркерами, тобто з'являться звичайні засоби для перегляду і зміни розміру даних, які не відображаються повністю.

2. При використанні в таблиці одиниці виміру всі її елементи будуть мати ту саму одиницю.

3. Деякі властивості таблиці, наприклад, відображення її меж, виділення іншим кольором, можна задати після виконання команди **Формат ► Свойства... (Format ► Properties)**.

Векторні і матричні оператори

Введемо позначення: V – для векторів, M – для матриць і Z – для скалярних величин.

Таблиця 9

Оператори для роботи з масивами

Оператор	Введення з клавіатури	Операція (дія оператора)
$V1+V2$	$V1+V2$	Додавання двох векторів $V1$ і $V2$
$V1-V2$	$V1-V2$	Віднімання з вектору $V1$ вектору $V2$
$-V$	$-V$	Зміна знаку елементів вектору V
$-M$	$-M$	Зміна знаку елементів матриці
$V \cdot Z$	$V \cdot Z$	Віднімання з вектору V скаляра Z
$Z \cdot V, V \cdot Z$	$Z * V, V * Z$	Множення вектору V на скаляр Z
$Z \cdot M, M \cdot Z$	$Z * M, M * Z$	Множення матриці M на вектор Z
$V1 \cdot V2$	$V1 * V2$	Множення двох векторів $V1$ і $V2$
$M \cdot V$	$M * V$	Множення матриці M на вектор V
$M1 \cdot M2$	$M * M2$	Множення двох матриць

$\frac{V}{Z}$	V/Z	Ділення вектору V на скаляр Z
$\frac{M}{Z}$	M/Z	Ділення матриці M на скаляр Z
M^{-1}	M^{-1}	Обернення матриці
M^n	M^n	Піднесення матриці M до ступеня n
$M^{<n>}$	$M \langle \text{Ctrl} \rangle^n$	Виділення n -го стовпчика матриці M
V_n	$V [n$	Виділення n -го елемента вектору V
$M_{m,n}$	$M [(m,n)$	Виділення елемента (m,n) матриці M




Операції виділення n -го рядка матриці немає. Тому, якщо виникає така потреба, слід здійснити транспонування матриці і виділити з транспонованої матриці стовпчик.

Особливості звернення до елемента вектору-рядка

Як розглядалося раніше, під час надання значення елемента вектору-рядку проблем не виникає. Нагадаємо, що для введення значення елемента масиву $A_2=5$ потрібно виконати такі дії:

1. Ввести ім'я вектору (A).
2. Для введення індексу елемента вектору натиснути

піктограму  "Нижній індекс" ("Subscript") на панелі матриця або ввести з клавіатури символ "[", а потім значення індексу "2".

3. Ввести "." для присвоєння значення, а потім безпосередньо саме значення "5".

Але звернутися таким чином до елемента вектору-рядку, наприклад, для надання змінній значення цього елемента не вдасться:

```
ORIGIN := 0
```

```
A := (1 -2 5 -2 4 -4 5 7 -2 6)
```

```
valMinA := A2
```

Значение должно быть вектором.

Справа в тому, що індекс номера рядка (він співпадає зі значенням системної змінної **ORIGIN**) для елемента вектору-

рядку опускати не можна і правильний варіант звернення у цьому випадку виглядає так:

$$A := (1 \quad -2 \quad 5 \quad -2 \quad 4 \quad -4 \quad 5 \quad 7 \quad -2 \quad 6)$$

$$\text{valMinA} := A_{0,2}$$

$$\text{valMinA} = 5$$

Зауважимо, що для вектору-стовпця другий індекс можна опускати.

Побудова графіків

У *Mathcad* можна будувати та працювати як із двовимірними (2D-графіка), так і з тривимірними (3D-графіка) графіками.

Для роботи з графіками призначена панель “Инструменты графиков” (“Graph Toolbar”).



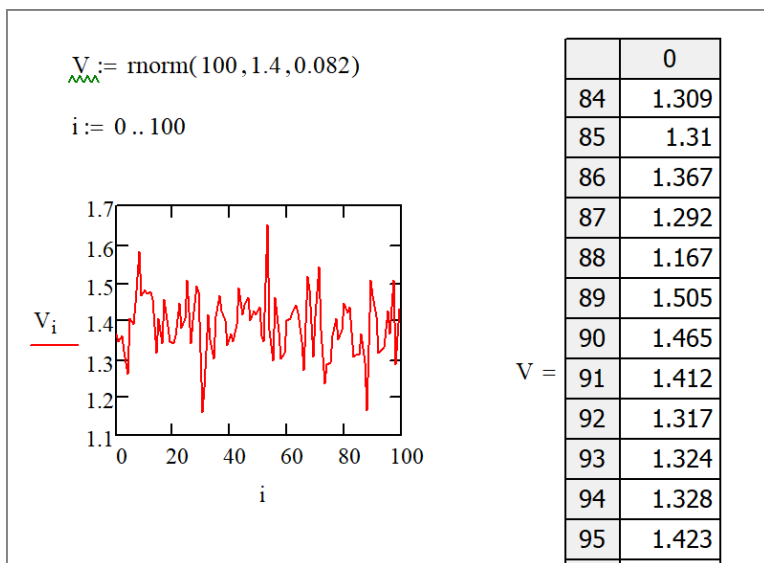
Побудова 2-D графіка

Найпростіший варіант створення деяких поширених функцій не потребує навіть їх попереднього опису в документі. Для побудови графіка в *декартовій системі координат* слід виконати команду **Вставка ▶ Графік... ▶ X-Y графік (Insert ▶ Graph ▶ X-Y Plot)**, на панелі інструментів графіків натиснути піктограму



“X-Y графік” (“Plot”) або натиснути клавішу <@>. Після цього з’явиться шаблон графіка, в якому слід біля вертикальної лінії вести ім’я функції, наприклад, $\sin(x)$, а біля горизонтальної – ім’я ранжируваної змінної, наприклад, x . Кожна точка побудованого графіка характеризується своїми координатами x і $y=f(x)$, де x – абсциса точки, а y – її ордината. На одній координатній площині можна побудувати графіки до шістнадцяти функцій, імена яких задаються вздовж вертикальної лінії звичайним переліком через кому. Кожний із графіків буде побудований лініями різного типу і кольору.

Графік можна побудувати і для вектору. Для цього потрібно біля вертикальної лінії вести ім’я масиву.




Універсальний варіант побудови складних функцій вимагає попереднього опису функції в документі і використання ранжированих змінних, які будуть задавати межі зміни аргументів функції на певному інтервалі. Після цього знову-таки виконується команда **Вставка ▶ Графік ▶ ... (Insert ▶ Graph ▶ ...)**.

Якщо уважно розглянути шаблон графіка, то на ньому побачимо, як уздовж вертикальної, так і вздовж горизонтальної лінії, наявність ще двох крайніх шаблонів, що призначені для завдання граничних значень абсцис і ординат, тобто задають масштаби графіка. Якщо залишити ці шаблони незаповненими, то масштаби осей графіка встановлюються автоматично. Зрозуміло, що можна встановити і свої масштаби, але в цьому випадку відповідальність за зручність відображення даних бере на себе користувач. Узагалі, доцільно спочатку при побудові використовувати автоматичне масштабування і вже потім змінювати масштаби.

Зміна розмірів графіка відбувається за допомогою маркерів на його рамці аналогічно роботі з малюнками в *Word*.

При виділенні графіка натиснення клавіші <F3> приводить до його вилучення з одночасним перенесенням його до буферу обміну. Після чого натиснення клавіші <F4> приводить до вставки графіка.

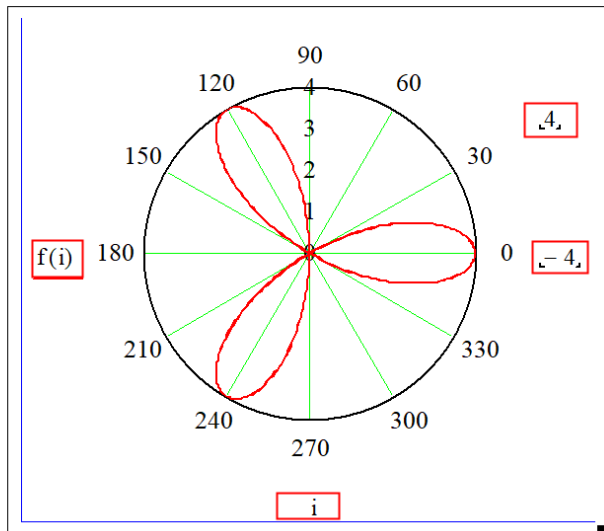
Побудова графіків у полярній системі координат

Аналогічно будується графік у полярній системі координат, тільки для цього виконується команда **Вставка ▶ Графік ▶ Полярний графік (Insert ▶ Graph ▶ Polar Plot)** або на панелі інструментів графіків натиснути піктограму  “Полярний графік” (“Polar Plot”).

В даному прикладі попередньо описана функція $4\cos(3i)$, де i змінюється на інтервалі $[0; 2\pi]$ з кроком “0,01”.

$$i := 0,0.01 \dots 2 \cdot \pi$$

$$f(i) := 4 \cdot \cos(3 \cdot i)$$



Тригонометричне коло вказує на можливий інтервал зміни змінної i ; до шаблону в нижньої частини вікна вводиться ім'я змінної, в лівій частині – ім'я функції, до двох шаблонів праворуч автоматично підставляються мінімальне та максимальне значення змінної, які користувач може самостійно змінити.



Графік набуває більш наочний вигляд якщо нанести на нього лінії сітки, для чого потрібно викликати в його площині контекстне меню, вибрати з нього пункт **Формат**, у вікні



форматування графіку відкрити вкладку «Полярные оси» і встановити позначку біля пункту «Линии сетки».

Інструменти для роботи з графіком

Система надає можливість наблизити або віддалити графік, тобто встановити для нього інший масштаб зображення. Для цього слід виконати такі дії:

1. Виділити графік.
2. Виконати команду **Формат ▶ Графік... ▶ Масштаб...** (**Format ▶ Graph ▶ Zoom**) або з контекстного меню вибрати пункт **Масштаб (Zoom)**. З'явиться вікно “*Масштаб X-Y*” (“*X-Y Zoom*”).

3. За допомогою миші виділити фрагмент графіка.

4. Натиснути кнопку  “Збільшити масштаб” або  “Зменшити масштаб”.

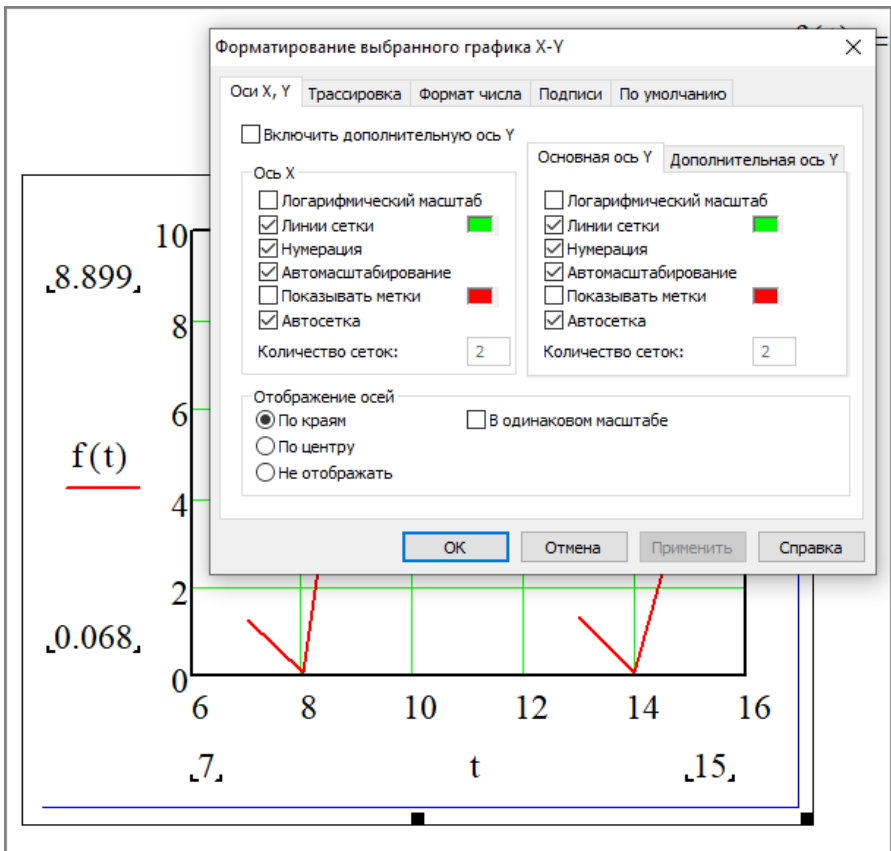
Інструмент “*Трассировка*” (“*Trace*”) надає можливість визначити координати окремих точок на графіку. Для його застосування слід виконати такі дії:

1. Виділити графік.
2. Виконати команду **Формат ▶ Графік... ▶ Трассировка...** (**Format ▶ Graph ▶ Trace**) або з контекстного меню вибрати пункт **Трассировка (Trace)**. З'явиться вікно “*Трассировка X-Y*” (“*X-Y Trace*”).

3. Встановити курсор у потрібну точку графіка, після чого у вікні з'являться координати змінних x і y .

Форматування графіка

Для форматування побудованого графіка його необхідно виділити і виконати команду **Формат ▶ Графік... ▶ Графік X-Y** (**Format ▶ Graph ▶ X-Y Plot**) або викликати контекстне меню і вибрати з нього пункт **Формат... (Format)**. Це приведе до появи вікна з параметрами форматування графіку 2D-типу.



Вікно містить чотири вкладки:

1. *Оси X, Y (X-Y Axes)* – керування осями. Тут здійснюється встановлення ліній масштабної сітки, цифрових даних на осях, потреба автоматичного масштабування графіка і т. ін.

2. *Трассировка (Traces)*. Дозволяє змінювати форму вузлів або лінії, колір, тип і товщину ліній для побудови осей. Усі ці дані подані у вигляді таблиці. Перший стовпчик таблиці містить імена функцій ("трассировка"), що розташовані на графіку. Їх 16, оскільки на одному графіку можна будувати до шістнадцяти різних функцій. Вибір здійснюється із прихованих списків, які з'являються і розгортаються при натисканні на будь-який клітинці таблиці.

3. *Формат числа (Number Format)*.
4. *Підписи (Labels)*.
5. *Установки по умовчанию (Defaults)*.

Побудова 3-D графіка

Побудова 3D-графіка відбувається так:

1. У документі створюються *дві* ранжирувані змінні x, y .
2. Для побудови тривимірної поверхні $Z(x, y)$ створюється матриця M ординат Z .

3. Виконується команда **Вставка ▶ Графік... ▶ назва 3D-графіка (Insert ▶ Graph ▶ ...)**. Система дозволяє створити різні види 3D-графіків: контурні, точкові, у вигляді гістограми або вектору.

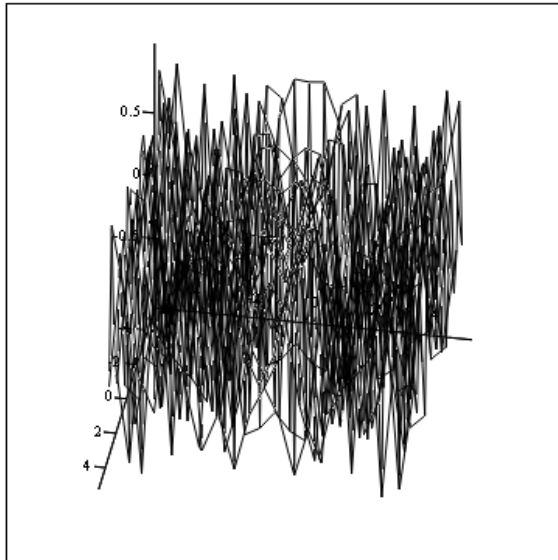
4. В документі з'являється шаблон графіка. Він, у свою чергу, в лівому нижньому кутку містить єдиний шаблон даних, у який слід занести ім'я матриці.

3D-графік може бути побудовано й іншим способом. Для цього замість створення матриці M ординат Z слід ввести функцію від двох змінних, ім'я якої і потрібно підставити у шаблон графіка.

x := 1..100

y := 1..100

$$f(x,y) := \sin(x^2 + y^2)$$



f

Замість пунктів 3-4 також може бути використаний *Мастер 3D-графіка* (команда **Вставка** ▶ **Графік** ▶ **Мастер графіков**, **Insert** ▶ **Graph** ▶ **Plot Wizard**). Ті, хто знайомі з *Майстром діаграм* в *Excel*, побачать схожість цих засобів.

Форматування графіка

Наочність подання тривимірних поверхонь залежить від багатьох факторів: масштабу зображення, кутів повороту фігури щодо осей, застосування алгоритму видалення невидимих ліній чи відмову від нього, використання функціонального зафарбування і т.д. Для зміни цих параметрів використовуються спеціальні дії форматування графіка. Для переходу в режим форматування слід викликати для графіка контекстне меню і вибрати з нього пункт **Формат (Properties)** або здійснити подвійне натискання в


межах графіка. Це приведе до появи вікна “*Формат 3-D графіка*” (“*3-D Plot Format*”), що містить низку вкладок, на яких можна змінювати різні параметри графіка.

Символьні перетворення

Одна з принципових відмінностей символічної математики від чисельної математики є те, що якщо при використанні чисельної математики користувач, як правило, задовольняється наближеним обчисленням, то для символічної математики таке обчислення є nonsensom.

У символічній математиці результатом обчислення є *інший вираз*. При цьому його форма може бути різною, оскільки початковий вираз може бути розкладений у ряд або на множники, проінтегрований і т. ін. Символьні оператори математичних систем як раз і призначені для *визначення форми другого виразу*.

Будучи системою чисельних розрахунків, *Mathcad* здатний також знаходити розв’язок багатьох завдань у символічному вигляді, застосовуючи для цього ядро системи *MuPAD*, аналога відомого пакета символічної математики *Maple*.

Дії для роботи з операторами символічної математики містить спеціальна символічна палітра  і пункт головного меню **Символьные операции (Symbolics)**. Відповідно і самі символічні перетворення можуть бути виконані двома способами: за допомогою інструментів палітри або команд головного меню.

Оператор символічних перетворень

У середовищі *Mathcad* оператор “=” завжди ініціює виведення числа, в той час як оператор “→” повертає також вираз.



Цей оператор, по-перше, застосовується тільки для всього виразу в цілому, а не до окремої його частини, по-друге, його не можна застосувати до результату попереднього оператора “→”.

Для виконання аналітичного перетворення слід виконати такі дії:

1. Виділити математичний вираз.

2. На панелі символічних операторів натиснути символ “→” або комбінацію клавіш <Ctrl>+<. >.


3. Клацнути мишею за межами формульного блоку або виконати команду **Инструменты ▶ Вычислить ▶ Вычислить сейчас (Tools ▶ Calculate ▶ Calculate Now)**.

Після виконання цієї дії *Mathcad* відобразить символічний варіант виразу. При цьому якщо символічне перетворення не відбудеться, то вираз у правій частині після оператора “→” буде повторювати початковий.

Приклади перетворень

Наведемо приклади деяких перетворень.


1. Для розкладання біномів (розкриття дужок) застосовують функцію *expand*, **развернуть (розвернути)**. Розкладання може бути здійснено двома способами. За першим варіантом слід виділити математичний вираз і виконати команду **Символьные операции ▶ Развернуть (Symbolics ▶ Expand)**. Другий варіант

здійснюється за допомогою символічної палітри . На ній слід натиснути кнопку «**expand**», після чого у документі з’явиться ця команда з двома аргументами-шаблонами, що вимагають обов’язкового заповнення. Першим аргументом повинен бути математичний вираз, а другим – змінна з математичного виразу, за якої відбувається розкладання біному.


2. Для спрощення довгих математичних виразів, наприклад, тригонометричних, застосовують функцію *simplify* (**упростить, спростити**). Спрощення може бути здійснено двома способами. За першим варіантом слід виділити математичний вираз і виконати команду **Символьные операции ▶ Упростить (Symbolics ▶ Simplify)**. Другий варіант здійснюється за допомогою палітри “Символьные”. На ній слід натиснути палітрі кнопку «**simplify**», після чого в тілі документа з’явиться ця команда з аргументом-шаблоном, яким має бути математичний вираз.


3. Розкладання на многочлени математичних виразів здійснюється за допомогою функції *factor* (**фактор**). За нею також

здійснюється розкладання на множники цілих чисел. Розкладання може бути здійснено двома способами. За першим способом достатньо виділити вираз або число і виконати команду **Символьные операции** ▶ **Фактор** (**Symbolics** ▶ **Factor**). За другим варіантом застосовують команду *factor* з палітри “Символьная”. Вона має два обов’язкових аргументи: вираз (або число) і змінна. Якщо першим аргументом буде число, то другим аргументом може бути будь-який ідентифікатор. За другим способом не завжди вдається знайти символічний результат для виразів, які розв’язуються за першим способом.

4. Розкладання виразу від однієї або кількох змінних в околі певної точки здійснюється за допомогою функції *series* (**расширить последовательно**). Для виконання дії розкладання слід натиснути на символічній палітрі кнопку «**series**». У документі з’явиться ця команда з аргументом-шаблоном, яким має бути математичний вираз. За замовчуванням система розкладає вираз у ряд відносно точки “0” і використовує усі члени ряду, у яких сума показників ступеня менше шести. Але можна визначати й інші значення точки. Для цього після назви функції *series* слід ввести значення точки, наприклад *series, y = 2*.  При цьому для позначення відношення величин y і 2 як рівності використовується жирний знак рівності.

5. Перетворення дроби на прості дроби здійснюється за допомогою функції *parfrac* (**преобразовать в элементарные дроби, перетворити на елементарні дроби**). Для виконання дії перетворення потрібно натиснути на символічній палітрі кнопку «**parfrac**». У документі з’явиться ця команда з аргументом-шаблоном, до якого слід підставити математичний вираз.

6. Об’єднує членів з однаковими степенями для виділеного виразу здійснюється за функцією *collect* (**собирает полиномиальные термы**) або за командою меню **Подобные**. Результатом дії функції є поліном для виразу.  Для виконання дії у формулі слід виділити вираз. Вираз, що виділяється, повинен бути або змінною, або вбудованою функцією разом з аргументом.

7. Для визначення коефіцієнтів полінома використовується функція *coeffs* (коэффициенты полинома).  Для здійснення операції потрібно виділити у виразі змінну і виконати наведену команду.


Розв'язування завдань лінійної алгебри

Матричні функції

Таблиця 10

Функції для знаходження числових характеристик векторів


<i>length(V)</i>	Визначення кількості елементів (довжини) вектору V .
<i>last(V)</i>	Визначення індексу останнього елемента вектору V . Співпадає зі значенням довжини вектору, якщо значення системної змінної ORIGIN дорівнює "1".
<i>max(V)</i>	Визначення максимального за значенням елемента вектору V .
<i>min(V)</i>	Визначення мінімального за значенням елемента V .

Знаходження суми елементів вектору або векторів здійснюється дуже просто за допомогою інструмента "Сума векторів" ("Vector Sum")  з панелі "Матриця" ("Matrix").

Таблиця 11

Функції для знаходження числових характеристик матриць

<i>cols(M)</i>	Визначення кількості стовпчиків матриці.
<i>rows(M)</i>	Визначення кількості рядків матриці.
<i>rank(M)</i>	Визначення рангу матриці.
<i>tr(M)</i>	Визначення сліду (суми діагональних елементів) квадратної матриці.


Найпростіше виконати дію транспонування можна шляхом застосування інструмента транспонування  з панелі “Матриця” (“Matrix”). У документі така операція буде відображатися так:


$$V4 := V1^T$$

Обчислення визначника (детермінанта) матриці можна здійснити двома шляхами:

1. На клавіатурі натиснути клавішу “|”.
2. З панелі “Матриця” (“Matrix”) застосувати інструмент

 (определитель, визначник).

Після цього в документі з’явиться область , в якій на місці шаблону слід ввести ім’я матриці.

Для обчислення матриці, оберненої до M , слід застосувати інструмент обернення  з панелі “Матриця” (“Matrix”). Нагадаємо, що *оберненою* по відношенню до матриці M називається така матриця, яка при її множенні на матриці M дає одиничну матрицю.

Функції для розв’язування рівнянь і систем рівнянь

Рівняння або системи рівнянь у практичних задачах звичайно можна розв’язувати тільки чисельне. *Mathcad* якраз і є системою для виконання чисельних розрахунків. Система дає змогу розв’язувати рівняння як з одним, так і з двома невідомими.

Розв’язування систем лінійних рівнянь типу $ax = b$

Розв’язок системи лінійних рівнянь типу $ax = b$ забезпечує функція *Isovl*(M, V). Результатом обчислення є вектор-стовпчик, кількість елементів якого співпадає з рангом матриці M .

Наприклад, необхідно розв’язати систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} 3x - 4y + 5z = 2 \\ 2x + 6y - z = 4 \\ x - 5y + 2z = 3 \end{cases}$$

Для цього потрібно створити матрицю M з коефіцієнтів лівої

частини рівнянь системи $M := \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & 6 & -1 \\ 1 & -5 & 2 \end{bmatrix}$, а також вектор, елементами якого є значення правої частини системи рівнянь:

$$V := \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Після цього застосовуємо функцію, яка у результаті звернення до неї

повертає розв'язок у вигляді вектору: $lsolve(M, V) = \begin{pmatrix} 3.385 \\ -0.846 \\ -2.308 \end{pmatrix}$

Ще одним варіантом розв'язку є використання матричного способу, за яким це виглядає так:


$$X := A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 3.385 \\ -0.846 \\ -2.308 \end{pmatrix}$$

Знаходження коренів полінома

Для знаходження коренів полінома слід виконати такі дії.

1. Перетворити рівняння на поліном. Наприклад, $x^2 = 1$ перетворюємо на $x^2 - 1 = 0$.

2. Записати коефіцієнти полінома у вигляді вектору-стовпчика. При цьому порядок запису елементів у векторі має починатися з вільного члена. Для нашого прикладу вектор буде мати

вигляд: $V := \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.  Для відсутніх значень x елемент вектору дорівнює "0".

3. Для безпосереднього знаходження коренів застосовуємо функцію *polyroots*(вектор), яка має єдиний аргумент – вектор-стовпчик коефіцієнтів полінома. У нашому прикладі у документі вводимо *polyroots*(V) і після введення “=” і натискання клавіші <Enter> отримуємо результат.



При цьому x не потрібно надавати початкове значення.

Функція повертає множину розв’язків на множині дійсних чисел. Якщо рівняння не має такого розв’язку, наприклад, для $x^2 + 1 = 0$, то *Mathcad* шукає розв’язок серед комплексних чисел:

$$V := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{polyroots}(V) = \begin{pmatrix} -i \\ i \end{pmatrix}$$

У загальному випадку система шукає розв’язок одночасно на множині як дійсних, так і комплексних чисел.

$$x^3 + (3 + 2i) \cdot x^2 + (-4 + 6i) \cdot x - 8i$$

$$V := \begin{pmatrix} -8i \\ -4 + 6i \\ 3 + 2i \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{polyroots}(V) = \begin{pmatrix} -4 \\ -2i \\ 1 \end{pmatrix}$$


Розв’язування рівняння з одним невідомим

Для розв’язування рівняння з одним невідомим слід виконати такі дії.



1. Надати довільне початкове значення змінній.
2. Записати рівняння з невідомим у вигляді функції.
3. Знайти значення коренів змінної за допомогою функції *root*, яка має два аргументи: ім’я функції й ім’я змінної.

Функція повертає тільки *один* знайдений корінь. Для пошуку кореня система використовує *метод січної*: коли чергове отримане значення стає меншим від значення вбудованої змінної **TOL** (похибки чисельних методів), то корінь вважається знайденим і функція

його повертає.  Отже, за наявності кількох розв'язків одержане значення невідомої залежить від заданого для змінної початкового значення, оскільки одержане значення буде найближчим саме до нього. Якщо рівняння не має розв'язку на множині дійсних чисел, то система шукає розв'язок серед комплексних чисел.

Приклад

$$x := 1$$

$$f(x) := x^2 - \sin(x) + \cos(x)$$

$$f1(x) := 3 \cdot (1 - x^2) - \exp(x)$$

$$r := \text{root}(f(x), x)$$

$$r1 := \text{root}(f1(x), x)$$

$$r = 0.782 - 0.786i$$

$$r1 = 0.618$$

Якщо рівняння не має точного розв'язку, то *Mathcad* прагне знайти наближений розв'язок.


$$f(x) := x^5 - 3 \cdot x + 1$$


$$R1 := \text{root}(f(x), x)$$


$$R1 = 1.215$$


Розв'язування рівнянь з двома невідомими

Блок рівнянь, що потребують розв'язку, записуються після ключового слова *given* (дано).  Для введення знаку рівності в рівняннях використовується комбінація <Ctrl>+<=>. Значення змінних, що відповідають системі рівнянь, знаходиться за допо-

могою функції *find* (Знайти).  Дана функція повертає *точний* розв'язок системи рівнянь. Вона розв'язує систему таким чином, щоб ліва і права її частини відрізнялися на величину, що не

перевищує значення системної змінної **TOL**.  Якщо розв'язок не буде знайдений, то можна змінити цю величину і спробувати знову розв'язати систему. Чим більше значення **TOL**, тим більша ймовірність знаходження розв'язку, але менша точність знайденої

величини і навпаки.  Якщо система не має точного розв'язку, то застосовується функція *minerr*, яка використовується так само, як і функція *find*.

Перед розв'язуванням слід надати змінним x і y довільні значення, наприклад, $x:=0$, $y:=0$, тобто, як вказувалося вище, їх слід попередньо визначити.  При цьому, як зазначалося раніше, знайдені корені залежать від початкових значень змінних.

Приклад

$x := 1$	$y := 0$	$x := 0$	$y := 0$
Given		Given	
$x - y = 2$		$x - y = 2$	
$\sin(x) = \sin(y)$		$\sin(x) = \sin(y)$	
$\text{find}(x, y) = \begin{pmatrix} 2.571 \\ 0.571 \end{pmatrix}$		$\text{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} 43.412 \\ 41.412 \end{pmatrix}$	

Функції для розв'язування нерівностей і систем нерівностей

Для розв'язування нерівностей застосовують функцію *solve* (*розв'язати*). Для цього слід вести математичний вираз і на палітрі “Символьные” натиснути кнопку «**solve**».


$$\frac{x1 + 2}{x1 - 3} > 2 \text{ solve} \rightarrow 3 < x1 < 8$$

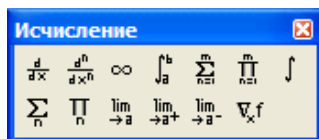
Розв'язування систем нерівностей здійснюється за таким алгоритмом:

1. створюється вектор-стовпчик, кількість елементів якого дорівнює кількості нерівностей і рівнянь системи;
2. у кожний елемент вектору вводиться відповідний математичний вираз;
3. на палітрі “Символьная” натискається кнопка «**solve**».

$$\begin{pmatrix} x1 - 1 > 0 \\ 2 \cdot x1 - 8 > 0 \end{pmatrix} \text{ solve, } x1 \rightarrow 4 < x1$$

Операції математичного аналізу

Система містить низку операторів для математичного аналізу, що знаходяться на панелі  “Числення”:



Суми і добутки


Використовуючи цю панель, наприклад, дуже просто розрахувати суму. Для цього слід натиснути відповідну піктограму панелі, заповнити шаблони відповідної операції і натиснути “=”. Така дія ініціює обчислення суми у чисельному вигляді. Для знаходження нескінченної суми слід надати одній з меж суми значення нескінченності, яку можна підставити до шаблону суми безпосередньо з панелі математичного аналізу, натиснувши її піктограму. У цьому випадку розрахунок суми у чисельному вигляді не має сенсу, тому після заповнення шаблону суми потрібно застосувати оператор символічних перетворень (“→”).

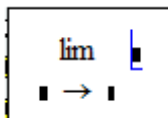
$$\sum_{i=1}^5 i^3 = 225 \qquad \sum_{i=1}^{\infty} i^3 \rightarrow \infty$$

Аналогічно знаходяться скінченні і нескінченні добутки.

Шаблони суми і добутку можна вставити до документа і не використовуючи панель математичного аналізу. Для вставлення шаблону суми на клавіатурі слід натиснути символ “\$”, а добутку – “#”.

Границі (ліміти)

Для знаходження границь панель математичного аналізу містить оператор *Предел*. Натискання його піктограми  приводить до



появи оператора в документі: Користувачеві потрібно буде заповнити три шаблони: праворуч від оператора “lim” функцію (послідовність), границю якої слід шукати, ліворуч під оператором “lim” – ім’я змінної, а праворуч – значення, до якого вона прямує.



За будь-яким варіантом знаходження границь здійснюється у символному вигляді.

Mathcad має інструменти і для знаходження односторонніх границі. Вони також розташовані на панелі математичного аналізу:

$\lim_{\rightarrow a^-}$ – для знаходження границі зліва і $\lim_{\rightarrow a^+}$ – справа.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(1 \cdot x)}{x} \rightarrow 1$$


$$\lim_{y \rightarrow \infty} \left(y + \frac{1}{y} \right)^{12} \rightarrow \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \rightarrow \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} \rightarrow -\infty$$

Диференціали

Для знаходження диференціалів панель математичного аналізу містить інструмент $\frac{d}{dx}$ “Похідна”. При його застосуванні користувачеві буде потрібно заповнити два шаблони: правий від знаку похідної – функція, що диференціюється, нижній – змінна, за якою потрібно брати похідну.

Знаходження диференціалів може бути здійснено як у чисельному, так і в символному вигляді.  Якщо значення змінної диференціювання попередньо не визначати, то диференціал буде обчислено у символному вигляді:

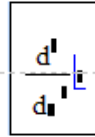
$$\frac{d}{dx} \left(x^2 + \frac{1}{2} \right) \rightarrow 2 \cdot x$$

Якщо змінній надати конкретне числове значення, або низку значень на певному інтервалі, то система прагне знайти значення диференціала у чисельному вигляді.

Система здатна знаходити диференціали n -го порядку. Відмінність цього оператора від оператора знаходження просто похідної, доступ до якого з панелі математичного аналізу надає інструмент




(“Похідна n -го порядку”), тільки у тому, що у чисельнику і зна-




меннику диференціалу ще додається шаблон ступеня

Інтеграли

Система дозволяє знаходити інтеграли як у чисельному, так і символьному вигляді. Для знаходження невизначених інтегралів в

Mathcad панель математичного аналізу містить інструмент  “Невизначений інтеграл”. Для нього заповнюються два шаблони: підінтегральний вираз і змінна, за якою відбувається інтегрування. Оскільки у цьому випадку здійснюється знаходження інтеграла у символьному вигляді, то після заповнення шаблонів до сформованого виразу слід застосувати оператор символьного обчислення.

Для знаходження визначеного інтеграла панель математичного аналізу містить інструмент  “Визначений інтеграл”. Його шаблон містить додатково межі інтегрування.

Якщо змінній надати конкретне числове значення або низку значень на певному інтервалі, то система знаходить інтеграл у чисельному вигляді.

При цьому *Mathcad* здатний обчислювати інтеграли як з фіксованими, так і змінними межами.

$$\int_1^5 \sin(y) \cdot y^2 dy \rightarrow -23 \cdot \cos(5) + 10 \cdot \sin(5) - \cos(1) - 2 \cdot \sin(1)$$

$$\int_1^5 \sin(y) \cdot y^2 dy = -18.337$$

Не викликає проблем обчислення кратних інтегралів. Для цього достатньо просто двічі або тричі послідовно застосувати інструменти для інтеграла:

$$p(x, y) := \sqrt{x^3 + y}$$

$$h := \int_0^1 \int_0^1 p(x, y) dy dx$$

$$h = 0.828$$


Розв'язування диференціальних рівнянь

Без диференціальних рівнянь не може обійтись у своєї професійної діяльності жодний фахівець технічного або фізико-математичного профілю. Диференціальні рівняння є основою для фізичних і хімічних розрахунків у науці та промисловості. За їх допомогою здійснюється аналіз систем у динаміці (у часі), обчислення полів тяжіння, електричних зарядів і т. ін.

На відміну від символьних систем, наприклад, Maple, де розв'язування диференціальних рівнянь може здійснюватися як символьному, так і у чисельному вигляді, в Mathcad така операція виконується тільки чисельно.

Методика розв'язування нагадує розв'язування систем рівнянь з невідомими за допомогою функції *find*. Так саме рівняння записуються після ключового слова *given* (дано), а для позначення рівності використовують “=” (жирний знак дорівнює).

Функція *odesolve*

Розв'язування диференціальних рівнянь, які є *лінійними* відносно старшої похідної, здійснюється за допомогою функції *odesolve*. На відміну від інших функцій, призначених для розв'язування диференціальних рівнянь, ця функція дозволяє записувати ці рівняння у природному вигляді.  Знак похідної вводиться комбінацією клавіш **<Ctrl>+<F7>**.

У найпростішому варіанті функція *odesolve* має такий синтаксис: *odesolve* (змінна, за якою відбувається інтегрування, гранична точка інтервалу інтегрування)

Функція *odesolve* повертає множину чисельних значень розв'язку.

Приклад.

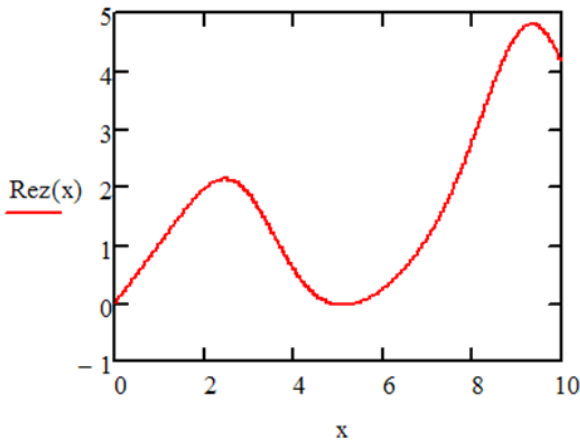
Given

$$y''(x) - \sin(x) \cdot y'(x) + y(x) = \frac{x}{2 \cdot \pi}$$

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 1$$

Rez := Odesolve(x, 4·π)



У такий спосіб розв'язують задачу Коші, крайову задачу тощо.

Функція *rkfixed*

Для розв'язування *нормальних систем* звичайних диференційних рівнянь у чисельному вигляді у *Mathcad* використовують функцію *rkfixed*. Ця функція застосовує для цього метод Рунге-Кутта в його класичному вигляді. Обмеження, що накладаються функцією на рівняння, є тими самими обмеженням, які на них накладає метод Рунге-Кутта. Алгоритм Рунге-Кутта є ітераційним, тобто для обчислення значення функції із заданою точністю треба виконати обчислення кілька разів, і для кожного наступного обчислення використовуються результати попереднього.

Синтаксис функції: $F := \text{rkfixed}(Y, x_0, x_n, N, f)$,

де:

Y – вектор початкових умов,

x_0 – початкове значення аргументу,

x_n – кінцеве значення аргументу,

N – кількість точок, що розраховуються на інтервалі від x_0 до x_n ,

f – ім'я функції, що містить праву частину диференційного рівняння або системи диференційних рівнянь.

Повертає функція матрицю розв'язків, принципи побудови якої буде розглянуте нижче.

Приклад. Розв'язати задачу Коші для диференційного рівняння $y' = \sin(xy)$ на інтервалі $[0, \pi]$ з початковою умовою $y_0 = 1$. Кількість точок становить 20.

Розв'язування має такий вигляд.

ORIGIN := 1

Початкова умова $y_1 := 1$

$D(x, y) := \sin(x \cdot y)$

$Y := rkfixed(y, 0, \pi, 20, D)$

	1	2
1	0	1
2	0.157	1.012
3	0.314	1.05
4	0.471	1.115
5	0.628	1.208
6	0.785	1.331

Розглянемо це розв'язування. Як вище було зазначено, функція *rkfixed* має п'ять обов'язкових аргументів.

Перший аргумент є вектором початкових умов. Оскільки маємо тільки одну таку умову ($y_0 = 1$), то шляхом надання значення "1" першому елементу вектору y , ми автоматично і створюємо цей вектор. Зауважимо, що нумерація елементів вектору має починатися саме з одиниці, тому змінюємо значення системної змінної ORIGIN на одиницю.

Наступні два аргументи є початковим і кінцевим значенням інтервалу $[0, \pi]$.

Четвертий елемент визначає кількість точок на інтервалі, яка згідно умов завдання становить "20".

Останній аргумент є функцією від незалежної змінної і розв'язків y , яка є правою частиною рівняння.

Результати функції записуємо у довільну змінну Y . Така змінна завжди є таблицею, перший стовпчик якої містить значення незалежної змінної x , другий – відповідні значення розв’язування диференційного рівняння або їх системи. Наступні стовпчики містять значення похідних зростаючим порядком.

Отже для нашого прикладу функція *rkfixed* повернуло матрицю для 20 значень (рядків), кількість яких відповідає кількості точок на інтервалі і два стовпця, перший з яких містить значення змінної x , а другий – відповідні значення розв’язування.

Так за допомогою функції *rkfixed* розв’язуються завдання для рівнянь першого порядку. Для рівнянь вищих порядків потрібно привести їх до відповідного завдання для нормальних систем.

Приклад. Розв’язати задачу Коші для диференційного рівняння $y'' = e^{-xy}$ на інтервалі $[0,3]$ з початковими умовами $y(0) = 1, y'(0) = 1$. Кількість точок становить 30.

Оскільки задача Коші для рівняння другого порядку зводиться до задачі Коші для системи з двох рівнянь, то виконаємо необхідні перетворення: $y_1 = y, y_2 = y'$. Звідси: $y_1' = y_2, y_2' = e^{-xy_1}, y_1(0) = 1, y_2(0) = 1$. Після цього розв’язування має такий вигляд.

$$y := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$D(x, y) := \begin{pmatrix} y_2 \\ e^{-x \cdot y_1} \end{pmatrix}$$

$$Y := \text{rkfixed}(y, 0, 3, 30, D)$$

	1	2	3
1	0	1	1
2	0.1	1.105	1.095
3	0.2	1.219	1.179
4	0.3	1.34	1.251
5	0.4	1.469	1.313

Функція *Rkadapt*

Так саме, як і функція *rkfixed*, ця функція використовується для розв'язування *нормальних систем* звичайних диференційних рівнянь у чисельному вигляді, використовуючи для цього метод Рунге-Кутта четвертого порядку. Але якщо функції *rkfixed* шукає рішення з постійним кроком, то функція *Rkadapt* перевіряє, як швидко змінюється наближене рішення, і адаптує відповідно крок рішення. Це дозволяє підвищити точність і скоротити час рішення задачі.

Синтаксис функції аналогічний функції *rkfixed*:

$F := \text{Rkadapt}(Y, x_0, x_n, N, f)$,

де:

Y – вектор початкових умов,

x_0 – початкове значення аргументу,

x_n – кінцеве значення аргументу,

N – кількість точок, що розраховуються на інтервалі від x_0 до x_n ,

f – ім'я функції, що містить праву частину диференційного рівняння або системи диференційних рівнянь.

Повертає функція матрицю розв'язків.

Функція *Bulstoer*

Так саме, як і дві попередні функції, ця функція використовується для розв'язування *нормальних систем* звичайних диференційних рівнянь у чисельному вигляді. Але для цього вона використовує метод Булірша-Штера. Коли відомо, що рішення є гладкою функцією, то краще задіяти саме цю функцію. Окрім того, знайдений функцією розв'язок є більш точним, ніж попередніх функцій.

Синтаксис функції аналогічний попереднім функціям:

$F := \text{Bulstoer}(Y, x_0, x_n, N, f)$,

де:

Y – вектор початкових умов,

x_0 – початкове значення аргументу,

x_n – кінцеве значення аргументу,

N – кількість точок, що розраховуються на інтервалі від x_0 до x_n ,

f – ім'я функції, що містить праву частину диференційного рівняння або системи диференційних рівнянь.
Повертає функція матрицю розв'язків.

Дослідження функцій

Знаходження екстремумів функції

Схоже розв'язуються задачі лінійного програмування, коли слід знайти екстремум (максимум або мінімум) функції за певними обмеженнями.



Знайти екстремум функції в *Mathcad* можна тільки для функцій, що мають скінченне число екстремумів і не містять нескінченних розривів. Для функцій, що мають безліч екстремумів (наприклад, тригонометричні функції), потрібно задати інтервал пошуку екстремуму.

Для пошуку екстремумів для будь-яких виразів від однієї або кількох змінних використовуються функції *maximize* (знайти максимальні значення) або *minimize* (знайти мінімальні значення), які мають такий синтаксис:

Rezult:=minimize(ім'я функції, змінна 1 [, змінна 2,...])

Rezult:=maximize(ім'я функції, змінна 1 [, змінна 2,...]),

де Rezult – ім'я змінної, що буде містити результат пошуку.

Приклад

x := 1 y := 0

$$f(x,y) := (x + 11)^2 + y^2 + 3$$

p := Minimize(f,x,y)

$$p = \begin{pmatrix} -11 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Обробка даних

Інтерполяція функцій

Інтерполяцією називається процес знаходження відсутніх значень точки в області побудови функції. У *Mathcad* застосовується два способи інтерполяції:

1. *Лінійна*, коли точки зв'язуються відрізками прямих (так званий “лінійний сплайн”).

2. *Кубічна*, коли точки зв'язуються відрізками кубічного полінома (так званий “кубічний сплайн”).

Для цього система має відповідно дві функції.

Для побудови лінійного сплайну використовується функція ***linterp***. Вона має такий синтаксис:

`linterp(вектор-стовпчик значень абсцис, вектор-стовпчик значень ординат, значення абсциси, для якої розраховується прогнозне значення ординати)`

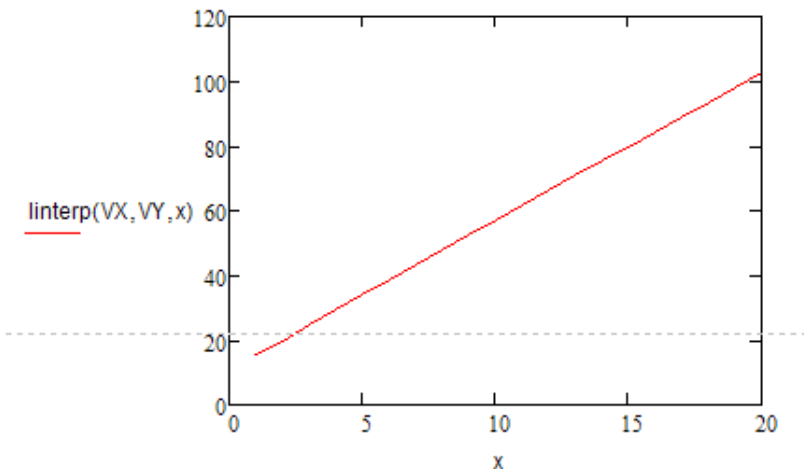
Функція повертає обчислене значення ординати.

При цьому:

1. Кількість елементів обох векторів має бути однаковою.
2. Значення обох векторів подаються саме у вигляді вектору-стовпчика.

3. Значення абсцис повинні бути розташовані за зростанням.

Можна також побудувати графік інтерполяційної кривої.



Кубічна інтерполяція проводить криву через задані точки таким чином, що перші і другі похідні кривої безперервні в кожній точці, що забезпечує плавність інтерполяційної кривої.

Знаходження кубічної інтерполяції здійснюється шляхом спільного використання функцій *cspline* і *interp*.

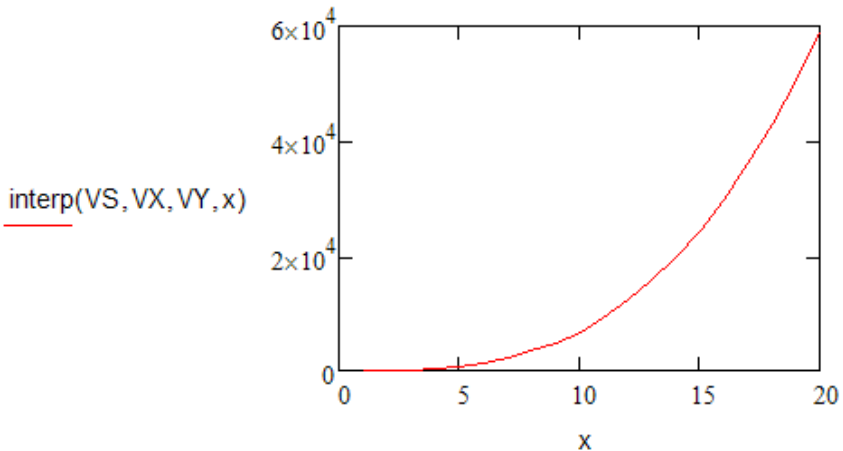
Перша обчислює коефіцієнти сплайну. Синтаксис функції: *Cspline* (вектор-стовпчик значень абсцис, вектор-стовпчик значень ординат)

Функція повертає обчислені коефіцієнти, які необхідно запам'ятати у векторі-стовпчику, наприклад, $VS:=cspline(VX, VY)$. Вектор *VS* містить другі похідні інтерполяційної кривої в заданих точках.

Надалі застосовується функція *interp*, яка безпосередньо здійснює інтерполяцію. Функція має синтаксис: *cspline*(вектор коефіцієнтів сплайну, вектор-стовпчик значень абсцис, вектор-стовпчик значень ординат, значення абсциси, для якої розраховується значення ординати)

Функція повертає обчислене значення ординати, наприклад: $interp(VS, VX, VY, 1.5) = 8$

Так само, як і в попередньому випадку, можна побудувати графік інтерполяційної кривої.



Статистичний аналіз

Система має велику кількість статистичних функцій.

Зокрема, вона дає змогу розрахувати основні статистичні *описові статистики*, за допомогою яких описуються найбільш загальні властивості емпіричних даних: середню, дисперсію, стандартне відхилення, медіану, моду, максимальне та мінімальне значення.

Таблиця 12

Функції для розрахунку описових статистик

<i>mean(M)</i>	вибіркове середнє значення;
<i>median(M)</i>	вибіркова медіана (median) – значення аргументу, що поділяє гістограму щільності ймовірностей на дві рівних частини;
<i>var(M)</i>	вибіркова дисперсія (variance);
<i>stdev(M)</i>	середнє квадратичне (або стандартне) відхилення (standard deviation)
<i>max(M), min(M)</i>	максимальне та мінімальне значення вибірки;
<i>mode(M)</i>	значення вибірки, що найчастіше зустрічається;
<i>gmean(M)</i>	геометричне середнє;
<i>hmean(M)</i>	гармонічне середнє.

де M - вектор (або матриця) з вибіркою випадкових даних.

Таблиця 13

Статистичні функції

<i>qt(p, d)</i>	Квантили (зворотного) розподілу Стьюдента, де d – кількість ступенів свободи ($d > 0$ и $0 < p < 1$)
-----------------	--

$$\text{sumf} := \sum_{i=0}^{n-1} f_i \quad \text{sumf} = 100$$

$$\gamma := 0.95 \quad \alpha := 1 - \gamma = 0.05$$

$$t := \text{qt}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, \text{sumf}\right) = 1.984$$

Модельовання


Анімація

Mathcad вміє оживляти графічні зображення, створюючи анімацію, що здійснюється за допомогою програмної системи Microsoft Video. З цією метою система має вбудовану змінну FRAME, яка набуває послідовно низку цілих чисел, за замовчуванням від 0 до 9 з кроком 1. Будь-яка функція або графік, які потрібно «оживити», має бути функцією цієї змінної. На практиці кожне значення цієї змінної ідентифікує номер поточного кадру.

Алгоритм створення анімації

1. Надати певні значення системній змінній FRAME, наприклад $l := 0.012 \cdot \text{FRAME}$.

2. Створити ранжирувана змінну, наприклад $t := 0, \frac{\pi}{100} .. 2 \cdot \pi$.

3. Задати функцію, для якої будується графік,  одним з параметрів якої буде системна змінна FRAME, наприклад $f(t) := 4 \cdot \cos(3 \cdot t) \cdot l$.

4. Створити шаблон графіка наприклад в полярній системі координат.

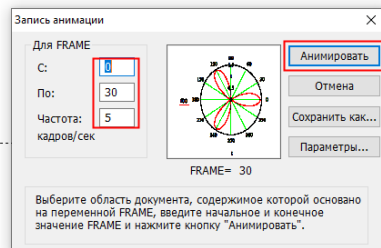
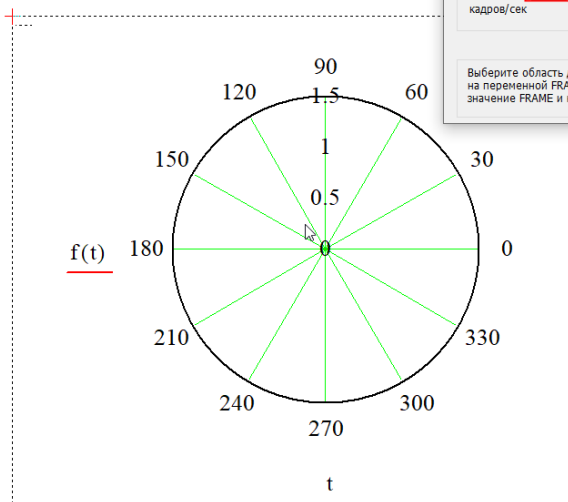
5. В лівому полі шаблону ввести ім'я функції, а в нижньому кут, тобто змінну t .

6. Виконати команду **Инструменты** ► **Анимация** ► **Запись**. Ця команда виводить вікно “Запись анимации” (“*Animation recording*”), в якому потрібно задати параметри анімації, а саме початковий і кінцевий кадр для і її швидкість (кількість кадрів в секунду).

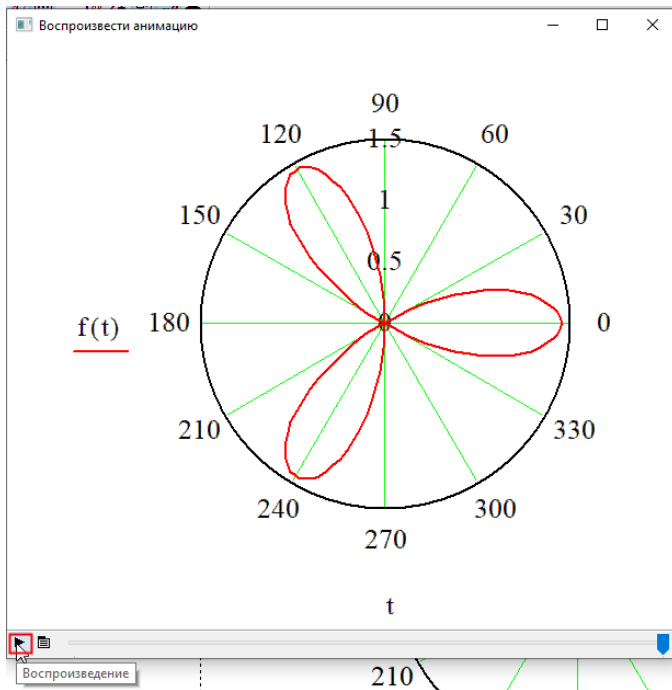
$$l := 0.012 \text{FRAME}$$

$$t := 0, \frac{\pi}{100} \dots 2 \cdot \pi$$

$$f(t) := 4 \cdot \cos(3 \cdot t) \cdot l$$



7. Виділити область графіку і вікні “Запись анимации” натиснути кнопку «Анимировать». Якщо дії виконані правильно, то невеличке віконце відобразить процес побудови серії фреймів, зупинившись на кінцевому варіанті, а за закінченням процесу з’явиться вікно вбудованого програвача “Воспроизвести анимацию”.



8. Натискання кнопки відтворення ініціює процес анімації графіку.

Одержану анімацію можна зберегти у форматі AVI, натиснувши кнопку «Сохранить как...».


Програмування

Mathcad дозволяє створювати *програми*, в якості яких виступає вираз, що містить більше одного оператора. “Програми” дозволяють розв’язати завдання, обчислення яких звичайними засобами незручне або взагалі неможливе. Вони мають багато спільного із звичайними мовами програмування, включаючи застосування умов, зупинку обчислення, надання змінним початкових значень, можливість рекурсивного виклику і т. ін., тому надалі термін “*програми*” буде використовуватися без лапок.


На перший погляд, різниця між програмою і послідовністю звичайних виразів не дуже відчутна, але перша має дві суттєві переваги:


1. Дозволяє будувати керуючі структури з використанням умов і зупинки обчислення всередині циклу, що надає значно більшу гнучкість при виконанні циклічних обчислень.


2. Створити програму, що містить кілька простих кроків обчислення, набагато простіше, ніж послідовність виразів, що виконує аналогічні дії. До того ж програма має чітку логічну структуру, на відміну від іноді досить заплутаної послідовності дій.

Дії програмування містить панель  “Програмування” (“Programming Toolbar”). Вона містить оператори програмування і два специфічні елементи:

1. “Add Line” (Додати рядок програми). Він використовується для створення вертикальної лінії з шаблонами, в яких розміщуються оператори програми. Саме в її межах відбувається виконання програми, а сама її наявність у документі свідчить про те, що це тіло програми. За

замовчуванням така лінія має два шаблони.  Якщо слід збільшити кількість шаблонів, натисніть на клавіатурі символ “]” у шаблоні.

2.  (Локальне присвоєння, Local Definition). Застосовується для надання змінним, що обчислюються у програмах, певних значень.

 Такі змінні діють тільки в її межах і не впливають на інші частини документа, тобто їх використання має локальний характер. На відміну від такого роду змінних усі інші, що використовуються у документі “напрямую”, називають *глобальними* змінними, чим підкреслюється те, що їхня дія розповсюджується на будь-яку частину документа.

Приклад побудови найпростішої програми

Потрібно побудувати програму, яка буде обчислювати значення для функції $\log(x/z)$ для різних значень x і z . Алгоритм програми:

1. Ввести в документ ліву частину функції $-f(x, w)$, закінчивши її символом присвоєння (“:=”).

2. Натиснути піктограму “Add Line” на панелі програмування. Ця дія створить вертикальну лінію, яка має шаблони для введення в них операторів “програми”.

3. Натиснути на першому шаблоні, ввести літеру “z” і натиснути піктограму “Локальное присвоение” (“Local Definition”).

4. Закінчити створення у шаблоні локального оператора введенням з клавіатури виразу x/w .



5. Нижній шаблон завжди містить значення, яке повертає програма в основний документ. Ввести в нього значення



$\log(z)$. Разом з тим у програмі можна визначити й інше місце для повернення значення. З цією метою використовується оператор **return**.

6. Програма готова до використання і має вигляд:

$$f(x, w) := \left| \begin{array}{l} z \leftarrow \frac{x}{w} \\ \log(z) \end{array} \right.$$

7. Тепер достатньо ввести в будь-якому місці документа (звичайно, це місце повинно знаходитися після самої програми) вираз типу $f(12, 0.25)$, після чого ввести знак “=”, і програма поверне в документ розраховане значення.

Ітераційні оператори

Цикли призначені для виконання багаторазових обчислень. Для цього можна використати як оператор **for**, так і оператор **while**.

Приклад. Виконати розрахунок n -факторіалу.

$$\text{dob}(n) := \left| \begin{array}{l} d \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 1..n \\ d \leftarrow d \cdot i \end{array} \right.$$

Приклад. Підраховувати 2^x , доки розраховане значення буде меншим за задану величину.

$$\text{dob}(\text{comp}) := \left| \begin{array}{l} d \leftarrow 1 \\ \text{while } d < \text{comp} \\ d \leftarrow d \cdot 2 \end{array} \right.$$

Оператори вибору

Умовний оператор *if*

Цей оператор виконує певну дію залежно від виконання певної умови. Наступний приклад ілюструє, як надати різні значення функції $f(x)$ для різних значень змінної x .

$$f(x) := \begin{cases} \left(\left(\frac{1}{x}\right)\right) & \text{if } x \leq -1 \\ (1 + x) & \text{if } -1 < x < 1 \\ x^2 & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$$

Але більш коректним буде складання цієї програми з використанням ще одного оператора програмування – *otherwise* (“У протилежному разі”). Він використовується у парі з оператором *if* і дозволяє виконати дії, відмінні від тих, які здійснюються при виконанні умови оператора *if*.

$$f(x) := \begin{cases} \left(\left(\frac{1}{x}\right)\right) & \text{if } x \leq -1 \\ (1 + x) & \text{if } -1 < x < 1 \\ x^2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Бачимо, що два перших оператора *if* відсікають множину значень x до значення “1”, а оператор *otherwise* вказує, що для всіх інших значень x виконується обчислення x^2 .

Цикли можуть бути *вкладені*, як у цьому прикладі, який ілюструє створення одиначної квадратної матриці розмірністю $(n-1)*(n-1)$:

$$I(n) := \begin{cases} \text{for } i \in 0..n-1 \\ \quad \text{for } j \in 0..n-1 \\ \quad \quad \begin{cases} m_{i,j} \leftarrow 1 & \text{if } i = j \\ m_{i,j} \leftarrow 0 & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} m$$



Якщо всередині програми слід ввести символ “=” як умову порівняння, як у наведеному вище прикладі, то він вводиться як жирний символ “=”, тобто комбінацією клавіш <Ctrl>+<=>.

Оператор *break*

Роботу циклу можна перервати при виконанні певної умови, що у програмах досягається за допомогою оператора *break*. Наступний приклад ілюструє обчислення *n-факторіалу* у зворотному порядку, тобто починаючи із значення *n* і закінчуючи значенням “1”. Ясно, що обчислення слід припинити, коли значення змінної циклу прийме значення “1”.

```
F(n) :=  $\left\{ \begin{array}{l} f \leftarrow n \\ \text{while } 1 \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} f \leftarrow f \cdot (n - 1) \\ n \leftarrow n - 1 \\ (\text{break}) \text{ if } n = 1 \end{array} \right. \\ f \end{array} \right.$ 
```

$$F(5) = 120$$

Оператор *continue*

Цей оператор дозволяє зупинити обчислення у циклі під час виконання певного оператора і продовжити їх з наступного оператора. У наведеному нижче прикладі при виконанні умови $\text{mod}(i,2)=0$ масив *a* заповнюється “0” і “3” – у протилежному разі.

```
M1 :=  $\left\{ \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..3 \\ \quad \text{for } j \in 1..3 \\ \quad \quad \left\{ \begin{array}{l} (\text{continue}) \text{ if } \text{mod}(i,2) = 0 \\ M_{1,j} \leftarrow 3 \end{array} \right. \\ M \end{array} \right.$ 
```

$$M1 = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Лабораторні завдання

Лабораторна робота №1

Тема. Введення даних. Математичні і логічні операції

Мета. Засвоїти елементи вікна математичної системи *Mathcad*. Набути навичок створення текстових і простих формульних блоків, виконання обчислень за формулою з використанням фізичних величин.

Вказівки до виконання:

1. Не бажано виконувати усі завдання в одному документі. По-перше, це приводить до уповільнення розрахунків. По-друге, це може привести до виникнення помилок, які важко виявити. Такого роду помилки, наприклад, виявлені при заміні типу даних (скаляр, вектор) конкретної змінної. Ситуація, коли та сама змінна має різні типи даних зустрічається під час виконання робіт досить часто, тому під час виконання усіх робіт в одному документі Ви можете одержати непередбачувані результати.

2. Якщо при введенні текстової інформації українською мовою він відображується неправильно, виберіть шрифт “Times New Roman Cyr”.

3. Символ “#” означає “не дорівнює”, символ “¬” – логічне заперечення.

Завдання

1. Завантажте *Mathcad*.

2. Виведіть на екран панелі: стандартна, форматування, “грецький алфавит”. Якщо ці панелі є на екрані, то вилучіть їх з екрана, а потім знову виведіть.

3. Створіть три текстові області і введіть в них:

- у текстову область №1 текст із 2–3 речень українською мовою;

- у текстову область №2 текст англійською мовою;

- у текстову область №3 текст $\psi=\gamma+\lambda \quad \pi=3,14$.

4. Розташуйте текстову область №1 по правому краю документа, №2 – по центру, №3 – по лівому краю.

5. Збільшіть розмір текстової області №1 повністю по ширині документа.

6. Виконайте її форматування:

- замініть основний колір і колір фону;

- установіть розмір шрифту “16”;

- вирівняйте по центру.

7. Скопіюйте перше речення області №1 в область №2.

Виконайте переміщення фрагмента області №2 в область №3.

8. Послідовно змініть масштаб відображення документа на 80 %, 200 %, 100 %.

9. Обчисліть у режимі автоматичних обчислень математичні вирази:

- $c = a + b$ при $a = 2 \quad b = 3$;

- $\gamma = 4\pi \frac{(\alpha + c)}{\beta}$ при $\alpha = 3 \quad \beta = 4$.

10. Вимкніть режим автоматичних обчислень.

11. Змініть значення a на “12”.

12. Виконайте розрахунки у режимі ручних обчислень.

13. Перейдіть у режим автоматичних обчислень.

14. Обчисліть результати логічних виразів $x > y$; $x < y$; $x >= y$; $x <= y$; $x \# y$; $x = y$:

- при $x = 2, y = -10$;

- при $x = 15, y = 15$.

15. Обчисліть результат виразів:

- $15/(6 > -5)$;
- $(3 < 5) \cdot 25$;
- $(13 - 15) \cdot (32 > 30)$.

16. Виконайте операції з комплексними числами:

- $(2 + 3i) + (5 + i)$;
- $(5 - 8i) - (2 + 3i)$;
- $(-1 + 3i) * (2 + 5i)$;
- $kch = \frac{(3+2i)}{(2+i)}$;
- добудьте корінь \sqrt{kch} ;
- обчисліть тангенс kch .

17. Введіть змінні f і d . Надайте їм значення 1,112 і 25,6.

18. Виконайте розрахунки $f+d$; $f-d$; $f \cdot d$; f/d .

19. Послідовно відобразіть отримані результати з 1, 2, 3 знаками дробової частини.

20. Надайте значення змінним f і d відповідно “10” і “11”. Представте їх послідовно у двійковій, вісімковій і шістнадцятковій системі числення і виконайте з ними розрахунки, що були виконані у пункті 17.

21. Надайте значення змінним f і d відповідно “100” і “1” у десятковій системі числення і виконайте з ними розрахунки з пункту 17, встановивши для них:

- одиниці довжини ($f - m, d - km$);
- маси ($f - gm, d - kg$);
- часу ($f - sec, d - min$).

22. Запам'ятайте документ у своїй папці *Mathcad*.



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати**:

1. Що таке документ *Mathcad*?
2. Яке призначення основних панелей (складальних палітр) системи?
3. Що таке “блоки” документа? З яких блоків складається документ *Mathcad*?
4. Призначення текстової області.
5. Чи можна вводити в текстову область формули, і якщо можна, то чи будуть вони виконуватися?
6. Чим відрізняється дія копіювання від дії переміщення?
7. Що таке режим автоматичних обчислень?
8. З чого складається алфавіт системи?
9. Які типи даних використовує система?
10. Що таке “змінна”? Яке призначення змінних у документах програми?
11. Які правила надання імен змінним?
12. Чи можуть імена змінних збігатися з іменами вбудованих функцій?
13. Що таке “шаблон даних” в обчислювальному блоці?
14. Як надати початкове значення змінній?
15. Що таке “системна змінна”? Наведіть приклади системних змінних.
16. За допомогою якого символу здійснюється виведення результату?
17. Яка послідовність виконання обчислень у документі програми?
18. Як ввести в документ уявну одиницю?

19. Які ідентифікатори у системі використовують для позначення уявної одиниці?
20. Яким чином додати до числа одиницю виміру?
21. В яких системах числення може працювати система?
22. В якій системі числення буде виведений результат виразу, якщо змінні в ньому подані в різних системах числення?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **уміти**:

1. Завантажити програму *Mathcad*.
2. Вивести панель на екран або приховати її.
3. Створити текстову область.
4. Змінити розміри області об'єкта (блоку).
5. Ввести текст грецькими літерами.
6. Виконати форматування текстової області, в тому числі змінити основний колір і колір фону, розміри шрифту, вирівнювання.
7. Копіювати і переміщувати об'єкти.
8. Змінити масштаб відображення документа.
9. Увімкнути або вимкнути режим автоматичних обчислень.
10. Обчислити логічні вирази з використанням змінних.
11. Обчислити математичні вирази з використанням змінних, числових констант і системних змінних.
12. Змінити кількість знаків дробової частини числа.
13. Виконати математичні операції з комплексними числами.
14. Виконати обчислення у двійковій, вісімковій і шістнадцяткової системі числення.
15. Додати до числа одиницю виміру і виконати з ним математичні операції.

Лабораторна робота №2

Тема. Створення векторів та матриць (масивів). Основні операції над масивами

Мета. Навчитися створювати вектори і матриці, виконувати з ними операції.

Завдання

1. Надайте системній змінній “Початковий індекс масивів” (**ORIGIN**) значення “1”.
2. Створіть вектори-стовпчики з 5 елементів кожний:
 - $V1$ – за допомогою шаблону;
 - $V2$ – шляхом надання значення кожному елементу окремо;
 - $V3$ – за допомогою ранжируваної змінної i за формулою $i+5$.
3. Збільшіть на один елемент кількість елементів вектору $V1$.
4. Створіть змінну x і надайте їй значення “індивідуальний номер”.
5. Виконайте операцію множення вектору $V1$ на скаляр x .
6. Зменшіть на один елемент кількість елементів у векторі $V1$.
7. Виконайте операцію додавання усіх трьох векторів.
8. За допомогою відповідного інструмента з панелі “Матриця” розрахуйте суму елементів вектору $V1$.
9. Виконайте операцію множення векторів $V1$ і $V2$.
10. Виконайте дії з елементами векторів:
 - $V1_1 - V1_3$;
 - $V2_2 \cdot V2_4$;
 - $V3_5 / V3_1$;
 - $\sqrt{V1_1}$;
 - $V2^2$

11. Створіть вектор шляхом надання значення тільки для одного елемента, порядковий номер – 351.

12. Виведіть у документі значення вектору так, щоб таблиця виведення відображала елемент із порядковим номером 351.

13. Для вектору $V1$ за допомогою відповідної функції впорядкуйте елементи в порядку зростання, а потім – спадання.

14. Створіть за допомогою шаблону дві матриці $M1$ і $M2$ з трьох стовпчиків і трьох рядків. Надайте елементам матриць довільних значень.

15. Створіть матрицю $M3$ з трьох стовпчиків і трьох рядків за допомогою ранжируваних змінних i та j за формулою $i^3 - j$.

16. Виконайте операцію додавання матриць $M2$ і $M3$.

17. Виконайте операцію піднесення до другого ступеня матриці $M3$.

18. Виконайте операцію множення матриць $M1$ і $M2$.

19. Виконайте дії з елементами матриці $M1$:

- $M1_{1,1} + M2_{2,1}$;
- $M2_{1,1} \cdot M3_{1,2}$;
- $\sqrt{M3_{1,1}}$;
- $M1_{2,1}^2$.

20. За допомогою відповідної функції створіть одиничну матрицю $M4$ розмірністю 3×3 .

21. За допомогою відповідної функції створіть діагональну матрицю $M5$ на основі вектору $V1$.

22. Створіть матрицю $M6$ шляхом об'єднання матриць $M1$ і $M2$, розташували їх одна біля одної.

23. Створіть матрицю $M7$ шляхом об'єднання матриць $M1$ і $M2$, розташували їх одна над одною.

24. Запам'ятайте створений документ з іменем *Matrix* у власній папці.





Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати**:

1. Що таке “початковий індекс масивів”?
2. Що таке “ранжирувана” змінна?
3. Яке призначення має ранжирувана змінна?
4. Як створити ранжирувану змінну?
5. Як створити масив?
6. Як змінити розмірність масиву?
7. Яка панель містить інструменти для роботи з масивами?
8. Які основні інструменти містить панель для роботи з масивами?

9. Яке призначення інструмента  на панелі для роботи з матрицями?

10. Яке призначення інструмента  на панелі для роботи з матрицями?

11. Яке призначення інструмента  на панелі для роботи з матрицями?

12. Яка функція використовується для впорядкування елементів вектору у порядку зростання?

13. Яка функція обертає порядок розташування елементів вектору?

14. Які дії слід виконати, щоб упорядкувати елементи вектору в порядку спадання?

15. Як створити одиничну квадратну матрицю?

16. Як створити діагональну матрицю на основі вектору?

17. Як об'єднати два вектору або матриці, розташувавши їх одна біля одної?

18. Як об'єднати два вектору або матриці, розташувавши їх одна над одною?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **уміти**:

1. Змінити початковий індекс масивів.
2. Створити ранжирувану змінну.

3. Створити вектор або матрицю за допомогою відповідної складальної палітри.
4. Створити вектор або матрицю шляхом надання значення кожному елементу окремо.
5. Створити вектор або матрицю за допомогою ранжируваної змінної за певною формулою.
6. Змінити розмірність масиву.
7. Змінити значення окремого елемента масиву.
8. Виконати арифметичні операції з усіма елементами масиву.
9. Виконати арифметичні операції з окремим елементом масиву.
10. Вивести значення масиву у вигляді таблиці виведення і дістатися в ній до будь-якого її елемента.
11. Впорядкувати елементи вектору у порядку зростання.
12. Впорядкувати елементи вектору у порядку спадання.
13. Створити одиничну квадратну матрицю.
14. Створити діагональну матрицю на основі вектору.
15. За допомогою відповідної функції створити одиничну квадратну матрицю.
16. За допомогою відповідної функції створити діагональну матрицю на основі вектору.
17. За допомогою відповідної функції об'єднати два вектору або матриці, розташувавши їх одна біля одної або одна над одною.

Лабораторна робота №3

Тема. Робота з функціями

Мета. Навчитися використовувати ранжирувані змінні для побудови таблиць виведення функцій, працювати з комплексними числами.

Вказівки до виконання:

1. Перед початком роботи з комплексними числами обрати спочатку уявну величину i або j .

2. Назву функції можна вводити безпосередньо з клавіатури.

Завдання

1. Обчисліть для x , що змінюється від 1 до 5 з кроком 0,5, функції:

$$f(x) = \sin(x);$$

$$g(x) = \frac{3 - 4 \cdot \cos(2x) + \cos(4x)}{8};$$

$$z(x) = \ln(\pi - x).$$

2. Виведіть таблиці значень цих функцій.

3. Виконайте дії з комплексним числом $Z = 3 + 2 \cdot i$:

- виділіть дійсну частину і коефіцієнт для уявної частини;
- обчисліть аргумент (фазу).

4. Визначте для числа 3,5 найменше і найбільше цілі значення і запам'ятайте їх у змінні $S1$ і $S2$.

5. Обчисліть вираз $S2:S1$ і визначте для нього дробову частину.

6. Обчисліть функції для x на інтервалі $[1; 20]$ з кроком "1":

$$f(x) = \sin(x);$$

$$y(x) = \begin{cases} f(x) & \text{якщо } f(x) \geq 0; \\ 0 & \text{якщо } f(x) < 0, \end{cases}$$

$$z(x) = \begin{cases} f(x) & \text{якщо } f(x) > 0; \\ -f(x) & \text{якщо } f(x) \leq 0, \end{cases}$$

і виведіть таблиці значень цих функцій.

7. Обчисліть функцію $g(x)$ для x на інтервалі $[1; 20]$ з кроком "1", за умовою, що $g(x)$ дорівнює "1", якщо залишок від ділення x на 2 більше "0", і "-1", якщо він дорівнює "0".

8. Надайте системній змінній "Початковий індекс масивів" (**ORIGIN**) значення "1".

9. Розрахуйте значення x : 1,3,5,7 для функції $y = \text{Індивідуальний номер} + x$. Здійсніть лінійну інтерполяцію в точках 2 і 4.
10. Розрахуйте значення x : 1,3,5,7 для функції $y = \text{Індивідуальний номер} + x^3$. Здійсніть кубічну інтерполяцію в точках 4 і 6.
11. Запам'ятайте в папці *Mathcad* дані у файлі з ім'ям *Function*.



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати**:

1. Що таке функції в системі, чому вони називаються вбудованими?
2. Який інструмент призначений для вставки в документ функції?
3. Що таке “ранжирувана” змінна?
4. Особливості виведення таблиці значень функції.
5. Що таке функції відсікання?
6. Призначення функції *Ceil*.
7. Призначення функції *Floor*.
8. Призначення функції *Mod*.
9. Призначення логічних функцій.
10. За допомогою яких функцій можна виділити дійсну частину і коефіцієнт для уявної частини комплексних чисел?
11. За допомогою якої функції можна Обчислити аргумент комплексного числа.
12. Що таке “інтерполяція”?
13. Що таке “лінійна інтерполяція”? Яка або які функції використовуються для цього?

14. Що таке “кубічна інтерполяція”? Яка або які функції використовуються для цього?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен *уміти*:

1. Створити ранжирувану змінну з певним кроком приросту.
2. Створити власну функцію.
3. Вивести таблицю значень функції.
4. Застосувати в розрахунках тригонометричні, показникові і логарифмічні функції.
5. Виділити дійсну частину і коефіцієнт для уявної частини комплексних чисел.
6. Обчислити аргумент комплексного числа.
7. Застосувати функції відсікання.
8. Застосувати логічні функції.
9. Здійснити лінійну інтерполяцію.
10. Здійснити кубічну інтерполяцію.

Лабораторна робота №4

Тема. Побудова двовимірних (2-D) графіків

Мета. Навчитися будувати і формувати 2-D графіки в системі *Mathcad*.

Завдання

1. Побудуйте у площині одного графіка графіки для функцій $\sin(x)$ та $\cos(x)$, не використовуючи ранжирувану змінну в декартовій системі координат.

2. Побудуйте графіки для функцій $\sin(x)$ та $\cos(x)$, не використовуючи ранжирувану змінну в полярній системі координат.

3. Введіть ранжирувану змінну x , яка змінюється на інтервалі $[-5; 5]$ з кроком “0,05”, і за її допомогою побудуйте у площині

одного графіка графіки для x , що змінюється на інтервалі $[-5; 5]$ функцій:

- $\sin(x)$, $\sin(2x)$, $2\sin(x)$ та $\text{abs}(x)$
- $\cos(x)$, $x \cdot \cos(x)$, x та $-x$.

4. Введіть ранжирувану змінну x , яка змінюється на інтервалі $[0; 20]$ з кроком “0,05”, і за її допомогою побудуйте графіки для наступних функцій:

- $f_1(x) = \frac{x}{\cos(x) \cdot \pi}$; $f_2(x) = \frac{\sin(x) \cdot \pi}{x}$;
- $f_1(x) = \frac{x^3}{1000}$; $f_2(x) = \cos(2x) + a$.

5. За допомогою інструмента “Трассировка” визначте максимальну та мінімальну координати x та y для останнього з побудованих графіків.

6. Побудуйте графік функції $y(x) = \frac{a^3}{(a^2 + x^2)}$, де x змінюється на інтервалі $[0; 1]$ з кроком “0,01”.

7. Побудуйте графік функції $f(x) = x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ (локон

Ан’езі) $y(x) = \frac{a^3}{(a^2 + x^2)}$, де x змінюється на інтервалі $[0; 1]$ з кроком “0,01”.

8. Виконайте для графіка локона Ан’езі наступні дії:

- збільшить його розмір на всю ширину документа;
- встановить логарифмічний масштаб зміни x від 1 до 10;
- встановить лінії масштабної сітки по осі x ;
- зробить загальний підпис до графіка “Локон Ан’езі”;

- створіть під графіком текстову область і введіть до неї підпис: “Приклад графіка функції в двовимірній декартовій системі координат”.

9. Побудуйте в полярній системі координат послідовно три графіка (для кожного графіка використовуйте іншу змінну φ : φ_1 , φ_2 , φ_3):

- параболічну спіраль $p(\varphi) = a\varphi$, де φ змінюється на інтервалі:

9.1. $[0; 2\pi]$ з кроком “0,5”;

9.2. $[0; 20]$ з кроком “0,5”;

9.3. $[0; 20]$ з кроком “0,05”;

- спіраль Архімеда $p(\phi) = \phi \cdot \phi$, де ϕ змінюється на інтервалі:

9.1. $[0; 2\pi]$ з кроком “0,5”;

9.2. $[0; 20]$ з кроком “0,5”;

9.3. $[0; 20]$ з кроком “0,05”.

10. Для останнього графіка виконайте наступні дії:

- зробіть загальний підпис до графіка “Полярний графік”;
- створіть під графіком текстову область і введіть до неї підпис: “Приклад графіка функції в полярній системі координат”.



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати**:

1. Що таке “2-D графік”?
2. Які види двовимірних графіків дозволяє будувати система?
3. Який механізм побудови графіка функції в декартовій системі координат?
4. Який механізм побудови графіка функції в полярній системі координат?

5. Чи обов'язково при побудові графіка задавати ранжирувану змінну?

6. Чи можна побудувати графік без попереднього виведення значень функції?

7. Як розташувати у площині одного графіка графіки кількох функцій?

8. Для чого призначений інструмент “Трассировка”?

9. За допомогою якого інструмента можна визначити координати точки на графіка?

10. Що таке “слід”?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **уміти:**

1. Побудувати графік у декартовій або полярній системі координат.

2. Розташувати у площині одного графіка графіки кількох функцій.

3. Створити ранжирувану змінну з певним кроком приросту.

4. Визначити за допомогою інструмента “Трассировка” максимальну та мінімальну координату x та y .

5. Змінити розмір графіка.

6. Змінити логарифмічний масштаб зміни для певної осі.

7. Змінити лінії масштабної сітки по осі x .

8. Зробити загальний підпис до графіка.

Лабораторна робота №5

Тема. Побудова тривимірних (3D) графіків

Мета. Навчитися будувати і форматовувати 3D-графіки в системі *Mathcad*.

Завдання

1. Введіть дві ранжирувані змінні x та y , які змінюються на інтервалі $[0; 20]$. Побудуйте за їх допомогою $M_{(x,y)}$ – матрицю

ординат 3D-поверхні за формулою $M_{x,y} = \left\{ \frac{(x-10)}{5} \cdot \frac{(y-10)}{5} \right\}$

2. Створіть під графіком текстову область і введіть до неї підпис: “Приклад графіка функції в тривимірній декартовій системі координат”.

3. Побудуйте для матриці всі види 3D-графіків.

4. Побудуйте графік діаграми за допомогою *Майстра 3D-графіків*.

5. Для створеного в попередньому пункті графіка виконайте наступні перетворення:

- Змініть тип графіка на будь-який інший. Поверніть попередній вигляд.

- Змініть кут обертання та кут нахилу.

- Для кожної з трьох осей відобразіть лінії сітки, встановивши їх кількість “10”.

- Змініть схему освітлення на *Scheme 3*.

- Зробіть загальний підпис до графіка і розташуйте його спочатку під, а потім над графіком.

6. Побудуйте графік поверхні:

- $S_{x,y} = \sin(x^2 + y^2)$

- $S_{x,y} = \exp(-x^2 - y^2)$



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати**:

1. Що таке “3D графік”?
2. Види тривимірних графіків.
3. Механізм створення 3D графіка.
4. Що таке майстер 3D графіків?
5. Яка панель призначена для створення графіків і з яких основних інструментів вона складається?
6. Які є схеми освітлення?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **уміти**:

1. Створити ранжирувану змінну з певним кроком приросту.
2. Створити матрицю за допомогою двох ранжируваних змінних за деякою формулою.
3. Створити різні види 3D графіків.
4. Виконувати для 3D графіка наступні перетворення:
 - Змінити тип графіка на будь-який інший.
 - Змінити кут обертання та кут нахилу.
 - Для кожної з трьох осей відобразити або прибрати лінії сітки.
 - Змінити кількість ліній сітки.
 - Змінити схему освітлення.
 - Зробити загальний підпис до графіка і розташувати його над графіком або під ним.

Лабораторна робота №6

Тема. Розв'язування завдань лінійної алгебри.

Знаходження числових характеристик матриць

Мета. Навчитися знаходити числові характеристики масивів у *Mathcad*.

Завдання

1. Завантажте раніше створений документ *Matrix*.
2. Надайте системній змінній **ORIGIN** ("Початковий індекс масивів") значення "1".
3. За допомогою відповідних функцій для вектору *V1* виконайте такі дії:
 - обчисліть кількість його елементів (довжину);
 - визначте індекс його останнього елемента;
 - знайдіть максимальний і мінімальний за значенням елемент.
4. Надайте системній змінній **ORIGIN** значення "0".
5. З'ясуйте, чи відбулися зміни значень, які повертають функції визначення довжини й індексу його останнього елемента для вектору *V1*. Якщо це дійсно так, дайте цьому пояснення.
6. Надайте системній змінній **ORIGIN** значення "1".
7. Створіть вектор *V4* шляхом транспонування вектору *V1*.
8. Виконайте операцію множення векторів *V1* і *V4*.
9. Для матриці *M1* за допомогою відповідних функцій виконайте такі дії:
 - Визначте кількість рядків і стовпчиків.
 - Обчисліть її слід (суму діагональних елементів).
 - Обчисліть її визначник (детермінант).
 - Обчисліть її ранг.
10. Створіть матрицю *M14* розмірністю 2*2 елементи і надайте її елементам послідовно значення 1, 2, 3, 4.
11. Обчисліть матрицю, обернену до *M14*.
12. Виконайте транспонування матриці *M1*.



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати**:

1. Яка панель містить інструменти для роботи з масивами?
2. Які основні інструменти містить панель для роботи з масивами?
3. За допомогою якої функції можна обчислити довжину вектору?
4. За допомогою якої функції можна знайти максимальний і мінімальний за значенням елемент?
5. Що таке транспонування?
6. Як виконати транспонування?
7. Як знайти визначник (детермінант) матриці?
8. Як знайти ранг матриці?
9. Що таке “обернена матриця”?
10. Як знайти обернену матрицю?
11. Яке призначення інструмента M^T на панелі для роботи з матрицями?
12. Яке призначення інструмента $|x|$ на панелі для роботи з матрицями?
13. Яке призначення інструмента x^{-1} на панелі для роботи з матрицями?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **уміти**:

1. Створити вектор або матрицю за допомогою відповідної складальної палітри.
2. Надати значення окремому елементу вектору чи матриці або змінити його.
3. Визначити довжину вектору.

4. Знайти максимальний і мінімальний за значенням елемент вектору.
5. Виконати операції транспонування, обчислення детермінанта.
6. Визначити кількість рядків і стовпчиків у матриці.
7. Обчислити слід матриці.
8. Виконати з масивами операцію транспонування.
9. Знайти обернену матрицю.

Лабораторна робота №7

Тема. Розв'язування завдань лінійної алгебри.

Розв'язок рівнянь. Знаходження екстремумів функції

Мета. Набути умінь та навички розв'язування рівнянь засобами *Mathcad*.

Вказівки до виконання:

1. Під час виконання наступних лабораторних робіт, якщо пункт містить список з двох позицій, то виконується тільки одна позиція. При цьому, якщо ваш "*Індивідуальний номер*" – парний, то виконується перша позиція списку, а якщо непарний, то – друга. Значення константи a , що зустрічається у формулах, дорівнює *індивідуальному номеру*.

2. Для додавання до числового значення градусів (наприклад, 300°) додайте одиницю виміру Degree (градус) з групи "Измерение" (Вимірювання).

Завдання

1. Знайдіть розв'язок для системи лінійних рівнянь:

- $$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x + 4y = 5 \end{cases}$$

- $$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x - 3y = 14 \end{cases}$$

2. Знайдіть корені поліномів:

- $x^3 - 3x + 8 = 0$; $x^2 - 4 = 0$

- $2x^3 + 3x^2 - 6 = 0$; $x^2 - 9 = 0$

3. *** Для другого полінома побудуйте графік і виконайте його дослідження: за допомогою відповідних інструментів відшукайте на графіка корені полінома. Діапазони зміни ранжируваної змінної x визначте самостійно. Встановіть лінії масштабної сітки по осях x і y шляхом підбору параметра “Число ліній сетки” так, щоб вони чітко визначали корені полінома (були на перетині ліній сітки).

4. Знайдіть розв’язок для одного нелінійного рівняння з одним невідомим:

- $f(x) = x^2 - \sin(x) + \cos(x)$;

- $f(x) = 4 \cdot (1 - x^2) - \exp(x)$.

5. Знайдіть значення змінних, що відповідають системам рівнянь:

- $$\begin{cases} \sin(x) \cdot \cos(y) = -0,5, \\ \cos(x) \cdot \sin(y) = 0,5; \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 300^0, \\ \sin(x) = 2 \sin(y); \end{cases}$$

- $$\begin{cases} \operatorname{tg}(x) + \operatorname{tg}(y) = 1, \\ x + y = 45^0; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x^2 + y^2 = 4, \\ x - y^2 + 2 = 0; \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} \sin(x^2) + \cos(y^2) = 1, \\ x + y = 45^0; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 6, \\ x + y = 2; \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} \sin(x) + \sin(y) = 0,75, \\ \operatorname{tg}(x) \cdot \operatorname{tg}(y) = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 8xy, \\ x \cdot \ln(y) = \ln(x). \end{cases}$$

6. Визначте, для яких значень аргументу наведені функції мають додатні значення, а для яких – від’ємні:

$$\bullet y = \frac{(4x-1)}{(3-2x)};$$

$$\bullet y = \frac{(2x+3)}{(3x-2)}.$$

7. Розв’яжіть систему нерівностей:

$$\bullet \begin{cases} 4x - 2 > x - 2, \\ 1,7 - 2x \leq 4,6, \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} 2x + 3 \geq 6 + 3x \\ 4 + x > 3x + 1. \end{cases}$$

8. Знайдіть:

- мінімальні значення для функції $f(x, y) = (x + a)^2 + y^2 + 3$
- максимальне значення для функції

$$f(x) = |x - 5| - |x| - |a \cdot x + 3|$$



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати**:

1. Як знайти розв’язок для системи лінійних рівнянь?
2. Як знайти корені поліномів?
3. *** Який інструмент графіка допоможе знайти корені полінома?

4. Як знайти розв'язок для одного нелінійного рівняння з одним невідомим?
 5. Як знайти значення змінних у системах з двох рівнянь?
 6. Що таке “ключове слово”?
 7. За допомогою якого символу або комбінації символів вводиться знак рівності в системах рівнянь?
 8. Що таке “системні змінні”?
 9. Яке призначення системної змінної TOL?
 10. Яку функцію слід застосувати для точного розв'язку системи рівнянь і нерівностей?
 11. Яку функцію слід застосувати, якщо система рівнянь і нерівностей не має точного розв'язку?
 12. Як знайти значення аргументів для нерівностей?
 13. Як розв'язати систему нерівностей?
 14. Як знайти мінімальні значення для функції?
 15. Як знайти максимальні значення для функції?
- Після виконання лабораторної роботи студент повинен

уміти:

1. Знайти розв'язок для системи лінійних рівнянь.
2. Знайти корені поліномів.
3. Знайти розв'язок для одного нелінійного рівняння з одним невідомим.
4. Знайти значення змінних систем з двох рівнянь.
5. Знайти значення аргументів для нерівностей.
6. Розв'язати систему нерівностей.
7. Знайти екстремуми функції.


Лабораторна робота №8

Тема. Символьні перетворення виразів

Мета. Набути уміння та навички виконання символьних перетворень у математичних виразах та функціях.

Вказівки до виконання:

1. Для одержання символьного виведення значень змінної, функції або виразу використовують комбінацію клавіш <Ctrl>+<.>, що перетворюється на символ “→”.

2. Для всіх підпунктів 4-го пункту завдання застосуйте два варіанти обчислення: за допомогою команд пункту головного меню “Символика” (“Symbolics”) і палітри  “Символьная”. Зверніть увагу на те, що не завжди функція з палітри “Символьные” має розв’язок.

Завдання

1. Обчисліть похідну в символьному вигляді:

- $\frac{d^2}{dx^2} a \tan(x)$;

- $\frac{d^2}{dx^2} \sin(x)^2$.

2. Виконайте ту саму дію для x , значення якого змінюються на інтервалі $[1; 20]$.

3. Обчисліть інтеграл у символьному вигляді:

- $\int_{-a}^b x^3 dx$ $\int_0^d \frac{(x+a)}{(x^2+b)} dx$;

- $\frac{-c}{4 \cdot c^3 + 6 \cdot c^2 + 8 \cdot c + 10}$.



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати**:

1. Яка панель призначена для символічних перетворень і які основні інструменти вона містить?
2. Як обчислити похідну в символічному вигляді?
3. Як обчислити інтеграл у символічному вигляді?
4. Як здійснити аналітичні перетворення?
5. Який інструмент у панелі символічних операторів використовується при виконанні символічних обчислень для одержання символічного виведення значень змінної, функції або виразу?
6. За допомогою якої команди або якого пункту палітри можна спростити вираз?
7. За допомогою якої команди або якого пункту палітри можна розкрити дужки для виразу?
8. За допомогою якої команди або якого пункту палітри можна розкласти вираз на многочлени?
9. За допомогою якої команди або якого пункту палітри можна розкласти число на множники?
10. За допомогою якої команди можна розкласти вираз для певної змінної в околі точки "0"?
11. За допомогою якої команди можна розкласти вираз для певної змінної в околі точки, значення якої відмінно від "0"?

12. За допомогою якої команди або якого пункту палітри можна об'єднати члени з однаковими степенями?

13. За допомогою якої команди або якого пункту палітри можна визначити коефіцієнти полінома?

14. За допомогою якої команди можна перетворити вираз на прості дроби?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **уміти:**

1. Обчислити похідну в символьному вигляді.
2. Обчислити інтеграл у символьному вигляді.
3. Здійснити аналітичні перетворення.
4. Спростити вираз.
5. Розкрити дужки для виразу.
6. Розкласти вираз на многочлени.
7. Розкласти число на множники.
8. Розкласти вираз для певної змінної в околиці будь-якої точки.
9. Об'єднати члени з однаковими степенями.
10. Визначити коефіцієнти полінома.
11. Перетворити вираз на прості дроби.

Лабораторна робота №9

Тема. Математичний аналіз

Мета. Навчитися застосовувати оператори математичного аналізу.

Завдання

1. За допомогою операторів панелі математичного аналізу обчисліть суму $i+1$ для i на інтервалі $[1; 7]$.

2. За допомогою операторів панелі математичного аналізу обчисліть добуток значень $k-1$ для k на інтервалі $[2; 4]$.

3. Виконайте ті самі дії, але з відсутньою верхньою межею. Результати подайте у символьному вигляді.

4. Обчисліть вирази:

$$\bullet \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 (i + j);$$

$$\bullet \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 (2i + j).$$

5. Обчисліть похідну першого і другого порядку наступних функцій:

$$\bullet f(t) = (a1 \cdot t + a0) \cdot \exp(-a2 \cdot t^2);$$

$\bullet f(t) = (a2 \cdot t^2 + a1 \cdot t + a0) \cdot \exp(-a2 \cdot t)$, де t змінюється на інтервалі $[1; 100]$, константа $a0$ дорівнює *індивідуальному номеру*, $a1 = a0 + 5$, $a2 = a0 + 3$.

6. Обчисліть визначений інтеграл:

$$\bullet \int_0^4 (x^2 + 3x + 2) dx;$$

$$\bullet \int_0^{\pi} (5 - c^3) dc.$$

7. Змініть нижню межу інтеграла на “1” і знову обчисліть інтеграл.

8. Обчисліть визначений інтеграл, що має змінну верхню межу t , що змінюється на інтервалі $[0; 40]$ з кроком “0,05”:

- $\int_0^t (2x^2 + x) dx;$
- $\int_0^t \exp\left(-\frac{1}{a} \cdot (x - a)^2\right) dx.$

9. Обчисліть подвійний інтеграл $\int_0^1 \int_0^1 p(x, y) dy dx$, якщо:

- $p(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2};$
- $p(x, y) = \sqrt{x^3 + y}.$

10. Знайдіть границю для виразу $\frac{\sin(a * x)}{x}$, де $x \rightarrow 0$.

11. Знайдіть границю для виразу $\left(y + \frac{1}{y}\right)^a$, де $y \rightarrow \infty$.



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати**:

1. Яка панель містить елементи математичного аналізу і з яких основних інструментів вона складається?
2. Які є оператори математичного аналізу?
3. Як обчислити суму, в тому числі якщо одна з меж має значення нескінченності?
4. Як обчислити добуток, в тому числі якщо одна з меж має значення нескінченності?
5. Як обчислити границю, в тому числі якщо одна з меж має значення нескінченності?
6. Як обчислити невизначений інтеграл?

7. Як обчислити визначений інтеграл?
8. Як обчислити похідну першого і другого порядку?
9. Що таке ранжирувана змінна?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **уміти**:

1. Обчислити суму, в тому числі якщо одна з меж має значення нескінченності.
2. Обчислити добуток, у тому числі якщо одна з меж має значення нескінченності.
3. Обчислити границю, в тому числі для нескінченної границі.
4. Обчислити похідну першого і другого порядку.
5. Обчислити невизначений і визначений інтеграл.
6. Змінити межі інтегралів.
7. Обчислити подвійний інтеграл.

Лабораторна робота №10

Тема. Програмування

Мета. Навчитися застосовувати засоби програмування для виконання обчислень функцій і виразів у системі *Mathcad*.

Завдання

1. Побудуйте програму для виконання обчислень $\sin(x+y)$.
2. Побудуйте програму для виконання обчислень суми $\sin(x)$ у довільному діапазоні значень x . Використати для цього оператор *for*.
3. Побудуйте програму для виконання обчислень $c=a^2+b^2$. Обчислення виконувати, доки значення c не перевищить задану величину k . Використати для цього оператор *while*.



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати:**

1. Що таке “програма” в системі і яке її призначення?
2. Яка панель призначена для виконання операцій програмування і які основні інструменти вона містить?
3. Що таке “локальне присвоєння”?
4. Призначення інструмента “Add Line”.
5. Призначення оператора Return.
6. Що таке “цикл”?
7. Які оператори призначені для створення циклів?
8. Що таке “вкладений цикл”?
9. За допомогою якого оператора можна перервати обчислення при виконанні певної умови?
10. За допомогою якого оператора можна зупинити обчислення в циклі при виконанні певної умови і продовжити їх з визначеного місця?
11. Призначення умовних операторів.
12. Які оператори використовуються в умовних операторах?
13. Призначення оператора Otherwise.

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **уміти:**

1. Скласти програму, що буде обчислювати значення функції для різних вхідних даних.
2. Скласти програму для багаторазових обчислень.
3. Скласти програму, що буде виконувати обчислення залежно від виконання певної умови.

Практичні роботи

Практична робота №1

Тема. Розробка програми для виконання математичних розрахунків

Завдання

Знайдіть ребро куба, за об'ємом рівновеликого кулі, площа поверхні якої дорівнює площі бічної поверхні зрізаного кругового конуса. Об'єм конуса $V=1$; висота конуса $h=0,6$.

Основні геометричні формули, що використовуються при обчисленні:

1. Об'єм конуса $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

2. Співвідношення в конусі між радіусом основи, висотою і твірною: $r^2 + h^2 = l^2$.

3. Площа бічної поверхні конуса: $S = \pi Rl$.

4. Площа поверхні кулі: $S = 4\pi R^2$.

5. Об'єм кулі: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

6. Об'єм куба: $V = a^3$.

Результат. 1,07.

Практична робота №2

Тема. Розробка алгоритму і програми обчислення суми елементів матриці

Підрахуйте суму довільних елементів матриці розмірністю $5*6$.

Практична робота №3

Тема. Розробка алгоритму і програми обчислення суми і добутку елементів масиву

1. Підрахуйте суму і добуток ряду $\sum_i \frac{1}{(2i+1)}$ при i від 1 до 20 з кроком “2”.
2. Підрахуйте добуток ряду $\prod_i \frac{i}{i^2}$ при i від 2 до -20 з кроком “-2”.

Практична робота №4

Тема. Розробка алгоритму і програми розрахунку оцінок математичного сподівання, дисперсії, середнього квадратичного відхилення

Математичне сподівання $M(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$.

Дисперсія $D = M(x^2) - (M(x))^2$.

Середнє квадратичне відхилення $\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$.

Завдання

Обчисліть показники для $x = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ та $p = \{0,2; 0,5; 0,7; 0,9; 0,1\}$.

Результати. $M(x) = 36$; $D = 1164$; $\sigma = 34,117$.

Зміст

Інтерфейс системи	5
Вхідна мова системи.....	10
Типи даних	26
Побудова графіків.....	37
Символьні перетворення.....	44
Розв'язування завдань лінійної алгебри.....	47
Операції математичного аналізу	53
Обробка даних.....	63
Моделювання	66
Програмування.....	68
Лабораторні завдання.....	73
Практичні роботи.....	104

Навчальне видання

Фетісов В. С.

МАТЕМАТИЧНА СИСТЕМА MATHCAD 15

Навчально-методичний посібник

Підписано до друку	Формат 60x84/16	Папір офсетний
Гарнітура Times New Roman	Обл.-вид. арк. 2,54	Тираж сл. вид.
Замовлення №	Ум. друк. арк. 3,13	



Ніжинський державний університет
імені Миколи Гоголя
м. Ніжин, вул. Воздвиженська, 3-А
(04631) 7-19-72
E-mail: vidavn_ndu@ukr.net
www.ndu.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 2137 від 29.03.05 р.