

# БАГАТОВЕКТОРНА МОДЕЛЬ ОСВІТНЬОГО СЕРЕДОВИЩА ЛІЦЕЮ

Частина 1



**Ніжинський ліцей Ніжинської міської ради  
Чернігівської області при Ніжинському державному університеті  
імені Миколи Гоголя**



# **БАГАТОВЕКТОРНА МОДЕЛЬ ОСВІТНЬОГО СЕРЕДОВИЩА ЛІЦЕЮ**

Частина 1

Ніжин – 2025

УДК 37:004](082)

Б14

**Б 14** Багатовекторна модель освітнього середовища ліцею : наук.-метод. збірник / укладачі : В. М. Гавій, С. О. Коваленко, Ю. П. Осталецька, С. М. Симан, О. В. Чорненька. Ніжин: Видавець Лисенко М.М, 2025. 160 с.

**ISBN 978-617-640-715-7**

*У науково-методичному збірнику висвітлено теоретичні засади, структурні та практичні аспекти розбудови інноваційного освітнього простору ліцею. У виданні розкрито концепцію багатовекторності як принципу взаємодії між учасниками освітнього процесу. Особливу увагу приділено питанням формування освітнього середовища, орієнтованого на розвиток особистісного потенціалу учнів, забезпечення академічної свободи педагогів, упровадження цифрових технологій і створення умов для реалізації індивідуальних освітніх траєкторій.*

*Матеріали збірника можуть бути корисними керівникам закладів освіти, педагогічним працівникам, методистам, науковцям та всім, хто цікавиться сучасними тенденціями розвитку освіти.*

*У посібнику вміщені методичні розробки практичного впровадження сучасних методів профільного навчання.*

**УДК 37:004](082)**

ISBN 978-617-640-715-7

© Ніжинський ліцей Ніжинської міської ради  
Чернігівської області при НДУ ім. М. Гоголя, 2025  
© Видавець Лисенко М.М., 2025

## ЗМІСТ

Формування природничо-наукової компетентності шляхом засвоєння системи інтегрованих знань .....	5
Реалізація компетентнісного підходу на уроках біології (на прикладі вивчення теми «Обмін речовин») .....	23
Формування математичної компетентності шляхом засвоєння системи інтегрованих знань .....	75
Реалізація компетентнісного підходу на уроках математики (на прикладі вивчення теми «Многогранники») .....	93



**ФОРМУВАННЯ  
ПРИРОДНИЧО-НАУКОВОЇ  
КОМПЕТЕНТНОСТІ ШЛЯХОМ ЗАСВОЄННЯ  
СИСТЕМИ ІНТЕГРОВАНИХ ЗНАНЬ**

## ВСТУП

Пріоритетними напрямками розвитку сучасної освіти в Новій українській школі є зміщення акценту на оволодіння учнями системою практичних дій та умінь застосовувати отриману інформацію на практиці, формування ціннісних орієнтирів, розвиток умінь і навичок, а також ключових загально-предметних і предметних компетентностей.

Сьогодні важливу роль у розвитку особистості учнів відіграє біологічна освіта. Основна мета профільного навчального предмета **«Біологія і екологія»** полягає у формуванні базової природничо-наукової компетентності випускників шляхом засвоєння системи інтегрованих знань про закономірності функціонування живих систем, їх розвиток та взаємодію, а також про взаємозв'язок із довкіллям. Вона передбачає оволодіння методологією пізнання живої природи, усвідомлення біологічної картини світу та цінності таких категорій, як знання, життя, природа, здоров'я; формування свідомого ставлення до природи як універсальної та унікальної цінності. Важливим є також застосування знань із біології та екології в повсякденному житті й майбутній професійній діяльності, а також оцінювання їх значення для збалансованого розвитку людства, науки та технологій [1].

В основу виокремлення тем курсу **«Біологія і екологія»** (10–11 класи) покладено принцип функціональних ознак життя, які є універсальними критеріями живої природи та дозволяють сформуванню цілісного, системного уявлення про це явище. Послідовність тем побудована у зворотному порядку рівнів організації життя, що відображає концепцію пізнання від цілого до окремого [1].

Однією з тем, що має важливе значення для формування наукового світогляду є «Обмін речовин та енергії», вивчення якої сприяє засвоєнню знань про:

- єдність процесів обміну речовин і енергії, взаємоперетворення речовин у біологічних системах;
- процеси та механізми регуляції матричного синтезу;
- фотосинтез;
- відкритість біологічних систем;
- вплив способу життя людини на метаболічні процеси в організмі.

Вивчення цієї теми на профільному рівні спрямоване на набуття учнями старших класів навичок самостійності, науково-практичної й дослідницько-пошукової діяльності; розвиток інтелектуальних, психічних, творчих, моральних, соціальних якостей та здібностей до навчання, інтелектуальних обдарувань; формування цілісного біологічного світогляду; здійснення усвідомленого вибору своєї професійної діяльності з подальшим саморозвитком і самореалізацією.

## ОСОБЛИВОСТІ ВИКЛАДАННЯ БІОЛОГІЇ В СТАРШІЙ ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ

Загальними тенденціями розвитку змісту біологічної освіти в сучасній школі, на думку вчених, є його переорієнтація на засвоєння та розвиток загальних здібностей учнів – універсальних способів пізнання світу, а також усунення чинників, що перешкоджають саморозвитку кожного учня та гальмують розкриття його індивідуальних здібностей в освітньому процесі.

Ці тенденції охоплюють зміст біологічної освіти за різними профілями навчання. Зміст освітнього матеріалу має передбачати розвиток творчого мислення, пізнавальної активності, інтересу до пошуку шляхів пізнання, допитливості, вміння аналізувати, узагальнювати та самостійно робити висновки. Матеріал має бути предметом активної розумової й практичної діяльності, забезпечувати залучення кожного учня до пізнавального пошуку, самостійного визначення мети навчальної роботи, планування дій для її досягнення та контролю результатів. Лише за таких умов можливе повноцінне впровадження змісту біологічної освіти в профільних класах [2].

Як показує наш досвід роботи у класах природничого профілю Ніжинського ліцею Ніжинської міської ради при НДУ імені Миколи Гоголя, упровадження лекційно-семінарської системи навчання дає позитивні результати. Такий підхід дозволяє відмовитися від чітко дозованого подання матеріалу та застосувати метод укрупнення дидактичних одиниць – вивчення теоретичного матеріалу великими блоками. Поєднання лекцій із семінарськими заняттями суттєво підвищує ефективність освітнього процесу.

Відмінною рисою семінарських занять є високий рівень самостійності учнів. Для ліцеїстів матеріал стає предметом активної розумової та практичної діяльності, що дозволяє залучати кожного до пізнавального пошуку, самостійного визначення мети навчальної роботи, планування дій для її виконання та контролю результатів. Такий підхід замінює механічне запам'ятовування на осмислене, сприяє розгляду окремих фактів у їх взаємозв'язку та формуванню цілісної системи знань.

Активна пізнавальна діяльність реалізується через розв'язання системи різнорівневих навчальних завдань, опанування алгоритму виконання яких формує здатність використовувати та трансформувати цей алгоритм для вирішення проблем, що виникають у повсякденному житті. Для формування досвіду творчої діяльності застосовуються завдання дослідницького та проблемного характеру. Вони спрямовують навчальну активність на пошук шляхів розв'язання проблеми та створюють умови для самостійного конструювання алгоритму діяльності під час уроків-практикумів, уроків-заліків і колоквіумів [3].

Діяльнісний підхід реалізується шляхом організації таких видів завдань: вирішення проблем і проблемних ситуацій, робота з інформацією, представлена в різних форматах (тексти, аудіо-, відеоінформація, інфографіка, малюнки тощо), моделювання біологічних явищ і процесів, дослідження та експериментування, виконання науково-дослідницьких проєктів.

Важливою специфікою методів навчання на семінарах є їхня розвивально-дослідницька функція, що спрямована на відкриття знань, а не на їх підтвердження та сприяє формуванню в учнів дослідницьких умінь. Таким чином, перевагу надаємо таким загальнонауковим методам, як аналіз, синтез, порівняння, індукція, дедукція, аналогія, узагальнення, ідеалізація, сходження від абстрактного до конкретного, мисленнєве експериментування. Зазначені методи орієнтовані на самостійну діяльність учнів – індивідуальну, парну, що органічно поєднуються з груповими методами, які передбачають необхідність інтегрування знань, умінь, здатність застосовувати знання з різних галузей науки, техніки, технологій, творчих галузей.

Використання технологій інтерактивного навчання забезпечує найбільшу активізацію навчально-пізнавальної діяльності учнів та задоволення від процесу роботи й результату.

Активну взаємодію ліцеїстів у процесі навчання забезпечує технологія співпраці, яка стимулює спілкування й сприяє перетворенню навчальної індивідуальної діяльності на інтерактивну працю. Колективна пізнавальна діяльність учнів стає більш емоційною, ефективною, максимально результативною і, разом з тим, вивільнює час вчителя для контрольних і коригувальних дій.

На семінарських заняттях активно використовуємо новітні технології, що передбачають діяльнісний підхід до навчання [4].

**«Синтез думок»** – це груповий пошук узгодженого рішення, результатом якого є підсумковий текст, перелік ознак, схеми тощо. Ця технологія виключає протистояння, критику позиції тієї чи іншої групи. Усю увагу слід зосередити на сильних моментах у позиції інших.

**«Коло ідей»** – технологія, метою якої є залучення всіх до обговорення проблеми.

**«Шпаргалка».** У процесі роботи з учнями 10-11 класів ми дійшли висновку, що вони не вміють писати шпаргалки, а лише конспектують «готові» тексти, тому використовуємо цю технологію під час складання опорного конспекту або ментальної карти за матеріалами нової теми.

**«Бумеранг»** – технологія, використання якої передбачає усвідомлення та закріплення навчального матеріалу учнями.

**«Творча лабораторія»** – технологія, використання якої передбачає уявні експерименти, виконання завдань практичного спрямування та обговорення їх результатів.

«Дивуй», «Дилема» – технології доцільні під час тематичного заліку з метою навчити учнів застосовувати знання в нестандартних ситуаціях, спираючись на навчальний матеріал, який вивчався.

«Крісло автора» – технологія передбачає реалізацію підвищення самооцінки учнів і виконується в такий спосіб: учитель поступається місцем педагога в класі на користь учня, який виголошує доповідь (реферат, замітку тощо). Останній, перебуваючи на місці педагога, відчуває себе достойним високої посади. Це підвищує не тільки самооцінку, а й бажання покращувати свої знання.

**Проектне навчання** – створення умов для роботи над проектом. Працює кожна група, учні між собою розподіляють напрями роботи та види діяльності, відбувається активна підготовка до майбутньої презентації своєї роботи. Під час самостійної роботи вчитель виступає в ролі консультанта, координатора, стимулює пошукову діяльність учнів [5].

Навчання за такою системою дає можливість дати ліцеїстам міцні знання, розвивати здібності та обдарування дітей, істотно підвищити престиж інтелекту й загальної культури особистості, реалізувати принципи гуманізації й диференціації природничої освіти, за якими головним у навчально-виховному процесі є не результат, а сам процес навчання, у центрі якого є учень із його інтересами, нахилами, здібностями. Цим можна пояснити високий рейтинг ліцеїстів на олімпіадах різного рівня, де вони займають призові місця, а також вступають до закладів вищої освіти.

**МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО ВИВЧЕННЯ ТЕМИ  
«ОБМІН РЕЧОВИН ТА ЕНЕРГІЇ»  
НА ПРОФІЛЬНОМУ РІВНІ  
(БІОЛОГІЯ І ЕКОЛОГІЯ, 10 КЛАС)**

Курс біології у профільній школі спрямований на формування в учнів системи наукових знань про закономірності живої природи та умінь, які забезпечують використання знань у практичній діяльності та повсякденному житті для збереження власного здоров'я, охорони навколишнього середовища, а також є необхідними й достатніми для продовження біологічної освіти у вищому навчальному закладі.

Зміст навчального матеріалу та логіка його розгортання здійснюється за дедуктивним принципом, що сприяє формуванню в учнів цілісної наукової картини світу. Тема «Обмін речовин і енергії» є логічним продовженням навчальних курсів основної школи у формуванні природничо-наукової компетентності учнів. Вивчення обміну речовин сприяє формуванню в здобувачів освіти уявлень про фізичні й хімічні закономірності, які проявляються у високоорганізованих біосистемах, а також виразно демонструє інтеграційні процеси, що відбуваються в сучасних природничих науках.

Зміст теми «Обмін речовин і енергії» передбачає ґрунтовне вивчення хімічних і фізичних основ метаболізму, видів обміну, типів живлення, надходження, транспорту і виділення речовин в організмах різних груп, особливості екскреції й осморегуляції, зв'язки між процесами обміну речовин. Знання хімічної організації клітини, будови та функцій основних її компонентів виступають підґрунтям для вивчення клітинного метаболізму. Вивчення матричного синтезу дає учням можливість зрозуміти єдність походження живого і неживого, взаємозв'язок матерії, енергії та генетичної інформації в біосистемах.

Усвідомлення сутності метаболістичних процесів, механізмів їх регуляції в організмі людини має практичне спрямування у формуванні здорового способу життя, що дозволяє залучити життєвий досвід учнів, формувати здоров'язбережувальну компетентність учнів та підвищити позитивну мотивацію в процесі навчання.

Тема «Обмін речовин і енергії» вирізняється понятійно-термінологічною насиченістю, інтегративним характером змісту завдяки міжпредметному внутрішньоцикловому та міжцикловому зв'язків біології, хімії, фізики, екології та має практично-орієнтоване спрямування. Конкретизація теоретичних знань теми, розв'язування задач, здійснення розрахунку основного обміну й власної добової витрати енергії відбувається в процесі виконання практичних робіт.

### **Завдання теми:**

- формування уявлення про біологію як науку, яка вивчає об'єктивні співвідношення та закономірності реального світу;
- обґрунтування, що біологічні системи відкриті та мають здатність здобувати, перетворювати й використовувати енергію;
- розширення знань про процеси метаболізму різних груп організмів;
- обґрунтування значення процесів пластичного та енергетичного обмінів для живих організмів на основі знань процесів фотосинтезу, хемосинтезу, біосинтезу органічних речовин, дихання;
- розвиток умінь учнів установлювати причиново-наслідкові зв'язки між обміном речовин та енергією як основою функціонування біологічних систем;
- формування вміння самостійно вивчати та аналізувати фактичний матеріал, застосовувати здобуті біологічні знання на практиці в повсякденному житті;
- виховання ціннісного ставлення до свого організму та навколишніх, мотивація до здорового способу життя.

Конструюючи навчальне заняття з біології, вибудовуємо логіку засвоєння матеріалу таким чином, щоб він сприяв розвитку пізнавальних потреб, пізнавальної самостійності, інтересу до пошукової, дослідницької діяльності, формуванню теоретичного мислення ліцеїстів. Важлива умова, яку забезпечує учитель біології – оволодіння учнями системою знань із предмета, розуміння багаторівневої структури живої природи її цілісності, усвідомлення закономірностей та взаємозв'язків, що існують у природі.

Особливу увагу акцентуємо на змісті навчального матеріалу та організації діяльності ліцеїстів щодо його засвоєння. Освітня діяльність є ефективною лише тоді, коли процеси засвоєння та навчання відбуваються у формі свідомого перетворення матеріалу й самостійного оперування ним. Зміст має сприяти розвитку творчого мислення, пізнавальної активності, допитливості, уміння аналізувати, узагальнювати та самостійно формулювати висновки.

**ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ  
У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ  
«ОБМІН РЕЧОВИН ТА ЕНЕРГІЇ»  
НА ПРОФІЛЬНОМУ РІВНІ  
(БІОЛОГІЯ І ЕКОЛОГІЯ, 10 КЛАС)**

Переорієнтація цілей шкільної освіти на особистість потребує таких трансформацій змісту навчального матеріалу, які б забезпечили більш повний особистісно і соціально-інтегрований результат. У якості загального визначення такого інтегрального соціально-особистісного поведінкового феномена як результату освіти виступає поняття «компетентність». Компетентність – це набута в процесі навчання інтегрована здатність учня, що складається із знань, умінь, досвіду, цінностей і ставлення, що можуть цілісно реалізуватися на практиці.

Предмет «Біологія та екологія» є одним із базових, що забезпечує наскрізний процес виховання, який формує цінності, що виражаються у формі інтегральної та ключових компетентностей. Ключовою компетентністю є спеціально структурований комплекс характеристик (якостей) особистості, що дає можливість їй ефективно діяти в різних сферах життєдіяльності й належить до загальногалузевого змісту освітнього стандарту.

**Ключова компетентність** – це системна властивість особистості: цілісна, ієрархічна, динамічна система здатностей (або окремих компетенцій), яка дозволяє людині свідомо й творчо визначати та здійснювати власну життєдіяльність, розвивати свою індивідуальність, розбудовувати ціннісно-нормативний простір, вирішувати складні життєві завдання, набувати й виконувати соціальні ролі.

Ми виокремлюємо такі групи ключових компетентностей, які формуються під час вивчення теми «Обмін речовин та енергії»:

**Основні компетентності в природничих науках і технологіях:** наукове розуміння природи й сучасних технологій, а також здатність застосовувати його в практичній діяльності. Ця компетентність формується в цій темі на основі знань про організм як відкриту систему, енергетичні процеси у якій описуються законами термодинаміки; значення процесів бродіння під час використання в біотехнології; про те, як знання механізмів синтезу білка лежать в основі розвитку прикладного напрямку медико-біологічних наук.

**Завдання для учнів**

1. Спробуйте пояснити, чому вміст АТФ в клітині зберігається відносно постійним, незважаючи на те, що вона використовується в хімічних реакціях.

2. Як підвищення концентрації субстрату повинно вплинути на швидкість реакції між інгібітором цього типу й субстратом?

3. Жири і вуглеводи виконують енергетичну функцію в організмі і є запасними поживними речовинами. Чому ж тварини і людина запасують жири, а не вуглеводи? Чому для рослин це не має суттєвого значення?

4. Які зміни відбудуться в організмі людини, якщо вона з'їсть шоколадний батончик «снікерс»?

**Екологічна грамотність і здорове життя:** розумно та раціонально користуватися природними ресурсами в рамках збалансованого розвитку, усвідомлення ролі навколишнього середовища для життя і здоров'я людини, здатність і бажання дотримуватися здорового способу життя (на основі знань про значення появи кисневого етапу енергетичного обміну для існування біосфери, про необхідність оновлення ґрунту чи насичення його мінеральним добривами для забезпечення життєдіяльності рослин, вироблення правильної стратегії харчування в різних умовах фізичного та емоційного навантаження, про роль збалансованого раціону в підтриманні метаболічної рівноваги).

#### **Завдання для учнів**

1. Надлишкове накопичення жиру провокує хворобу нирок, печінки, діабет, атеросклероз судин. Чому надлишок глюкози, що надходить з їжею в організм, може викликати ожиріння?

2. Стоматологи, гастроентерологи й педіатри сходяться на думці, що не можна купувати дітям жуйну гумку дешевих сортів, яка містить цукор і яскраві барвники. Поясніть, чому лікарі висловлюють таку думку.

3. Ви вирішили з'їсти 150 г сиру з 3,8% жирності. Перевірмо, яку кількість білків, жирів та вуглеводів (КБЖВ) ви будете споживати в такому випадку.

4. У нас є чудовий рецепт яблучної шарлотки. Підрахуйте, які пропорції КБЖВ в цьому десерті.

**Уміння вчитися впродовж життя:** здатність до пошуку та засвоєння нових знань, набуття нових умінь і навичок, організації навчального процесу (власного й колективного), зокрема через ефективне керування ресурсами та інформаційними потоками, уміння визначати навчальні цілі та способи їх досягнення, вибудовувати свою освітньо-професійну траєкторію, оцінювати власні результати навчання, навчатися впродовж життя. Ця компетентність формується на кожному занятті зазначеної теми.

#### **Завдання для учнів**

1. Про що свідчить наявність одних і тих самих хімічних елементів у тілах живої і неживої природи?

2. У періодичній системі Менделєєва Si знаходиться одній групі з C, але в складі живих систем Землі переважає C. Чому це так?

3. Розщеплення їжі в шлунково-кишковому тракті відбувається за рахунок ферментів. Завдяки яким властивостям ферментів відбувається поетапне розщеплення, а не одночасне?

4. Хлорофіл має одну чудову властивість, яка робить його абсолютно незамінною речовиною на Землі: він уміє поглинати енергію сонячного світла, збуджуючись при цьому.

5. Природодослідники з'ясували, що стовп води не піднімається вище третього поверху (13 м) при атмосферному тиску. Спробуйте пояснити, чому дерева можуть вирости до 300 м, незважаючи на умови.

**Інформаційно-цифрова компетентність:** застосування інформаційно-комунікаційних технологій для створення, пошуку, обробки, обміну інформацією у професійній діяльності, публічному просторі та приватному спілкуванні (на основі знань про досягнення й напрями досліджень ензимології, значення біосинтезу білка для забезпечення функціонування усіх ланок метаболізму, використання таблиць, графіків, моделей, відеоматеріалів, 3D-анімацій, web-сайтів для кращого розуміння та засвоєння матеріалу).

### **Завдання для учнів**

1. Творча лабораторія. «Визначення інтенсивності фотосинтезу за кількістю накопиченої сухої речовини (метод листкових половинок)» на базі STEM – лабораторія МАН-Лаб.

2. Користуючись інтернет-ресурсами, ознайомтесь із поняттям «альтернативна енергетика» та проаналізуйте сучасні технології отримання біопалива.

3. Створення ефективного штучного фотосинтезу суттєво допомогло б людству отримати необхідні для харчування продукти «із сонячного світла». Які кроки вже зроблено на шляху до його створення й чи далеко до успіху?

4. Загальна площа лісового фонду України становить – 10,4 млн. га, із яких вкритих лісовою рослинністю – 9,6 млн. га. Використовуючи знання про сутність процесу фотосинтезу, створіть рекламу-презентацію на тему «Ліс – легені нашої планети» з метою збереження зелених насаджень.

**Спілкування державною (і рідною у разі відмінності) мовами:** усно і письмово висловлювати й розуміти поняття, думки, почуття, факти та погляди (через слухання, говоріння, читання, письмо, застосування мультимедійних засобів). Ця компетентність формується на кожному занятті зазначеної теми.

**Спілкування іноземними мовами:** критично оцінювати інформацію та використовувати її для різних потреб; здійснювати спілкування усно або письмово відповідно до поставлених завдань; обирати й застосовувати доцільні комунікативні стратегії відповідно до різних потреб.

1. Під час захисту проєктів ліцеїсти використовують англійську мову поряд із українською.

2. Робота з біологічними термінами, визначення їх значення та походження (матеріал, розміщений на сайті **discovery.4uth.gov.ua i subject.com.ua**, де зібрали колекцію з понад 100 слів).

### 3. Робота в групах.

**Завдання:** ознайомитися з латинськими крилатими висловлюваннями про здоровий спосіб життя, проаналізувати їх значення.

• «*Ad cogitandum et agendum homo natus est*» (людина народжується, щоб мислити та творити).

• «*Copia ciborum subtilitas animi impeditur*» (надмірна кількість їжі стримує гостроту розуму).

• «*Ductum sapienti sat*» (для розумного достатньо й одного слова).

• «*Errare humanum est, stultum est in errore perseverare*» (людині притаманно помилятися, але тільки дурень є наполегливим у своїх помилках).

**Математична компетентність:** застосовувати математичні (числові та геометричні) методи для вирішення прикладних завдань та проблем у різних сферах діяльності. Зазначена компетентність формується в процесі виконання учнями розрахунку основного обміну й власної добової витрати енергії, складання харчового раціону, розв'язування задач на тему «Енергетичний обмін», «Фотосинтез і хемосинтез», «Біосинтез білка».

#### **Завдання для учнів**

1. Є три види амінокислот – А, В, С. Скільки варіантів ланцюгів, що складаються з п'яти амінокислот, можна з них побудувати? Назвіть ці варіанти. Чи будуть ці ланцюги мати однакові властивості? Чому?

2. Активно працююча людина за добу витрачає до 20 тис. кДж енергії. Розрахуйте, скільки разів за добу має ресинтезуватися молекула АТФ, якщо відомо, що реально в організмі міститься приблизно 50 г АТФ (молекулярна маса АТФ 507,2 а.о.м.; вважати, що у разі розриву макроергічного зв'язку виділяється 40 кДж енергії).

3. Самостійно визначити добову норму споживання калорій за відомою і перевіреною формулою Міфлін-Сан Жеора або в онлайн-калькуляторах.

4. 1 га лісу може поглинути за 1 рік стільки вуглекислого газу, скільки його видихає за цей час 200 людей. У нашому селі проживає 980 жителів. Скільки необхідно зелених насаджень у нашому селищі?

**Ініціативність і підприємливість:** генерувати нові ідеї й ініціативи та втілювати їх у життя з метою підвищення власного соціального статусу та добробуту, розвитку суспільства й держави, уміння раціонально вести себе як споживач (на основі знань про ресурси, що потрібні для фото- і хемосинтезу, можливість вирощування рослин способами, альтернативними та традиційними).

#### **Завдання для учнів**

1. Як діяти у випадку нестачі вологи, щоб стимулювати інтенсивність фотосинтезу, тобто нормалізувати засвоєння CO<sub>2</sub>?

2. Гідропоніка може приносити як позитивні, так і негативні результати, усе залежить від людини та її цілей. Обґрунтуйте зазначене твердження.

3. Проаналізуйте, як вплине на продуктивність процесу фотосинтезу використання в теплицях кокосового ґрунту, як альтернативного субстрату.

4. Проаналізуйте еколого-соціоекономічні переваги вирощування енергетичних культур.

5. Ознайомтеся з теоретичними та практичними засадами процесу вирощування рослин для енергетичної біомаси <http://dspace.wunu.edu.ua/bitstream/>

**Соціальна та громадянська компетентності:** набуття форм поведінки, які потрібні для ефективної та конструктивної участі в громадському житті, у сім'ї, професійній діяльності. Уміння працювати в команді з метою досягнення спільного результату, попереджати й розв'язувати конфлікти, досягати компромісів (формуємо на навчальних заняттях у процесі виконання завдань ліцеїстами в групах).

#### **Завдання для роботи учнів в групах**

*Вправа «Дилема».* Більшість екологічних законів вдало узагальнив еколог Б. Коммонер, звівши їх до чотирьох: «Усе пов'язано з усім», «Природа «знає» краще», «Усе має кудись подітися» і «Ніщо не дається за дарма». Поміркуйте, який зв'язок між процесом фотосинтезу й законами екології. Чи впливає пересічний громадянин на процеси обміну речовин в організмі рослин?

#### *Вправа «Творча лабораторія»*

1. У поживне середовище тваринних клітин внесено розчин тиміну (Т) з радіоактивною міткою. У яких органідах клітин буде виявлено мічений тимін під час радіофотографії?

2. Синтез білків в умовах лабораторій і хімічних заводів – завдання дуже складне. За якими напрямками можна розв'язати ці проблеми?

Особливої уваги потребує формування предметної компетентності як основи профільного навчання старшокласників.

**Предметна біологічна компетентність включає такі складові: логіко-змістову, операційну, дослідницьку, пізнавальну компетентність.**

Плануючи навчальне заняття з біології, вибудовуємо логіку засвоєння навчального матеріалу таким чином, щоб він сприяв розвитку пізнавальних потреб, пізнавальної самостійності, інтересу до пошукової, дослідницької діяльності, формуванню теоретичного мислення ліцеїстів. Важлива умова, яку забезпечує учитель біології – це оволодіння учнями системою знань із предмета, розуміння багаторівневої структури живої природи її цілісності, усвідомлення закономірностей та взаємозв'язків, що існують у природі.

**Логіко-змістова компетентність** забезпечує правильність, оперативність і точність мислення, побудову логічного ланцюжка елементів цілого.

Сформована логіко-змістова компетентність полягає в тому, що учень визначає біологічні поняття та застосовує їх для пояснення біологічних явищ і процесів; класифікує біологічні об'єкти; прогнозує шляхи і тенденції розвитку біологічних систем, осмислює навчальний матеріал і виділяє в ньому головне; розуміє інтегруюче значення загальнобіологічних понять, володіє розвиненим логічним мисленням, аргументовано розмірковує, робить обґрунтовані висновки; формулює гіпотези; чітко висловлює свої думки; установлює загальні закономірності у функціонуванні, еволюції біологічних систем; використовує знання й набутий досвід логічного мислення для успішного вирішення життєвих проблем.

Багаторічний досвід нашої педагогічної діяльності та вивчення досвіду роботи вчителів біології дає можливість вибрати найбільш ефективні засоби формування компетентностей, а саме - планування системи різнорівневих навчальних завдань для засвоєння ліцеїстами змісту біологічної освіти, його окремих компонентів: знань про природу, оволодіння відомими способами діяльності з вивчення природи, досвіду творчої діяльності, емоційно-ціннісного досвіду.

Використання системи навчальних завдань спричиняє зміни механічного запам'ятовування навчального матеріалу на логічне, дозволяє окремі факти розглядати у взаємозв'язку й забезпечує формування системи знань. У процесі виконання завдання, учень сприймає закладений у ньому навчальний зміст, засвоює його та робить своїм надбанням. Разом із тим, опанування алгоритму виконання різнорівневих навчальних завдань сприяє формуванню здатності використовувати та трансформувати його для розв'язання проблем, що постають перед учнем у його повсякденному житті.

**Операційна компетентність** – це вміння розв'язувати типові біологічні задачі, вправи; використовувати на практиці алгоритми розв'язання типових задач; відтворювати контекст задач; розпізнавати та систематизувати типові задачі; використовувати різні інформаційні джерела для пошуку алгоритмів розв'язання типових задач (підручники, довідники); урахувавши спрямованість на продуктивне навчання біології у профільних класах – уміння створювати власний алгоритм розв'язання задач і вправ.

Навчальні завдання, що їх виконують учні з метою засвоєння компонентів змісту біологічної освіти, мають різний рівень складності.

Навчальний матеріал повинен бути предметом активних розумових та практичних дій, дозволяти залучати кожного учня до активного пізнавального пошуку, самостійного визначення мети навчальної діяльності, планування дії для її розв'язання та контролювання результатів. Провідними методами можуть бути самостійні роботи, дослідження із підвищеним рівнем

складності, виконання вправ творчого характеру, завдань на з'ясування причиново-наслідкових залежностей між фактами та явищами.

Щоб знання стали основою формування вмінь, необхідно навчити ліцеїстів застосовувати їх для виконання різнорівневих завдань, шукати умови й межі їх застосування, перетворювати, доповнювати, видозмінювати, знаходити нові зв'язки, розглядати в нових моделях і контекстах тощо.

Навчальні завдання можуть виступати ефективним засобом розвитку творчої самостійності учнів. Тому розв'язку завдань необхідно спеціально навчати. Готовність до процесу виконання визначається не тільки досягненням визначеної мети за алгоритмом дій, але й залучення особистісних дій, гіпотез, підходів до зазначеної діяльності. Завдання, що потребують активної, самостійної творчої діяльності, які приводять до «відкриття» нових знань та способів діяльності – це завдання творчого рівня. Поєднання репродуктивних дій із творчим пошуком використовується в якості орієнтиру для послідуєчого пошуку способів розв'язку навчальних завдань, які учень виявив для себе, перш ніж дійшов до відповідного способу правильної відповіді.

Виконання учнями навчальних завдань має знаходитись під постійним контролем учителя, що сприяє формуванню навичок творчої самостійності й свідомого засвоєння алгоритму творчої діяльності.

Сучасні новітні технології передбачають діяльнісний підхід до освітнього процесу, який спрямований на розвиток стійкого інтересу до вивчення біології, творчої діяльності, формування загально-навчальних і спеціальних умінь. Необхідно, щоб зміст навчального матеріалу передбачав розвиток творчого мислення, пізнавальної потреби, інтерес до пошуку шляхів пізнання, допитливості, вміння аналізувати, узагальнювати, самостійно робити висновки. Важливою специфікою методів навчання в класах природничого профілю є їхня розвивально-дослідницька функція, яка сприяє формуванню в учнів дослідницьких умінь.

**Дослідницька компетентність** – це володіння біологічними методами дослідження, використання знань на практиці, вміння формулювати цілі, проблему, гіпотезу дослідження, планувати, здійснювати експеримент, аналізувати його результати, робити висновки. У програмі для профільного рівня у цій темі з метою посилення діяльнісного підходу до навчання біології передбачено виконання практичних робіт.

Пізнавальна компетентність – це пізнавальні дії учнів, на основі яких формуються біологічні знання, що мають відповідати певним вимогам і бути науковими, глибокими, міцними, систематичними, різнобічними. Опанування цими знаннями дозволить учню вибудувувати траєкторію власного

життя та життя близьких, формувати власний погляд на процеси, що відбуваються в соціумі й стосуються навколишнього середовища, його охорони; життя людей, їх здоров'я; бути активним у прийнятті рішень, вступати в дискусію з питань ведення здорового способу життя, необхідності збереження біосфери, соціальної ролі біологічної науки в сучасному суспільстві.

**Пізнавальна компетентність** визначається такими критеріями: міцність і дієвість біологічних знань; уміння працювати з навчальною літературою; володіння біологічними поняттями, розуміння сутності основних біологічних теорій, законів; сформованість умінь розв'язувати проблеми; здатність до оцінного судження; уміння висувати, обґрунтовувати гіпотезу; уміння застосовувати знання для розв'язання практичних задач; уміння встановлювати причиново-наслідкові зв'язки; мотиваційно-творча активність; самостійність рішень, діяльності, мислення; обґрунтованість висновків; побудова власного алгоритму дій.

Пізнавальна компетентність формується на основі організаційних умінь учнів, які включають: готовність до уроку, увагу учнів на різних етапах уроку, інтерес до теми, ставлення до вчителя, культуру праці, мови, дискусії, коректність запитань учителю, самоконтроль, дисципліну.

Важливими факторами розвитку соціальної компетентності є створення відповідного психологічного фону занять та форми навчальної діяльності учнів. Ми прагнемо будувати навчальний процес у такий спосіб, щоб учні могли вільно виражати свої емоції, самостійно вибирати різнорівневі навчальні завдання, планувати шляхи та засоби їх розв'язання, використовувати набуті знання в новій ситуації. Удаємось до моделювання ситуацій та комунікативних завдання зі сфер соціального спілкування і взаємодії, що притаманні юнацькому віку. Це сприяє формуванню таких якостей особистості, як уміння працювати в команді (що включає традиційне поняття робочої етики), здатність спілкуватись: висловлювати й аргументовано відстоювати свій погляд, прислухатися до думки інших, бути толерантним. За таких умов оптимальними є форми навчальної діяльності: робота в групі та робота в парі.

**ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ ТЕМИ  
«ОБМІН РЕЧОВИН ТА ЕНЕРГІЇ»**

<b>Тема «Обмін речовин і енергії» (50 годин)</b>	
1.	<i>Лекція.</i> Органічні та неорганічні сполуки, необхідні для життєдіяльності організмів.
2.	Джерела енергії і речовин для організмів. Харчова та енергетична цінність продуктів харчування.
3.	<i>Семінар.</i> Потреба людини у речовинах і хімічних елементах.
4.	Перетворення речовин в організмі людини.
5.	<i>Семінар.</i> Ліпіди, вуглеводи, їх біологічна роль.
6.	Особливості будови й функціонування вуглеводів.
7.	<i>Семінар.</i> Білки, нуклеїнові кислоти, їх біологічна роль.
8.	Особливості будови й функціонування нуклеїнових кислот та білків.
9.	<i>Семінар.</i> Хімічні й фізичні основи метаболізму. Субстрати, умови, етапи метаболізму.
10.	Внутрішнє середовище організму та підтримання його сталості.
11.	<i>Лекція.</i> Транспорт речовин в клітині. Механізми та види транспорту.
12.	Транспортні системи рослин та тварин.
13.	<i>Семінар.</i> Транспорт речовин в клітині. Транспорт речовин у рослин. Провідна тканина.
14.	Апопластичний та симпластичний шлях транспорту води та мінеральних речовин. Механізми транспорту речовин по ксилемі та флоемі.
15.	<i>Семінар.</i> Транспорт речовин у тварин. Типи кровоносних систем. Транспортні функції крові.
16.	Основні транспортні білки крові: альбуміни та глобуліни. Гемоглобін.
17.	<i>Семінар.</i> Надходження газів до організмів тварин. Транспорт газів у тварин. Дихальні пігменти.
18.	Надходження газів до організмів рослин і грибів. Роль продихів.
19.	<i>Лекція.</i> Типи живлення організмів за джерелом енергії та джерелом Карбону. Основні функції травлення.
20.	Внутрішньоклітинне травлення. Формування первинних та вторинних лізосом. Гідролітичні ферменти. Залишкові тільця. Аутофагоцитоз і автоліз. Роль протеосом у розщепленні білків клітини.

21.	<i>Семінар.</i> Типи гетеротрофного живлення за механізмом поглинання і джерелом органічних речовин. Типи травлення у тварин. <b>П.р. 6.</b> Критичний аналіз реклами харчових продуктів та біодобавок.
22.	<i>Узагальнення.</i> Відкритість біологічних систем. Процеси і результати обміну речовин у живих системах із погляду термодинаміки. <b>Контрольна робота. Тематична.</b>
23.	<i>Лекція.</i> Ферменти. Особливості ферментативного каталізу.
24.	Коферменти, способи регуляція активності ферментів.
25.	<i>Семінар.</i> Ферменти. Особливості ферментативного каталізу.
26.	Типи метаболічних шляхів клітини. Регуляція метаболічних шляхів.
27.	<i>Лекція.</i> Анаеробне та аеробне дихання. Гліколіз. Принцип субстратного фосфорилування. Окисне фосфорилування.
28.	Цикл трикарбонових кислот. Окисне фосфорилування.
29.	<i>Семінар.</i> Гліколіз. Принцип субстратного фосфорилування. Молочнокисле та спиртове бродіння. Енергетичний баланс гліколізу.
30.	Робота дихального ланцюга. Створення протонного градієнту і його використання АТФ-синтазою. Енергетичний баланс аеробного окиснення глюкози та його порівняння з енергетичним балансом гліколізу.
31.	<i>Семінар</i> Катаболізм амінокислот, жирних кислот. Утворення сечовини і сечової кислоти при розщепленні нітрогеновмісних основ нуклеотидів.
32.	<b>П.р. 7.</b> Розв'язування задач на тему «Енергетичний обмін».
33.	<i>Лекція</i> Фотосинтез. Світлова фаза фотосинтезу.
34.	Темнова фаза фотосинтезу.
35.	<i>Семінар.</i> Світлова фаза фотосинтезу. Темнова фаза фотосинтезу.
36.	Особливості фотосинтезу у прокариотів. Планетарне значення фотосинтезу.
37.	<i>Семінар.</i> Загальні риси процесу хемосинтезу. Групи хемосинтезуючих організмів. Етапи хемосинтезу. Біосинтез ліпідів та жирних кислот.
38.	<b>П.р. 8.</b> Розв'язування задач на тему «Фотосинтез і хемосинтез».
39.	<i>Лекція</i> Поняття про матричні синтези. Етапи біосинтезу білка.
40.	Генетичний код. Трансляція: етапи, механізми.
41.	<i>Семінар</i> Транскрипція: етапи, механізми, ферменти. Процесинг мРНК. Альтернативний сплайсинг.

42.	Транскрипція тРНК і рРНК.
43.	<i>Семінар</i> Пластичний обмін у клітині. Особливості трансляції мембранних і секреторних білків. Фолдінг білка. Роль шаперонів. Посттрансляційна модифікація білків.
44.	<b>Пр. 9.</b> Розв'язування задач на тему «Біосинтез білка».
45.	<i>Лекція.</i> Процес виділення в живих організмах. Продукти виділення.
46.	Основні функції екскреції та осморегуляції
47.	<i>Семінар.</i> Основні функції екскреції та осморегуляції. Продукти виділення.
48.	Способи виділення продуктів метаболізму клітиною: мембранний транспорт, екзоцитоз. Різноманітність органів виділення багатоклітинних тварин, їх будова і функції.
49.	<i>Семінар.</i> Виділення води рослиною. Гутація. Транспірація. Екскреція шкідливих речовин у рослин.
50.	<b>Узагальнення.</b> Відкритість біологічних систем. Процеси і результати обміну речовин у живих системах із погляду термодинаміки. Метаболічна інженерія. <b>Контрольна робота. Тематична</b>

**РЕАЛІЗАЦІЯ КОМПЕТЕНТНІСНОГО  
ПІДХОДУ НА УРОКАХ БІОЛОГІЇ  
(на прикладі вивчення теми  
«Обмін речовин»)**

## ПЛАН-КОНСПЕКТ УРОКУ

### «Хімічні й фізичні основи метаболізму. Субстрати, умови, етапи метаболізму. Внутрішнє середовище організму та підтримання його сталості»

#### Мета:

- продовжувати формувати поняття про біологічні системи та їх властивості;
- проаналізувати особливості процесів метаболізму, їх значення для забезпечення життєдіяльності організмів;
- охарактеризувати основні процеси асиміляція й дисиміляція, як різні боки єдиного процесу обміну речовин і перетворення енергії в живих системах;
- пояснити значення гомеостазу як системи скоординованих реакцій, спрямованих на підтримання внутрішнього середовища організму;
- розвивати вміння встановлювати взаємозв'язки та взаємозалежності між процесами, що відбуваються в біологічних системах;
- виховувати мотивацію до виконання дослідної роботи, зацікавленість до перебігу біохімічних процесів, які відбуваються в клітинах та організмі.

**Тип уроку:** засвоєння нових знань

**Вид уроку:** вступна лекція

#### Перебіг уроку

##### I. Актуалізація чуттєвого досвіду та опорних знань, уявлень.

*Приєм «Інтелектуальна розминка».*

Пригадайте, що розуміють під терміном «система».

Системи можуть бути закритими й відкритими, простими й складними, неживими й живими. Зазначте головну відмінність між закритими й відкритими системами. У чому ж головна відмінність між неживою й живою системами? Які три найголовніші властивості характерні для живих систем?

Отже, функціонування біологічних систем можливе лише за умови надходження із зовнішнього середовища інформації, поживних речовин та виведення назовні продуктів обміну.

Поміркуйте, на яких рівнях організації біологічних систем відбувається процеси обміну.

Які види енергії здатні отримувати й перетворювати живі системи?

Які є способи отримання енергії живими організмами?

##### II. Мотивація навчальної діяльності учнів.

*Приєм «Цікавинка».* Учені підраховали: щосекунди, щохвилини використовуються речовини, із яких утворені наші клітини. Хімічні перетворення відбуваються в такий спосіб, що внутрішнє середовище кожної живої

клітини залишається сталим, незважаючи на те, що речовини, які входять до її складу, постійно замінюються.

З'ясувати вченим процеси перетворення поживних речовин в організмі допомогли мічені атоми, які стали «розвідниками» таємниць природи.

Професор О. Л. Мясніков підрахував кількість змін, що відбуваються протягом доби в організмі людини масою 70 кг. Це такий перелік змін: розщеплюються 125 г білків, 70 г жирів, 450 г вуглеводів із виділенням 12 600 кДж. При цьому використовується 460 л кисню і виділяється 403 л вуглекислого газу. Можливо, і серед вас є майбутні вчені? Але спочатку необхідно засвоїти певні знання.

### **III. Повідомлення теми, мети, завдань уроку.**

#### **План лекції**

1. Процеси обміну в живих системах.
2. Значення речовин, енергії та інформації для біосистем.
3. Форми існування енергії в біологічних системах.
4. Загальні закономірності обміну речовин.
5. Процеси метаболізму, що проходять в клітині.
6. Внутрішнє середовище. Гомеостаз.

### **IV. Сприймання та засвоєння нового навчального матеріалу.**

#### **1. Процеси обміну в живих системах**

Саморегуляція, самооновлення, самовідтворення – головні ознаки живих систем. На яких рівнях організації відбуваються зазначені процеси?

Біологічні системи є складними системами різного рівня організації. Їм необхідно постійно забезпечуватися речовинами й енергією, в іншому випадку в них з часом порушується високий рівень організації, що призведе до загибелі. Системи, які постійно отримують матерію й енергію ззовні, називаються відкритими системами. Одночасно назовні повинні виводитися продукти життєдіяльності, шкідливі метаболіти й теплота. Обмін речовин та енергії підтримує сталість молекулярного складу, організації й енергетичного потенціалу організму, що забезпечує метаболізм і різноманітні функції.

Отже, обмін речовин і перетворення енергії характерні для всіх біосистем і відбуваються на всіх рівнях їхньої організації. Наведіть приклади.

На молекулярному рівні в обміні речовин беруть участь біоелементи, біонеорганічні та біоорганічні речовини, у клітинах обмін речовин та енергії здійснюється за участі ферментів, в організмі відбуваються процеси взаємоперетворення речовин. У екосистемах і біосфері обмін речовин й енергії називають біологічним кругообігом.

У загальному потоці речовин, енергії та інформації, що пронизує та об'єднує усі біологічні системи виокремлюють три етапи:

- 1 – надходження речовин та енергії в біосистеми;
- 2 – внутрішньо-системні перетворення речовин та енергії;
- 3 – видалення речовин та енергії із біосистеми.

Наприклад, у клітинах рослин сонячне світло потрапляє на хлорофіл, перетворюється в енергію хімічних зв'язків АТФ і глюкози, а кисень, що утворюється як кінцевий продукт, виділяється в атмосферу.

Перетворення речовин в організмі неможливе без відповідних перетворень енергії. У процесі життєдіяльності організми поглинають із довкілля енергію в певних формах, а повертають її туди вже в іншій формі.

Яке значення речовин, енергії та інформації для біосистем?

## **2. Значення речовин, енергії та інформації для біосистем.**

**Речовина.** Кожна речовина має свої специфічні властивості, тобто ознаки, за якими можна відрізнити її від інших речовин. Розрізняють фізичні й хімічні властивості речовин, що визначають хімічні й фізичні процеси, які відбуваються в біосистемах. Речовини надходять до біосистем й беруть участь у пластичних й енергетичних перетвореннях. Пластична функція речовин полягає в утворенні власних речовин, тканин, органів живого. Енергетичні перетворення речовин пов'язані з утворенням або руйнуванням їхніх хімічних зв'язків.

**Енергія.** Для створення й підтримки впорядкованості клітинних систем, а також для їх функціонування потрібна енергія. Поняття енергії пов'язує воедино всі явища природи. Ніяке фізичне явище або хімічна реакція не можуть бути здійснені без витрати енергії в тій чи іншій формі. Найбільш відомі форми енергії - тепла, світлова, електрична, механічна і хімічна. Різні форми енергії при фізико-хімічних процесах можуть перетворюватися один в одного, але при будь-якому процесі переходу сумарна енергія зберігається.

**Інформація.** Для біологічних систем виокремлюють такі види інформації, як зовнішня й внутрішня, фізична (світлова, звукова, механічна, гравітаційна, тепла) й хімічна (нюхова, смакова). Так, зовнішня інформація про навколишнє середовище сприймається фото-, хемо-, термо-, механорецепторними молекулами чи клітинами, внутрішня генетична інформація записана на ДНК. Завдяки зовнішній інформації здійснюється подразливість живого, а генетична інформація забезпечує індивідуальний розвиток та зв'язок поколінь у часі.

***Отже, триєдиний потік речовини, енергії та інформації виконує провідну інтегративну роль для самоорганізації та цілісності біологічних систем.***

### **3. Форми існування енергії в біологічних системах.**

*Прийом «Власний досвід».* У яких формах у живі організми надходить енергія з довкілля? Які форми енергії характерні для біологічних систем? Наведіть приклади, чи може одна форма переходити в іншу? Свою думку обґрунтуйте. Яка форма енергії є найбільш зручною? Що є основним джерелом енергії для більшості біологічних систем?

У біологічних системах енергія існує в різних формах, які можуть перетворюватись одна на одну. Біологічні системи здатні отримувати світлову (енергія Сонця) або хімічну (енергія речовин) енергію ззовні, перетворювати її на різні види (механічну енергію руху, електричну енергію збудження, теплову енергію для терморегуляції тощо).

Основне джерело енергії для переважної більшості живих організмів – Сонце. У автотрофних організмів зовнішня енергія поглинається хлорофілом (бактеріохлорофілом), який перетворює енергію електромагнітного випромінювання Сонця на енергію хімічних зв'язків АТФ.

У гетеротрофних організмів хімічна енергія поживних речовин перетворюється у мітохондріях у процесах клітинного дихання на енергію макроергічних зав'язків АТФ.

У автотрофних й гетеротрофних організмів внутрішньоклітинні перетворення енергії АТФ на різні форми енергії (електричну, світлову, теплову, механічну).

АТФ – єдине й універсальне джерело енергії в клітині. Хімічна енергія АТФ вивільнюється й використовується організмом для забезпечення різних процесів, що відбуваються, із витратою енергії.

Енергія витрачається на здійснення біологічних процесів:

- хімічна енергія (синтезу органічних сполук);
- механічна енергія (скорочення м'язів, руху мікроорганізмів, одноклітинних організмів);
- електрична енергія (проходження нервового імпульсу по нервовому волокну);
- осмотична енергія (енергія для пересування молекул проти градієнта концентрації);
- теплова енергія (підтримання сталої температури тіла);
- світлова енергія (перетворення енергії хімічних зав'язків органічних сполук на енергію свічення деяких мікроорганізмів, комах, глибоководних риб тощо).

**Висновок.** Для живих організмів Землі основним джерелом енергії є сонячне світло, завдяки якому прямо чи опосередковано задовольняються їхні енергетичні потреби.

#### **4. Загальні закономірності обміну речовин.**

*Прийом «Знаю більше».* Новонароджена дитина має близько 2 трильйонів клітин, доросла людина – більше як 60-100 трильйонів клітин. Яка основна властивість організму забезпечує життєдіяльність клітин?

Обмін речовин в організмі людини та вищих тварин відбувається у кілька послідовних стадій:

- надходження поживних речовин (білків, ліпідів, вуглеводів тощо), вітамінів, мінеральних сполук, води до організму в складі продуктів харчування;
- перетворення поживних сполук (білків, полісахаридів, жирів) у травному каналі на прості сполуки (амінокислоти, моносахариди, жирні кислоти, гліцерин), що здатні всмоктуватися епітелієм слизової оболонки шлунка та кишечника;
- транспорт простих сполук кров'ю та лімфою, надходження їх через мембрани судин до певних органів і тканин (печінки, м'язів, головного мозку, нирок, жирової тканини тощо);
- внутрішньоклітинний метаболізм (проміжний обмін або власне метаболізм у вузькому значенні);
- виділення (екскреція) з організму через нирки, легені, шкіру, кишечник кінцевих продуктів обміну речовин (діоксиду карбону, амоніаку, сечовини, води, продуктів кон'югації деяких органічних молекул та продуктів їх окиснення).

Реакції внутрішньоклітинного метаболізму включають такі біохімічні перетворення:

а) розщеплення органічних молекул (глюкози, жирних кислот, амінокислот, гліцерину) до кінцевих продуктів проміжного обміну (діоксиду карбону, води, амоніаку) з вивільненням хімічної енергії та акумуляцією її у формі АТФ.

Сукупність процесів розщеплення молекул з вивільненням енергії отримала назву катаболізму.

б) синтез специфічних, генетично притаманних організму біомолекул: білків, нуклеїнових кислот, полісахаридів, ліпідів, які необхідні для створення власних клітинних біоструктур.

Ці процеси отримали назву анаболізму та потребують використання енергії у формі АТФ.

в) використання енергії АТФ для забезпечення процесів життєдіяльності: м'язового скорочення, діяльності елементів цитоскелету, війок і джгутиків, екзо- та ендоцитозу, активного транспорту речовин.

Процеси перетворення одних біомолекул на інші, що каталізуються ферментами, складають *метаболічні шляхи*.

Метаболічні шляхи поділяються на:

**катаболічні**, які становлять у сукупності реакції розщеплення біоорганічних речовин, що надходять із зовнішнього середовища й складають структуру клітин та тканин організму;

**анаболічні**, які становлять у сукупності реакції синтезу складних біоорганічних сполук та забезпечують функціонування клітин та тканин організму.

### **5. Процеси метаболізму, що проходять в клітині**

В організмах одночасно відбуваються процеси двох типів. Процеси поглинання з довкілля, засвоєння й накопичення речовин, які використовуються для синтезу необхідних для організму сполук, називають асиміляцією (від лат. *асимілятіо* – уподібнення, ототожнення). Сукупність реакцій синтезу, які забезпечують розвиток клітин та організмів, поновлення їхнього хімічного складу, називають пластичним обміном (від грец. *пластос* – створений). На здійснення цих процесів витрачається певна кількість енергії.

Одночасно з утворенням сполук в організмі відбувається і розщеплення певних речовин – процеси дисиміляції (від лат. *дис* – префікс, що означає заперечення, і *асимілятіо* – уподібнення, ототожнення). Перетворення речовин в організмі неможливе без відповідних перетворень енергії. У процесі життєдіяльності організми поглинають із довкілля енергію в певних формах, а повертають її туди вже в іншій формі. Сукупність реакцій розщеплення складних сполук в організмі, що супроводжуються виділенням енергії, називають енергетичним обміном.

Процеси асиміляції не завжди врівноважені з процесами дисиміляції. Так, в організмах, які розвиваються, переважають процеси асиміляції, завдяки чому забезпечується накопичення необхідних сполук та ріст організмів. Під час інтенсивної фізичної роботи, у разі нестачі поживних речовин або при старінні, переважають процеси дисиміляції. Якщо в першому випадку втрати маси й енергії не будуть компенсовані посиленням харчуванням, то організм поступово виснажується, що, зрештою, призводить до його загибелі.

**Висновок.** Асиміляція і дисиміляція – це різні боки єдиного процесу обміну речовин і перетворення енергії в живих організмах. Завдяки процесам обміну речовин підтримується гомеостаз.

### **6. Внутрішнє середовище. Гомеостаз.**

Уперше гомеостаз в організмі як процес, що забезпечує постійність біологічних рідин, розглянув К. Бернар у середині XIX ст. Сам термін *гомеостаз* запропонував американський фізіолог Уолтер Бредфорд Кеннон лише у 1929 році.

Внутрішнє середовище організму – це сукупність рідин (кров, тканинна рідина, лімфа та рідина цитоплазми) із відносною сталістю й динамічністю

складу та властивостей, яка забезпечує оптимальну життєдіяльність усіх клітин організму. (Об'єм цитоплазми в організмі дорослої людини складає близько 30 л, міжклітинної рідини – близько 10 л, а крові й лімфи – 4-5 л.)

До складових частин внутрішнього середовища клітини відносять внутрішньоклітинну рідину цитоплазми, оскільки вона є безпосереднім середовищем, у якому відбуваються основні реакції обміну речовин. Особливостями внутрішнього середовища є рідкий стан, відносна сталість і динамічність складу та властивостей. Більшість клітин організму людини функціонує в рідкому середовищі.

Клод Бернар, вивчаючи роль крові й лімфи як рідин організму, дійшов висновку про те, що постійність складу внутрішнього середовища є необхідна умова нормальної життєдіяльності клітин.

**Гомеостаз** – відносна сталість складу та властивостей внутрішнього середовища біологічних систем різних рівнів організації. Гомеостаз внутрішнього середовища забезпечує повноцінний обмін речовин у клітинах, оптимальну життєдіяльність усіх клітин організму, його тканин і органів, що, у свою чергу, зумовлює широкі можливості пристосування до різних умов навколишнього середовища.

Отже, **гомеостаз** – це система скоординованих реакцій, спрямованих на забезпечення, підтримання або відновлення сталості внутрішнього середовища організму.

#### **V. Узагальнення основних понять теми.**

*Приєм «Головні слова».* Відбір ключових слів із вивченого питання.

*Приєм «П'ять речень».* Учні формують висновки з вивченої теми з обмеженою кількістю речень

Завдяки процесам обміну речовин та перетворенню енергії забезпечується підтримання гомеостазу у разі змін умов навколишнього середовища. Підтримання гомеостазу – необхідна умова нормального функціонування будь-якої біологічної системи.

**VI. Домашнє завдання.** Завдання для самостійної роботи: складіть порівняльну таблицю

Ознаки для порівняння	Асиміляція	Дисиміляція
Характеристика процесу		
Початкові продукти		
Кінцеві продукти		
Енергія		
Значення		

## ПЛАН-КОНСПЕКТ УРОКУ

### «Анаеробне та аеробне дихання. Гліколіз. Цикл трикарбонових кислот. Принцип субстратного фосфорилування. Окисне фосфорилування»

#### Мета:

- продовжити формувати поняття про біологічні системи та їх властивості;
- поглибити знання учнів про метаболізм як про єдність двох протилежних процесів: пластичного та енергетичного обмінів;
- проаналізувати етапи енергетичного обміну;
- розвивати вміння встановлювати взаємозв'язки та взаємозалежності між структурними компонентами та функціями які вони виконують;
- формувати в учнів розуміння того, що всі живі системи пов'язані між собою за допомогою обміну речовин та енергії;
- розвивати увагу, логічне мислення, пам'ять.

**Тип уроку:** засвоєння нових знань

**Вид уроку:** лекція

#### Перебіг уроку

##### I. Мотивація навчальної діяльності учнів

*Вправа «Мозковий штурм»*

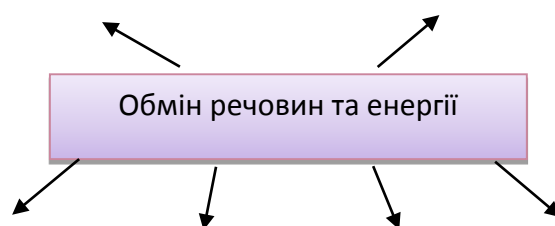
Що таке біологічна система? Наведіть приклади.

Пригадайте загальну властивість живих систем.

Що таке метаболізм?

З яких процесів складається обмін речовин?

*Вправа «Асоціативний куц».* Доповніть схему



Існування живих організмів можливе лише завдяки надходженню з довкілля поживних речовин, їхнього перетворення та виведення з організму продуктів життєдіяльності.

*Метод «Прес».* У клітинах вищих організмів існують спеціалізовані «заводи» з виробництва АТФ, де проходить цикл Кребса та процеси на електронно-транспортному ланцюгу. Природна сировина потрапляє до них у підготовленому вигляді. Її попередня обробка (розкладання великих молекул на окремі блоки та гліколіз) відбувається поза цими «заводами» – у

цитоплазмі клітини. Сформууйте свою думку про функції та назву відносно спеціалізованих «заводів» клітини, наведіть вагомі аргументи. У якому процесі беруть участь зазначені органели.

## II. Повідомлення теми, мети й завдань уроку

### План

1. Типи дихання.
2. Етапи енергетичного обміну.
  - А) Підготовчий етап.
  - Б) Безкисневий етап (гліколіз).
  - В) Кисневий етап.

## III. Сприймання та засвоєння навчального матеріалу

Навіщо, на вашу думку, потрібні процеси дихання?

Чи всі живі організми дихають?

Які типи дихання вам відомі?

Поміркуйте, чим відрізняються поняття «газообмін» та «внутрішнє дихання»?

*Прийом «Власне припущення»*

Чому мітохондрії називають не тільки енергетичними, але й дихальними станціями клітини?

### 1. Типи дихання.

Диханням називають процес окиснення органічних речовин, що приводить до виділення хімічної енергії. Якщо процес відбувається на рівні клітини – називають клітинним диханням (рис.1.).

*Працюємо з опорним конспектом (схему заносимо до робочого зошиту).*

Отже, окиснення органічних речовин, що відбувається в клітині й супроводжується виділенням хімічної енергії, називають *внутрішнім, тканинним або клітинним* диханням. Якщо для цього використовується кисень, то таке дихання називають *аеробним*, якщо відбувається в безкисневому середовищі – *анаеробне*. Рис.1. Дихання.



Як ви вважаєте, який тип дихання був першим з погляду еволюції? Чому для перших організмів було характерне аеробне дихання?

Процес дихання цитологи розглядають на молекулярному рівні, тобто цікавляться механізмами процесів використання кисню та утворення вуглекислого газу в клітинах.

## 2. Етапи енергетичного обміну.

Нормальне існування живих організмів на будь якому рівні організації, разом з тим, і на клітинному, можливе за умови постійного перетворення енергії. Процес енергетичного обміну поділяється на три послідовні етапи: підготовчий, безкисневий, кисневий – рис. 2.

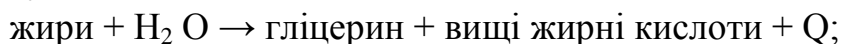
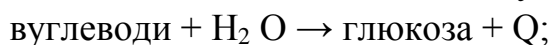
(Загальну схему заносимо до робочого зошита під час розповіді вчителя).



Рис. 2. Загальна характеристика процесу дихання

### *1. Підготовчий етап.*

Субстратами для дихання є органічні сполуки: вуглеводи, жири та білки. На цьому етапі макромолекули субстратів розпадаються на дрібні молекули: з крохмалю, глікогену утворюється глюкоза; з жиру – гліцерин і жирні кислоти, з білків – амінокислоти, з нуклеїнових кислот – нуклеотиди.



Однак більшість клітин використовує насамперед вуглеводи. Полісахариди включаються у процес дихання лише після того, як відбувається їх гідроліз до моносахаридів. Жири – це «перший резерв» використання організмами під час розщеплення. Оскільки білки в клітинах виконують багато життєвоважливих функцій, то вони використовуються для дихання лише після того, як вичерпуються запаси вуглеводів і жирів, наприклад, у випадку тривалого голодування.

Розпад речовин на цьому етапі супроводжується незначним енергетичним ефектом. Енергія, вивільнена під час цих реакцій, розсіюється у вигляді тепла.

Біологічний сенс реакцій підготовчого етапу полягає в підготовці речовин до подальших перетворень, а не в добуванні енергії (у більшості тварин реакції цього типу відбуваються поза клітинами під дією травних ферментів).

Якщо б глюкоза одразу вступала в реакції з киснем, то миттєво виділилося б понад 2850 к Дж. Але це була б безглузда трата енергії, оскільки вона не запасалася б у вигляді АТФ, а розсіювалася у вигляді тепла. Тому в організмах аеробів шлях від глюкози до вуглекислого газу тривалий і здійснюється через ряд поступових хімічних перетворень. Мета цих перетворень – виділення енергії, що міститься в глюкозі, невеликими частинами та накопиченнями її в молекулах АТФ.

**II. Безкисневий етап.** Другий етап енергетичного обміну називається неповним (або безкисневим, анаеробним, гліколізом).

Речовини, які утворилися на підготовчому етапі (глюкоза, амінокислоти тощо), розпадаються далі. Це – тривалий, складний, багатоступінчастий процес. Він складається з низки ферментативних реакцій, що відбуваються одна за одною. Кожна реакція каталізується особливим ферментом, оскільки дія ферментів строго специфічна. Ферменти, які беруть участь у цьому процесі, розміщуються на внутрішньоклітинних мембранах правильними рядами. Речовина, потрапивши на перший фермент цього ряду, пересувається, як на конвеєрі, на другий фермент, на третій тощо. Це забезпечує чіткий і швидкий перебіг процесу.

Процес гліколізу відбувається в клітинах тварин, молочнокислих бактеріях, а також деяких грибах.

Розглянемо його на прикладі анаеробного розщеплення глюкози, яке має спеціальну назву гліколізу. *Працюємо з опорним конспектом* (рис. 3).

Гліколіз складається з 13-ти послідовних ферментативних реакцій розщеплення молекули глюкози на дві тривуглицеві сполуки піровиноградної кислоти (ПВК). У процесі гліколізу кисень не бере участі, тому його називають безкисневим розщепленням.

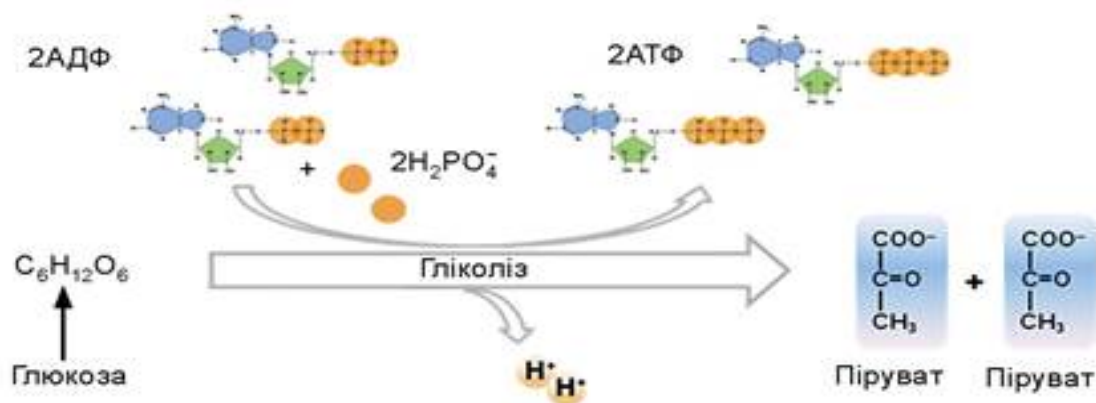
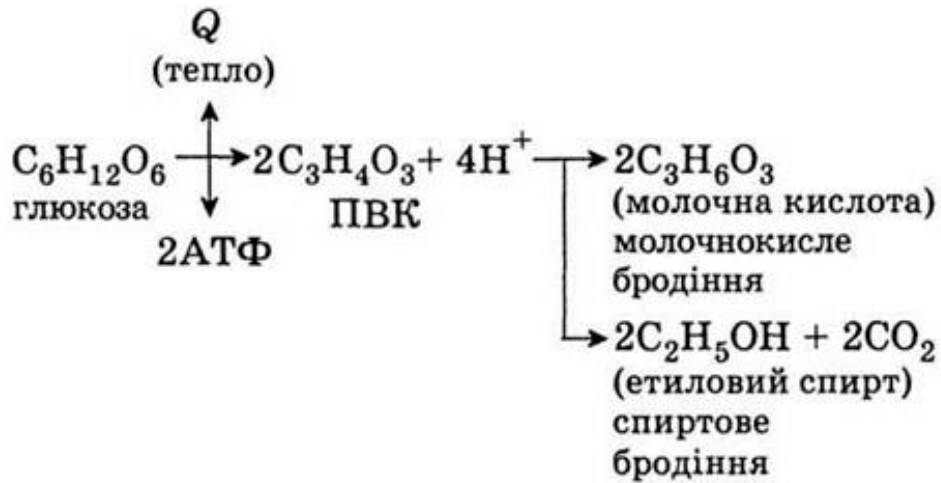
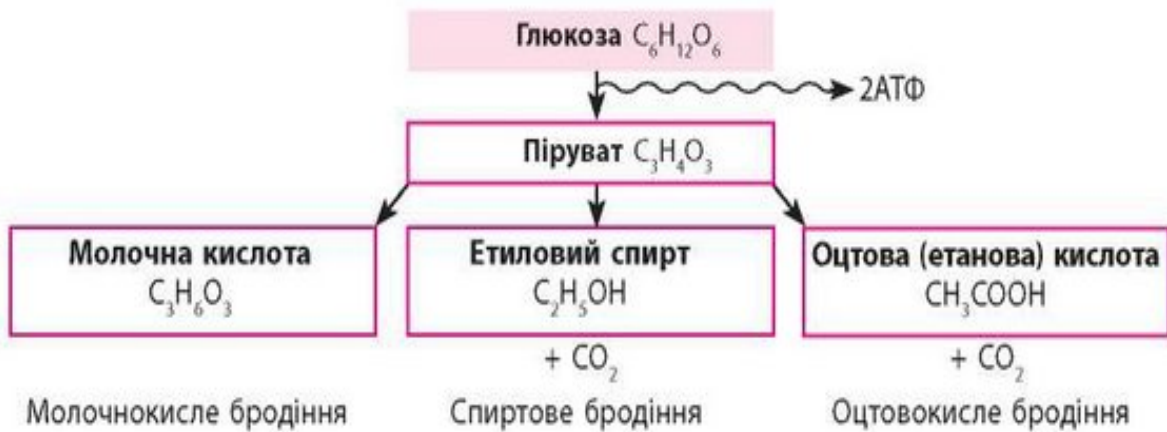


Рис. 3. Гліколіз





Кінцевими продуктами бродіння можуть бути різноманітними, що залежить від субстрату, який окислюється, та ферментативного складу цитозолу. Залежно від кінцевих продуктів виділяють молочнокисле, спиртове, маслянокисле, метанове. Більшість із цих видів бродіння відбувається шляхом гліколізу, проходячи етап утворення ПВК.



Мал. 14.3. Типи бродіння

Рис. 5. Типи бродіння

Слід зазначити, що в клітині розщеплюється не тільки глюкоза, а й жирні кислоти, амінокислоти та інші органічні сполуки. Одним із кінцевих продуктів, під час їх анаеробного розкладу, як і під час гліколізу, є піровиноградна кислота. На стадії утворення цієї речовини відбувається «поєднання» обміну вуглеводів, жирів і білків. Потоки піровиноградної кислоти, які надходять внаслідок анаеробного розпаду вуглеводів, білків і жирів, сполучаються разом і утворюють у клітині єдиний фонд піровиноградної кислоти, яка й піддається подальшому розщепленню.

**Значення процесу.** У процесі гліколізу вивільняється приблизно 7% усієї енергії, яка міститься в глюкозі. Отже, гліколіз – процес енергетично не

дуже вигідний, оскільки переважна більшість енергії залишається локалізованою в молочній кислоті. Саме тому в процесі еволюції більшість організмів перейшли до аеробного дихання як більш продуктивного.

Незважаючи на відносно низьку ефективність, гліколіз має важливе фізіологічне значення. Завдяки цьому процесу організми можуть отримувати енергію за умов нестачі кисню, а його кінцеві продукти (піровиноградна і молочна кислоти) зазнають подальших ферментативних перетворень за наявності кисню. Проміжні продукти гліколізу використовуються для синтезу різних сполук.

**III. Кисневий етап.** Третій етап енергетичного обміну називають повним розщепленням. Піровиноградна кислота, яка утворюється в результаті анаеробного розщеплення вуглеводів, жирів і білків, окиснюється до  $\text{CO}_2$  і  $\text{H}_2\text{O}$ . Кисневий етап складається з трьох послідовних стадій: декарбоксілювання ПВК, циклу Кребса, електронно-транспортного ланцюга (ЕТЛ).

*Метод «Навчаючись учись». Працюємо з опорним конспектом (рис. 6).*

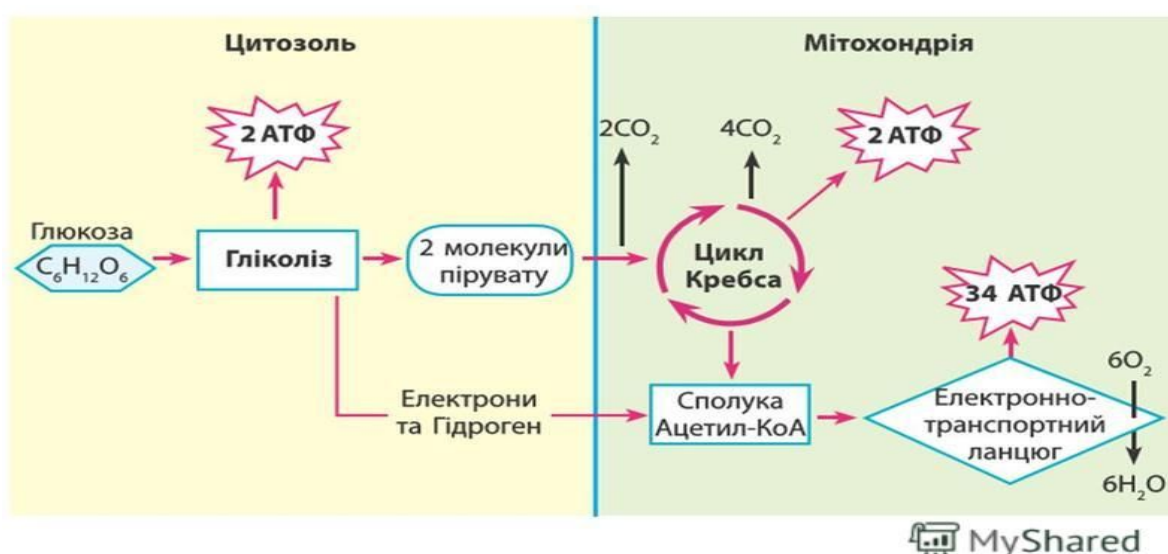


Рис. 6. Енергетичний обмін

### III.1. Декарбоксілювання ПВК

Продукт розщеплення глюкози – ПВК потрапляє до мітохондрій і взаємодіє з речовинної – коферментом А (скорочено КоА). При цьому відщеплюється молекула вуглекислого газу, яка виводиться з організму, та утворюється двовуглецева молекула ацетил-кофермент А (ацетилКоА) і  $\text{НАДФ}\cdot\text{H}_2$  в результаті приєднання  $2\text{H}$  до  $\text{НАДФ}$ . Ацетил-кофермент А прямує безпосередньо в цикл Кребса.

Сумарне рівняння окислювального декарбоксілювання пірувату:



### III.2. Цикл Кребса (цикл лимонної кислоти, цикл трикарбонових кислот).

Послідовність реакцій цього циклу встановив англійський біохімік Ганс Кребс, який у 1953 р. був удостоєний Нобелівської премії.

Цикл проходить в матриці мітохондрій після утворення молекули ацетил-КоА, де розміщені необхідні ферменти. Сутність циклу полягає в подальшому розщепленні речовин та перетворенні їх на вуглекислий газ. Основною умовою етапу є надходження в клітину достатньої кількості кисню.

*Метод «Навчаючись учусь». Працюємо з опорним конспектом (рис.7).* Цикл починається із взаємодії двовуглецевої молекули ацетил – КоА (C<sub>2</sub>) з чотиривуглецевою (C<sub>4</sub>) щавлевоцтовою кислотою, що призводить до утворення шестивуглецевої (C<sub>6</sub>) молекули лимонної кислоти. У результаті подальшого багатоступеневого перетворення три- та дикарбонових кислот відбувається регенерація оксалоацетату (C<sub>4</sub>) та виділяються дві молекули двоокису вуглецю (CO<sub>2</sub>) з утворенням атомів водню, які використовуються для відновлення первинних акцепторів дихального ланцюга мітохондрій.

Поступовість кисневого розщеплення й виділення енергії надзвичайно важливі для акумулювання енергії в АТФ. У цьому процесі беруть також участь фосфатна кислота й АДФ.

Унаслідок кожного циклу Кребса утворюється одна молекула АТФ. Але головним результатом реакцій цього циклу є відщеплення від органічних кислот атомів Гідрогену, які передаються до сполук – акцепторів Гідрогену.

Найважливішим із них є речовина НАД. Приєднання атому Гідрогену переводить її у відновлену форму НАДН•Н<sup>+</sup>( НАД – кофермент). Він є в усіх живих клітинах: входить до складу ферментів, які каталізують окисно-відновні реакції. Кофермент

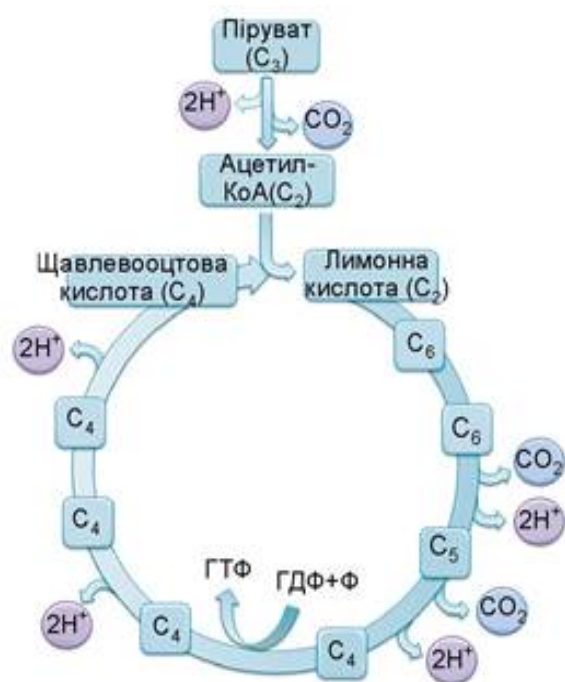


Рис.7. Цикл Кребса

виконує функцію переносника електронів та атома Гідрогену, які приймає від сполук, що окиснюються. Відновлена форма (НАДН•Н<sup>+</sup>) здатна переносити їх на інші сполуки.

### III.3. Перенесення протонів і електронів по дихальному ланцюгу ферментів.

Дихальний ланцюг, або ланцюг перенесення електронів, розміщений у внутрішній мембрані мітохондрій (рис 8).

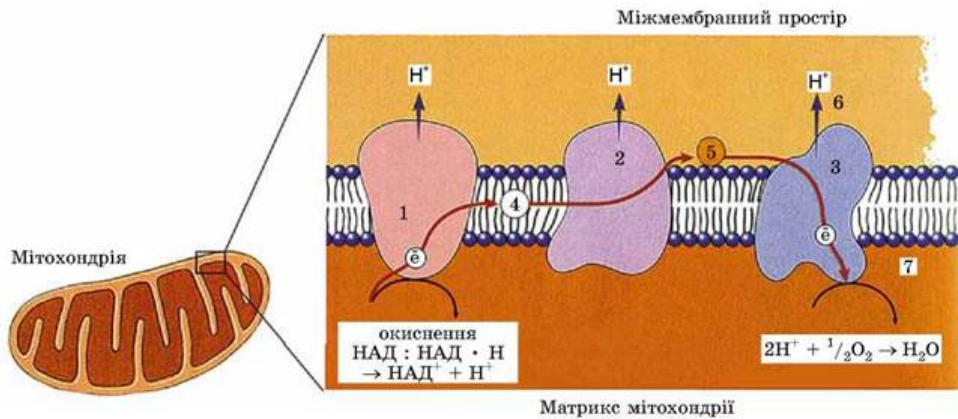


Рис. 8. Електронно-транспортний ланцюг

Електронно-транспортний ланцюг складається з послідовності білків (8.1; 8.2; 8.3), які мають здатність здійснювати реакції окислення та відновлення.

Дихальний ланцюг починається з окиснення НАДН • Н<sup>+</sup> (головного продукту циклу Кребса) до НАД<sup>+</sup>, Н<sup>+</sup> та двох електронів. За допомогою послідовного ряду переносників електрони транспортуються на молекулу кисню в матриксі мітохондрій (рис.9). При цьому утворюється молекула води:  $4\text{H}^+ + 4\text{e}^- + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$ .

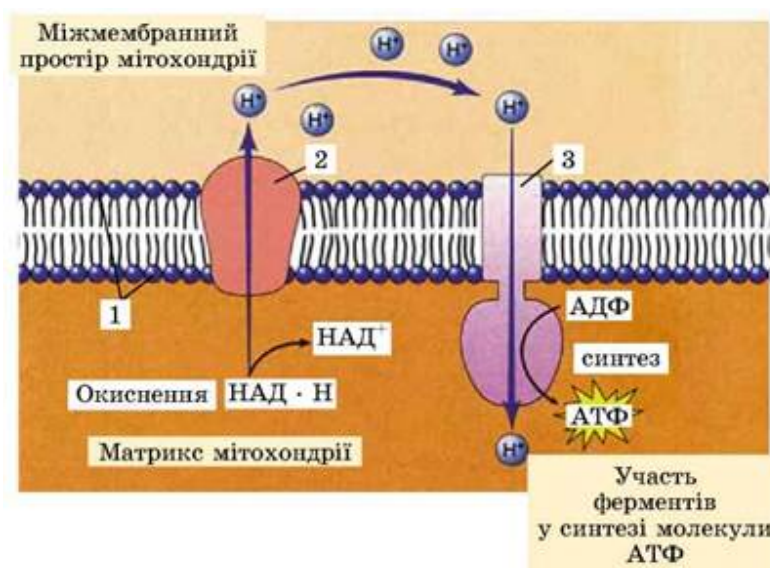


Рис. 9. Синтез АТФ

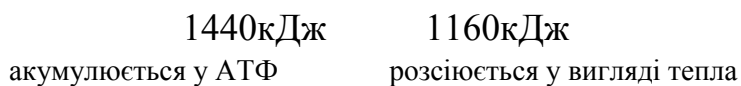
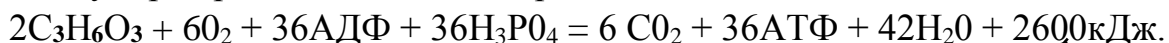
Одночасно з перенесенням електронів ферментні комплекси дихального ланцюга спрямовують протони з матриксу мітохондрій до простору між її внутрішньою та зовнішньою мембранами (рис 9.2). Отже, процес перенесення електронів супроводжується утворенням різниці концентрації протонів  $H^+$  та електричних потенціалів з різних боків внутрішньої мембрани мітохондрій: йони  $H^+$  накопичуються в міжмембранному просторі. Така різниця концентрацій протонів має потенційну енергію, здатну виконувати корисну роботу: переміщення протонів з ділянки з високою концентрацією в ділянку з низькою концентрацією завдяки звичайній дифузії може працювати як електрична батарея.

Внутрішня мітохондріальна мембрана є непроникною для протонів. Вони можуть переміщатися лише через спеціальний канал (рис.9.3), який є структурним елементом особливого ферментного комплексу, що входить до складу внутрішньої мітохондріальної мембрани – АТФ-синтетази. Цей ферментний комплекс за формою нагадує шапковий гриб. Завдяки складним фізико-хімічним процесам за участі АТФ-синтетази з АДФ та ортофосфатної кислоти синтезуються молекули АТФ. Так забезпечується спряження процесів окиснення (перенесення електронів дихальним ланцюгом) і фосфорилування (утворення АТФ з АДФ та ортофосфатної кислоти).

Фосфорилування АДФ з утворенням АТФ, що супроводжується процесами перенесення протонів і електронів на молекулярний кисень за участі ферментів, називається *окисним фосфорилуванням*.

Окиснення двох молекул пірувату, що утворилися внаслідок безкисневого розщеплення глюкози, до  $H_2O$  та  $CO_2$  (під час циклу Кребса та наступного окисного фосфорилування) супроводжується виділенням такої кількості енергії, яка забезпечує синтез 36 молекул АТФ. Ефективність енергії, що вивільняється під час окиснення органічних речовин та акумулюється у вигляді макроергічних зв'язків синтезованих молекул АТФ, сягає 70 %.

Сумарне рівняння кисневого розщеплення можна записати так:



Таким чином, на третьому етапі енергетичного обміну в АТФ акумулюється близько 55% утвореної енергії.

Співставивши безкисневий і кисневий етапи, можна бачити, що останній значно ефективніший. Кількість виділеної і акумульованої енергії значно більша, ніж під час безкисневого розщеплення. Майже 55% усієї

енергії, що вивільняється під час окислення глюкози, клітина зберігає у формі АТФ. Решта її (45%) розсіюється у вигляді тепла.

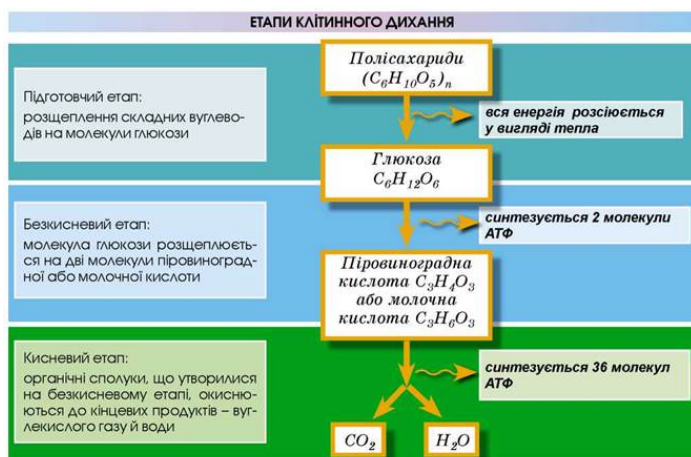
Отже, саме аеробний етап енергетичного обміну відіграє основну роль у забезпеченні клітин енергією. Якщо врахувати, що на етапі гліколізу синтезуються дві молекули АТФ, то енергії, яка виділяється внаслідок повного розщеплення однієї молекули глюкози під час анаеробного та аеробного етапів, вистачає на утворення 38 молекул АТФ. Сумарне рівняння розщеплення молекули глюкози має такий вигляд:



$\swarrow$   $\searrow$   
 1520 кДж      1280кДж  
 акумулюється у 38 моль АТФ      розсіюється у вигляді тепла

**Висновок.** Процеси гліколізу, циклу Кребса, електронно-транспортного ланцюга становлять основу енергетичного обміну, тобто біохімічні реакції, що забезпечують накопичення енергії у вигляді молекул АТФ.

#### IV. Узагальнення та систематизація знань.



*Прийом «Головні слова».*  
 Стисле повторення за опорним конспектом (рис.10).

Рис.10. Етапи клітинного дихання

## ПЛАН-КОНСПЕКТ УРОКУ

### «Анаеробне та аеробне дихання. Робота дихального ланцюга. Енергетичний баланс аеробного окиснення глюкози та його порівняння з енергетичним балансом гліколізу»

#### Мета:

- поглибити знання учнів про метаболізм як єдність двох протилежних процесів: пластичного та енергетичного обміну;
- поглибити знання про клітинне дихання, як процес, що забезпечує біологічні системи енергією;
- розкрити сутність етапів біологічного окиснення та хімізму процесу клітинного дихання;
- виховувати інтерес до предмета, розвивати увагу, логічне мислення, пам'ять;
- розвивати універсальні особистісні навчальні дії: формувати вміння планування, прогнозування, порівняння, узагальнень; доводити свою думку;
- розвивати комунікативні вміння: брати участь у колективному обговоренні проблем;
- формувати навички самостійної роботи з підручником, додатковою літературою.

**Тип уроку:** засвоєння нових знань.

**Вид уроку:** навчальний семінар.

#### Перебіг уроку

##### I. Актуалізація опорних знань учнів

*Прийом «Інтелектуальна розминка»*

- Яка найголовніша відмінність живої природи від неживої?
- Що ви розумієте під терміном «обмін речовин»?
- Який обмін називають енергетичним?
- Поясніть сутність пластичного обміну.
- Які процеси лежать в основі енергетичного і пластичного обмінів?
- Які процеси називають дисиміляцією та асиміляцією?
- Як вважаєте, процес дихання характерний для всіх живих організмів?
- Які типи дихання вам відомі?
- Чи дихають рослини?
- Який газ поглинають рослини в процесі дихання, а який виділяють?
- Який кінцевий продукт дихання у тваринних організмів?

Отже, ми з'ясували, що для живих організмів характерний процес дихання.

##### II. Мотивація навчально-пізнавальної діяльності учнів

*Прийом «Приймаю - не приймаю».*

Я вважаю, що енергетичний обмін та клітинне дихання – це поняття синоніми. Як думаєте ви?

## Тема уроку: Енергетичний обмін та його етапи.

**Завдання:** з'ясувати сутність й основні етапи енергетичного обміну; виявити, з якими органелами клітини вони пов'язані; з'ясувати значення процесу енергетичного обміну для клітини.

### III. Сприймання й засвоєння нового навчального матеріалу.

На семінарі планується робота учнів в групах. За правильність виконання завдання кожна група отримує певну кількість балів, наприкінці уроку вчитель підбиває підсумки та оцінює роботу кожної групи.

**Завдання №1.** Прийом «Коло ідей». Доведіть, що метаболізм – це єдність двох протилежних, але взаємопов'язаних процесів: дисиміляції та асиміляції.

Кожна група працює з опорним конспектом (рис.1).



Рис.1. Складові метаболізму

Групи звітуються.

Поміркуй! Які процеси належать до пластичного та енергетичного обміну?

Пригадай! З яких етапів складається клітинне дихання?

**Завдання №2 (робота учнів у групах).** Прийом «Шпаргалка». Складіть загальну схему клітинного дихання (зазначивши всі етапи), за допомогою якої інші учні змогли б мати уявлення про цей процес.

Після того, як учні презентують свою «шпаргалку», вони звіряють правильність виконання з опорною схемою (рис.2).

Групи працюють з опорним конспектом, обговорюють та визначають основні етапи процесу.

Після загального обговорення, якщо є потреба, вносимо правки до «шпаргалок» та заносимо схему до робочого зошита.



Після виконання завдання кожна група звітується, використовуючи свої записи, разом з учителем учні з'ясовують сутність підготовчого етапу:

- де відбувається підготовчий етап дихання в більшості тваринних та рослинних організмах?

- які основні речовини утворюються в результаті розщеплення білків, жирів, вуглеводів?

- де починається розщеплення зазначених речовин у тваринних організмах?

- які ферменти необхідні?

- де відбувається остаточне розщеплення їжі в більшості тварин?

- куди потрапляють продукти розщеплення з тонкого кишечника?

- як вони транспортуються до клітини?

- який механізм транспорту через клітинну мембрану?

- чи відбувається вивільнення енергії на підготовчому етапі?

- чи використовує цю енергію організм?

Підсумовуючи вище сказане, заповнюємо таблицю.

Назва етапу	Де відбувається	Характеристика процесів	Енергетичний вихід	Значення
Підготовчий етап				

! Подумайте, яке біологічне значення процесів підготовчого етапу в енергетичному обміні речовин?

*Прийом «Синтез думок».* Як ви пам'ятаєте, під час розщеплення 1г білків вивільняється майже стільки ж енергії, скільки при окисненні 1г вуглеводів. Чому ж організм використовує білки в процесі дихання дуже рідко, лише у крайніх випадках?

Важлива для клітини АТФ утворюється не лише в мітохондріях, але й в цитоплазмі в результаті процесу гліколізу (процес розщеплення глюкози під дією ферментів, який не потребує кисню).

**Завдання № 4 (робота учнів у групах).** Охарактеризуйте безкисневий етап (гліколізу), використовуючи схему (рис. 3).

Охарактеризуйте послідовність перетворень глюкози на процеси біологічного окислення.

Питання для обговорення:

- де відбувається гліколіз у клітині?

- яка вихідна речовина цього процесу?

- які перетворення відбуваються з глюкозою?

- які речовини утворюються під час розщеплення?

- яка речовина піддається фосфорилуванню?

- скільки молекул АТФ синтезується під час безкисневого розщеплення глюкози?

Учні під керівництвом вчителя продовжують заповнювати таблицю.

Назва етапу	Де відбувається	Характеристика процесів	Енергетичний вихід	Значення
Гліколіз				

! Подумайте, яке значення гліколізу для забезпечення життєдіяльності організмів? Запишіть у зошитах рівняння гліколізу.

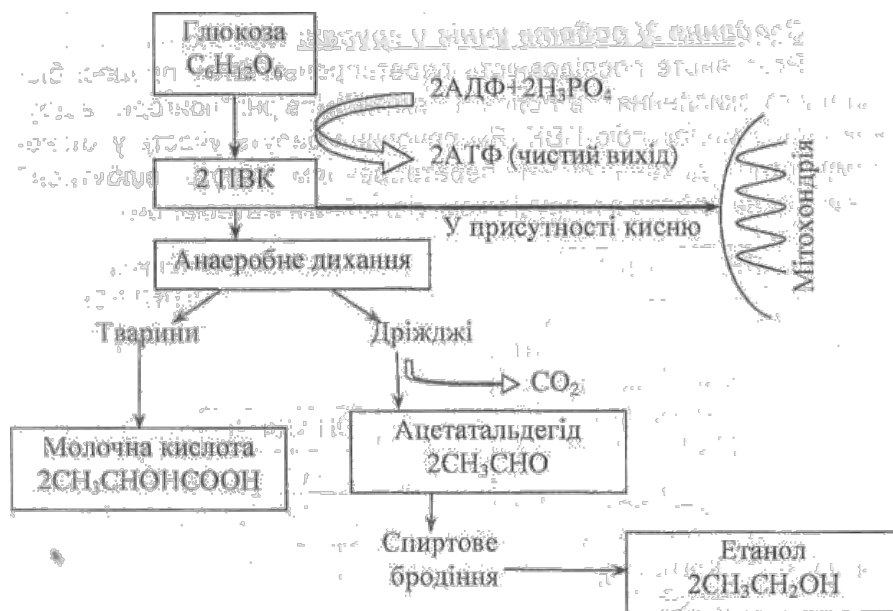


Рис. 3. Схема процесу гліколізу

*Словникова робота.* Охарактеризуйте термін «субстратне фосфорилування». Робота за підручником – с. 82 (Біологія і екологія (профільний рівень) : підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти / К. М. Задорожний, О. М. Утевська. – Харків : Вид-во «Ранок», 2018.)

**Завдання № 5.** Як можна пояснити, чому в деяких організмів процес енергетичного обміну закінчується гліколізом? Проаналізуйте, яка подальша доля молекули ПВК?

*Приєм «Знаю більше».* Самостійна робота за підручником – с. 83 (К. М. Задорожний, О. М. Утевська. Біологія і екологія. 10 кл.) та схемою (рис.4).

Охарактеризуйте процес бродіння. Як взаємопов'язані гліколіз і бродіння між собою?



Мал. 14.3. Типи бродіння

Рис. 4. Типи бродіння

Учні демонструють самостійно здобуті знання:

- чому в деяких організмів процес енергетичного обміну закінчується гліколізом?

- як можна пояснити те, що у деяких організмів глюкоза перетворюється на спирт і вуглекислий газ, а в інших – на молочну кислоту?

- для яких організмів характерний процес бродіння?

- які типи бродіння вам відомі?

- чому бродіння посідає надзвичайно важливе місце серед природних процесів?

*Прийом «Власний досвід».* Чому в організмі людини за великих навантажень або після фізичних вправ виникає біль в м'язах?

Яке значення має гліколіз для організму людини?

Як людина використовує бродіння для отримання багатьох харчових продуктів?

**Завдання № 5.** Проаналізуйте послідовність перетворень ПВК у процесі біологічного окислення та поясніть, які неймовірні «пригоди» відбуваються з молекулою ПВК. Учні самостійно працюють з опорною схемою (рис. 5).

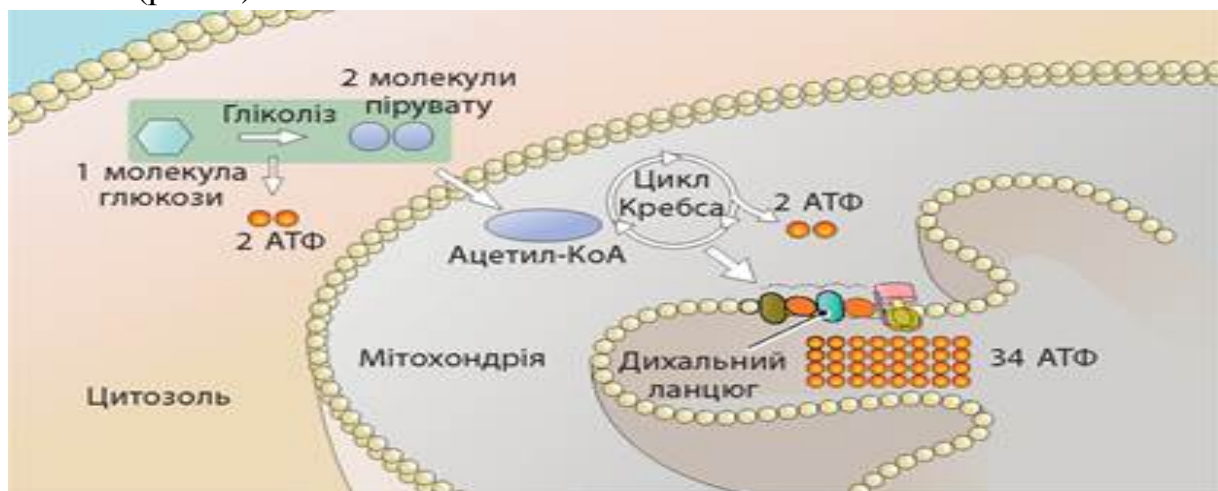


Рис. 5. Загальна схема енергетичного обміну

Які речовини беруть участь у кисневому етапі дихання? Які перетворення мають відбутися?

*Прийом «Естафета»* (групи отримують завдання та звітуються по черзі).

**Завдання гр. 1.** Охарактеризуйте процеси декарбоксілювання ПВК (рис. 5).

**Завдання гр. 2.** Розкрийте сутність циклу Кребса (рис. 6).

**Завдання гр. 3.** Зазначте принцип функціонування та значення дихального ланцюга (рис. 7).

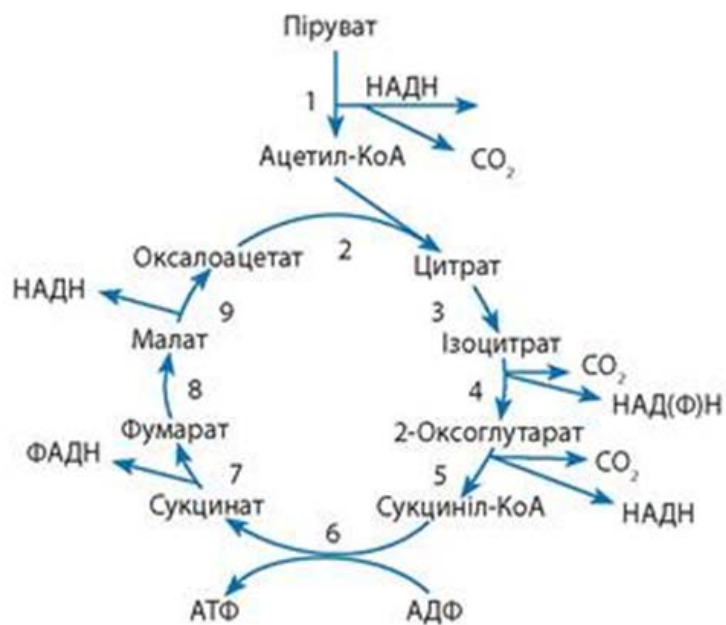


Рис. 6. Цикл Кребса

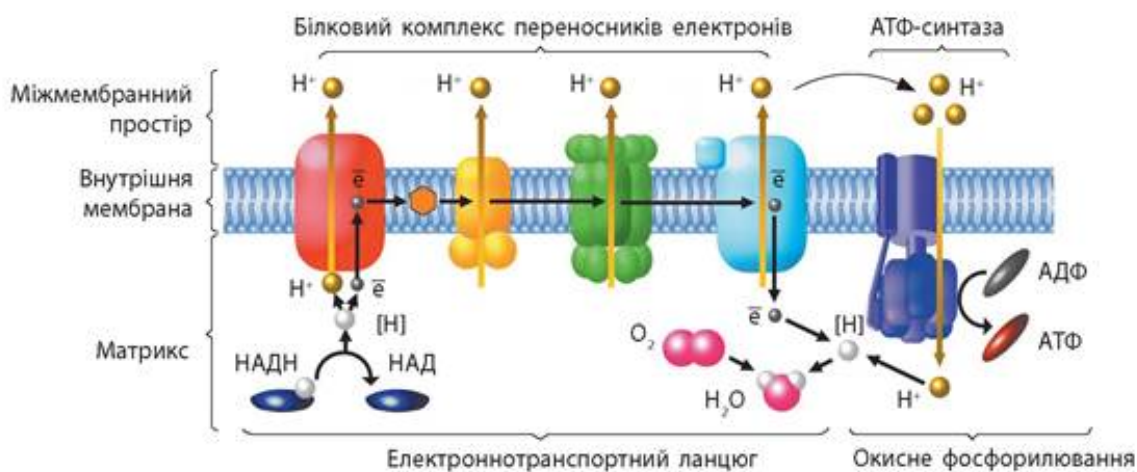


Рис. 7. Схема роботи електронно-транспортного ланцюга

**Обговорення:**

- назвіть три послідовні процеси кисневого етапу?
- у яких органелах клітини вони відбуваються?
- визначте послідовність перетворень речовин у мітохондріях?
- у чому сутність декарбоксілювання ПВК?
- які хімічні процеси відбуваються під час циклу Кребса?
- чому цикл Кребса вважають головною ланкою метаболізму?
- як використовується кисень, що надходить для дихання?

Ми розглянули чудові перетворення. Молекула глюкози, з якої почали свою подорож, повністю розщеплена. Частина енергії, що виділилася,

використана на синтез АТФ, але її більшість зосереджена тепер у «наповнених» електронами переносниках: НАД Н (продукт гліколізу та циклу Кребса) та ФАД Н (продукт циклу Кребса). Кожен із них передає по два атоми водню в ланцюг транспорту електронів.

Учні 3 гр. пояснюють принцип функціонування електронно-транспортного ланцюга.

*Заповнення таблиці.*

Назва етапу	Де відбувається	Характеристика процесів	Енергетичний вихід	Значення
III. Кисневий етап				

Важливою ланкою енергетичного обміну є процеси дихання: надходження в організм кисню, розщеплення за його участю різних органічних сполук з виділенням енергії та виведення з організму вуглекислого газу.

! Подумайте, чому при окисненні органічних сполук вивільняється енергія?

Чому аеробний процес більш ефективний, ніж анаеробний?

Усі високорозвинені організми не можуть жити в середовищі, позбавленому Оксигену. Чому?

**Завдання №6.** Проаналізуйте енергетичний баланс окиснення глюкози. Самостійна робота за підручником (с. 85.) та схемою (рис.8).

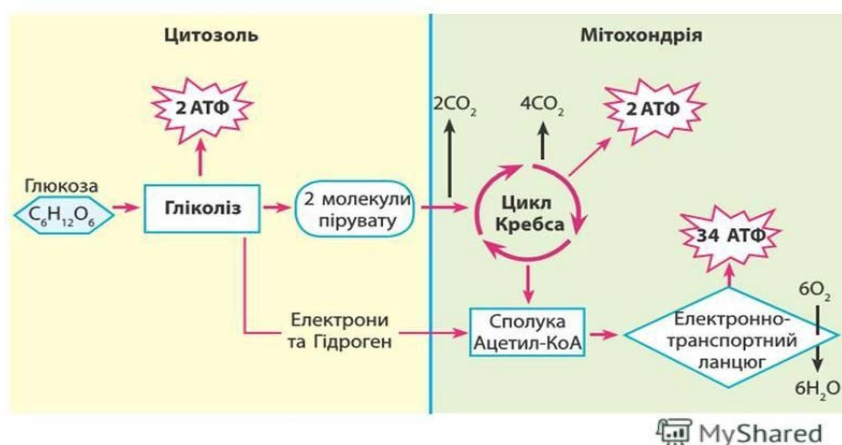


Рис.8. Енергетичний обмін.

На якому етапі енергетичного обміну клітина запасє найбільше енергії?

*Прийом «Маю власну думку».* Відомо, що більше 50% енергії окиснення речовин витрачається у вигляді тепла. Чому не ушкоджуються білки-ферменти внаслідок перегрівання?

#### IV. Застосування набутих знань

Приєм «Дерево рішень»

**Завдання 7.** Розгляньте схему клітинного дихання. Назвіть процеси, які в схемі позначені цифрами I–V і речовини (1–8), які утворюються в результаті кожного процесу. Зазначте число молекул АТФ.

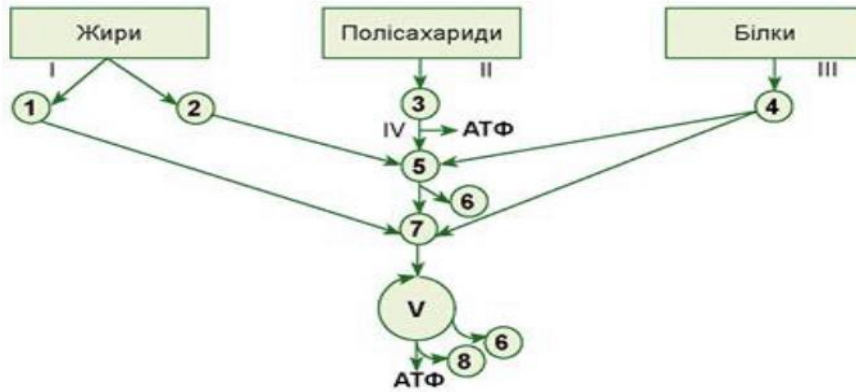


Рис. 9. Схема клітинного дихання

#### V. Застосування знань у нестандартних ситуаціях

*Розв'язування цікавих біологічних задач* (творчі завдання оцінюються найвищим балом).

№1. Більшість клітин у процесі біологічного окиснення використовують, у першу чергу, вуглеводи. Клітини головного мозку ссавців узагалі не можуть використовувати в процесі дихання ніяких інших речовин, окрім глюкози. Чому?

№2. Чому в печінці і м'язах тварин запасуються вуглеводи у вигляді глікогену, хоч тваринний організм зберігає більшу частину енергії у вигляді запасів жирів?

№3. Чому продукти харчування, які містять багато жирів, мають більшу вартість, ніж продукти, до складу яких, головним чином, входять вуглеводи?

#### VI. Домашнє завдання

1. Пригадайте основні етапи енергетичного обміну. Порівняйте анаеробний та аеробний етапи. Заповніть таблицю.

Питання для порівняння	Безкисневий етап	Кисневий етап
Які речовини розщеплюються?		
Які речовини утворюються внаслідок розщеплення?		
Де відбувається розщеплення?		
Яка кількість АТФ утворюється?		
Яке біологічне значення кожного етапу?		

2. У процесі дихання виділяється теплова енергія, під час горіння також. Порівняйте процес дихання і горіння.

	Процес клітинного дихання	Процес горіння
Місце проходження		
Вихідна сполука		
Кінцева сполука		
Тип реакції		
Спосіб перетворення енергії		
Ступінь упорядкованості		
Фактори що впливають на процес		

## УРОК-ПРАКТИКУМ

### Розв'язування задач з теми «Енергетичний обмін»

#### I. Перевірка раніше вивченого матеріалу

##### *Технологія «Мозковий штурм»*

Життя зародилося в безкисневому середовищі, перші організми на Землі були анаеробами. Потім виник процес фотосинтезу, який наповнив атмосферу киснем. Але кисень – сильний окисник, при взаємодії з ліпідами відбувається утворення отруйних пероксидів та порушення структури клітини. Активні сполуки кисню можуть руйнувати нуклеїнові кислоти та білки. Але на сучасному етапі розвитку життя більшість організмів – аероби. Як це пояснити?

##### Технологія «Незакінчені речення»

1. Сукупність реакцій розпаду та окиснення складних органічних речовин називається .....

2. Найбільш ефективні реакції енергетичного обміну ....

3. \_\_\_\_\_ Енергетичний обмін проходить...

4. \_\_\_\_\_ Перший етап клітинного дихання ...

5. \_\_\_\_\_ У більшості тварин і людини підготовчий етап здійснюється ...

6. \_\_\_\_\_ У рослинних організмах підготовчі реакції проходять....

7. \_\_\_\_\_ На підготовчому етапі білки розщеплюються до....

8. \_\_\_\_\_ Жири розщеплюються до...

9. \_\_\_\_\_ Полісахариди розщеплюються до ...

10. \_\_\_\_\_ Енергія, що утворюється на підготовчому етапі, витрачається на...
11. Процес гліколізу проходить...
12. Загальний вихід АТФ при гліколізі ...
13. У таких організмах, як ...клітинне дихання закінчується утворенням молочної кислоти або етилового спирту.
14. Кисневий етап складається з таких стадій: ....
15. У циклі Кребса утворюються...
16. Дихальний ланцюг розміщений ...
17. Роль дихального ланцюга в тому, щоб \_...
18. При повному розщепленні 1 молекули глюкози утворюється .... молекул АТФ.

## II. Повідомлення теми, мети і завдань уроку, мотивація до навчання учнів.

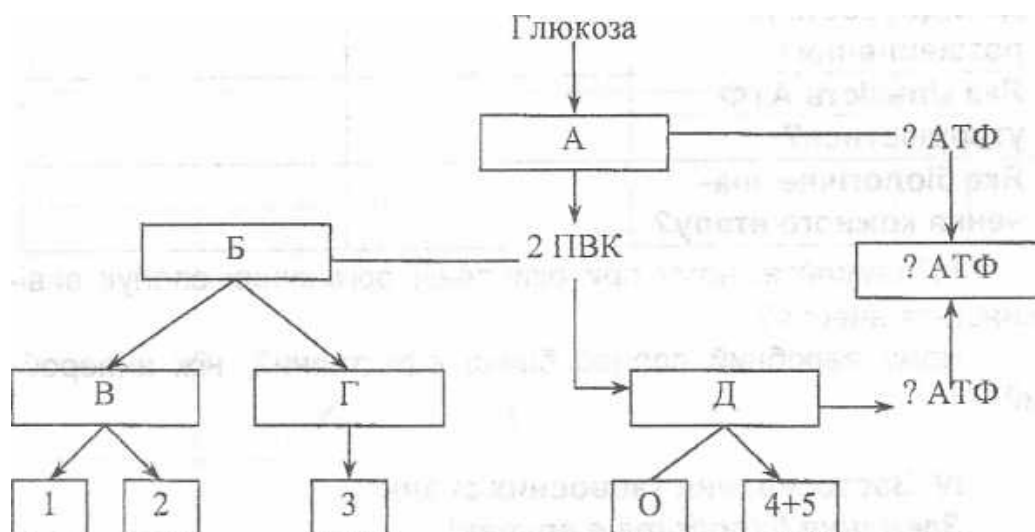
*Технологія «Дилема».* Кожен знає, що після важкої фізичної праці ми відчуваємо втоми та біль. Хтось можливо спостерігав, що кішка, яка дуже швидко кидається на горобця, після стрибка на хвилину-другу ніби замирає, не в силах розігнути кігті. Чому так відбувається?

## III. Вивчення правил і способів дій

*Технологія «Навчаючись учусь».* Обговорення в групах.

Розгляньте схему енергетичного обміну глюкози. Назвіть процеси, які в схемі позначені буквами (А-Д) і речовини (1-5), які утворюються в результаті кожного процесу. Замість знаку «?» вставте число молекул АТФ.

*(Завдання виконується на окремих аркушах паперу. Після їх виконання, учні обмінюються аркушами і перевіряють одне одного. Роблять висновок про правильність виконання завдань, звіривши його зі схемою, що складена в конспекті. Учитель корегує записи учнів.)*



#### IV. Розв'язування задач вчителем із зазначенням основних дій.

**Задача 1.** У процесі дисиміляції в тканинах відбулося розщеплення 12 моль глюкози, з яких повного кисневого розщеплення зазнала тільки половина.

1. Визначте кількість молочної кислоти і вуглекислого газу яка утворились внаслідок реакції.

2. Яка кількість речовини АТФ утворилась?

3. Яка кількість енергії і в якому вигляді акумулювалась в ній?

**Дано:**

$n(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6) = 12$  моль Записуємо рівняння реакції:

$m(\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3) - ? \quad \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 2\text{АДФ} + 2\text{H}_3\text{PO}_4 \rightarrow 2\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3 + 2\text{АТФ} + 2\text{H}_2\text{O}$

$m(\text{CO}_2) - ? \quad 1 \text{ моль} \quad 2 \text{ моль} \quad 2 \text{ моль}$

$n(\text{АТФ}) - ? \quad 1 \text{ моль} (\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6) - 2 \text{ моль} (\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3)$

$Q - ?$

**Розв'язання:**

1. Знаходимо кількість глюкози при повному розщепленні:

$12 \text{ моль} / 2 = 6 \text{ моль} \text{ C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6.$

По рівнянню реакції з 1 молю  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$  отримали 2 моля  $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3.$

$n(\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3) = 6 \times 2 = 12 \text{ моль}$

2. Знаходимо кількість речовини АТФ:

1 моль  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 - 2 \text{ моль} \text{ АТФ}$

6 моль  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 - x \text{ моль} \text{ АТФ}$

$x = 6 \times 2 / 1 = 12 \text{ моль} \text{ АТФ}$

$n(\text{АТФ}) = 12 \text{ моль} \text{ АТФ}$

3. Визначаємо кількість  $\text{CO}_2$  і кількість речовини АТФ, що утворились внаслідок повного (кисневого) розщеплення 6 моль  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ :

$\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2 + 38\text{АДФ} + 38\text{H}_3\text{PO}_4 \rightarrow 6\text{CO}_2 + 38\text{АТФ} + 44\text{H}_2\text{O}$

1 моль 6 моль 38 моль

По рівнянню реакції:

1 моль  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 - 6 \text{ моль} \text{ CO}_2$

6 моль  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 - x \text{ моль} \text{ CO}_2$

$x = 6 \times 6 / 1 = 36 \text{ моль}$

$n(\text{CO}_2) = 36 \text{ моль}$

За рівнянням реакції:

1 моль  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 - 38 \text{ моль} \text{ АТФ}$

6 моль  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 - x \text{ моль} \text{ АТФ}$

$x = 6 \times 38 / 1 = 228 \text{ моль}$

$n(\text{А—Ф}) = 228 \text{ моль}$

4. Визначаємо кількість енергії, яка виділилась внаслідок неповного (безкисневого) і повного (кисневого) розщеплення глюкози:

$$n(\text{АТФ}) = 228 + 12 = 240 \text{ моль}$$

1 моль АТФ - 40 кДж енергії

240 моль АТФ - x кДж енергії

$$x = 240 \times 40 / 1 = 9600 \text{ кДж}$$

$$Q = 9600 \text{ кДж.}$$

**Відповідь:** Утворилось 12 моль молочної кислоти і 36 моль вуглекислого газу і 228 моль АТФ. Енергія (9600 кДж) акумульована в АТФ у вигляді макроенергетичних зв'язків.

### Задача 2.

На роботу м'язів протягом 1 хв потрібно 20 кДж енергії. Людина працювала з таким навантаженням 1 год. Яка маса глюкози засвоїлась у м'язах, якщо половина її зазнала анаеробного, а половина – повного розщеплення?

#### Розв'язання

**Дано:**

Витрати енергії – 20 кДж/хв.

t – 1 година;

Половина глюкози зазнала анаеробного, а друга половина – повного розщеплення.

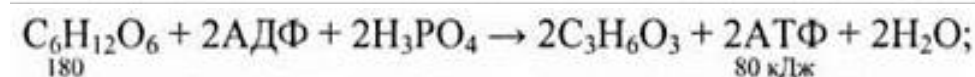
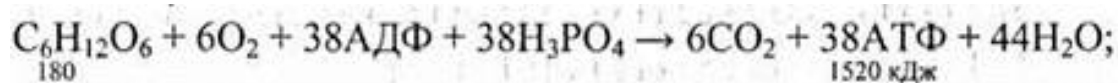
$$m(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6) - ?$$

**Розв'язання:**

1. Визначаємо загальні витрати енергії за 1 годину роботи:

$$20 \text{ кДж/хв.} \cdot 60 \text{ хв.} = 1200 \text{ кДж.}$$

Оскільки половина глюкози зазнала повного розщеплення, а друга – неповного, складаємо сумарні рівняння розщеплення глюкози:



$$180 \text{ г} + 180 \text{ г} = 360 \text{ г } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6.$$

$$1520 \text{ кДж} + 80 \text{ кДж} = 1600 \text{ кДж.}$$

2. Визначаємо масу глюкози, яка зазнала розщеплення під час роботи протягом 1 години:

$$360 \text{ г } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \text{ — } 1600 \text{ кДж};$$

$$x \text{ г } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \text{ — } 1200 \text{ кДж};$$

$$x = \frac{360 \text{ г} \cdot 1200 \text{ кДж}}{1600 \text{ кДж}} = 270 \text{ г } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6.$$

**Відповідь.** Засвоїлось 270 г глюкози.

### Задача 3.

Бігун витрачає 24 кДж енергії за 1 хв бігу. Яка маса глюкози потрібна для бігу з такою ж витратою енергії впродовж години, якщо протягом 50 хв. відбувається повне розщеплення глюкози, а протягом 10 хв – безкиснече?

#### Розв'язання

##### Дано:

Витрати енергії – 24 кДж/хв.;

$t_1 = 50$  хв. (повне розщеплення);

$t_2 = 10$  хв. (неповне розщеплення).

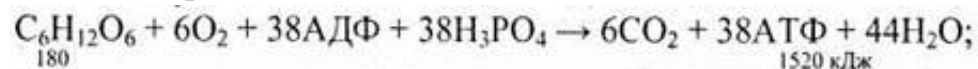
$m(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6)$  – ?

##### Розв'язання:

1. Визначаємо витрати енергії за 50 хв бігу:

$$24 \text{ кДж/хв} \cdot 50 \text{ хв} = 1200 \text{ кДж.}$$

Визначаємо масу глюкози, засвоєної організмом спортсмена за 50 хв бігу за повного розщеплення глюкози:



180 г  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$  виділяє 1520 кДж енергії;

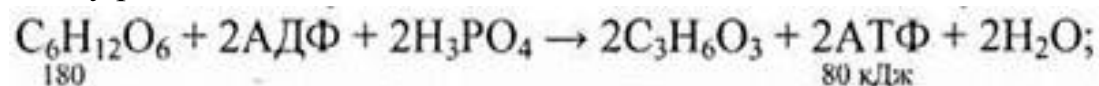
$x$  г  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$  виділяє 1200 кДж енергії;

$$x = \frac{180 \cdot 1200}{1520} = 142,1 \text{ (г) } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6.$$

2. Визначаємо витрати енергії за 10 хв бігу:

$$24 \text{ кДж/хв} \cdot 10 \text{ хв} = 240 \text{ кДж.}$$

3. Визначаємо масу глюкози, засвоєної м'язами бігуна за 10 хв бігу при неповному розщепленні глюкози:



180 г  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$  виділяє 80 кДж енергії;

$x$  г  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$  виділяє 240 кДж енергії;

$$x = \frac{180 \cdot 240}{80} = 540 \text{ (г) } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6.$$

4. Визначаємо загальну масу глюкози, витраченої на роботу м'язів бігуна за 1 годину бігу:

$$142,1 \text{ г} + 540 \text{ г} = 682,1 \text{ г } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6.$$

**Відповідь.** Бігун витратить 682,1 г глюкози.

**V. Застосування учнями знань і дій в стандартних умовах із метою засвоєння навичок застосування учнями знань у стандартних ситуаціях**

**ПРАКТИЧНА РОБОТА**  
**Розв'язування задач на тему**  
**«Енергетичний обмін»**

**Мета:** Закріпити вміння учнів розв'язувати задачі на застосування основних процесів енергетичного обміну в клітині.

**Обладнання:** картки з індивідуальними завданнями.

**Перебіг роботи**

**Задача 1.** На роботу м'язів протягом 1 хвилини потрібно 20 кДж енергії. Людина працювала з таким навантаженням 1 год. Яка маса глюкози засвоїлась у м'язах, якщо половина її зазнала анаеробного, а половина – повного розщеплення?

**Задача 2.** Під час плавання протягом 30 хв плавець витрачає 720 кДж енергії. Скільки часу він зможе плисти з такою ж витратою енергії, якщо в його організмі розщепилося 270 г глюкози, половина якої засвоїлась повністю?

**VI. Творче перенесення знань і навичок в нові чи змінені умови з метою формування вмінь**

Розв'язування цікавих біологічних задач. Задачу отримує кожна група, кілька хвилин обговорює проблему, а потім висловлює власну позицію перед класом (*творчі завдання оцінюються найвищим балом*).

1. Більшість клітин у процесі біологічного окиснення використовують, у першу чергу, вуглеводи. Клітини головного мозку ссавців узагалі не можуть використовувати в процесі дихання ніяких інших речовин, окрім глюкози. Чому?

2 Чому продукти харчування, які містять багато жирів, мають більшу вартість, ніж продукти, до складу яких, головним чином, входять вуглеводи?

**VII. Оголошення домашнього завдання**

**Розв'яжіть задачу.** Унаслідок дисиміляції глюкози в клітинах утворилося 6 моль молочної кислоти і 28 моль вуглекислого газу.

1. Визначте, яка кількість речовини глюкози зазнала дисиміляції.

2. Скільки з неї зазнало неповного і скільки повного розщеплення.

3. Яка кількість речовини АТФ при цьому синтезована і скільки енергії акумульовано.

4. Яка кількість речовини  $O_2$  витрачена на окиснення утвореної молочної кислоти?

## ПЛАН-КОНСПЕКТ УРОКУ

### «Поняття про матричні синтези. Етапи біосинтезу білка»

#### Мета:

- сформувати в учнів загальні уявлення про біосинтез білків;
- сформувати в учнів поняття про генетичний код, виродженість, транскрипцію, РНК-полімеразу, трансляцію, ініціативний комплекс, стоп-кодони;
- ознайомити учнів з особливостями генетичного коду організмів;
- розкрити біологічне значення генетичного коду та механізму синтезу білка;
- виховувати інтерес до предмета, розвивати увагу, логічне мислення, пам'ять;
- розвивати універсальні особистісні навчальні дії: формувати вміння планування, прогнозування, порівняння, узагальнень; доведення своєї позиції;
- розвивати комунікативні вміння: брати участь у колективному обговоренні проблем;
- формувати навички самостійної роботи за схемами, додатковою літературою.

**Тип уроку:** засвоєння нових знань.

**Вид уроку:** навчальний семінар.

#### Перебіг уроку

#### I. Актуалізація опорних знань учнів.

*Прийом «Інтелектуальна розминка»*

1. Що таке метаболізм?
2. Назвіть складові обміну речовин?
3. Що називають пластичним обміном?
4. Які процеси належать до пластичного обміну?
5. Що таке білки?
6. З чого складаються білки?
7. А що це за білки?

#### Вислови на дошці:

Гемоглобін – це ...

Інсулін – це ...

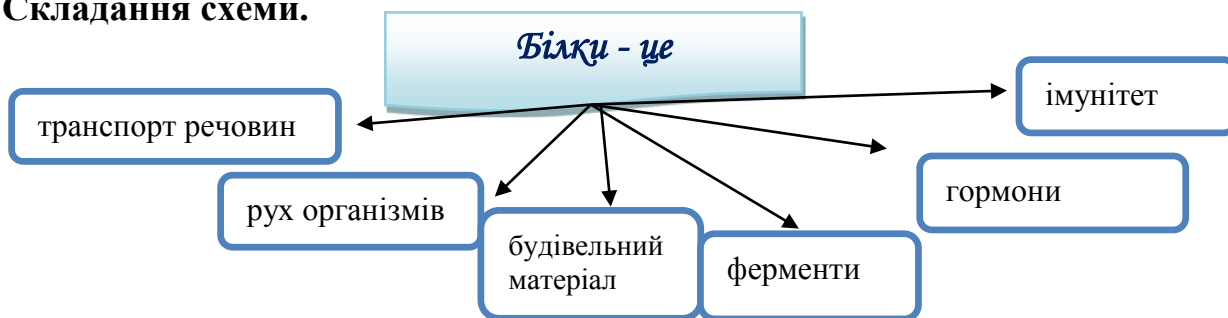
Актин – це ...

Міозин – це ...

Каталаза – це ....

#### Які функції виконують білки в організмі?

Складання схеми.



## II. Мотивація навчально-пізнавальної діяльності учнів

### Девіз заняття «Життя = білок»

*«Всюди, де ми зустрічаємо життя, ми знаходимо, що воно пов'язане з будь-яким білковим тілом, і всюди, де ми зустрічаємо будь-яке білкове тіло, що не перебуває в стані розкладу, ми без винятку зустрічаємо і явище життя... Життя є спосіб існування білкових тіл» (Ф. Енгельс).*

Ці слова актуальні й досі, хоча від сьогодні їх відділяють майже 150 років і за цей час наука зробила гігантський крок уперед у вивченні білків.

На початку 50-х років 20 ст., уперше білок було синтезовано штучно. Це **інсулін**, поліпептидний ланцюг якого складається всього з 51 амінокислотного залишку. Для його синтезу було проведено близько 5000 реакцій. У цій роботі брали участь 10 чоловік протягом трьох років. Як бачите, у лабораторних умовах синтез білка потребує величезних зусиль, часу і коштів. У живій клітині синтез однієї молекули білка, що складається з 200-300 амінокислотних ланок, здійснюється дуже швидко – за 3-4 хв. У результаті половина білків нашого тіла (усього в ньому близько 17 кг білка) відновлюється за 80 днів. А протягом усього життя людина відновлює весь свій білковий склад близько 200 разів. Найголовніший процес у нашому організмі — це *біосинтез білка*.

**Виникає запитання: як саме здійснюється синтез білка?**

**III. Повідомлення теми уроку. Визначення разом з учнями мети і завдань уроку.**

**IV. Сприймання й засвоєння нового навчального матеріалу.**

**Синтез білків** – це процес реалізації спадкової інформації на основі генетичного коду.

Сьогодні ні для кого не секрет, що спадкова інформація закодована в молекулі ДНК.

- Що таке ДНК?
- Що таке генетичний код ?

Існує єдина для всіх живих організмів система збереження спадкової інформації в молекулах нуклеїнових кислот у вигляді послідовності нуклеотидів, яка називається генетичний код.

**У генетичному коді** використано чотири знаки для кодування (А, Г, Ц, Т (У)), але треба закодувати 20 мономерів білків – амінокислот. Неможливо закодувати кожен амінокислоту відповідним нуклеотидом; навіть кодування двома нуклеотидами буде недостатнім (є лише 16 варіантів). Необхідно використати щонайменше **3 нуклеотида**.

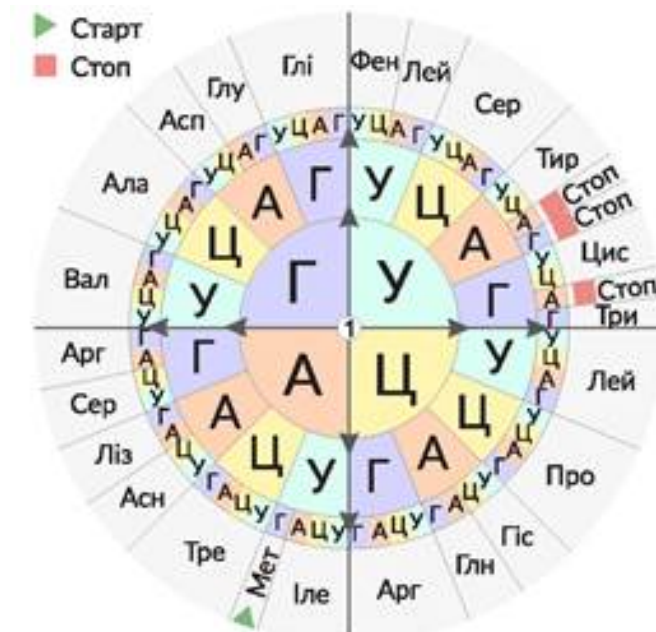
**Георгій Антонович Гамов** у 1954 році опублікував статтю, де першим порушив питання генетичного коду, доводячи, що «при поєднанні 4 нуклеотидів трійками виходять 64 різноманітні комбінації, чого достатньо для «запису спадкової інформації»».

Тож кодони (одиниці генетичного коду) мають 3 нітрогеновмісні основи – триплет нуклеотидів.

Ознайоммося з таблицею генетичних кодів та правилами користування нею.

### Генетичний код

Нуклеотид					
1-й	2-й				3-й
	У	Ц	А	Г	
<b>У</b>	УУУ } Фенілаланин УУЦ } УУА } Лейцин УУГ }	УЦУ } УЦЦ } Серин УЦА } УЦГ }	УАУ } Тирозин УАЦ } УАА } стоп-кодони УАГ }	УГУ } Цистеїн УГЦ } УГА } стоп-кодон УГГ } Триптофан	У Ц А Г
<b>Ц</b>	ЦУУ } Лейцин ЦУЦ } ЦУА } ЦУГ }	ЦЦУ } ЦЦЦ } Пролін ЦЦА } ЦЦГ }	ЦАУ } Гистидин ЦАЦ } ЦАА } Глутамин ЦАГ }	ЦГУ } ЦГЦ } Аргинин ЦГА } ЦГГ }	У Ц А Г
<b>А</b>	АУУ } Ізолейцин АУЦ } АУА } Метионин АУГ } старт-кодон	АЦУ } АЦЦ } Треонин АЦА } АЦГ }	ААУ } Аспарагін ААЦ } ААА } Лизин ААГ }	АГУ } Серин АГЦ } АГА } Аргинин АГГ }	У Ц А Г
<b>Г</b>	ГУУ } ГУЦ } Валин ГУА } ГУГ }	ГЦУ } ГЦЦ } Аланин ГЦА } ГЦГ }	ГАУ } Аспарагинова кислота ГАЦ } ГАА } Глутаминова кислота ГАГ }	ГГУ } ГГЦ } Глицин ГГА } ГГГ }	У Ц А Г



Для встановлення значення певного триплету потрібно, рухаючись із середини схеми, вибрати послідовно перший, другий та третій нуклеотиди. Ви отримаєте назву кодованої амінокислоти або стоп-кодону.

**Завдання 1.** Визначте, яку амінокислоту кодують триплети ЦЦЦ, ГЦА, УЦУ, ЦЦЦ, АУГ?

**Завдання 2.** Заповніть таблицю «Властивості генетичного коду»

Властивості генетичного коду	Характеристика
Триплетність	
Специфічність (однозначність)	
Надмірність (вродженість)	
Універсальність	
Рорздільність	
Відокремлюваність	
Колінеарність	

**Реалізація спадкової інформації в клітині відбувається в напрямку:**  
**ДНК матриця → РНК матриця → білок**

**Завдання 3.** (робота учнів у групах). Прийом «Шпаргалка». Складіть загальну схему біосинтезу білка (зазначивши всі етапи), за допомогою якої інші учні змогли б мати уявлення про цей процес.

Після того, як учні презентують свою «шпаргалку», вони звіряють правильність виконання з опорною схемою (рис. 1).

Групи працюють за опорним конспектом, обговорюють та визначають основні етапи процесу.

Після загального обговорення, якщо є потреба, вносимо правки до «шпаргалок» та заносимо схему до робочого зошита.



Рис.1 Біосинтез білка

**Перший етап біосинтезу білка – транскрипція**

**Завдання 4.** Охарактеризуйте транскрипцію, користуючись схемою (рис. 2).

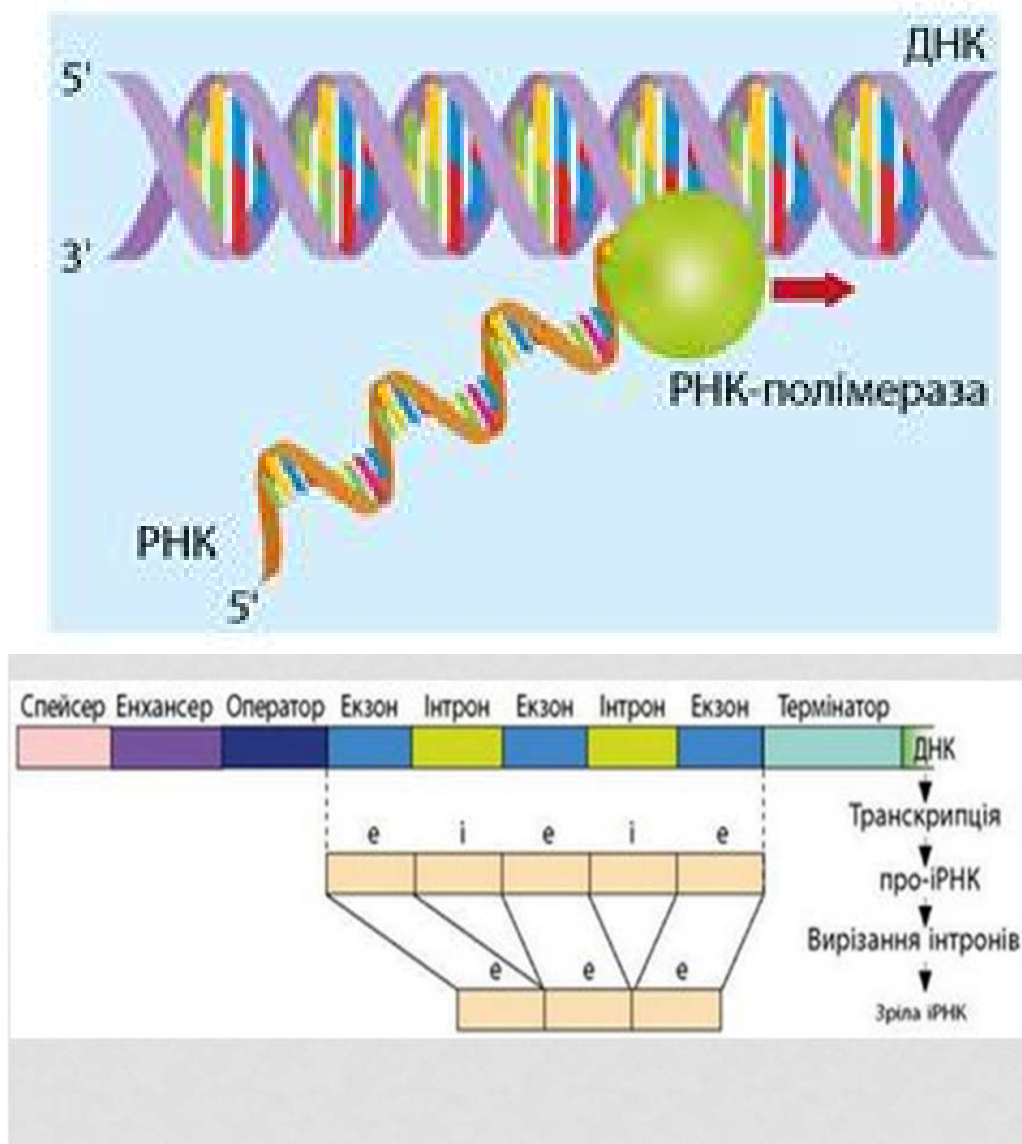


Рис. 2. Транскрипція у еукаріот

**Завдання 5.** Заповніть таблицю «Етапи транскрипції»:

Етапи транскрипції	Що це?	Де відбувається?	Як відбувається?	Біологічна роль
Ініціація				
Елонгація				
Термінація				

**Наступний етап біосинтезу білка – трансляція**

**Завдання 6.** Охарактеризуйте трансляцію, використовуючи схему (рис. 3).

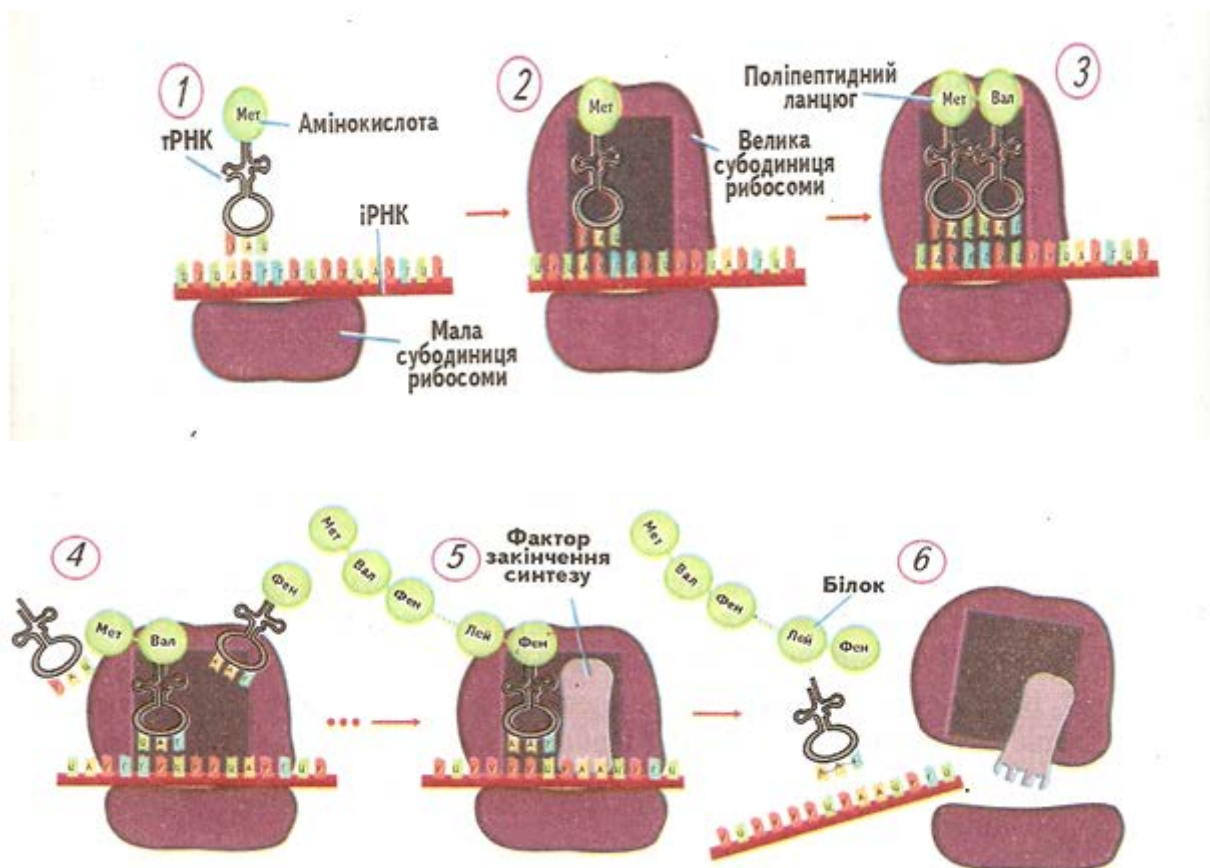


Рис. 3. Трансляція в еукаріот

**Завдання 7.** Заповніть таблицю «Етапи трансляції»:

Етапи трансляції	Що це?	Де відбувається?	Біологічна роль
Ініціація			
Елонгація			
Термінація			

**Завдання 8.** На поданій схемі (рис. 4) знайдіть помилку. Обґрунтуйте відповідь.

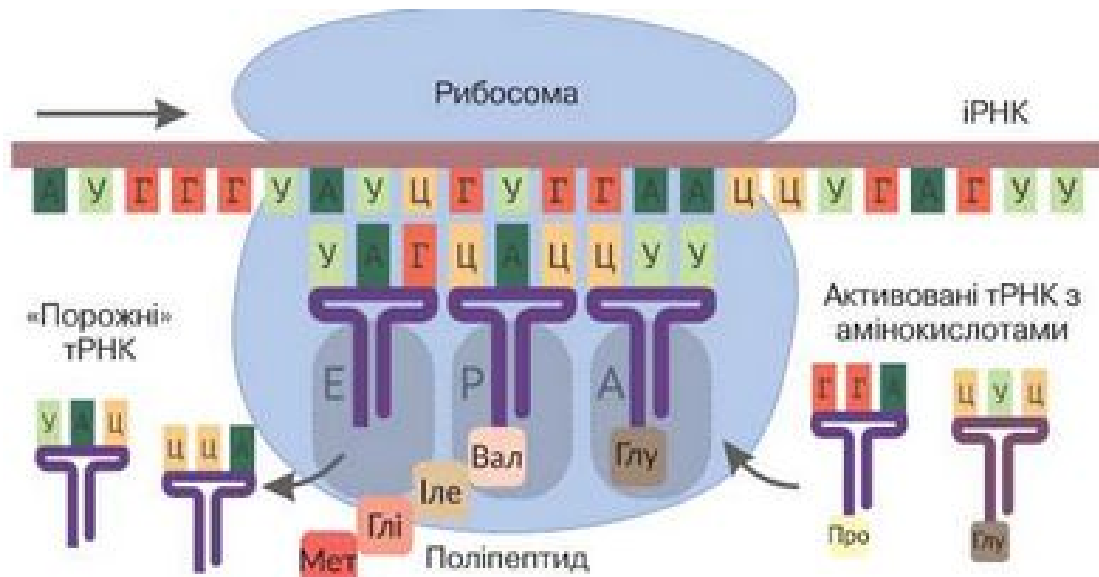


Рис. 4. Трансляція у еукаріот

**Посттрансляційна модифікація** – білок набуває природної структури – утворює певну просторову конфігурацію (спіраль, клубок).

Синтезовані білки спочатку накопичуються в каналах і порожнинах ендоплазматичної сітки, а потім транспортуються до органел і ділянок клітин, де вони використовуються.

#### V. Застосування набутих знань

**Виконайте тест.**

- Матрицею для синтезу молекули і-РНК при транскрипції є:
  - вся молекула ДНК
  - один з ланцюгів молекули ДНК цілком
  - ділянка одного з ланцюгів ДНК
  - в одних випадках один із ланцюгів молекули ДНК, в інших – вся молекула ДНК.

2. Транскрипція відбувається:
- а) в ядрі
  - б) на рибосомах
  - в) в цитоплазмі
  - г) на каналах гладенької ЕПС
3. Послідовність нуклеотидів в антикодоні т-РНК комплементарна:
- а) триплету, що кодує білок
  - б) амінокислоті, з якою зв'язана т-РНК
  - в) послідовності нуклеотидів гена
  - г) кодону і-РНК, який здійснює трансляції
4. Трансляція в клітині здійснюється:
- а) в ядрі
  - б) на рибосомах
  - в) в цитоплазмі
  - г) на каналах гладкої ЕПС
5. Синтез білка починається із старт-кодону в і-РНК:
- а) УАГ б) ГУА в) АУГ
6. При трансляції матрицею для збирання поліпептидного ланцюга білка є:
- а) обидва ланцюга молекули ДНК
  - б) один з ланцюгів молекули ДНК
  - в) молекула і-РНК
  - г) в одних випадках один ланцюг ДНК, в інших - молекула і-РНК
7. При біосинтезі білка в клітині енергія АТФ:
- а) використовується
  - б) запасується
  - в) не використовується та не вивільнюється
  - г) на одних етапах синтезу використовується на інших – вивільнюється
8. Синтез поліпептидного ланцюга починається:
- а) з триптофану
  - б) метіоніну
  - в) треоніну
  - г) цитозину

**Установіть відповідність**

9. А. На які РНК переписуються відомості про послідовність нуклеотидів у молекулі ДНК?

Б. Який принцип забезпечує точність копіювання послідовності нуклеотидів у разі переписування триплетів гена з молекули ДНК на молекулу РНК?

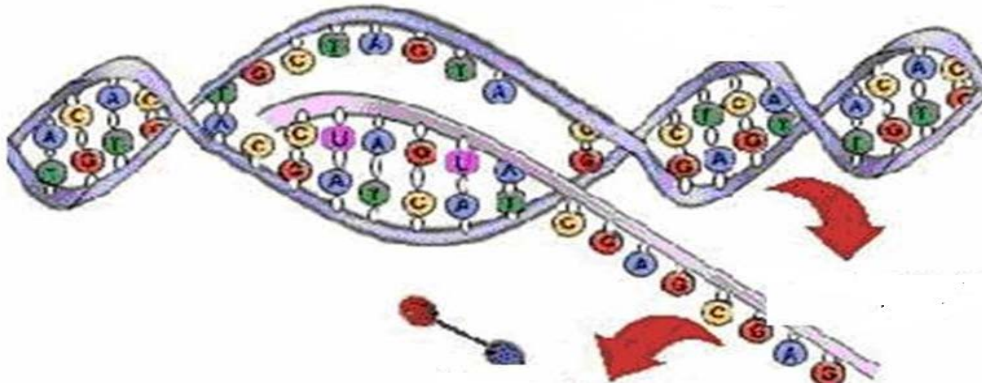
В. Де синтезується білок?

Г. Які РНК переносять амінокислоти до місця синтезу білка?

Д. Назвіть процес переписування послідовності нуклеотидів з молекули ДНК на молекулу РНК.

1. Рибосоми.
2. Комплементарність.
3. Транспортні тРНК.
4. Транскрипція.
5. Рибосоми.
6. іРНК.

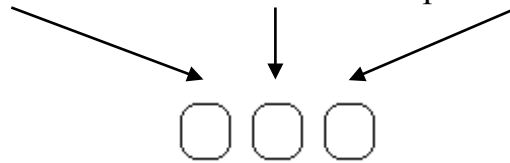
10. На рисунку зображено схему одного з процесів, що лежить в основі життя. Укажіть характерні для нього ознаки:



*Локалізація процесу*  
 1 ядро  
 2 цитоплазма  
 3 рибосома

*Матрична молекула*  
 1 ДНК  
 2 РНК  
 3 білок

*Учасник процесу*  
 1 РНК-полімераза  
 2 ДНК-полімераза  
 3 рибосома



## VI. Домашнє завдання

Пригадайте основні етапи біосинтезу білка. Порівняйте транскрипцію і трансляцію. Заповніть таблицю.

Етапи біосинтезу білка	Що це?	Де відбувається?	Характеристика	Біологічна роль
Транскрипція				
Трансляція				

## УРОК-ПРАКТИКУМ

### Розв'язування задач на тему «Біосинтез білка»

#### **Мета:**

- розширити поняття «метаболізм клітини»;
- закріпити знання учнів про основні етапи процесу біосинтезу білка;
- продовжує розвивати навички практичного застосування знань під час розв'язування задач;
- підвести учнів до висновку – всі процеси, що відбуваються в клітині взаємопов'язані та забезпечують її функціонування.

#### **Перебіг уроку**

#### **I. Актуалізація й корекція опорних знань і практичного досвіду учнів**

*На семінарі планується робота в групах.*

*Запитання до класу* (отримані бали зараховуються до загального рейтингу групи):

- Які органічні речовини містяться в живих організмах?
- Назвіть основні речовини, що входять до складу цитоплазми.
- Охарактеризуйте властивості амінокислот.
- Зазначте основні властивості білків.
- Які види нуклеїнових кислот вам відомі?
- Зазначте відмінності в будові ДНК та РНК.
- Поясніть явище компліментарності та його значення.
- Чому процес подвоєння ДНК називають напівконсервативним?

*Технологія «Далі...Далі...»* (отримані бали зараховуються до загального рейтингу групи)

- Охарактеризуйте поняття «метаболізм».
- Які види обміну речовин вам відомі?
- До пластичного обміну відносять...
- До енергетичного обміну відносять..
- У клітині синтез ДНК відбувається в ...
- Усі види РНК синтезуються в ...
- Біосинтез білка відбувається за рахунок органел....
- Біосинтез білку складеться з ...етапів, які з них ...
- Генетичний код універсальний, тому що ...
- Генетичний код однозначний, тому що ...
- Генетичний код вироджений, тому що ...

*Технологія «Синтез думок»* (спільний пошук групами узгодженого рішення)

1. Доведіть, що кожен амінокислоту кодує тільки один триплет.

2. Чому процес біосинтезу білка відносять до реакцій матричного синтезу?

3. Беручи до уваги властивості генетичного коду, доведіть єдність походження живої матерії.

## **II. Повідомлення теми, мети і завдань уроку, мотивація до навчання учнів**

### **III. Вивчення правил і способів дій**

Ми переконалися, що амінокислоти кодуються одним триплетом.

**Завдання.** Поміркуйте, зі скількох амінокислотних залишків складається молекула білка, що синтезована по молекулі і-РНК, яка складається з 1533 нуклеотидів.

#### **Розв'язування задач**

#### **Пам'ятка для учнів**

- довжина одного нуклеотида, або відстань між двома сусідніми вздовж осі ДНК, становить 0,34 нм;

- середня молекулярна маса одного нуклеотида 345 умовних одиниць;

- середня молекулярна маса однієї амінокислоти дорівнює 100 умовних одиниць;

- молекула білка в середньому складається з 200 амінокислот;

- кожен амінокислоту в білковій молекулі кодує триплет нуклеотидів і-РНК (під час трансляції);

- для визначення довжини гена (*L*) враховують кількість нуклеотидів, яка міститься в одному ланцюзі ДНК;

- для визначення молекулярної маси гена (*Mr*) враховують кількість нуклеотидів, що міститься у двох ланцюгах ДНК;

- трансляція здійснюється згідно з генетичним кодом;

- для всіх ДНК виконується правило Чаргаффа:

$A=T$ ;  $G=C$ ;  $A+G = T+C$ ; сума всіх нуклеотидів в молекулі ДНК або РНК ( $A+T+G+C$  чи  $A+U+G+C$ ) становить 100%.

**Задача 1.** Фрагмент першого ланцюга ДНК має таку нуклеотидну послідовність: ТАЦАГАТГГАГТЦГЦ. Визначте послідовність мономерів білка, закодованого фрагментом другого ланцюга ДНК.

#### **Розв'язання**

ДНК: -	ТАЦ	-	АГА	-	ТГГ	-	АГТ	-	ЦГЦ-
	АТГ	-	ТЦТ	-	АЦЦ	-	ТЦА	-	ГЦГ-
і-РНК:	УАЦ	-	АГА	-	УГГ	-	АГУ	-	ЦГЦ-
Білок:	тир	-	арг	-	трип	-	сер	-	арг-

**Відповідь.** Послідовність мономерів білка: тирозин – аргінін – триптофан – серин – аргінін.

**Задача 2.** Фрагмент ланцюга білка нормального гемоглобіну складається із 7 амінокислот, розміщених у такій послідовності:

вал – лей – лей – тре – про – глн – ліз.

1. Яка будова фрагмента і-РНК, що є матрицею для синтезу цього фрагмента молекули гемоглобіну?

2. Яка будова фрагмента ДНК, що кодує дану і-РНК?

***Розв'язання-відповідь***

Білок:	вал	-	лей	-	лей	-	тре	-	про	-	гли	-	ліз
і РНК:	ГУУ	-	УУА	-	УУА	-	АЦУ	-	ЦЦУ	-	ЦАА	-	ААА
ДНК:	ЦАА	-	ААТ	-	ААТ	-	ТГА	-	ГГА	-	ГТТ	-	ТТТ
	ГТТ		ТТА		ТТА		АЦТ		ЦЦТ		ЦАА		ААА

**Задача 3.** У хворого на синдром Фанконі (порушення утворення кісткової тканини) із сечею виділяються амінокислоти, яким відповідають наступні триплети іРНК: АУА–ГУЦ–АУГ–УЦА–УУГ–УАУ–ГУУ–АУУ. Визначте, які амінокислоти виділяються із сечею у хворих на синдром Фанконі (див. таблиця «Генетичний код»).

***Розв'язання***

Амінокислоти: ілей–вал–мет–сер–лей–тир–вал–ілей.

**Відповідь.** У хворих на синдром Фанконі виділяються із сечею такі амінокислоти: ізолейцин, валін, метіонін, серін, лейцин, тирозин.

**Задача 4.** Гормон росту людини (соматотропін) – білок, що містить 191 амінокислоту. Скільки кодуєчих нуклеотидів і триплетів входить до складу гена соматотропіну?

***Розв'язання***

Одну амінокислоту кодує триплет нуклеотидів, отже, до складу гена соматотропіну входить 191 триплет (одна АК кодується триплетом).

Визначимо кількість нуклеотидів в гені:

$191 \times 3 = 573$  (нуклеотиди) – в одному ланцюзі;

$573 \times 2 = 1146$  (нуклеотидів) – в обох ланцюгах.

**Відповідь.** До складу гена соматотропіну входить 191 триплет, що відповідає 1146 нуклеотидам.

**Задача 5.** Білок складається зі 124 аміноліслот. Порівняйте відносні молекулярні маси білка та гена, який його кодує.



2. Неперекривність генетичного коду в тому, що:  
а) генетичний код є універсальним для всіх організмів ;  
б) один і той же нуклеотид не може входити одночасно до складу двох сусідніх триплетів;  
в) амінокислота може кодуватися більш, ніж одним триплетом;  
г) азотиста основа одного кодону ніколи не входить одночасно до складу іншого кодону.

3. Властивість генетичного коду кодувати одну амінокислоту більш, ніж одним триплетом нуклеотидів називають:

- а) універсальність;                      б) триплетність;  
в) виродженість;                              г) однозначність.

4. Генетичний код єдиний для всіх організмів, ця властивість має назву:

- а) універсальність ;                      б) триплетність;  
в) виродженість;                              г) однозначність.

5. Генетичний код «читається» без розділових знаків, ця властивість має назву:

- а) універсальність;                      б) триплетність;  
в) виродженість                              г) безперервність.

6. Окремий триплет може кодувати тільки одну амінокислоту, ця властивість має назву:

- а) універсальність;                      б) триплетність;  
в) виродженість;                              г) однозначність.

## **II. Розв'яжіть задачі.**

1. Білок складається зі 100 амінокислот, вкажіть кількість нуклеотидів у ділянці ДНК, яка кодує цей білок (1 бал).

2. Ген має структуру: АЦТ-АГГ-АЦТ- ЦТТ. Позначте послідовність амінокислот, які кодуються цим геном (2 бали).

3. Ген складається з 900 нуклеотидів. Визначте масу білка, який кодує цей ген (2 бали).

4. Один з ланцюгів ДНК має відносну молекулярну масу 68 310. Визначте масу білка, закодованого цим ланцюгом (3 бали).

*Додаткове завдання – 11 балів.*

5. Молекула РНК вірусу тютюнової мозаїки (ВТМ) складається з 6500 нуклеотидів. Одна молекула ВТМ складається з 158-ми амінокислот. У скільки разів відносна молекулярна маса гена більше за відносну молекулярну масу білка. Визначте довжину гена, який несе інформацію про структуру цього білка.

## Варіант 2

**I. Виконайте завдання:** визнач одну правильну відповідь (3 бали).

**Тема: «Властивості генетичного коду»**

1. Генетичний код єдиний для всіх організмів, ця властивість має назву:

- а) універсальність ;                      б) триплетність;
- в) виродженість;                      г) однозначність.

2. Окремий триплет може кодувати тільки одну амінокислоту ця властивість має назву:

- а) універсальність;                      б) триплетність;
- в) виродженість;                      г) однозначність.

3. Властивість генетичного коду кодувати одну амінокислоту більш, ніж одним триплетом нуклеотидів називають:

- а) універсальність;                      б) триплетність;
- в) виродженість;                      г) однозначність.

4. Властивість послідовності триплетів гена відповідає послідовності амінокислот у поліпептидному ланцюгу називають:

- а) універсальністю;                      б) триплетністю;
- в) виродженістю ;                      г) колінеарністю.

5. Генетичний код «читається» без розділових знаків, ця властивість має назву:

- а) універсальність;                      б) триплетність;
- в) виродженість                      г) безперервність.

6. Неперекривність генетичного коду в тому, що:

- а) генетичний код є універсальним для всіх організмів ;
- б) один і той же нуклеотид не може входити одночасно до складу двох сусідніх триплетів;
- в) амінокислота може кодуватися більш, ніж одним триплетом;
- г) азотиста основа одного кодону ніколи не входить одночасно до складу іншого кодону.

**II. Розв'яжіть задачі.**

1. Молекула і-РНК складається з 1200 нуклеотидів. Укажіть кількість амінокислотних залишків у синтезованому нею поліпептиді (1 бал).

2. Ген має структуру: ГЦТ-ГАА-ТЦТ- ЦАГ. Позначте послідовність амінокислот, які кодуються цим геном (2 бали).

3. До складу білка входить 800 амінокислот. Позначте довжину гена, який кодує синтез цього білка(2 бали).

4. Визначте відносну молекулярну масу й довжину гена, який кодує білок з відотною молекулярною масою 280 000 (3 бали).

### *Додаткове завдання – 11 балів.*

5. Молекула РНК вірусу тютюнової мозаїки (ВТМ) складається з 6500 нуклеотидів. Одна молекула ВТМ складається з 158-ми амінокислот. У скільки разів відносна молекулярна маса гена більше за відносну молекулярну масу білка. Визначте довжину гена, який несе інформацію про структуру цього білка.

**VI. Творче перенесення знань і навичок в нові чи змінені умови з метою формування вмінь.**

«Дилема» (завдання для роботи в групах).

Назвіть можливі шляхи практичного використання людиною знань про біосинтез білка.

**Оголошення домашнього завдання.**

**Розв'яжіть задачі.**

1. Один з ланцюгів ДНК має відносну молекулярну масу 68310. Визначте кількість амінокислот та відносну молекулярну масу білка, закодованого цим ланцюгом ДНК.

2. Білок складається з 248 амінокислот. Що важче: білок чи ген, який його кодує?

3. Довжина фрагмента ДНК становить 1530 нм. Скільки в ньому закодовано білкових молекул, які складаються в середньому із 300 амінокислотних залишків?

### **Список використаних джерел**

1. Біологія. 10–11 класи: Програма для профільного навчання учнів загальноосвітніх навчальних закладів: профільний рівень Тернопіль: Мандрівець, 2017. 72 с.

2. Хохлова Т. Г. Семінарські заняття із загальної біології: нетрадиційний підхід до організації та проведення. *Тижневик. Хімія. Біологія*. 2000. № 12.

3. Князева О. Використання творчих завдань з біології. *Біологія і хімія в школі*. 2009. № 1. С. 30–32.

4. Момот Л. Діяльнісний компонент особистісного орієнтованого змісту освіти. *Біологія і хімія в школі*. 2004. № 6. С. 8.

5. Пометун О. І. Компетентнісний підхід – найважливіший орієнтир розвитку сучасної освіти. *Рідна школа*. 2005. Січень. С. 65–69.

6. Ясакова Т. Різномірні завдання в особистісно орієнтованому навчанні. *Біологія і хімія в школі*. 2006. № 6. С. 36.

7. Ярошенко О. Навчальне спілкування (групова навчальна діяльність семінарі). *Біологія і хімія в школі*. 2002. № 4. С. 15.

8. Шулдик В. Використання інтерактивних технологій на уроках біології. *Біологія і хімія в школі*. 2004. № 4. С. 22.
9. Задорожний К. М. Нові педагогічні технології для вчителів біології: навч.-метод. посіб. Х.: Основа, 2009. 112 с.
10. Задорожний К. М. Сучасні форми та методи навчання біології. Х.: Основа, 2010. 143 с.
11. Шулдик В. І. Теорія та методика сучасного уроку біології. Умань: ПП Жовтий, 2013. 287 с.
12. Соболев В. І. Біологія і екологія (рівень стандарту): підруч. для 10 кл. закл. заг. серед. освіти. Кам'янець-Подільський: Абетка, 2018. 272 с.
13. Задорожний К. М., Утєвська О. М. Біологія і екологія (профільний рівень): підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків: Вид-во «Ранок», 2018.
14. Задорожний К. М. Біологія і екологія (рівень стандарту): підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків: Вид-во «Ранок», 2019.
15. Соболев В. І. Біологія і екологія (рівень стандарту): підруч. для 11 кл. закл. заг. серед. освіти. Кам'янець-Подільський: Абетка, 2019.



**ФОРМУВАННЯ  
МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ  
ШЛЯХОМ ЗАСВОЄННЯ  
СИСТЕМИ ІНТЕГРОВАНИХ ЗНАНЬ**

## ВСТУП

**Актуальність.** Багаторічна робота в класах із профільним вивченням математики потребує аналізу, узагальнення та систематизації дидактичних матеріалів, які використовуються вчителями. Для підготовки висвітленого матеріалу обрано тему «Многогранники», яка відповідно до програми [6] вивчається найпершою з геометрії в одинадцятому класі. Засвоєння цієї теми має важливе значення в курсі стереометрії. Відповідно до [8] провідна роль многогранників визначається тим, що багато властивостей та характеристик для інших тіл, наприклад, тіл обертання, доводяться та обґрунтовуються на основі відповідних характеристик цих геометричних фігур. Значна кількість об'єктів навколишнього світу мають форму многогранників. Знання елементів, властивостей та зв'язків, які характерні для таких тіл, є важливою основою для здобуття багатьох професій, наприклад, архітектора, інженера, програміста, дизайнера.

Стереометричні задачі теми «Многогранники» є одними з найскладніших під час вступних іспитів до закладів вищої освіти, у варіантах сертифікаційних робіт ЗНО та НМТ. Саме тому методична розробка уроку з вивчення цієї теми має містити варіативні підходи до пояснення матеріалу, алгоритми розв'язування типових задач та прикладів.

Для кращого розуміння понятійного апарату, побудови рисунків до задач досить ефективним є використання інтерактивних методів, пов'язаних із 3D-моделюванням, розробкою динамічних моделей многогранників та їх елементів чи частин.

Вибір якісного методичного забезпечення допомагає вчителям ефективно організувати освітній процес, сприяти формуванню в учнів просторового мислення, установити зв'язки з вивченими поняттям та підготувати здобувачів освіти до сприйняття наступних тем. Саме тому не втрачає актуальності питання вдалого підбору методів та форм роботи на уроках геометрії, що сприяють вивченню многогранників, їх елементів та площ поверхонь, формуванню ключових компетентностей, розвитку просторової уяви та мислення учнів.

**Мета** підготовки методичної роботи полягає в узагальненні та систематизації матеріалів із досвіду роботи вчителів математики Ніжинського ліцею Ніжинської міської ради Чернігівської області при Ніжинському державному університеті імені Миколи Гоголя в процесі викладання теми «Многогранники», зокрема частини «Піраміда», у класах математичного профілю.

**Практичне значення.** Ця методична робота буде корисною для вчителів математики під час підготовки до викладання теми «Многогранники», для написання планів-конспектів уроків із частини «Піраміда». Серед вправ та розробок, які наведені у цій публікації, можна знайти ідеї для організації проектною чи дослідною роботи учнів.

## **МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «МНОГОГРАННИКИ» У КЛАСАХ ІЗ ПРОФІЛЬНИМ ВИВЧЕННЯМ МАТЕМАТИКИ**

Перше знайомство з тілами, які є многогранниками, деякими їх елементами та характеристиками учні мають у 6 класі. Відповідно до модельної навчальної програми «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Пихтар М.П., Рубльов Б.В., Семенов В.В., Якір М.С.) [5] передбачено змістову лінію «Геометричні фігури і величини», частина пропонованого змісту навчального матеріалу якої містить: прямокутний паралелепіпед, куб, піраміду; розгортки прямокутного паралелепіпеда та піраміди; об'єм прямокутного паралелепіпеда.

Серед очікуваних результатів навчання на рівні 6 класу зазначено, що здобувач освіти може розпізнавати на рисунках прямокутний паралелепіпед, куб, піраміду; співвідносити реальні об'єкти навколишнього середовища з моделями просторових фігур, які вказано в змісті; називати елементи вказаних просторових фігур; позначати вказані просторові фігури; також має уявлення про розгортки прямокутного паралелепіпеда та піраміди, яке формується на реальних об'єктах навколишнього середовища; володіє навичками обчислення площі поверхні прямокутного паралелепіпеда, зокрема за допомогою його розгортки; розуміє сутність процесу вимірювання об'єму прямокутного паралелепіпеда; знає одиниці вимірювання об'єму та співвідношення між ними; вибирає доцільні одиниці вимірювання для знаходження об'єму прямокутного паралелепіпеда; використовує формули обчислення об'ємів прямокутного паралелепіпеда та куба [5].

Шкільний курс стереометрії згідно з програмою [6], розробленою на основі Державного стандарту базової і повної середньої освіти з урахуванням особливостей математичного профілю навчання, вивчається в 10 та 11 класах. Починаючи з першої теми «Вступ до стереометрії», паралельно з вивченням аксіоматики учні знайомляться з початковими відомостями про многогранники, розв'язують найпростіші задачі на побудову перерізів піраміди та прямокутного паралелепіпеда методом слідів. Вивчення першої теми передбачає наступні очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів: «...розрізняє означувані та неозначувані поняття; аксіома та наслідок; видимі і невидимі елементи многогранника; виокремлює серед многогранників: піраміду та призму; ілюструє текстовий зміст аксіоми, теореми, задачі за допомогою рисунка; зображає піраміди та призми, перерізи пірамід та прямокутних паралелепіпедів; пояснює та записує: належність точок та прямих площині; позначення многогранників, їх елементів та

поверхні; скорочений запис умови задачі; характеризує форму просторової геометричної фігури; сліди площини перерізу; розміщення двох точок двох площин, якими визначається лінія їх перетину; розв'язує вправи, що передбачають: використання аксіом стереометрії та наслідків з них; доведення та дослідження висновків задач, виконання найпростіших побудов перерізів у пірамідах та призмах» [6, с. 16].

Многогранники як моделі варто застосовувати й під час викладання наступних тем «Паралельність прямих і площин у просторі» та «Перпендикулярність прямих і площин у просторі». Відповідно до програми [6], очікувані навчальні досягнення учнів охоплюють розуміння можливості належності точок і прямих одній площині, уміння розпізнавати паралельність, мимобіжність та перпендикулярність прямих і паралельність та перпендикулярність площин на зображених рисунках, моделях многогранників.

Тема «Многогранники» вивчається першою в курсі геометрії в 11 класі, обсяг теми – 24 години. Завдання вивчення теми «Многогранники» полягає в досягненні очікуваних результатів навчально-пізнавальної діяльності здобувачів освіти, які наведені в програмі з математики профільного рівня [6].

Зміст навчального матеріалу охоплює такі основні поняття [6]:

- 1) многогранні кути;
- 2) многогранник та його елементи;
- 3) призма, пряма і правильна призма;
- 4) паралелепіпед;
- 5) піраміда;
- 6) зрізана піраміда, правильна піраміда;
- 7) перерізи многогранників;
- 8) площі бічної та повної поверхонь призми, піраміди, зрізаної піраміди.
- 9) правильні многогранники.

Матеріал, що подається в темі «Многогранники», є основою для вивчення та розуміння наступних тем курсу «Об'єми многогранників» та «Тіла обертання», «Об'єми та площі поверхонь тіл обертання».

Для формування основних понять теми варто застосовувати різні види навчальної діяльності учнів. Саме до таких належать: виконання вправ та розв'язування задач (усно та письмово) з використанням коротких умов та рисунків, написання самостійних і тематичних контрольних робіт, інших видів робіт для діагностики, контролю знань та оцінювання результатів навчання, включаючи самооцінювання та взаємооцінювання. Для проведення тематичного та поточного контролю знань варто пропонувати учням як тестові вправи, так і задачі з короткими відповідями, завдання з повним розв'язком та обґрунтуванням. Це дозволяє підготувати здобувачів освіти до

сприйняття тестів у форматі ЗНО та НМТ. Учителі математики Ніжинського ліцею Ніжинської міської ради при НДУ ім. М. Гоголя практикують виконання учнями графічних робіт. Це дозволяє сформувати в здобувачів освіти вміння працювати із зображеннями многогранників, підвести до вивчення нових понять, узагальнити знання фактів, що вивчаються. Найчастіше така форма роботи застосовується під час вивчення перерізів многогранників.

Для виконання дослідницької, проєктної та пошукової діяльності доцільною буде самостійна робота за підручником та додатковою літературою, пошук інформації в інтернеті, виступи з доповідями. Індивідуальна, групова робота й робота в парах під час розв'язування проблемно-пошукових завдань дозволить урізноманітнити колективну діяльність. Фронтальна форма роботи буде вдалою на етапах актуалізації опорних знань та мотивації пізнавальної діяльності учнів. Застосування дидактичних ігор буде доцільним на уроках систематизації знань, формування вмінь.

Для якісного засвоєння теми «Многогранники» учні мають володіти вміннями розрізняти паралельність та перпендикулярність у просторі, володіти поняттями перпендикуляр, похила та проєкція похилої на площину, формулювати та ілюструвати теорему про три перпендикуляри, обґрунтовувати та позначати на рисунках зображення кутів між прямими, між прямою та площиною, зображення лінійного кута двогранного кута між площинами. На початку вивчення теми, на нашу думку, доцільною є актуалізація знань матеріалу за 10 клас.

Усю тему «Многогранники» доцільно розділити на дві частини: «Призма» та «Піраміда». Перша з них охоплює вивчення понять: многогранник та його елементи, призма, пряма і правильна призми, площі бічної та повної поверхонь призми, перерізи многогранників та побудова перерізу призми, паралелепіпед, властивості паралелепіпеда, прямокутний паралелепіпед.

У процесі вивчення матеріалу частини «Піраміда» учні мають розуміти, знати, розрізняти та застосовувати до розв'язування задач наступні види пірамід:

- правильні піраміди, їх властивості, перерізи та площі поверхонь;
- піраміди, у яких основа висоти є центром описаного або вписаного кола основи піраміди;
- піраміди, у яких одна бічна грань перпендикулярна до площини основи;
- піраміди, у яких дві бічні грані перпендикулярні до площини основи;
- піраміди, у яких задано відстані між точками та елементами;
- зрізані піраміди.

Вивчення частини «Піраміда» складніше сприймається учнями. Тому саме цю частину обрано за основу для методичного комплексу, описаного в цьому збірнику.

Провівши короткий методичний аналіз теми «Многогранники», маємо зазначити, що її вивчення сприяє формуванню логічного та просторового мислення учнів, готує їх до практичного використання математичних знань. Викладання теми вимагає поєднання традиційних та сучасних методів навчання, використання інтерактивних технологій та міжпредметних зв'язків.

## ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «МНОГОГРАННИКИ» В КЛАСАХ ІЗ ПРОФІЛЬНИМ ВИВЧЕННЯМ МАТЕМАТИКИ

Під час вивчення теми «Многогранники» маємо сприяти формуванню ключових компетентностей, що реалізуються у відповідних уміннях здобувача, його ставленні до навчання, життя, навколишнього світу.

### 1. Спілкування державною (і рідною у разі відмінності) мовами (уміння здобувача).

Спілкування на уроках математики державною мовою є обов'язковим. Висловлення думок, пояснення теоретичного матеріалу, обговорення, аналіз задач, рисунків, практичних вправ маємо проводити українською, дотримуючись відповідних правил та правопису.

Вивчаючи тему «Многогранники», формування компетентності спілкування державною мовою відбувається в процесі вимови назв понять теми з правильним наголосом:

*многогрАнник, прИзма, паралелепИед, пірамІда, зрІзана пірамІда, прАвильна прИзма (пірамІда), прЯма прИзма, діагонАльний перЕріз, протилЕжні грАні, апофЕма, оснОва, бічна грАнь, бічні рЕбра, рЕбра оснОви, двогрАнний кУт, лінійний кУт двогрАнного кутА, подІбні многогрАнники, правІльні многогрАнники: тетрАедр – чотиригрАнник, гексАедр – шестигрАнник, октАедр – восьмигрАнник, додекАедр – дванадцятигрАнник, ікосАедр – двадцятигрАнник.*

Наголошення складів у словах, які найчастіше використовуються в розв'язуванні задач, виконанні вправ, доведенні теорем та тверджень [7]:

*виИняток, вИпадок, дАно, добУток, завдАння, завждИ, зобразИти, зрУчний, нанесИ, новИй, ознака, означєння, перИметр, пОзначка, пОмилка, помилКИ, понЯття, порядковий, посерєдині, промІжок, рАзом, рівновіддАлена, розв'язАння, розв'язування, серєдина;*

одиниці вимірювання: децимЕтр, кіломЕтр, мілімЕтр, сантимЕтр, цєнтнер;

деякі числівники: одинАдцять, чотирнАдцять, сімдєсят.

Розв'язування задач розпочинаємо з читання умови та її аналізу. Для подання інформації найчастіше застосовуються прості речення, ускладнені однорідними членами, а також складнопідрядні або складносурядні речення.

Розглянемо задачу № 3.47 [1] «Сторони основ правильної шестикутної зрізаної піраміди дорівнюють 8 см та 2 см, а бічне ребро утворює зі стороною більшої основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть площу бічної поверхні цієї піраміди».

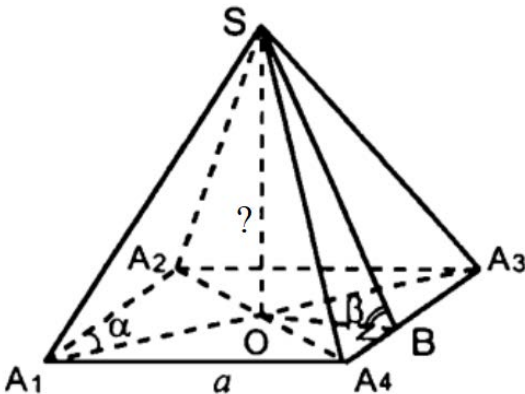
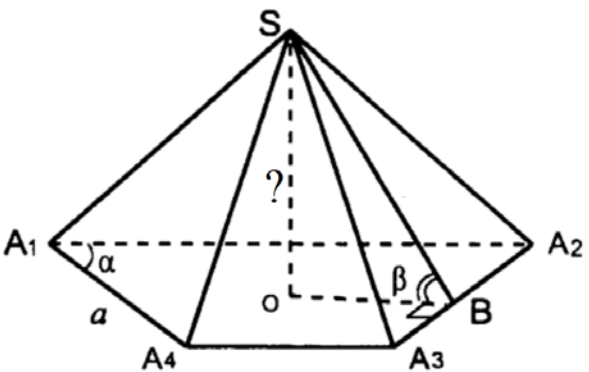
Умова складається з двох розповідних речень. Перше з них є складносурядним, ускладненим однорідними членами речення, де наголошується на

тому, що розглядається правильна шестикутна зрізана піраміда (однорідні члени речення – значення довжин сторін *нижньої та верхньої* основ даної піраміди). У другій частині складного речення наводиться інформація про бічні ребра піраміди. Друге речення умови є простим. У ньому зазначається величина, яку необхідно визначити.

Визначення даних із кожної частини умови задачі є дуже важливим як для наведення необхідних зображень, рисунків, так і для визначення методів та алгоритму розв’язання.

Маємо наголосити, що оформлення розв’язку стереометричної задачі – це написання тексту з використанням математичних позначень, пояснень, вставних слів, дотриманням правил орфографії та пунктуації.

Наведемо вправи, виконання яких спонукає учнів міркувати та робити висновки на основі інформації, поданої у формі рисунків.

<p>Завдання задано у вигляді рисунка. Опишіть умову задачі та наведіть розв’язання.</p>	
<p><b>Задача 1</b></p>  <p><math>A_1A_2A_3A_4</math> – ромб.</p>	<p><b>Задача 2</b></p>  <p><math>A_1A_2A_3A_4</math> – рівнобічна трапеція,  <math>O</math> – центр вписаного у неї кола</p>

## 2. Спілкування іноземними мовами

Здобувачі освіти мають знати як звучать іноземною мовою назви математичних понять теми «Многогранники» і найуживаніші терміни, наприклад, *куб, піраміда, ребра, грані*; уміти ставити запитання, формулювати проблему; зіставляти математичний термін чи буквене позначення з його походженням; використовувати числівники.

Наведемо вправи, у процесі виконання яких формується компетентність спілкування іноземною мовою на уроках геометрії.

**Вправа 1.** Перейдіть за QR-кодом та опрацюйте інформацію про многогранники, наведену на рисунках. Спираючись на ці факти, розгадайте кросворд «Polyhedrons».

**Кросворд «Polyhedrons»**

*Впишіть у кросворд назви геометричних тіл та фігур англійською мовою.*

**По горизонталі**

**6.** Призма, в основі якої лежить паралелограм (Parallelepiped).

**7.** Двадцятигранник, у якого кожна грань – правильний трикутник (Icosahedron).

**8.** Правильний дванадцятигранник (Dodecahedron).

**По вертикалі**

**1.** Правильний восьмигранник (Octahedron).

**2.** Фігура, яка є гранню куба (Square).

**3.** Многогранник, у якого дві грані рівні й паралельні багатокутники, а всі інші – паралелограми (Prism).

**4.** Бічна грань правильного тетраедра (Triangle).

**5.** Фігура, яка є основою прямокутного паралелепіпеда (Rectangle).

**6.** Многогранник, поверхня якого складається з деякого n-нута та n-трикутників, що мають спільну вершину (Pyramid).

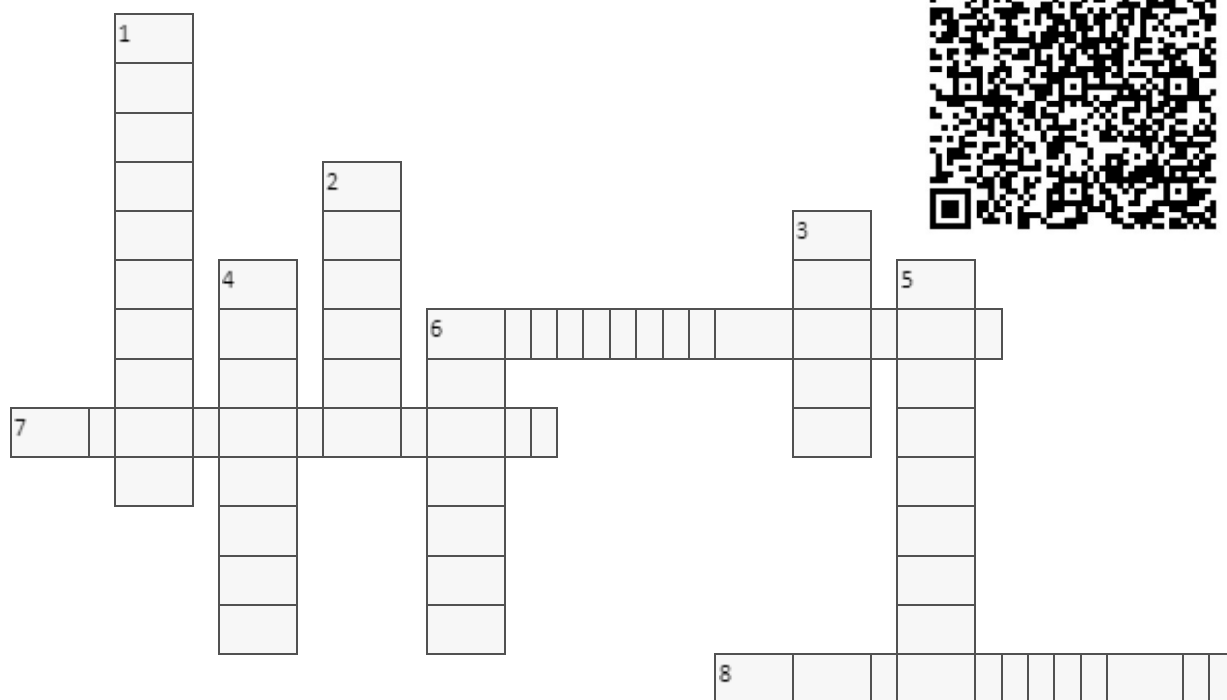
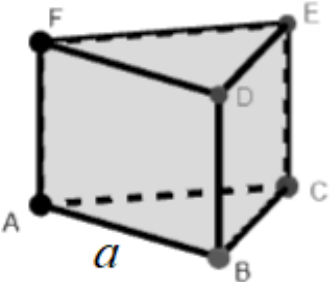
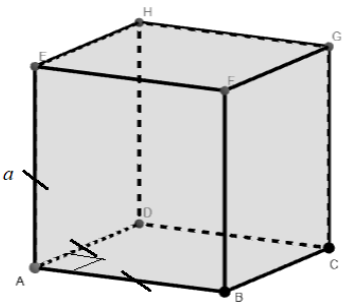
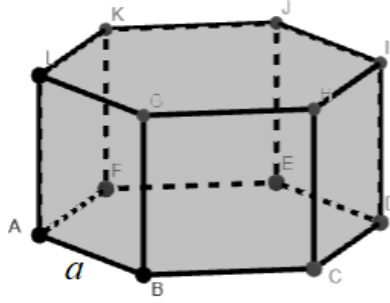
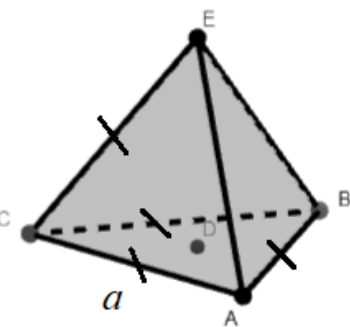
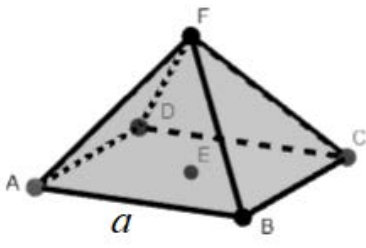
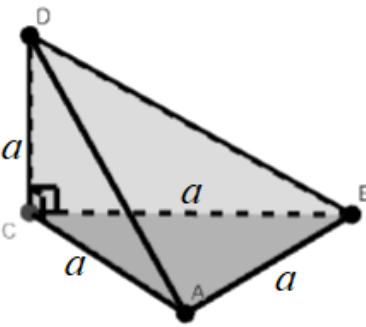


Рис. 4

**Вправа 2.** (Завдання з самоперевіркою) *Match the picture, the name of the polyhedron, the formula of total surface area and the expression*

For example:  $A \rightarrow 2 \rightarrow \alpha \rightarrow V$ .

The picture	The name of the polyhedron	The formula of total surface area	The expression
<p><b>A</b> (all edges are equal)</p> 	<p><b>1.</b> Triangular pyramid with perpendicular faces</p>	<p><b>A</b></p> $S_{TSA} = 2 \cdot S_{\Delta} + 3 \cdot S_{\blacksquare}$ <p><math>S_{\Delta}</math> - the area of an equilateral triangle  <math>S_{\blacksquare}</math> - the area of a square</p>	<p><b>I</b></p> $S_{TSA} = 6a^2$
<p><b>B</b></p>  <p>(all edges are equal)</p>	<p><b>2.</b> Triangular prism</p>	<p><b>B</b></p> $S_{TSA} = 4 \cdot S_{\Delta}$ <p><math>S_{\Delta}</math> - the area of an equilateral triangle</p>	<p><b>II</b></p> $S_{TSA} = (\sqrt{3} + 1)a^2$
<p><b>C</b></p>  <p>(all edges are equal)</p>	<p><b>3.</b> Tetrahedron</p>	<p><b>Г</b></p> $S_{TSA} = 6 \cdot S_{\blacksquare}$ <p><math>S_{\blacksquare}</math> - the area of a square</p>	<p><b>III</b></p> $S_{TSA} = \sqrt{3}a^2$
<p><b>D</b></p>  <p>(all edges are equal)</p>	<p><b>4.</b> Cube</p>	<p><b>Δ</b></p> $S_{TSA} = S_{\Delta} + 2 \cdot S_{\Delta_1} + S_{\Delta_2}$ <p><math>S_{\Delta}</math> - the area of an equilateral triangle  <math>S_{\Delta_1}</math> - the area of a right triangle  <math>S_{\Delta_2}</math> - the area of an isosceles triangle</p>	<p><b>IV</b></p> $S_{TSA} = \frac{a^2}{4} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{7} + 4)$

<p><b>E</b></p>  <p>(all edges are equal)</p>	<p><b>5. Hexagonal prism</b></p>	<p><b>E</b></p> $S_{TSA} = 4 \cdot S_{\Delta} + S_{\blacksquare}$ <p><math>S_{\Delta}</math> - the area of an equilateral triangle  <math>S_{\blacksquare}</math> - the area of a square</p>	<p><b>V</b></p> $S_{TSA} = \frac{a^2}{2} \cdot (\sqrt{3} + 6)$
<p><b>F</b></p> 	<p><b>6. Square pyramid</b></p>	<p><b>Z</b></p> $S_{TSA} = 2 \cdot S_{\Delta 3} + 6 \cdot S_{\blacksquare}$ <p><math>S_{\Delta 3}</math> - the area of the hexagon  <math>S_{\blacksquare}</math> - the area of a square</p>	<p><b>VI</b></p> $S_{TSA} = 3a^2 \cdot (\sqrt{3} + 2)$

Відповідь.

$A \rightarrow 2 \rightarrow \alpha \rightarrow V$ ;  $B \rightarrow 4 \rightarrow \gamma \rightarrow I$ ;  $C \rightarrow 5 \rightarrow \zeta \rightarrow VI$ ;  $D \rightarrow 3 \rightarrow \beta \rightarrow III$ ;  $E \rightarrow 6 \rightarrow \varepsilon \rightarrow II$ ;  
 $F \rightarrow 1 \rightarrow \delta \rightarrow IV$

### 3. Математична компетентність

Формування математичної компетентності реалізується в процесі вивчення теоретичного матеріалу, під час виконання вправ та розв'язуванні задач із кожної теми, що передбачена навчальною програмою з математики профільного рівня.

Усі завдання, які наведені в підручниках з алгебри і початків аналізу та геометрії, підібрані вчителем для організації роботи в різних формах сприяють формуванню математичної компетентності. Наведемо для прикладу задачу практичного змісту, що відповідають обраній темі.



**Задача 1.** Піраміда-скринька, 3Д пазл-конструктор, має форму правильної чотирикутної піраміди, усі ребра якої 16 см. Чи можна цю скриньку покласти у шухлядку висотою 12 см?

Ілюстрацію до задачі використано з сайту: <https://rozetka.com.ua/330023185/p330023185/>



**Задача 2.** Прикрасу з натурального каменю флюориту виготовлено у вигляді чотирикутної піраміди, у якої всі ребра рівні – 47 мм. Визначте, який кут до поверхні столу утворюють її грані? Яка висота такої прикраси?

Ілюстрацію до задачі використано з сайту:

<https://prom.ua/ua/p1294116579-piramida-naturalnogo-kamnya.html>

#### **4. Основні компетентності в природничих науках і технологіях**

Формування основних компетентностей у природничих науках і технологіях під час вивчення теми «Многогранники» реалізується в завданнях дослідницького характеру. Наприклад, це може бути проєктна діяльність учнів з теми «Мінерали та многогранники». Передбачається, що вивчаючи фізичні властивості природних та штучних мінералів, учні встановлять відповідність між формами обраних ними мінералів та тілами, що вивчаються у стереометрії, наголосять на практичному їх застосуванні.

**Задача № 2.103** [1]. Відомо, що 1 га лісу очищує за рік 18 млн м<sup>3</sup> повітря. Скільки м<sup>3</sup> повітря очистить за рік ліс площею: 1) 4 га; 2) 3 км<sup>2</sup>?

**Задача № 4.39** [1]. Дослідне сільськогосподарське підприємство займається селекцією буряка. Для вирощування однієї рослини буряка потрібна площа, що має форму квадрата зі стороною 30 см. Скільки рослин буряка можна виростити на ділянці, що має форму квадрата зі стороною 31,5 м?

**Задача.** Знайдіть висоту дерева, якщо довжина його тіні 9 м, а довжина тіні спостерігача зі зростом 1 м 70 см у той самий час доби дорівнює 2 м?

#### **5. Інформаційно-цифрова компетентність**

Формування інформаційно-цифрової компетентності реалізується у створенні динамічних моделей до уроків теми «Многогранники» в середовищі GeoGebra, обґрунтуванні тверджень та доведення властивостей елементів многогранників за допомогою таких моделей.

Досить часто виготовлення моделей до задач з різних матеріалів, наприклад, паперу, коктейльних трубочок, паличок для кави, фанери, допомагає структурувати дані в умові задачі, упізнати алгоритм її розв'язання.

Наведемо приклад завдань для роботи в групах.

*Опрацюйте завдання. Виконайте його, залучаючи всіх учасників групи. Визначте доповідача, який наведе пояснення розв'язку, та його помічника, який має показати озвучені об'єкти на моделі. Кожен учасник групи має підбирати запитання та долучатися до обговорення результатів, отриманих кожною з груп. Час виконання завдання – 15 хвилин.*

**Завдання**

Застосовуючи запропоновані матеріали: палички для кави (можна коктейльні трубочки), м'який пластилін, маркери, створіть модель до задачі та продемонструйте її розв'язання із застосуванням документ-камери. Оформлення розв'язку має бути охайним та зрозумілим. На моделі подайте всі необхідні елементи та позначення.

*Задача [1].*  $QABCD$  – правильна чотирикутна піраміда, у якої бічне ребро нахилене до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Точка  $E$  – середина ребра  $QC$ . Знайдіть відношення площі діагонального перерізу піраміди до площі перерізу площиною  $BDE$ .

*Опрацюйте завдання. Виконайте його, залучаючи всіх учасників групи. Визначте доповідача, який наведе пояснення розв'язку, та його помічника, який має показати озвучені об'єкти на моделі. Кожен учасник групи має підбирати запитання та долучатися до обговорення результатів, отриманих кожною з груп. Час виконання завдання – 15 хвилин.*

**Завдання**

Застосовуючи запропоновані матеріали: палички для кави (можна коктейльні трубочки), м'який пластилін, маркери, створіть модель до задачі та продемонструйте її розв'язання із застосуванням документ-камери. Оформлення розв'язку має бути охайним та зрозумілим. На моделі подайте всі необхідні елементи та позначення.

*Задача.*  $SABCD$  – правильна чотирикутна піраміда, у якої бічна грань нахилена до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Через відрізок  $BD$  перпендикулярно до ребра  $SC$  проведено переріз. Знайдіть відношення площі побудованого перерізу до діагонального перерізу піраміди.

Під час викладання теми «Многогранники» учителі ліцею використовують онлайн-застосунки: генератор QR-кодів, Rebus 1, дошку Padlet, Canva, Google doc, Google таблиці, Google презентації, Google форми, Draw.Chat, GeoGebra, Desmos, платформи «Всеосвіта» та «На Урок».

**6. Уміння вчитися впродовж життя**

Вивчаючи тему «Многогранники» здобувачі освіти мають вміти визначати мету навчальної діяльності не лише в межах цієї теми, а й

відбирати та застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення цієї мети. Важливими для учнів є організація та планування своєї навчальної діяльності, моделювання та коригування власної освітньої траєкторії, самооцінювання результатів (доведення правильності власного судження або визнання помилковості).

У процесі вивчення теми «Многогранники» можна пропонувати здобувачам освіти різні завдання для проектно-дослідної роботи, які демонструють необхідність знань теми та математичних розрахунків у побуті. Наведемо приклад.

**Задача.** Скільки метрів гірлянди потрібно, щоб прикрасити у вигляді ялинки куток кімнати (розміри: 1 м, 1 м, 1,8 м) за умови, що є 20 фіксаторів на стіну? Скільки метрів новорічної мішури потрібно, щоб доповнити таку новорічну прикрасу?

Розгляньте різні випадки поєднань гірлянди та мішури та розрахуйте вартість для кожного з них, знайшовши інформацію про ціну відповідного розміру гірлянди та новорічної мішури в інтернет-магазинах.

Ілюстрацію до задачі використано з доступних інтернет-джерел.



## 7. Ініціативність і підприємливість

Вивчення кожної теми, що передбачена програмою з математики для профільного рівня підготовки, передбачає навчання учнів генерувати нові ідеї, необхідні для вирішення життєвих проблем, аналізувати, ухвалювати оптимальні рішення. Викладаючи тему «Многогранники», також варто підбирати такі вправи, виконання яких спирається на критерії практичності, ефективності, точності та пошуку оптимальних способів розв'язання життєвих завдань.

**Задача № 1.118.** [6] Потрібно пофарбувати стелю у двох класах, одна з них квадратної форми зі стороною 4 м, а інша – прямокутної розміром 5 м та 4 м. На  $1 \text{ м}^2$  стелі витрачається 240 г фарби. Яку найменшу кількість банок фарби потрібно придбати, якщо фарбу продають у банках місткістю 2,5 кг?

**Задача.** Скільки квадратних метрів тканини потрібно використати, щоб пошити дитячий намет-вігвам у формі правильної чотирикутної піраміди, якщо ребро її основи – 1 м, а висота вігвamu – 1,6 м?

**8. Соціальна та громадянська компетентності** формуються під час роботи учнів у парах чи групах. Так вони вчаться аргументувати та

відстоювати свою позицію; ухвалювати правильні рішення в життєвих ситуаціях; співпрацювати в команді, вносити свою частку в роботу групи для вирішення проблеми.

Викладаючи тему «Многогранники», варто підбирати такі завдання, які вимагають математичного моделювання певної економічної ситуації, вчать орієнтуватися в широкому колі послуг і товарів на основі чітких критеріїв та робити споживчий вибір, спираючись, зокрема, і на математичні дані. Наведемо приклади завдань.

**Задача № 1.50** [1]. Потрібно виготовити короб із кришкою для зберігання картоплі у формі прямої призми висотою 70 см. Основою коробки є рівнобічна трапеція з основами 40 см та 60 см і бічною стороною 50 см. Скільки метрів квадратних фанери знадобиться для виготовлення такого короба? Округліть відповідь до десятих.

*Завдання до задачі:*

1) Скільки листків фанери необхідно придбати для виготовлення такого коробу за умови, що дані у задачі вказують його внутрішні розміри? Розрахуйте вартість покупки, якщо ціна одного листка фанери (розміром 1525мм x 1525мм x 10 мм) становить 965 грн, а на фанеру розміром 960мм x 960мм x 10 мм у магазині акція: ціна одного листка 363 грн. Яку суму коштів можна зекономити?

2) Скільки метрів квадратних фанери знадобиться для виготовлення короба у формі прямої призми висотою 70 см, основою якої є квадрат зі стороною 50 см? Розрахуйте, скільки коштів потрібно заплатити за фанеру за умови, що сформульована в завданні 1)?

**Задача № 4.39** [6]. Для штукатурення стін кімнати потрібно придбати розфасовану в мішки штукатурну суміш із розрахунку 6 мішків суміші на 5 м<sup>2</sup> поверхні стін. Ширина кімнати – 3,3 м, довжина – 5 м, а висота – 2,7 м. Кімната має одні двері та одне вікно. Ширина дверей – 0,9 м, висота – 2 м, ширина вікна – 2 м, висота – 1,75 м. Скільки мішків сухої суміші доведеться придбати, якщо стіни потрібно штукатурити повністю (від підлоги до стелі)?

## **9. Обізнаність та самовираження у сфері культури**

Формування такої компетентності полягає у вміннях здобувачів освіти здійснювати необхідні розрахунки для встановлення пропорцій, створювати об'ємно-просторові композиції, математичні моделі та їх зображення, що унаочнюють матеріал теми «Многогранники».

Формування цієї компетентності здійснюється в процесі побудови рисунків до стереометричних задач. Зокрема, призм, паралелепіпедів, пірамід, які є основними в темі «Многогранники».

Можна також запропонувати учням провести дослідження-проекти на теми:

- 1) многогранники в архітектурі мого міста;
- 2) які многогранники приховались у пам'ятниках мого міста?
- 3) многогранники як форми предметів, що використовуються на кухні;
- 4) Многогранники серед предметів побуту в моїй кімнаті.

### 10. Екологічна грамотність і здорове життя

Вивчаючи тему «Многогранники», здобувачі освіти мають навчатися висловлювати власну думку, слухати й чути інших. Важливим є вміння оцінювати аргументи та змінювати думку на основі проведених власних математичних розрахунків, враховувати екологічні й соціальні наслідки прийнятих рішень.

Наведемо умови задач, під час розв'язування яких реалізується компетентність «Екологічна грамотність та здоровий спосіб життя».

**Задача № 7.92 [1].** Згідно з санітарними нормами відношення площі вікон до площі підлоги в класній кімнаті має бути не менше 0,2. Чи дотримується ця норма в класній кімнаті, довжина якої 12 м, а ширина становить 45% від довжини, якщо в кімнаті три вікна розміром 2 x 1,75 м?

*Завдання на основі задачі.* Виміряйте розміри вашої класної кімнати та вікон. З'ясуйте, чи виконуються зазначені в умові санітарні норми?

**Задача.** У приміщенні потрібно обкласти плиткою стіну, довжина якої – 5,5 м, а висота – 3 м. Споживачеві в магазині сподобалися три види керамічної плитки:

Вид плитки, розміри	Ціна плитки, грн за м <sup>2</sup>
Квадратна плитка, <a href="#">59,8 x 59,8 см</a>	553,56
Плитка, що має довжину 6 дм та ширину 3 дм	417,91
Плитка, що має довжину 4 дм та ширину 25 см	359

Яку плитку потрібно обрати, щоб оздоблення нею стіни було найдешевшим?

Провівши короткий огляд ключових компетентностей, навівши підходи та задачі, що сприяють їх формуванню, доходимо висновку, що у викладанні теми «Многогранники» реалізується мета навчання математики на профільному рівні. Адже здобувачі освіти забезпечуються свідомим і міцним оволодінням системою математичних знань, навичок і умінь з указаної теми, які потрібні в повсякденному житті й майбутній трудовій діяльності, достатні для вивчення інших шкільних дисциплін та продовження навчання в закладах вищої освіти.

## ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ

№ уроку	Тема розділу, уроку. <i>Самостійні, контрольні роботи</i>	Дата	Примітка
<b>Тема 1. МНОГОГРАННИКИ (24 години)</b>			
1	Многогранник та його елементи. Призма. Пряма і правильна призма		
2	Площі бічної та повної поверхонь призми		
3	<i>Самостійна робота.</i> Перерізи многогранників. Побудова перерізу призми. Діагональний переріз призми		
4	Розв'язування задач на побудову перерізу призми		
5	Паралелепіпед. Властивості паралелепіпеда		
6	Розв'язування задач. <i>Самостійна робота</i>		
7	Прямокутний паралелепіпед		
8	Розв'язування задач		
9	Розв'язування задач		
10	<b>Контрольна робота з теми «Призма»</b>		
<b>Тематична</b>			
11	Піраміда. Правильна піраміда		
12	Властивості правильної піраміди		
13	Перерізи піраміди. Діагональний переріз піраміди		
14	Властивості паралельних перерізів піраміди		
15	Площі бічної та повної поверхонь піраміди. Бічна поверхня правильної піраміди		
16	Розв'язування задач. <i>Самостійна робота</i>		
17	Піраміди, у яких основа висоти є центром описаного або вписаного кола основи піраміди		
18	Піраміди, у яких одна чи дві бічні грані перпендикулярні до площини основи		
19	Піраміди, у яких задано відстані між точками та елементами		
20	Розв'язування задач. <i>Математичний диктант</i>		
21	Зрізана піраміда. Площі бічної та повної поверхонь зрізаної піраміди		
22	Правильні многогранники		
23	Піраміда. Узагальнення знань		
24	<b>Контрольна робота з теми «Піраміда»</b>		
<b>Тематична</b>			



**РЕАЛІЗАЦІЯ КОМПЕТЕНТІСНОГО  
ПІДХОДУ  
НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ  
(на прикладі вивчення теми  
«Многогранники»)**

## ПЛАН-КОНСПЕКТ УРОКУ

### «Піраміда. Правильна піраміда. Властивості правильної піраміди»

Порядковий номер уроку в темі: 11, 12.

Клас: *математичний (11 клас)*.

Тривалість заняття: 80 хв.

#### **Мета:**

- сформуванню в учнів уявлення про піраміду як многогранник, уявлення про елементи піраміди, види пірамід, поняття про правильну піраміду, забезпечити міцне засвоєння властивостей правильної піраміди;
- формувати вміння зображати піраміди, опираючись на властивості паралельного проєктування, уміння застосовувати набуті знання до розв'язування задач;
- розвивати логічне й просторове мислення, смислову пам'ять, просторові уявлення і уяву, поглибити вміння аналізувати, узагальнювати, зіставляти, формувати вміння класифікувати, систематизувати;
- виховувати наполегливість, патріотизм, інтерес до математики, до історичних фактів і архітектурних знахідок минулого людства, сприяти виробленню навичок самостійного пошуку інформації, формувати культуру мовлення і записів у зошиті.

#### **Завдання:**

- забезпечити засвоєння учнями означення піраміди та правильної піраміди;
- вчити класифікувати піраміди за кількістю сторін многокутника, який лежить в основі фігури;
- вчити визначати елементи піраміди за моделлю або зображенням на рисунку;
- вчити позначати на рисунку із відповідним обґрунтуванням: кут нахилу бічного ребра піраміди до площини основи, лінійний кут двогранного кута при ребрі основи піраміди;
- сформулювати та довести деякі властивості правильної піраміди;

#### **Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності здобувачів освіти:**

- 1) наводять приклади різних видів пірамід;
- 2) формулюють означення піраміди, правильної піраміди, їх елементів;
- 3) класифікують піраміди за кількістю сторін многокутника, який лежить в її основі;
- 4) визначають елементи піраміди за моделлю або зображенням на рисунку;

5) позначають на рисунку із відповідним обґрунтуванням: кут нахилу бічного ребра піраміди до площини основи, лінійний кут двогранного кута при ребрі основи піраміди;

б) формулюють та доводять властивості правильної піраміди.

**Тип уроку:** урок засвоєння нових знань.

**Обладнання:** лінійка, косинець, плакати із зображеннями пірамід, комп'ютер, мультимедійний проєктор, екран, GeoGebra, фото єгипетських пірамід, презентація «Піраміда Хеопса» (виконана в програмі Microsoft Power Point), дидактичні матеріали (листки-пам'ятки), підручники.

### Перебіг уроку

#### I. Мотивація пізнавальної діяльності учнів (5 хв)

Сьогоднішнім уроком ми розпочинаємо вивчення властивостей геометричного тіла, яке є многогранником, зображенням якого ви бачили на сторінках як підручників із математики, так і на сторінках історичної, науково-популярної літератури. Про цей многогранник складено прислів'я: «Усе на світі боїться часу, а час боїться ...» Продовжіть твердження. (*Час боїться пірамід*)

#### *Прийом «Геометрія навколо нас»*

Усіх захоплюють таємниці єгипетських пірамід. Знайдімо в нашій пам'яті образи предметів, які нас оточують і є матеріальними моделями пірамід. Що ви пригадали?

- Дахи будівель, намети (циркові, туристичні), бетонні стовпці, що є уздовж шляху в небезпечних для транспорту місцях, бункери для піску або розчину, що застосовуються на будівництві, у промисловості (форма правильної зрізаної піраміди).

Пригадаємо меморіальні споруди, які називаються *обелісками*. Вони мають вигляд гранованого кам'яного стовпа (у перерізі найчастіше – квадрат), що звужується до верху, із загостреною пірамідальною кінцівкою. Розглянемо фотографію пам'ятника Вічної Слави в Києві. Це обеліск, верхня частина якого має форму правильної чотирикутної піраміди, а нижня – правильної зрізаної чотирикутної піраміди. Пам'ятник Вічної Слави на могилі Невідомого солдата було відкрито 6 листопада 1957 року на честь воїнів, які загинули У Великій Вітчизняній війні. Висота обеліска 27 м. У підніжжя пам'ятника горить Вічний вогонь. До обеліска веде алея, по обидва боки якої знаходяться могили 34 воїнів-героїв.



## **II. Повідомлення теми, мети і завдань уроку (3 хв)**

1) *Формулювання учнями перспективи на урок.*

Яким, на вашу думку, буде логічний «ланцюжок» вивчення теми «Піраміда»? Які дії ми буде виконувати сьогодні на уроці? Що ви повинні засвоїти на уроці? Як можуть потім знадобитися знання?

*Учні висловлюють свої думки.*

2) *Повідомлення вчителем основних етапів уроку (логічних блоків):*

1. Формулювання означення піраміди, правильної піраміди, деяких елементів піраміди;
2. Побудова зображення правильних пірамід; побудова (із відповідним обґрунтуванням) кута нахилу бічного ребра піраміди до площини основи та лінійного кута двогранного кута при ребрі основи піраміди;
3. «Хвилинка відпочинку»: учнівська презентація «Піраміда Хеопса»;
4. Формулювання та доведення основних властивостей правильних пірамід;
5. Розв'язування задач.

## **III. Актуалізація опорних знань учнів (5 хв)**

*Приєм «Запитання – відповідь». Фронтальне опитування:*

1. Що таке многогранник? (*геометричне тіло, поверхня якого складається зі скінченної кількості плоских многокутників*)
2. Що таке грані многогранника? (*многокутники, які обмежують многогранник*)
3. Що таке ребра многогранника? (*сторони граней*)

4. Що таке вершини многогранника? (*кінці ребер або сторони граней многогранника*)
5. Наведіть приклади многогранників, які ми вивчали (*призми, у тому числі паралелепіпеди, куб*).
6. Скільки основ у призми? (*дві*)
7. Що таке бічні ребра призми? (*відрізки, які сполучають відповідні вершини основ*)
8. Що таке висота призми? (*відстань між площинами основ призми*)
9. Що таке правильна призма? (*пряма призма, в основі якої лежить правильний многокутник*)
10. Продовжіть твердження: основою п'ятикутної призми є ... (*п'ятикутник*); основою правильної чотирикутної призми є ... (*квадрат*); бічними гранями прямої призми є ... (*прямокутники*).

#### **IV. Сприймання і усвідомлення учнями фактичного матеріалу**

Ми знаємо, що піраміда, як і будь яка геометрична фігура, абстрактне поняття. Вивчати її властивості ми будемо за допомогою моделей (матеріальних) паперових, дерев'яних. Також на уроці ми будемо розглядати динамічні зображення пірамід.

**Прийом «Досліджую – вивчаю».** Форма роботи: фронтальна.

*Пізнавальне завдання учням (мета спостереження):* виділити спільні та відмінні властивості для моделей пірамід (матеріальних), які демонструє вчитель.

*(Це многогранники. Усі грані, крім однієї, є трикутниками. Є піраміди, у яких усі грані є трикутниками.)*

*Учні разом із вчителем формулюють означення піраміди.*

**Визначення піраміди 1:** [3, с. 23] *Многогранник, одна грань якого –  $n$ -кутник, а решта граней – трикутники, що мають спільну вершину, називають  $n$ -кутною пірамідою.*

**Визначення піраміди 2:** [1, с. 44] *Піраміда – це многогранник, у якого одна з граней, яку називають основою, є довільним многокутником, а інші грані – трикутники зі спільною вершиною.*

Покажіть на моделі вершину піраміди, вершини основи, бічні грані (ребра, бічні ребра) піраміди. Сформулюйте їх визначення.

*Учень (тримає модель піраміди, показує відповідні елементи піраміди):* Бічні грані піраміди – грані, які є трикутниками, що мають спільну вершину. Ребра піраміди – це сторони многокутників, які є гранями піраміди. Бічні ребра піраміди – це відрізки, які сполучають вершину піраміди з вершинами основи.

За яким критерієм, на вашу думку, піраміди поділяються на трикутні, чотирикутні, п'ятикутні і т. д. ? ( Залежно від того, який багатокутник є основою піраміди.)

Класифікуйте піраміди, які зображені на екрані. Назвіть піраміди за зразком (рис. 1): дано зображення трикутної піраміди EABC (першою називаємо вершину піраміди, далі послідовно перераховуємо вершини основи). Зверніть увагу на положення вершини піраміди.

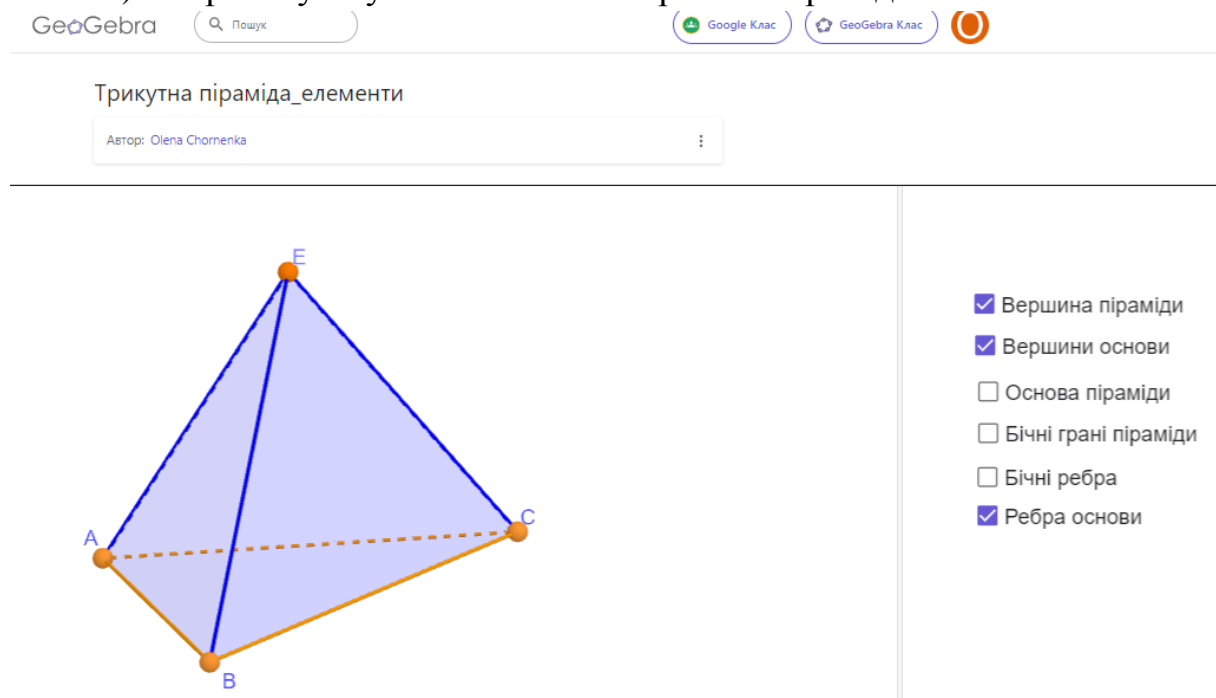


Рис. 1

**Приєм розширення обсягу поняття:** демонстрація динамічних зображень пірамід (створених у додатку GeoGebra). Учитель, змінюючи положення вершин піраміди (базових точок), демонструє множину пірамід різної форми (рисунок 1-5).

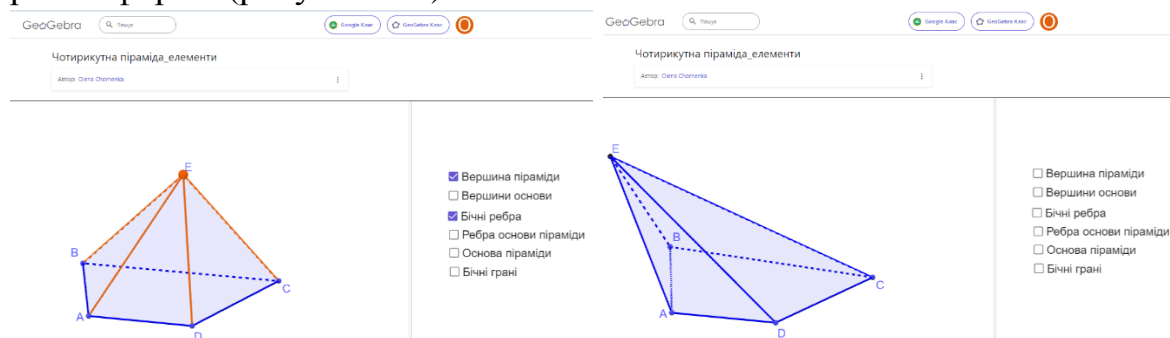


Рис. 2

Рис. 3

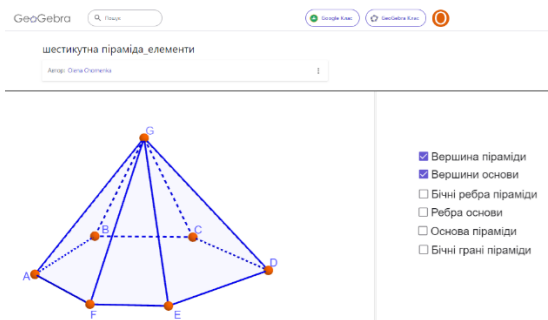


Рис. 4

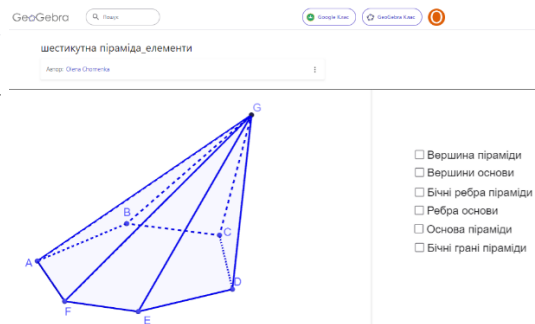


Рис. 5

Розглянемо рис. 3.4 на с. 24 підручника [3] (мал. 3.1 на с. 44 підручника [1]). Назвіть основу, ребра, бічні ребра, бічні грані піраміди.

Продовжіть твердження і запишіть їх у зошитах. У  $n$ -кутної піраміди: вершин (разом з вершинами основи) ...  $(n+1)$ ; усіх граней ...  $(n+1)$ ; бічних граней ...  $(n)$ ; усіх ребер ...  $(2n)$ ; бічних ребер ...  $(n)$ . Зверніть увагу, що кількість усіх ребер піраміди – це парне число, тому не існує піраміди, у якій, наприклад, 99 ребер.

Що Ви назвали б висотою піраміди?

- **Висота піраміди** – це відстань від вершини піраміди до площини її основи. Висотою піраміди також називається перпендикуляр, опущений з вершини піраміди на площину її основи [3].

**Прийом постановки перспективи подальшого вивчення теми**

Зверніть увагу на положення основи висоти на динамічному зображенні піраміди. Ви побачите зображення кількох видів пірамід, які ми будемо вивчати пізніше (рис. 6-9).

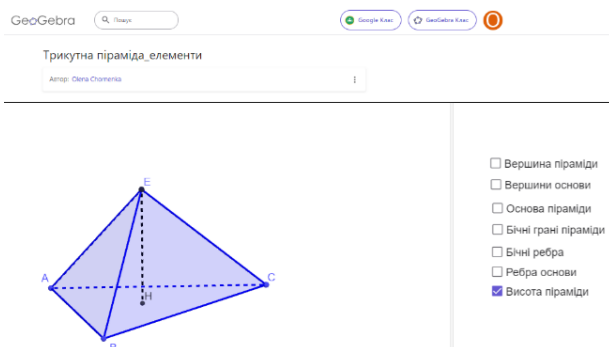


Рис. 6

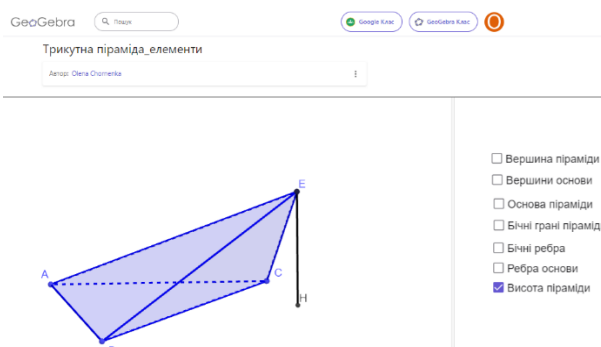


Рис. 7

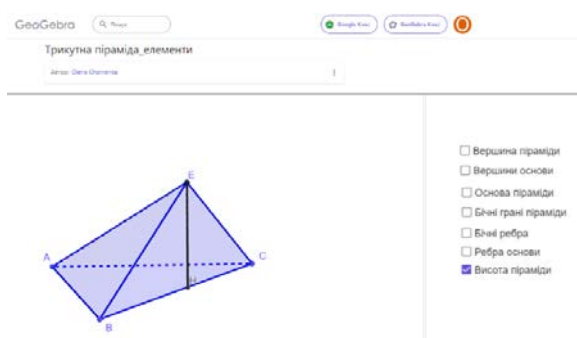


Рис. 8

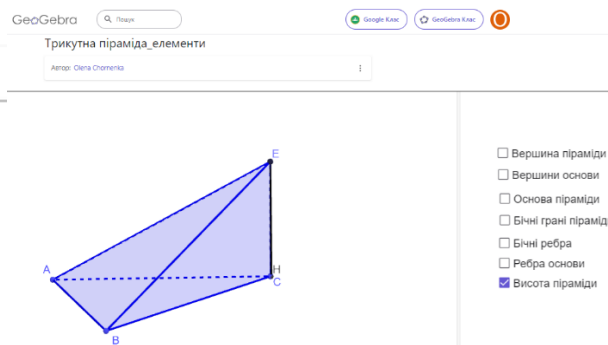


Рис. 9

Основа висоти може належати многокутнику, його стороні, збігатися з вершиною, лежати поза многокутником.

Яку піраміду ви назвали б правильною? (У якій в основі лежить правильний многокутник.)

У яку точку проєктується вершина правильної піраміди, тобто, яка точка є основою висоти піраміди? (Основою висоти повинен бути центр правильного многокутника.)

Що таке центр правильного многокутника? (У правильному многокутнику збігаються центр вписаного й описаного кіл. Ця точка називається центром многокутника.)

**Визначення правильної піраміди:** Піраміда називається правильною, якщо її основа – правильний многокутник, а основа висоти збігається з центром цього многокутника [3], [1].

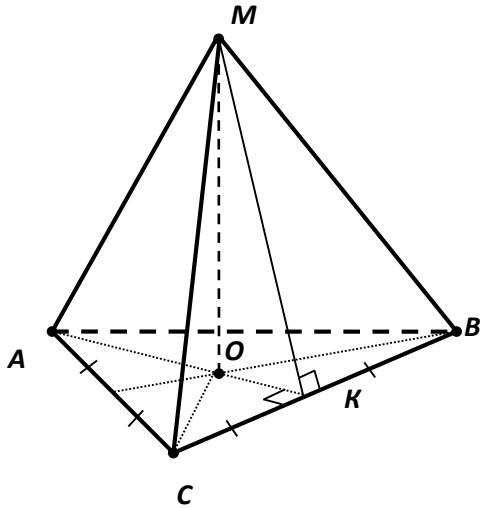
З'ясуємо алгоритм зображення правильної трикутної й правильної чотирикутної піраміди, виконаймо ці побудови в зошитах. Пригадаймо правила паралельного проєктування.

Що є зображенням правильного трикутника, квадрата? (Довільний трикутник, паралелограм.)

Як побудувати зображення центра правильного трикутника, квадрата? (Щоб отримати зображення центра правильного трикутника, потрібно побудувати точку перетину медіан трикутника. Для проєкції квадрата – точку перетину діагоналей.)

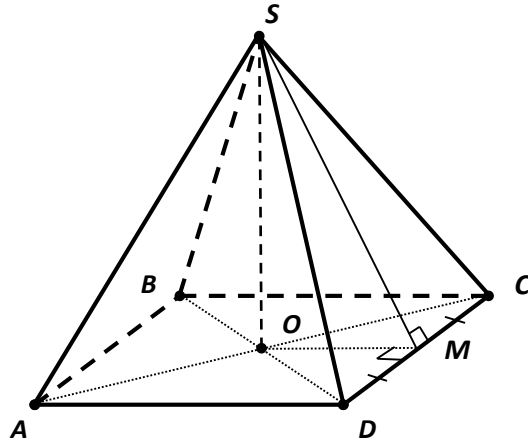
Сформулюйте алгоритм побудови зображення правильної трикутної (чотирикутної) піраміди.

Учні формулюють алгоритм, після цього отримують лиски-пам'ятки. Учитель виконує побудову зображень пірамід на дошці, учні в зошитах (рис. 10-11).



*MABC – правильна трикутна піраміда; MO - висота.*

Рис. 10



*SABCD – правильна чотирикутна піраміда; SO - висота.*

Рис. 11

*Форма роботи:* у парах

*Завдання:* Побудувати на рисунках кут нахилу бічного ребра MB (SC) до площини основи піраміди, лінійний кут двогранного кута при ребрі CB (DC). Записати обґрунтування побудов.

*MO*  $\perp$  (ABC), *OB* – проекція ребра *MB* на площині *ABC*, тоді  $\angle MBO$  – кут нахилу бічного ребра *MB* до площини основи піраміди.

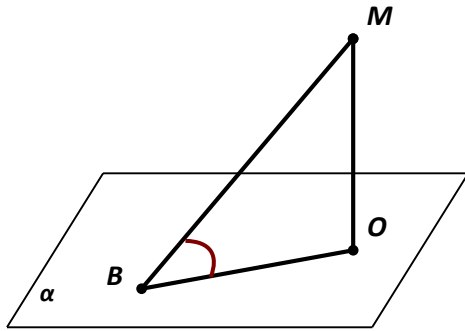
*AK* – висота  $\triangle ABC$  за властивістю медіани рівностороннього трикутника; відповідно *OK*  $\perp$  *CB*, *OK* – проекція відрізка *MK* на площині *ABC*, тоді за ТТП *MK*  $\perp$  *BC*; за означенням лінійного кута двогранного кута  $\angle MKO$  – шуканий лінійний кут.

*MO*  $\perp$  (ABC), *OC* – проекція ребра *SC* на площині *ABC*, тоді  $\triangle SCO$  – кут нахилу бічного ребра *SC* до площини основи піраміди.

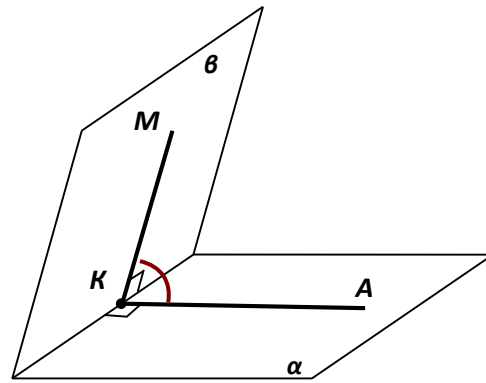
Проведемо *SM*  $\perp$  *DC*, *OM* – проекція похилої *SM* на площині *ABC*; тоді за теоремою, оберненою до ТТП, *OM*  $\perp$  *DC*; за означенням лінійного кута двогранного кута  $\triangle SMO$  – шуканий лінійний кут.

Оскільки *AD*  $\perp$  *DC* і *OM*  $\perp$  *DC*, то *AD*  $\parallel$  *OM*. *AO=OC*, тоді *DM=MC* за теоремою Фалеса.

Перевірка правильності побудов і обґрунтувань із **використанням опорних малюнків**, підготовлені заздалегідь (опорні рисунки 1-2). Повторення визначення кута між похилою і площиною, до якої вона проведена; лінійного кута двогранного кута:



Опорний рисунок 1



Опорний рисунок 2

**Визначення апофем** правильної піраміди. Апофемою правильної піраміди називається висота її бічної грані, проведена з вершини піраміди.

Діти дописують відповідно під малюнками:  $MK$  – апофема піраміди  $MAVC$ ;  $SM$  – апофема піраміди  $SABCD$ .

**Прийом «Хвилинка» відпочинку**

Демонстрація презентації «Піраміда Хеопса», створеної учнем заздалегідь (Рис. 12).



Рис. 12

**V. Осмислення зв'язків і залежностей між елементами навчального матеріалу. Первинне застосування знань**

З'ясуємо властивості правильних пірамід. Розглянемо при цьому зображення правильної трикутної і правильної чотирикутної пірамід у конспекті. Потім свої міркування будемо узагальнювати для правильної  $n$ -кутної піраміди  $DA_1A_2A_3\dots A_n$ , у якої  $DO$  – висота (мал. 3.13 [1]).

Спочатку вчитель пропонує учням самим провести гіпотетичні міркування щодо властивостей правильних пірамід і дати можливість самостійно їх довести. Якщо учні не можуть виконати доведення властивостей у повному обсязі, то вчитель проводить евристичну бесіду.

### **Властивості правильної піраміди:**

1. Бічні ребра правильної піраміди рівні;
2. Бічні грані правильної піраміди є рівними рівнобедреними трикутниками;
3. Бічні ребра правильної піраміди нахилені до площини основи під однаковими кутами.
4. Бічні грані правильної піраміди нахилені до площини основи під однаковими кутами.

### **Евристична бесіда:**

1. Порівняйте відрізки АО, СО, ВО для піраміди  $MABC$  або відрізки АО, ВО, СО, ДО для піраміди  $SABCD$  (рівні як радіуси описаних кіл відповідно навколо трикутника і квадрата);
2. Порівняйте трикутники МОА, МОВ, МОС (рівні за двома катетами);
3. Які висновки можна зробити з рівності трикутників МОА, МОВ, МОС? (бічні ребра рівні, бічні ребра утворюють з площиною основи однакові кути)
4. Якими фігурами є бічні грані правильної піраміди? (рівнобедрені трикутники)
5. Порівняйте ці трикутники (рівні за трьома сторонами);

*Довести властивість № 4 учитель пропонує вдома.*

*Учитель:* Які, на вашу думку, формули можуть бути використані під час розв'язування задач на правильну трикутну, чотирикутну, шестикутну піраміди?

*Учні:* Ми з'ясували, що відрізки АО, СО, ВО для  $\triangle ABC$  і відрізки АО, ВО, СО, ДО для квадрата  $ABCD$  є радіусами описаного кола.

Формула для обчислення радіуса кола, описаного навколо правильного

трикутника -  $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$ , для квадрата -  $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ , для правильного шестикутника -  $R = a$ , де  $a$  – сторона многокутника.

Відрізок ОК для  $\triangle ABC$  і відрізок ОМ для квадрата  $ABCD$  є радіусами вписаного кола.

Формула для обчислення радіуса вписаного у правильний трикутник

кола -  $r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ , для квадрата -  $r = \frac{a}{2}$ , для правильного шестикутника -  $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ , де  $a$  – сторона многокутника.

### **Розв'язування усних задач за готовими малюнками:**

Демонструються малюнки до задач за допомогою мультимедійного проектора.

1. Дано правильну трикутну піраміду, бічне ребро якої дорівнює 6 см і нахилене до площини основи під кутом  $30^\circ$ . Знайти висоту піраміди (рис. 13).

**Відповідь:** 3 см.

2. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 12 см, а довжина апофеми 8 см. Знайти довжину бічного ребра піраміди (рис. 14).

**Відповідь:** 10 см.

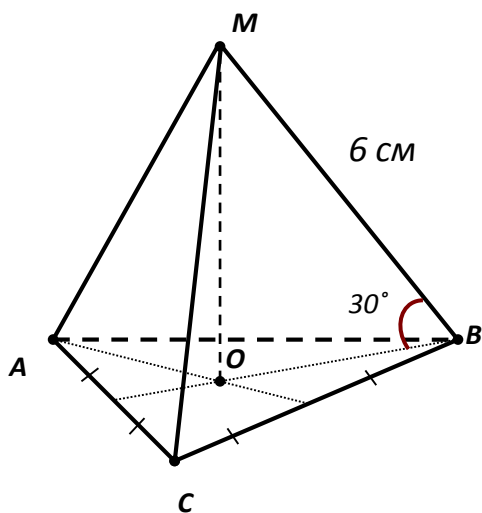


Рис. 13

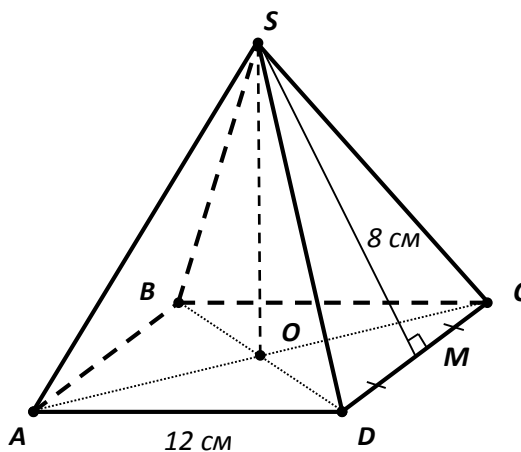


Рис. 14

3. Бічна грань правильної чотирикутної піраміди нахилена до площини основи під кутом  $45^\circ$ . Знайдіть сторону основи піраміди, якщо висота дорівнює 1 дм (рис. 15).

**Відповідь:** 2 дм.

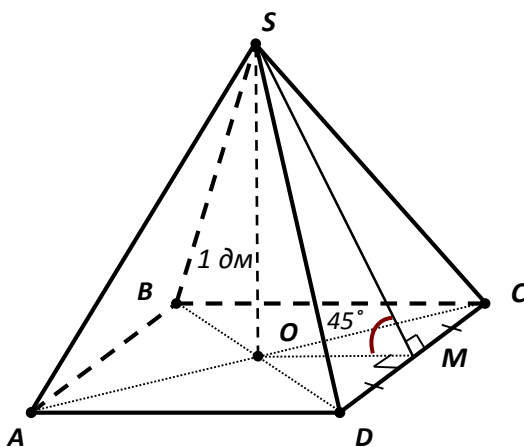


Рис. 15

## VI. Узагальнення і систематизація вивченого

Чим відрізняються призми і піраміди? Хто назве більше спільних і відмінних властивостей?

*Одна частина дітей називає тільки спільні властивості, інша – тільки відмінні. Відповідають учні по черзі.*

**Залучення учнів до контролю.** Представники кожної групи виходять до дошки по черзі й роблять запис у таблиці. Учні з іншої групи контролюють правильність записів.

### Порівняльна таблиця властивостей призми і піраміди.

Спільні властивості призми і піраміди	Відмінні властивості призми і піраміди
Піраміда і призма є многогранниками	У піраміди одна основа, у призми – дві
В основі $n$ -кутної піраміди і призми лежить $n$ -кутник	Бічні грані піраміди – трикутники, а в призми – паралелограми або прямокутники
У $n$ -кутної піраміди й призми $n$ бічних ребер, $n$ бічних граней	Бічні ребра піраміди мають спільний кінець, а бічні ребра призми паралельні
В основі правильної піраміди і призми лежить правильний $n$ -кутник	Бічні ребра піраміди можуть бути нерівними, а бічні ребра призми рівні
Бічні ребра правильної піраміди і призми рівні	Для піраміди можна побудувати лише один відрізок, який є висотою, а для призми таких відрізків існує безліч

### VII. Підсумки уроку. Повідомлення домашнього завдання

#### 1. Опрацюйте конспект та навчіться

- 1) наводити приклади різних видів пірамід;
- 2) формулювати визначення піраміди, правильної піраміди, їх елементів;
- 3) класифікувати піраміди за кількістю сторін  $n$ -кутника, який лежить в її основі;
- 4) визначати елементи піраміди за моделлю або зображенням на рисунку;
- 5) позначати на рисунку із відповідним обґрунтуванням: кут нахилу бічного ребра піраміди до площини основи, лінійний кут двогранного кута при ребрі основи піраміди;
- 6) формулювати та доводити властивості правильної піраміди.

#### 2. Вивчіть визначення та опрацюйте за підручником Мерзляка с. 23-24 (за підручником Істера параграф 3 (п. 1, 3))

#### 3. Виконайте вправи

1. За даною стороною основи  $a$  і бічним ребром  $b$  знайдіть висоту
  - 1) правильної чотирикутної піраміди;
  - 2) правильної шестикутної піраміди.
2. За даною стороною основи  $a$  і висотою  $h$  знайдіть апофему правильної трикутної піраміди.
3. З підручника [4] № 3.7, 3.9, додатково № 3.16 (з підручника [1] № 3.24, 3.27 додатково № 3.40).

4. Додаткове завдання: побудуйте із відповідним обґрунтуванням лінійний кут двогранного кута при бічному ребрі правильної піраміди (на прикладі правильної чотирикутної піраміди, правильної трикутної піраміди).

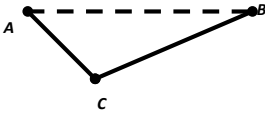
## Дидактичні матеріали до заняття (роздатковий матеріал)

### ЛИСТОК-ПАМ'ЯТКА

#### Алгоритм побудови зображення правильної піраміди

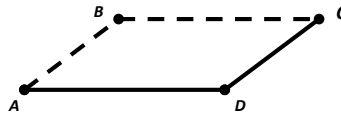
1. Побудувати зображення правильного многокутника (невидимі відрізки можна одразу зображати пунктирною лінією).

Для правильної трикутної піраміди:



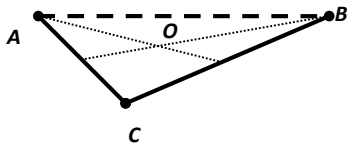
Побудувати довільний трикутник

Для правильної чотирикутної піраміди:

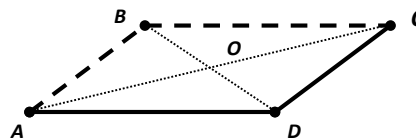


Побудувати паралелограм

2. Побудувати зображення центра правильного многогранника – основу висоти піраміди.

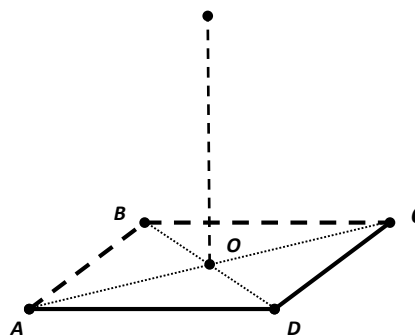
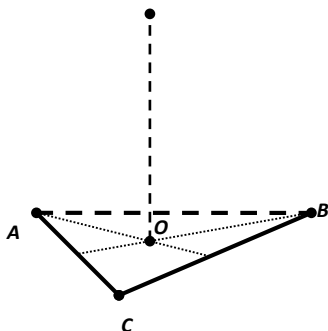


Побудувати точку перетину медіан трикутника

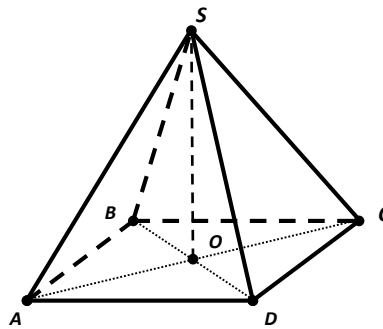
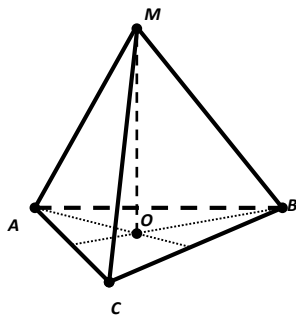


Побудувати точку перетину діагоналей паралелограма

3. У знайдений точці побудувати зображення перпендикуляра до площини основи (вертикальний відрізок).

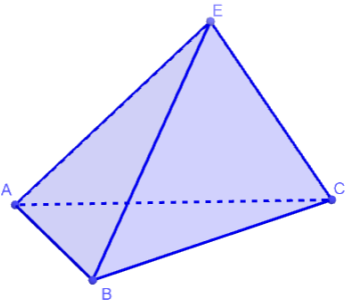

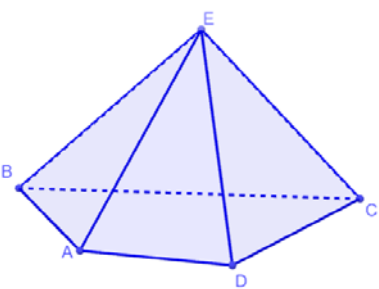

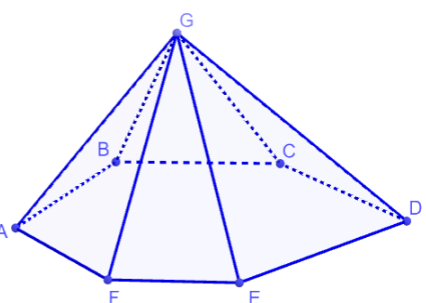



4. Позначити на перпендикулярі вершину піраміди. З'єднати відрізками вершину піраміди з вершинами її основи – провести бічні ребра піраміди.

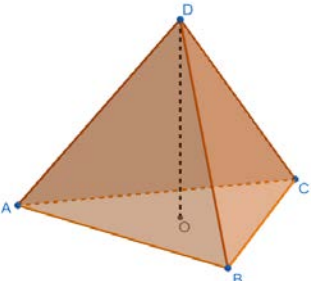

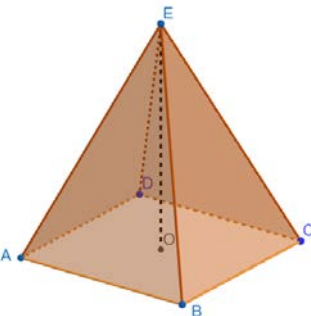

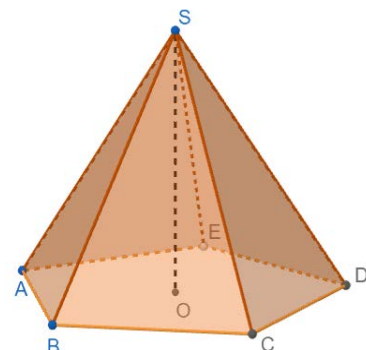

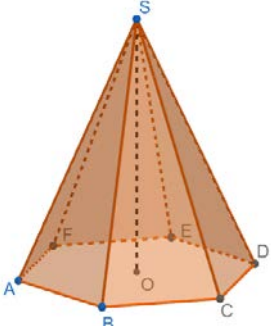



5. Перевірити правильність зображення невидимих ліній.

**Картка 1. Доступ до динамічних моделей, створених в GeoGebra**  
**Елементи піраміди**

Зображення піраміди, покликання	QR-код
<i>Трикутна піраміда</i>	
 <p><a href="https://www.geogebra.org/m/kwfwv4zg">https://www.geogebra.org/m/kwfwv4zg</a></p>	
<i>Чотирикутна піраміда</i>	
 <p><a href="https://www.geogebra.org/m/nbcxxvqt">https://www.geogebra.org/m/nbcxxvqt</a></p>	
<i>Шестикутна піраміда</i>	
 <p><a href="https://www.geogebra.org/m/pmfmr8s2">https://www.geogebra.org/m/pmfmr8s2</a></p>	

## Картка 2. Доступ до динамічних моделей, створених в GeoGebra Правильні піраміди

Зображення піраміди, покликання	QR-код
<p data-bbox="199 318 699 353"><i>Правильна трикутна піраміда</i></p>  <p data-bbox="199 645 790 683"><a href="https://www.geogebra.org/m/h3bpyuxt">https://www.geogebra.org/m/h3bpyuxt</a></p>	
<p data-bbox="199 703 753 739"><i>Правильна чотирикутна піраміда</i></p>  <p data-bbox="199 1070 785 1108"><a href="https://www.geogebra.org/m/cfaqvcpa">https://www.geogebra.org/m/cfaqvcpa</a></p>	
<p data-bbox="199 1115 727 1151"><i>Правильна п'ятикутна піраміда</i></p>  <p data-bbox="199 1523 794 1561"><a href="https://www.geogebra.org/m/bd5peggu">https://www.geogebra.org/m/bd5peggu</a></p>	
<p data-bbox="199 1568 740 1603"><i>Правильна шестикутна піраміда</i></p>  <p data-bbox="199 1960 801 1998"><a href="https://www.geogebra.org/m/ezggmcdq">https://www.geogebra.org/m/ezggmcdq</a></p>	

**ПЛАН-КОНСПЕКТ УРОКУ**  
**«Перерізи піраміди. Діагональний переріз піраміди.**  
**Властивості паралельних перерізів піраміди»**

Порядковий номер уроку в темі: 13, 14;

Клас: *математичний (11 клас)*;

Тривалість заняття: 80 хв.

**Мета:**

- сформувати в учнів уявлення про переріз піраміди площиною (діагональний переріз та переріз, паралельний основі), формувати вміння будувати перерізи піраміди на проєкційному рисунку, використовуючи властивості паралельного проєктування та методом слідів, вчити обґрунтовувати правильність виконаних побудов, застосовувати набуті знання до розв'язування задач на обчислення площі перерізу;

- розвивати логічне мислення, алгоритмічне мислення, образну й смислову пам'ять, увагу, просторові уявлення й уяву, поглибити вміння аналізувати, узагальнювати;

- виховувати наполегливість, інтерес до математики, формувати графічну культуру.

**Завдання:**

- сформувати в учнів уявлення про переріз піраміди площиною як багатокутник;

- сформувати в учнів уявлення про діагональний переріз піраміди та вчити будувати його на проєкційному рисунку;

- сформувати в учнів уявлення про переріз піраміди площиною, яка паралельна основі та вчити будувати його на проєкційному рисунку;

- сформулювати та довести властивості паралельних перерізів піраміди;

- формувати в учнів вміння будувати на проєкційному рисунку перерізи площиною, яка паралельна бічному ребру (бічній грані), перпендикулярна до основи піраміди, та обґрунтовувати правильність побудов;

- формувати в учнів вміння будувати на проєкційному рисунку переріз піраміди площиною, яка задана трьома точками, використовуючи метод слідів;

- формувати в учнів вміння застосовувати набуті знання до розв'язування задач на обчислення площі діагонального і паралельного перерізів піраміди.

## **Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності здобувачів освіти:**

- 1) наводять приклади діагональних перерізів пірамід, використовуючи готові рисунки та моделі пірамід;
- 2) уміють будувати діагональний переріз піраміди на проєкційному рисунку;
- 3) мають уявлення про переріз піраміди площиною, яка паралельна основі та вміють будувати його на проєкційному рисунку;
- 4) формулюють та доводять властивості паралельних перерізів піраміди;
- 5) уміють будувати на проєкційному рисунку перерізи площиною, яка паралельна бічному ребру (бічній грані), перпендикулярна до основи піраміди, та обґрунтовують правильність побудов;
- 6) уміють будувати на проєкційному рисунку переріз піраміди площиною, яка задана трьома точками, використовуючи метод слідів;
- 7) застосовують набуті знання до розв'язування задач на обчислення площі діагонального і паралельного перерізів піраміди.

**Тип уроку:** Комбінований.

**Обладнання:** лінійка, косинець, комп'ютер, мультимедійний проєктор, екран, GeoGebra, презентація «Перерізи піраміди» (виконана в програмі Microsoft Power Point), дидактичні матеріали (листки з друкованою основою), підручники.

### **Перебіг уроку**

#### **I. Актуалізація раніше засвоєних знань**

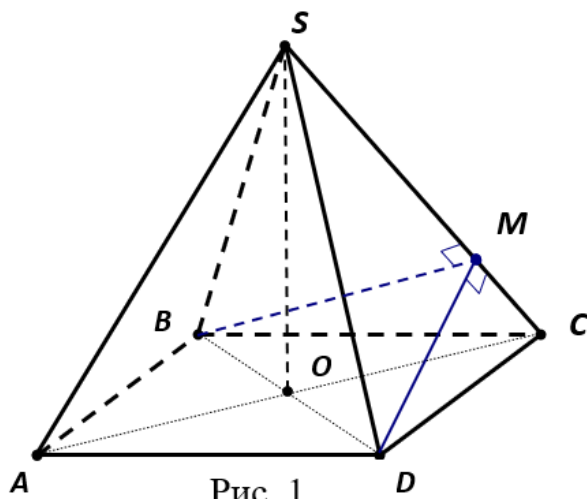
**Приєм залучення учнів до контролю.** Учні задають одне одному запитання з теми «Піраміда. Правильна піраміда. Властивості правильної піраміди» і контролюють правильність відповідей однокласників.

*Орієнтовний перелік запитань:*

1. Що таке піраміда?
2. Що таке бічні ребра піраміди?
3. Якими фігурами є бічні грані піраміди?
4. Чи існує піраміда, у якої всього 75 ребер?
5. Який многокутник лежить в основі піраміди, у якої 36 ребер (36 бічних ребер, 36 усіх граней, 36 бічних граней, 36 вершин)?
6. Яка піраміда називається правильною?
7. Сформулюйте властивості правильної піраміди.
8. Що таке апофема правильної піраміди?

## II. Перевірка виконання домашнього завдання

1. На дошці рисунок для перевірки виконання додаткового домашнього завдання: побудувати із відповідним обґрунтуванням лінійний кут двогранного кута при бічному ребрі правильної піраміди (на прикладі



правильної чотирикутної піраміди). Учень будує на цьому рисунку шуканий кут і записує (коротко) на дошці обґрунтування побудов (час на підготовку 3 хв).

Побудуємо лінійний кут двогранного кута при ребрі  $SC$  правильної чотирикутної піраміди  $SABCD$  (рис. 1).

У грані  $SDC$  з вершини  $D$  опускаємо перпендикуляр  $DM$  на ребро  $SC$ . Точку  $M$  сполучаємо відрізком з вершиною  $B$ .

Трикутники  $DMC$  і  $BMC$  рівні за катетом і гіпотенузою, тоді  $\angle BMC = \angle DMC = 90^\circ$ . За визначенням лінійного кута двогранного кута  $\angle BMD$  – шуканий лінійний кут двогранного кута при бічному ребрі піраміди.

2. На дошці готовий рисунок для перевірки виконання доведення властивості правильної піраміди: у правильній піраміді всі бічні грані нахилені до площини основи під однаковими кутами.

Учень з місця коментує план доведення властивості.

Учні відповідають з місця.

3. **Задача 1 (1).** За даною стороною основи  $a$  і бічним ребром  $b$  знайдіть висоту правильної чотирикутної піраміди. Учні відповідають з місця.

Які формули, теореми використовували при розв'язуванні задачі (теорема Піфагора,  $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ )? Яку відповідь отримали ( $\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}}$ )?

4. **Задача 1 (1).** За даною стороною основи  $a$  і бічним ребром  $b$  знайдіть висоту правильної шестикутної піраміди.

Які формули, теореми використовували при розв'язуванні задачі № 59 (3) (теорема Піфагора,  $R = a$ )? Яку відповідь отримали ( $\sqrt{b^2 - a^2}$ )?

5. **Задача 2.** За даною стороною основи  $a$  і висотою  $h$  знайдіть апофему правильної трикутної піраміди.

Які формули, теореми використовували при розв'язуванні задачі № 60 (1) (теорема Піфагора,  $r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ )? Яку відповідь отримали ( $\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{12}}$ )?

6. № 3.7 [3]. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 8 см, а бічне ребро нахилене до площини основи під кутом  $45^\circ$ . Знайдіть сторону основи піраміди.

Які формули, теореми використовували під час розв'язування задачі № 3.7 (теорема Піфагора, властивості рівнобедреного прямокутного трикутника, властивості діагоналей квадрата)? Яку відповідь отримали ( $8\sqrt{2}$  см)?

7. № 3.9 [3]. Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює 2 см, а сторона основи – 6 см. Знайдіть: 1) висоту піраміди; 2) двогранний кут піраміди при ребрі основи.

Які формули, теореми використовували в розв'язуванні задачі № 3.9 (теорема Піфагора,  $r_{\Delta} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ ; розв'язування прямокутного трикутника)? Яку відповідь отримали (1 см,  $30^\circ$ )?

**Додаткова вправа № 3.16** [3]. Основою піраміди є ромб, сторона якого дорівнює 13 см, а одна з діагоналей – 24 см. Основою висоти піраміди є точка перетину діагоналей основи піраміди. Знайдіть бічні ребра піраміди, якщо її висота дорівнює 16 см.

Які формули, теореми використовували при розв'язуванні задачі № 3.16 (властивості діагоналей ромба, теорема Піфагора)? Яку відповідь отримали (20 см,  $\sqrt{281}$  см)?

### **Приєм «Хвилинка відпочинку»**

*Повідомлення учнів про походження терміна «піраміда»:* За свідченням деяких дослідників слово «піраміда» походить від єгипетського «перемус», що означає *діагональ основи*. За однією з гіпотез, відповідне грецьке слово «пурамис» утворилося від давньоєгипетського «перо», що означає «великий будинок» – саме так називали єгиптяни усипальниці своїх фараонів. Існує версія, що термін пов'язаний з формою хлібців у Древній Греції й походить від слова «пірос» – жито. Інша гіпотеза виникла в середні віки. Середньовічні вчені пов'язували з пірамідою форму найактивнішої стихії – вогню. Вони вважали, що термін «пурамис» утворився від грецького слова «пор» (або «пір»), тобто «вогонь». У деяких підручниках з геометрії XVI ст. піраміду називали «вогнеформне тіло».

### **III. Повідомлення теми й завдань уроку.**

#### **Мотивація пізнавальної діяльності.**

*Повідомлення учням основних етапів вивчення нової теми:*

1. Визначення, алгоритм побудови діагонального перерізу піраміди;
2. Визначення, алгоритм побудови та властивості паралельного перерізу піраміди;

3. Особливості побудови (та обґрунтування) перерізу піраміди площиною, яка паралельна бічному ребру піраміди; паралельна бічній грані піраміди, перпендикулярна до основи піраміди.

#### IV. Актуалізація опорних знань

*Фронтальне опитування:*

1. Яка фігура є перерізом опуклого многогранника? (*опуклий многокутник, вершини якого є точками перетину січної площини з ребрами, а сторони – з гранями*)

2. Що таке діагональний переріз призми? (*переріз площиною, яка проходить через два бічних ребра, які не належать одній грані*)

3. Яка фігура буде перерізом призми площиною, яка паралельна основі? (*многокутник, рівний основі*)

4. Яка фігура буде перерізом прямої призми площиною, яка паралельна бічному ребру призми? (*прямокутник*)

5. У чому полягає суть методу слідів побудови перерізу призми?

#### V. Сприймання й усвідомлення учнями фактичного матеріалу

*Виклад нового матеріалу:*

1) Діагональний переріз піраміди (визначення, алгоритм побудови);

2) Переріз піраміди площиною, паралельною основі (алгоритм побудови та властивості)

#### VI. Первинне застосування нових знань

*Форма роботи: фронтальна.*

*Тренувальні вправи (на готових рисунках)*

Використовується презентація «Перерізи піраміди» (виконана в програмі Microsoft Power Point)

1. Дано зображення перерізу піраміди  $MABC$  площиною  $KPT$  (рис.2). Точки  $K, P, T$  належать відповідно граням  $CMB, AMB, AMC$ . Чи є помилка на рисунку?

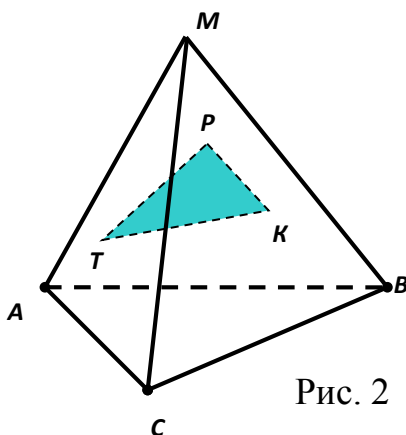


Рис. 2

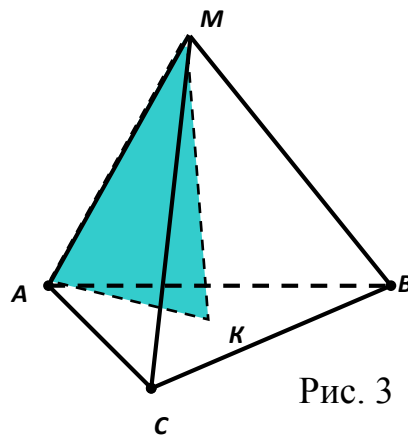


Рис. 3

2. Дано зображення перерізу піраміди  $MABC$  площиною, яка проходить через ребро  $AM$  і точку  $K$ , що належить основі піраміди  $ABC$  (рис.3). Чи є помилка на рисунку?

3. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $5\sqrt{2}$  см, а бічне ребро утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть площу діагонального перерізу піраміди (рис.4).

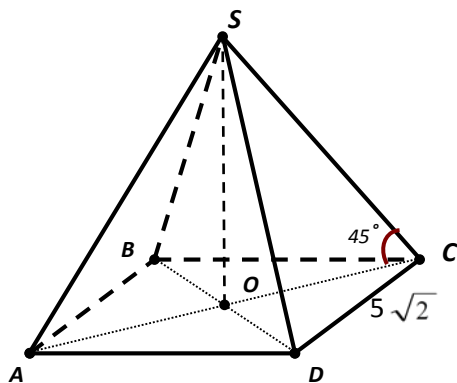


Рис. 4

**Відповідь:**  $25 \text{ см}^2$ .

4. Площа основи піраміди дорівнює  $12 \text{ см}^2$ , а висота 4 см. Знайдіть площу перерізу піраміди площиною, яка паралельна основі і ділить висоту пополам (рис. 5).

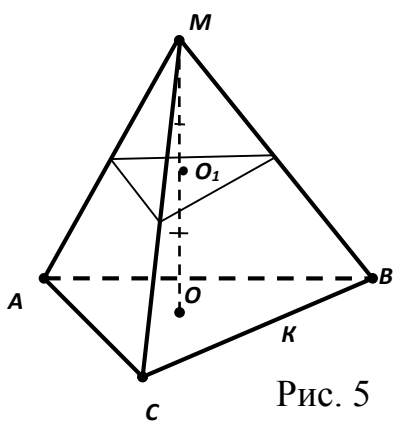


Рис. 5

**Відповідь:**  $3 \text{ см}^2$ .

5. Дано зображення піраміди  $MKPT$ . Січна площина проходить через точки  $A, B, C$ , які належать ребрам піраміди. Назвіть:

- пряму перетину січної площини з площиною грані  $KMP$ ;
- відрізок, по якому січна площина перетинає грань  $KMP$ ;
- відрізок, по якому січна площина перетинає грань  $TMP$ ;
- точку, яка належить січній площині та площинам граней  $KMP$  і  $KPT$ ;
- переріз піраміди площиною  $ABC$  (рис. 6).

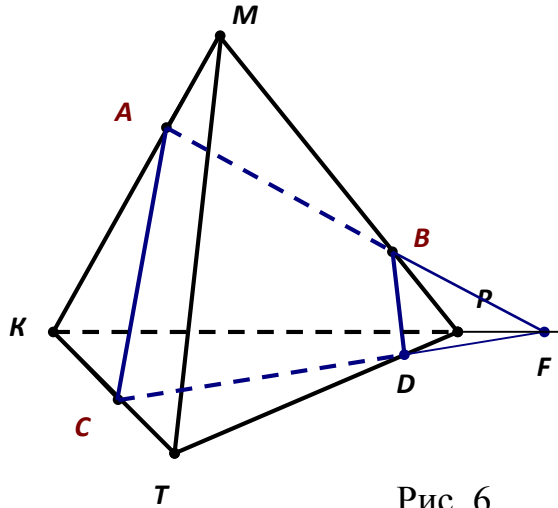


Рис. 6

**Самостійна робота учнів під керівництвом учителя**

Кожен учень працює на аркуші з друкованою основою

Учні працюють в індивідуальному режимі, ті, хто виконав усі вправи, розв'язують задачу 7\*

**Задачі до теми «Перерізи піраміди»**

Прізвище, ім'я \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_

1. Побудуйте переріз піраміди площиною, яка проходить через вершину й дві дані точки на її основі (рис.1).
2.  $PABCD$  – чотирикутна піраміда. Побудуйте її переріз площиною, яка проходить через ребро  $PA$  і середину ребра  $BC$  (рис.2).

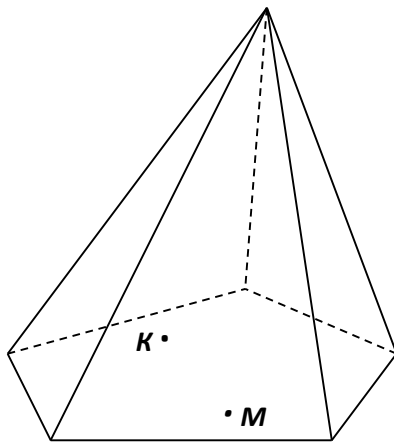


Рис. 1

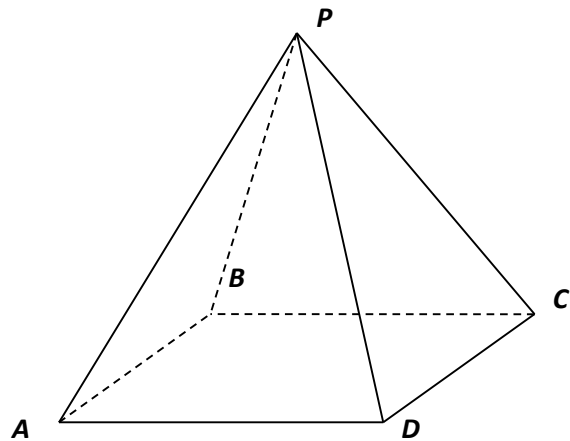


Рис. 2

3.  $C - 30, A1 (3)$  [2, с. 93]. Основа чотирикутної піраміди  $SABCD$  – квадрат  $ABCD$ . Побудуйте переріз піраміди, який проходить через середини ребер  $SA$  і  $SB$  паралельно бічній грані  $SCD$ . Визначте вид побудованого перерізу (рис.3).

4. **C – 30, B1 (3)** [2, с. 94]. Побудуйте переріз даної піраміди площиною  $MNK$ . При якому взаємному розміщенні точок  $M$  і  $N$  такий переріз буде трапецією з основою  $MN$  (рис. 4)?

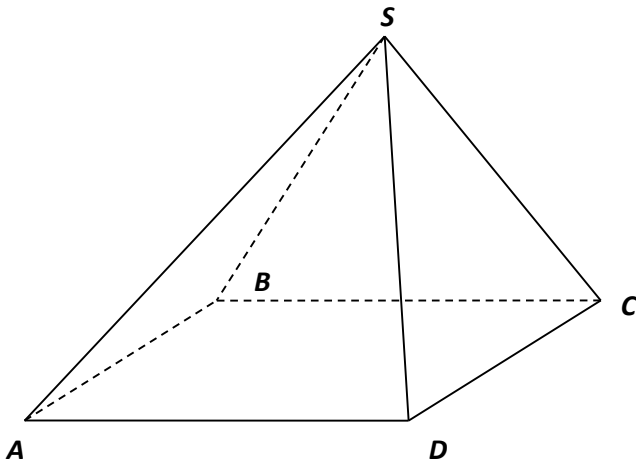


Рис. 3

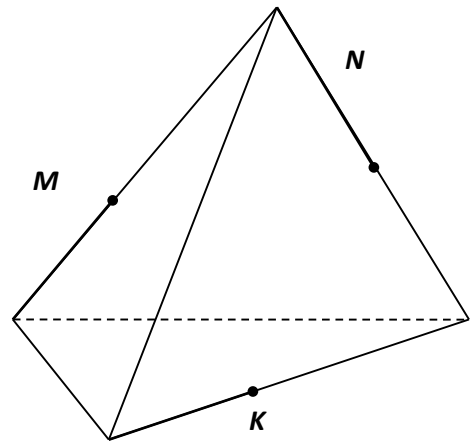


Рис. 4

Обґрунтування побудов:

---



---



---



---



---

Обґрунтування побудов:

---



---



---



---



---

5. Через середини двох суміжних сторін основи правильної чотирикутної піраміди проведено площину, перпендикулярну до площини основи. Побудуйте переріз піраміди даною площиною (рис. 5).

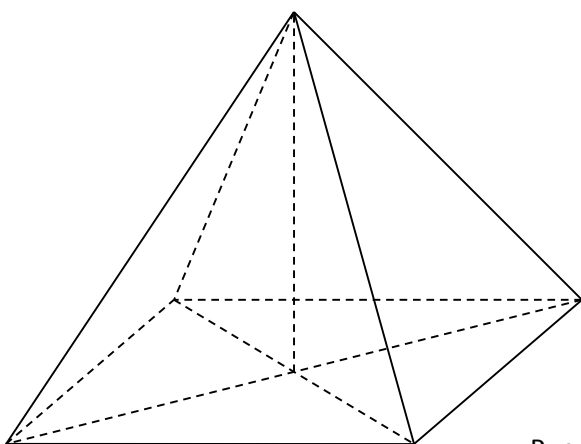


Рис. 5

Обґрунтування побудов:

---



---



---



---



---



---



---

6.  $PABCD$  – чотирикутна піраміда. Побудуйте її переріз площиною, яка проходить через середини ребер  $AB$ ,  $BC$ ,  $PD$  (рис. 6).

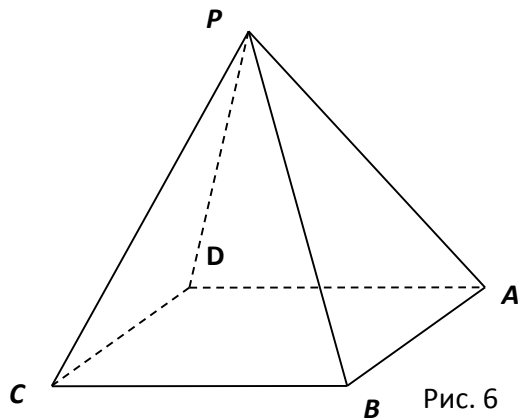


Рис. 6

Обґрунтування побудов:

---



---



---



---



---



---



---



---

7. \* Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 2 см, а висота – 4 см. Обчисліть площу перерізу, який проходить через середини двох суміжних сторін основи і середину висоти.

**Методичний прийом «Учень у ролі вчителя».** Учень розв’язує біля дошки задачу, яку отримав заздалегідь. При цьому він задає запитання учням, може запропонувати їм продовжити розв’язування задачі

**Задача 1.1** [4, с. 418]. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює  $a$ , а бічні грані нахилені до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Знайдіть площу перерізу, проведеного через середню лінію основи паралельно бічній грані.

$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{24}$$

**Відповідь:**  $\frac{a^2 \sqrt{3}}{24}$  кв. од.

## VII. Узагальнення та систематизація знань

Форма роботи: фронтальна.

Запитання:

1. Якою фігурою є діагональний переріз піраміди? (трикутник)
2. Для якої піраміди не існує діагонального перерізу? (для трикутної)
3. Яку формулу можна використовувати при розв’язуванні задач на паралельний переріз піраміди? ( $\frac{S_{\text{перерізу}}}{S_{\text{основи}}} = \frac{h^2}{H^2}$ )
4. Які твердження використовуємо в процесі побудови перерізу, паралельного прямій? (ознаку паралельності прямої)
5. Які твердження використовуємо в процесі побудови перерізу, паралельного площині? (ознаку паралельності площин)
6. Які твердження використовуємо в процесі побудови перерізу, перпендикулярного площині? (ознаку перпендикулярності площин)

7. Установіть відповідність між наведеними нижче фрагментами текстів задач і рисунками, які виконувалися відповідно до кожної із задач (на кожному з рисунків  $MO$  – висота піраміди).

Фрагмент 1: «...площина перерізу паралельна бічному ребру піраміди»;

Фрагмент 2: «...площина перерізу паралельна бічній грані піраміди»;

Фрагмент 3: «...площина перерізу перпендикулярна площині основи піраміди»;

Фрагмент 4: «...площина перерізу паралельна основі піраміди»;

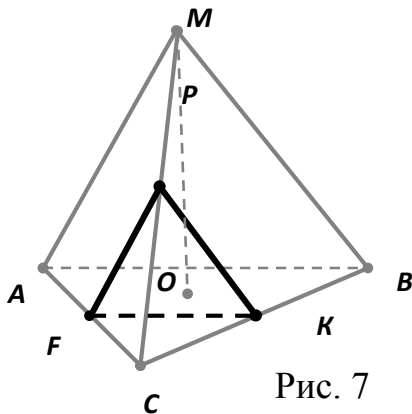


Рис. 7

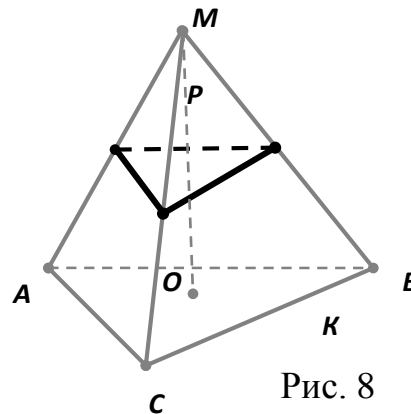


Рис. 8

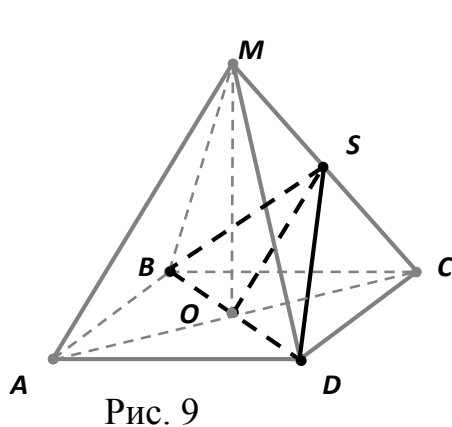


Рис. 9

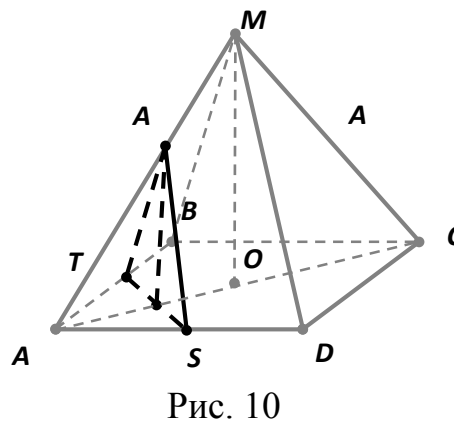


Рис. 10

## VIII. Підсумки уроку. Повідомлення домашнього завдання

1. Опрацюйте конспект і навчіться:

1) наводити приклади діагональних перерізів пірамід, використовуючи готові рисунки та моделі пірамід;

2) будувати діагональний переріз піраміди на проєкційному рисунку;

3) будувати переріз піраміди площиною, яка паралельна основі, на проєкційному рисунку;

4) формулювати та доводити властивості паралельних перерізів піраміди.

5) будувати на проєкційному рисунку перерізи площиною, яка паралельна бічному ребру (бічній грані), перпендикулярна до основи піраміди, та обґрунтовувати правильність побудов;

6) будувати на проєкційному рисунку переріз піраміди площиною, яка задана трьома точками, використовуючи метод слідів;

7) застосовувати набуті знання до розв'язування задач на обчислення площі діагонального і паралельного перерізів піраміди.

2. Опрацюйте теоретичний матеріал за підручником Мерзляка с. 23-27 (за підручником Істера параграф 3 (п. 1-3)).

3. Виконайте вправи за підручником Мерзляка № 3.26, 3.27, 3.29, 3.52, 3.53, додатково № 3.60 (за підручником Істера №3.21, 3.22, 3.57, 3.59 додатково № 3.105).

**Дидактичні матеріали до заняття (роздатковий матеріал)**

**1. Опорні рисунки (картки) для усних вправ**

**Вправа на встановлення відповідності з теми «Перерізи піраміди»:**

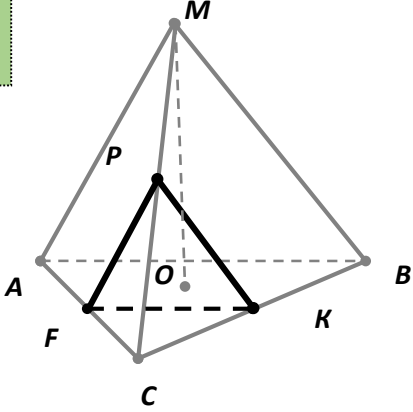
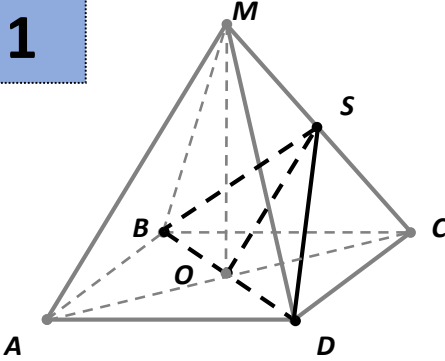
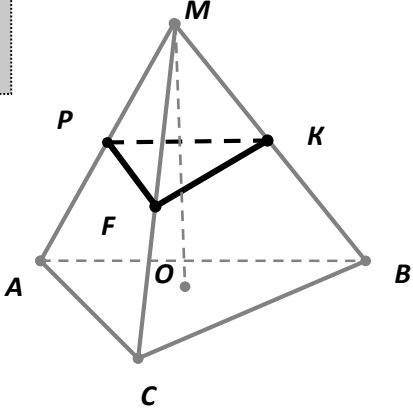
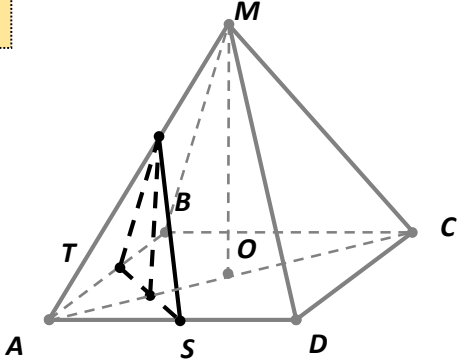
Установіть відповідність між наведеними фрагментами текстів задач і рисунками до кожної із задач (на кожному з рисунків  $MO$  – висота піраміди).

Фрагмент 1: «...площина перерізу паралельна бічному ребру піраміди».

Фрагмент 2: «...площина перерізу паралельна бічній грані піраміди».

Фрагмент 3: «...площина перерізу перпендикулярна площині основи піраміди».

Фрагмент 4: «...площина перерізу паралельна основі піраміди».

<div style="background-color: #c8e6c9; padding: 5px; display: inline-block; border: 1px dashed black; border-radius: 5px; font-weight: bold; font-size: 24px; margin-bottom: 10px;">2</div> 	<div style="background-color: #bbdefb; padding: 5px; display: inline-block; border: 1px dashed black; border-radius: 5px; font-weight: bold; font-size: 24px; margin-bottom: 10px;">1</div> 
<div style="background-color: #e0e0e0; padding: 5px; display: inline-block; border: 1px dashed black; border-radius: 5px; font-weight: bold; font-size: 24px; margin-bottom: 10px;">4</div> 	<div style="background-color: #fff9c4; padding: 5px; display: inline-block; border: 1px dashed black; border-radius: 5px; font-weight: bold; font-size: 24px; margin-bottom: 10px;">3</div> 

**Вправа на встановлення відповідності з теми «Відстані між елементами піраміди»:**

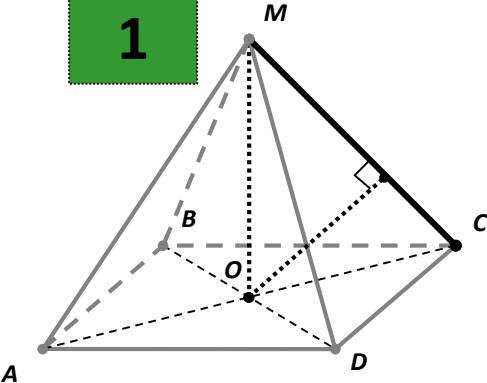
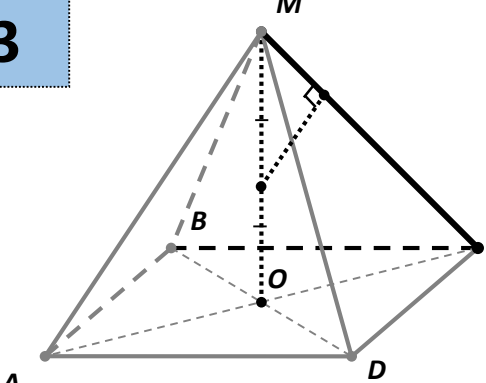
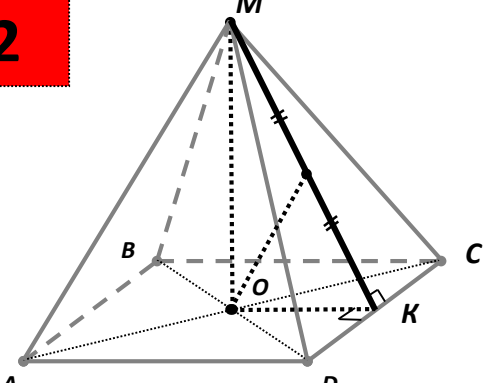
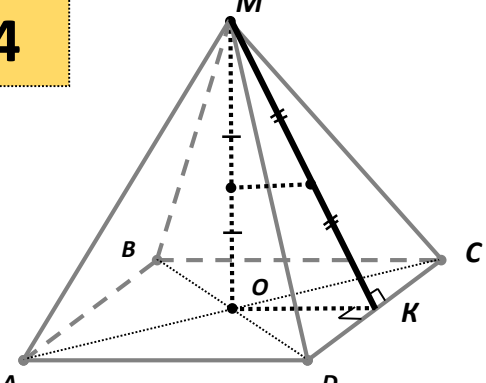
Установіть відповідність між наведеними фрагментами текстів задач і рисунками до кожної із задач (на кожному з рисунків  $MO$  – висота піраміди).

Фрагмент 1: «...відстань від основи висоти до бічного ребра піраміди».

Фрагмент 2: «... відстань від основи висоти до середини апофеми піраміди».

Фрагмент 3: «... відстань від середини висоти до бічного ребра піраміди».

Фрагмент 4: «... відстань від середини висоти до середини апофеми піраміди».

<div data-bbox="300 696 432 797" style="background-color: green; color: white; padding: 5px; display: inline-block; font-weight: bold; font-size: 24px;">1</div> 	<div data-bbox="818 707 951 808" style="background-color: lightblue; padding: 5px; display: inline-block; font-weight: bold; font-size: 24px;">3</div> 
<div data-bbox="172 1234 304 1335" style="background-color: red; color: white; padding: 5px; display: inline-block; font-weight: bold; font-size: 24px;">2</div> 	<div data-bbox="818 1234 951 1335" style="background-color: yellow; padding: 5px; display: inline-block; font-weight: bold; font-size: 24px;">4</div> 

## 2. Аркуші для робочого зошита з друкованою основою

### Тема «Перерізи піраміди»

1. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $5\sqrt{2}$  см, а бічне ребро утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть площу діагонального перерізу піраміди (рис.1).

**Діагональний переріз піраміди**

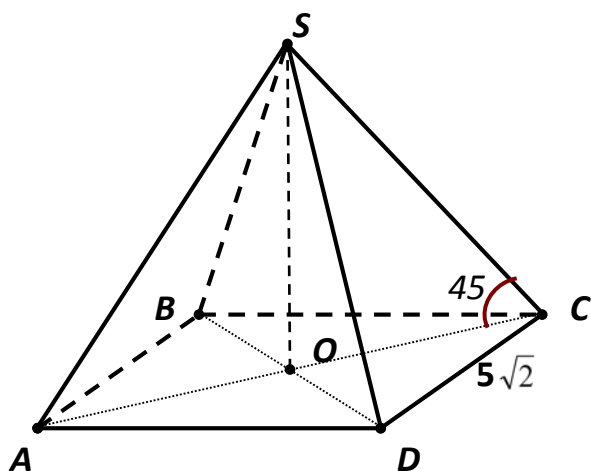


Рис. 1

Розв'язання.

---

---

---

---

---

---

---

---

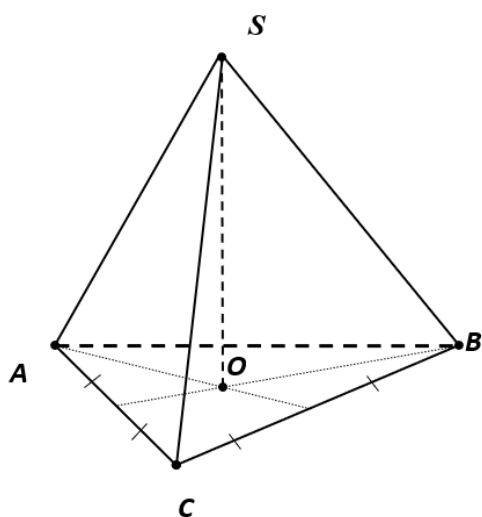


Рис. 2

2. Побудуйте переріз піраміди площиною, яка проходить через вершину і дві дані точки на її основі (рис.2)

**Площина перерізу паралельна бічній грані піраміди**

3. Основа чотирикутної піраміди  $SABCD$  – квадрат  $ABCD$ . Побудуйте переріз піраміди, який проходить через середини ребер  $SA$  і  $SB$  паралельно бічній грані  $SCD$ . Визначте вид побудованого перерізу (рис.3).

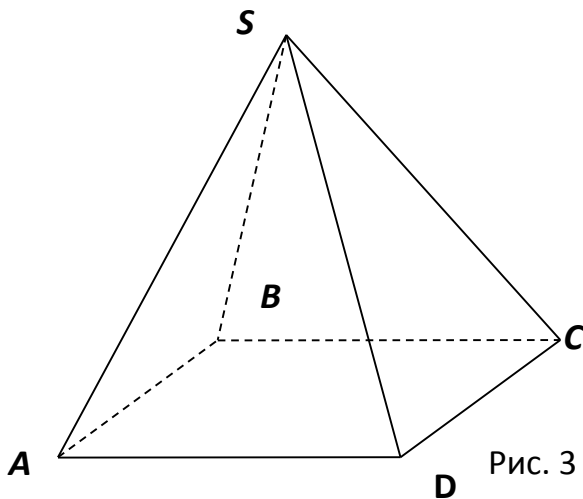


Рис. 3

Обґрунтування побудов:

---

---

---

---

---

---

---

---

4. У трикутній піраміді  $SABC$  з основою  $ABC$  всі ребра дорівнюють  $a$ . Побудуйте переріз піраміди, який проходить через ребро  $AC$  і середину ребра  $SB$ . Визначте вид побудованого перерізу і знайдіть його площу (рис. 5).

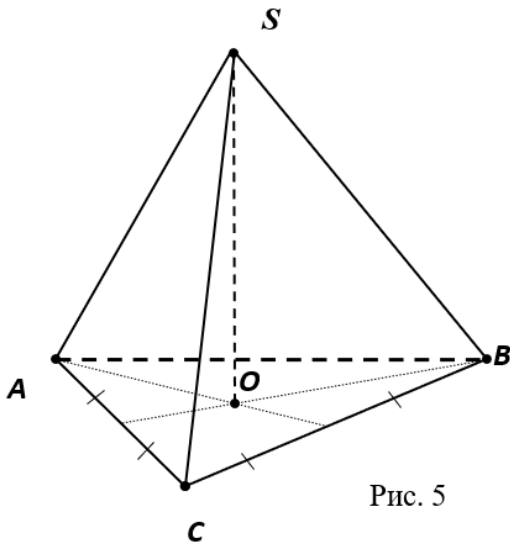


Рис. 5

*Розв'язання.*

---

---

---

---

---

---

---

---

***Площина перерізу паралельна бічному ребру піраміди***

5. Основа чотирикутної піраміди  $SABCD$  - квадрат  $ABCD$ . Усі ребра піраміди рівні. Побудуйте переріз піраміди, який проходить через діагональ основи  $AC$  паралельно ребру  $SB$ . (рис. 6).

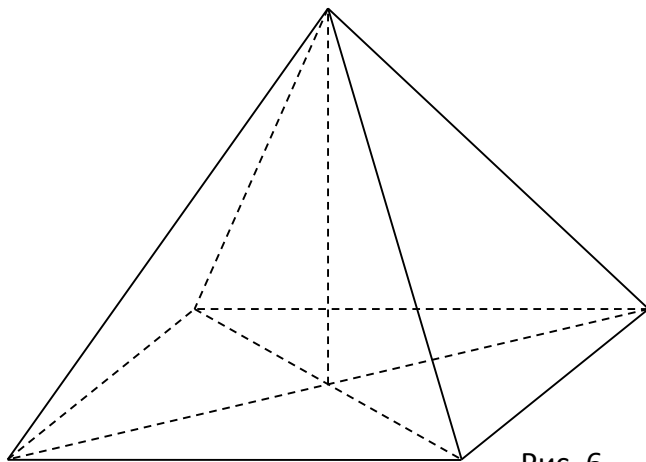


Рис. 6

*Обґрунтування побудов:*

---

---

---

---

---

---

---

---

***Площина перерізу перпендикулярна площині основи піраміди***

6. Через середини двох суміжних сторін основи правильної чотирикутної піраміди проведено площину, перпендикулярну до площини основи. Знайдіть площу перерізу, якщо сторона основи піраміди дорівнює  $a$ , а бічне ребро  $b$ . (рис. 7).

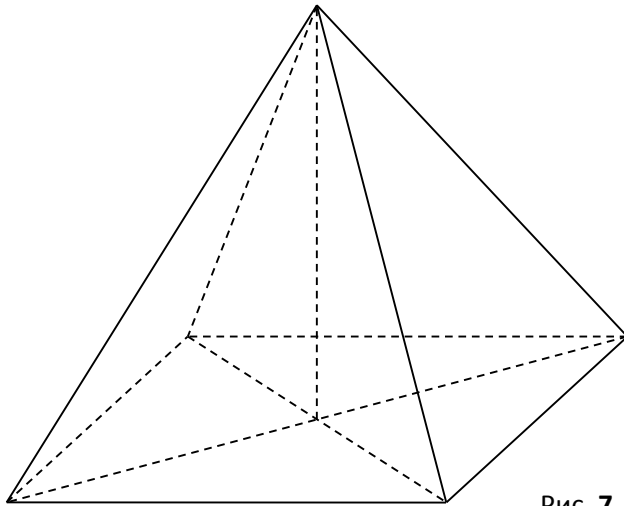


Рис. 7

*Розв'язання.*

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

***Площина перерізу паралельна бічній грані піраміди***

7. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює  $a$ , а бічні грані нахилені до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Знайдіть площу перерізу проведеного через середню лінію основи паралельно бічній грані (рис. 8).

*Розв'язання.*

$MABC$  – правильна трикутна піраміда;  $MO$  – висота.  $OK \perp CB$ ,  $OK$  – проекція похилої  $MK$  на площину  $ABC$ , тоді за ТТП  $MK \perp BC$ ; за означенням лінійного кута двогранного кута  $\angle MKO$  – лінійний кут двогранного кута при ребрі  $BC$ .

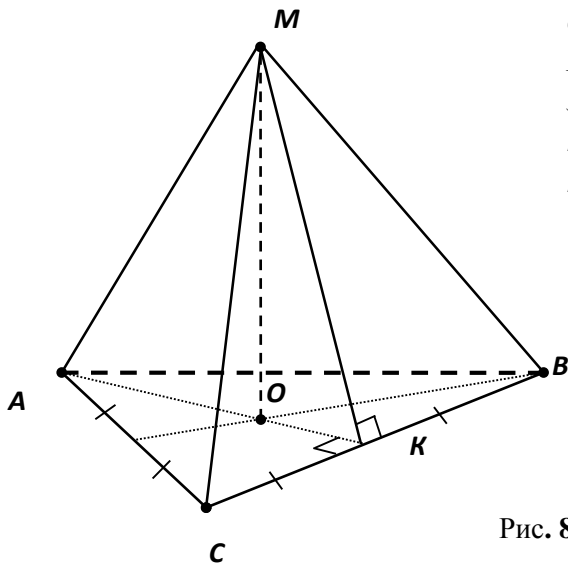


Рис. 8

---

---

---

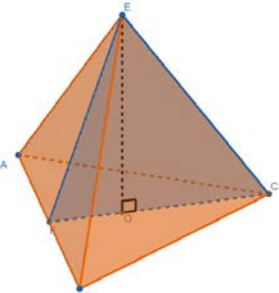

---

---

---

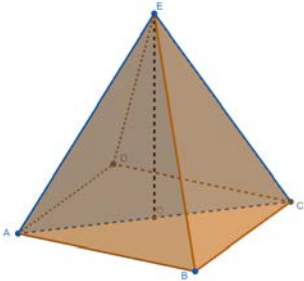


---

## Картка 1. Доступ до динамічних моделей, створених в GeoGebra Перерізи правильної трикутної піраміди

	Умова проведення перерізу	Доступ до моделі
<b>Властивості перпендикулярності</b>		
1.	Переріз піраміди, проведений через вершину піраміди та вершину основи перпендикулярно до площини основи	<a href="https://www.geogebra.org/m/tdkae9gf">https://www.geogebra.org/m/tdkae9gf</a>  
2.	Переріз піраміди, проведений через точку на бічному ребрі піраміди та точку на ребрі основи перпендикулярно до площини основи	
3.	Переріз перпендикулярний до ребра основи	
4.	Переріз перпендикулярний до бічного ребра	
<b>Властивості паралельності</b>		
1.	Переріз паралельний бічному ребру	<a href="https://www.geogebra.org/m/r6rxj3b9">https://www.geogebra.org/m/r6rxj3b9</a> 
2.	Переріз паралельний бічній грані	
3.	Переріз паралельний основі	
4.	Переріз паралельний ребру основи	

## Картка 2. Доступ до динамічних моделей, створених в GeoGebra

### Перерізи правильної чотирикутної піраміди

Умова проведення перерізу		Доступ до моделі
<b>Властивості перпендикулярності</b>		
1	Діагональний переріз	<a href="https://www.geogebra.org/m/ufvd3eyj">https://www.geogebra.org/m/ufvd3eyj</a>  
2	Переріз піраміди, проведений через вершину піраміди та точку на ребрі основи перпендикулярно до площини основи	
3	Переріз піраміди, проведений через точку на бічному ребрі піраміди та точку на ребрі основи перпендикулярно до площини основи	
4	Переріз перпендикулярний до бічного ребра	
<b>Властивості паралельності</b>		
1	Переріз паралельний бічному ребру	<a href="https://www.geogebra.org/m/zyff6gxu">https://www.geogebra.org/m/zyff6gxu</a> 
2	Переріз паралельний бічній грані	
3	Переріз паралельний основі	
4	Переріз паралельний ребру основи	

## ПЛАН-КОНСПЕКТ УРОКУ

### «Піраміди, у яких задано відстані між точками і елементами. Розв'язування задач»

#### Мета:

- узагальнити та систематизувати знання учнів про властивості пірамід, формувати вміння аналізувати залежність між елементами піраміди;
- забезпечити формування умінь і навичок учнів будувати на зображенні піраміди відрізок, довжина якого дорівнює заданій відстані між точками або елементами піраміди;
- формувати досвід розв'язування задач з теми;
- розвивати просторове мислення, формувати просторові уявлення, розвивати репродуктивну і творчу уяву, поповнити запас геометричних образів, пов'язаних темою, розвивати логічне мислення, смислову пам'ять, алгоритмічну культуру;
- виховувати наполегливість, відповідальність, інтерес до математики, формувати культуру мовлення.

#### Завдання:

- формувати вміння учнів будувати на зображенні піраміди відрізок, довжина якого дорівнює заданій відстані між точками або елементами піраміди;
- систематизувати знання про положення основи висоти піраміди залежно від властивостей піраміди, многокутника, який лежить в основі;
- формувати в учнів вміння аналізувати зв'язки та відношення між елементами піраміди;
- формувати в учнів вміння визначати загальні алгоритми розв'язування певних типів задач.

#### Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності здобувачів освіти:

- 1) будують на зображенні піраміди відрізок, довжина якого дорівнює заданій відстані між точками або елементами піраміди;
- 2) визначають положення основи висоти піраміди залежно від властивостей піраміди, многокутника, який лежить в основі;
- 3) аналізують зв'язки та відношення між елементами піраміди, визначають загальні алгоритми розв'язування задач.

**Тип уроку:** урок узагальнення і систематизації знань.

**Обладнання:** лінійка, косинець, комп'ютер, мультимедійний проектор, екран, динамічні зображення «Піраміда з рівними ребрами», «Піраміда з рівними двогранными кутами», «Піраміда з перпендикулярною бічною гранню», «Піраміда з перпендикулярним бічним ребром», створені за допомогою GeoGebra, дидактичні матеріали (листки з друкованою основою), підручники.

## Перебіг уроку

### I. Перевірка виконання домашнього завдання

На дошці зображені рисунки до двох задач із домашньої роботи.

Завдання двом учням: побудувати кути, дані в умові задачі, усно обґрунтувати побудови, записати відповіді до задач.

#### Задача Б1 (1), С – 33 [2]

Основа піраміди – квадрат зі стороною  $a$ . Дві суміжні бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи, а дві інші – нахилені до неї під кутом  $\beta$ .

1. Обґрунтуйте положення висоти піраміди.
2. Обґрунтуйте кути, які дорівнюють  $\beta$ .
3. Доведіть, що бічні грані піраміди попарно рівні.
4. Знайдіть бічну поверхню піраміди.

$$S = a^2 \left( \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{\cos \beta} \right).$$

**Відповідь:**

#### Задача Б1 (2), С – 33 [2]

Основа піраміди – прямокутний трикутник з гіпотенузою  $c$  і гострим кутом  $\alpha$ . Бічна грань, яка містить катет, протилежний до даного кута, перпендикулярна до площини основи, а дві інші нахилені до неї під кутом  $\beta$ .

1. Обґрунтуйте положення висоти піраміди.
2. Обґрунтуйте положення основи висоти піраміди.
3. Знайдіть висоту піраміди.
4. Знайдіть бічну поверхню піраміди.

$$S = \frac{1}{4} c^2 \sin 2\alpha \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{\cos \beta} \right).$$

**Відповідь:**

Фронтальна форма роботи.

#### Задача А 1 (2), К – 8 [2]

Основа піраміди – правильний трикутник. Дві бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи, а третя нахилена до неї під кутом  $\alpha$ . Висота піраміди дорівнює  $H$ . Знайдіть повну поверхню піраміди.

Запитання до розв'язання задачі:

1. Чому дорівнює сторона основи піраміди?  $\left( \frac{2H \operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{3}} \right)$
2. Чому дорівнює площа кожної з двох перпендикулярних до площини

основи піраміди граней?  $\left( \frac{H^2 \operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{3}} \right)$

3. Чому дорівнює площа грані, нахиленої до площини основи під кутом  $\alpha$  ?

$$\frac{H^2 \operatorname{ctg} \alpha}{(\sqrt{3} \sin \alpha)}$$

4. Чому дорівнює площа основи піраміди?  $\left( \frac{H^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\sqrt{3}} \right)$ .

**II. Повідомлення теми, мети уроку. Мотивація пізнавальної діяльності учнів**

**III. Актуалізація опорних знань учнів**

**Прийом «Запитання – відповідь».** Фронтальне опитування:

1. Сформулюйте визначення правильної піраміди.
2. Сформулюйте властивості правильної піраміди.
3. У яку точку проєктується вершина піраміди, усі бічні ребра якої рівні?

*Демонстрація динамічного зображення «Піраміда з рівними ребрами», створеного за допомогою додатка GeoGebra.*



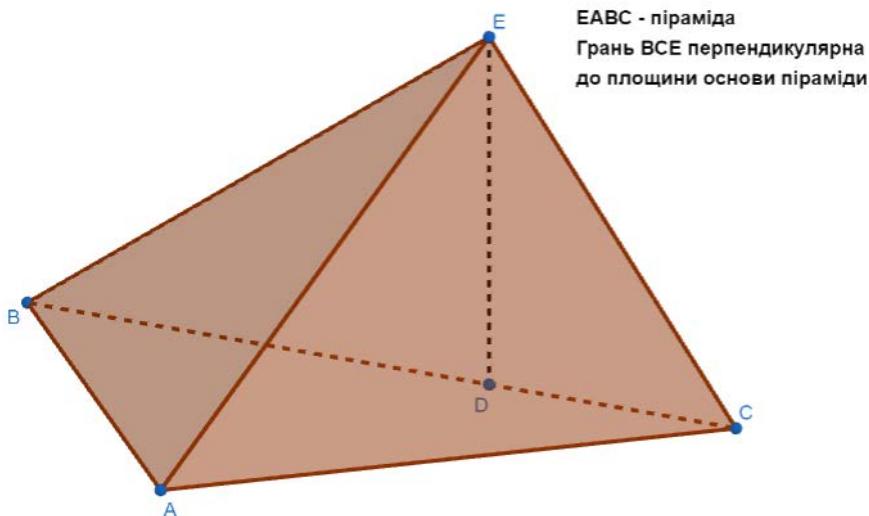
4. Відомо, що всі двогранні кути при основі піраміди рівні. У яку точку проєктується вершина піраміди?

*Демонстрація динамічного зображення «Піраміда з рівними двограними кутами», створеного за допомогою GeoGebra.*



5. Відомо, що одна грань піраміди перпендикулярна до площини основи. В яку точку проєктується вершина піраміди?

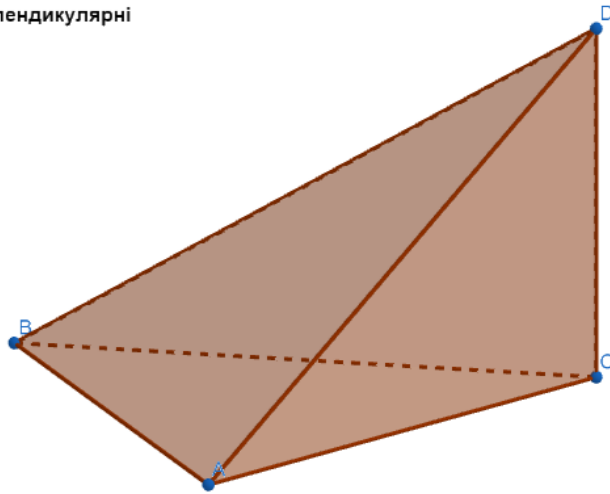
*Демонстрація динамічного зображення «Піраміда з перпендикулярною бічною гранню», створеного за допомогою GeoGebra.*



6. Відомо, що дві суміжні бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи. В яку точку проєктується вершина піраміди? Який відрізок буде висотою піраміди?

*Демонстрація динамічного зображення «Піраміда з перпендикулярним бічним ребром», створеного за допомогою GeoGebra.*

EABC - піраміда  
грані BCE та ACE перпендикулярні  
до площини основи



### Підготовчі завдання

#### *Робота в парах*

Учні отримають по одному листку-пам'ятці на стіл і виконують на ньому необхідні побудови на готових малюнках:

Побудувати відрізок, довжина якого є відстанню між двома даними точками;

Побудувати відрізок, довжина якого є відстанню між точкою і прямою;

Побудувати відрізок, довжина якого є відстанню від точки до площини.

### **IV. Розв'язування типових задач**

#### **Задача 1** (малюнок на дошці, задача розв'язується усно)

Дано правильну чотирикутну піраміду. Відстань від середини висоти піраміди до середини апофеми дорівнює 3 см. Знайти площу основи піраміди.

*Відповідь:* 144 см<sup>2</sup>

#### **Задача Б1 (1), С – 34 [2]**

У правильній чотирикутній піраміді двогранний кут при основі дорівнює  $\alpha$ . Відстань від основи висоти піраміди до середини апофеми дорівнює  $l$ . Знайти повну поверхню піраміди.

*Завдання:* прочитати умову за збірником, один учень на дошці (на підготовленому рисунку) будує лінійний кут двогранного кута при основі піраміди і відрізок, який дано в умові задачі, решта учнів приймають участь у розв'язуванні задачі.

*Відповідь:*  $16l^2 \cos \alpha + 16l^2 \cos^2 \alpha$ .

**Задача** (зображення піраміди виконується учнями «наслух» на рисунку підписуються дані величини, один учень працює біля дошки)

У правильній трикутній піраміді бічні грані нахилені до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Відстань від вершини основи до бічної грані дорівнює  $3\sqrt{3}$  см. Знайти апофему піраміди.

*Відповідь:* 4 см.

**V. Самостійне розв'язування учнями задач під керівництвом учителя**

**Задача Б1 (2), С – 34 [2]**

Основа піраміди – рівнобедрений трикутник з кутом  $\alpha$  при вершині. Всі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом  $\beta$ . Бісектриса цього кута перетинає висоту піраміди у точці, віддаленій від бічного ребра на відстань  $d$ . Знайти висоту піраміди. Знайти площу основи піраміди.

*Відповідь:*  $d^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\beta}{2} \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ .

**VI. Творче застосування учнями набутих знань**

Учень виступає в ролі вчителя і демонструє біля дошки розв'язання задачі, яку отримав у якості випереджаючого домашнього завдання.

**Задача В1 (1), С – 34 [2]**

$$\frac{9m^2 \operatorname{tg} \alpha}{4 \cos \beta}$$

*Відповідь:*  $\frac{9m^2 \operatorname{tg} \alpha}{4 \cos \beta}$

**VII. Математичний диктант (із подальшою самоперевіркою):**

1. У піраміди 18 граней. Який многокутник лежить в основі?
2. Чи існує піраміда, у якої кількість усіх ребер дорівнює 47?
3. Яка фігура є діагональним перерізом зрізаної піраміди?
4. Відомо, що перерізом піраміди є многокутник, подібний основі. Як розміщувалася січна площина?
5. Запишіть формулу, яка виражає залежність площі основи піраміди і площі паралельного перерізу від їх відстаней до вершини піраміди.
6. Формула для обчислення площі бічної поверхні правильної піраміди.
7. Чи існує піраміда, у якої всі бічні ребра рівні, а в основі лежить ромб?
8. Чи існує піраміда, у якої усі двогранні кути при основі рівні, основою є прямокутник?
9. Чи існує піраміда, у якої основою є рівнобічна трапеція, а усі бічні ребра нахилені до площини основи під однаковими кутами?
10. Відомо, що одна бічна грань піраміди перпендикулярна до площини основи. В яку точку основи проектується вершина піраміди?

11. Запишіть формулу, яка виражає залежність між площею основи і площею бічної поверхні піраміди, у якої усі двогранні кути при основі дорівнюють  $\alpha$ .

12. В яких межах може змінюватися величина плоского кута при вершині правильної шестикутної піраміди?

### **VIII. Узагальнення і систематизація результатів виконаних завдань**

### **IX. Підсумки уроку. Повідомлення домашнього завдання**

1. Повторіть формули п. 3 с. 23-26, опрацювати задачу на с. 26 [Мерзляк].

2. Виконайте № 3.18, 3.20, 3.50, 3.51, 3.56 с. 28-32 [Мерзляк].

3. Додатково № 3.59\*, 3.61\*.

### **Дидактичні матеріали до заняття (роздатковий матеріал)**

#### **Аркуші для робочого зошита з друкованою основою**

#### **Тема «Піраміди, у яких задано відстані між точками та елементами»**

#### **Опорні факти**

Зобразіть на рисунку відрізок (позначте його  $x$ ), довжина якого дорівнює:

1) відстані між серединою гіпотенузи АВ і серединою катета АС прямокутного трикутника АВС (рис. 1);

2) відстані від вершини С прямокутного трикутника АВС до середини гіпотенузи АВ (рис. 2);

3) відстані від вершини С прямокутного трикутника АВС до гіпотенузи АВ (рис. 3);

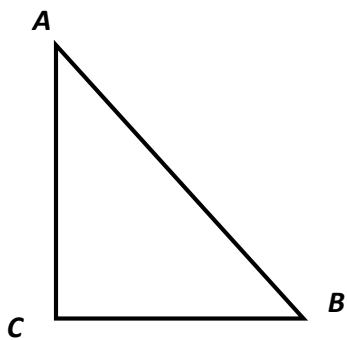


Рис. 1

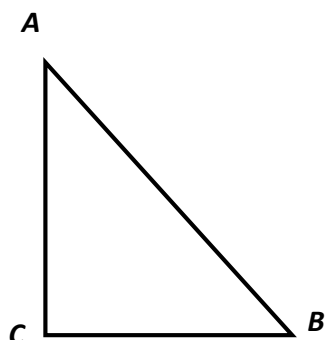


Рис. 2

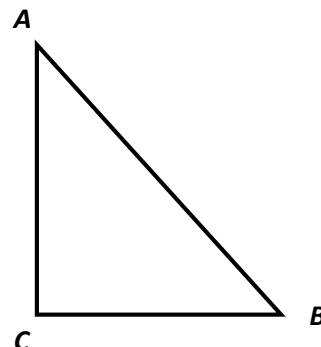


Рис. 3

4) Дано перпендикулярні площини  $\alpha$  і  $\beta$ , які перетинаються по прямій  $m$ . Точка А належить площині  $\alpha$ . Побудуйте відрізок, довжина якого дорівнює відстані від точки А до площини  $\beta$  (рис. 4);

5) Дано площини  $\alpha$  і  $\beta$ , які не є перпендикулярними і перетинаються по прямій  $m$ . Точка А належить площині  $\alpha$ . Побудуйте відрізок, довжина якого дорівнює відстані від точки А до площини  $\beta$  (рис. 5).

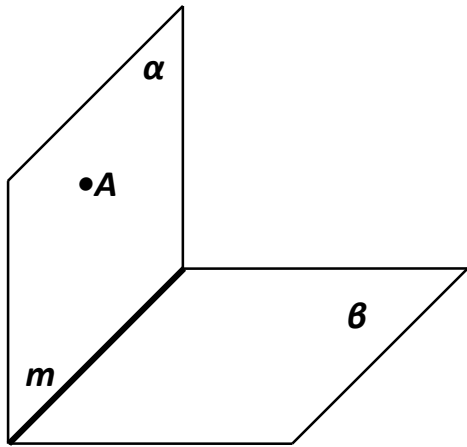


Рис. 4

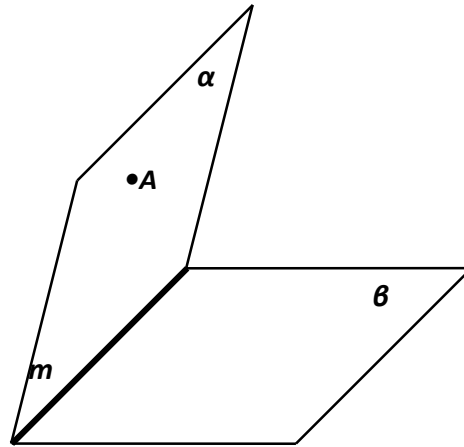
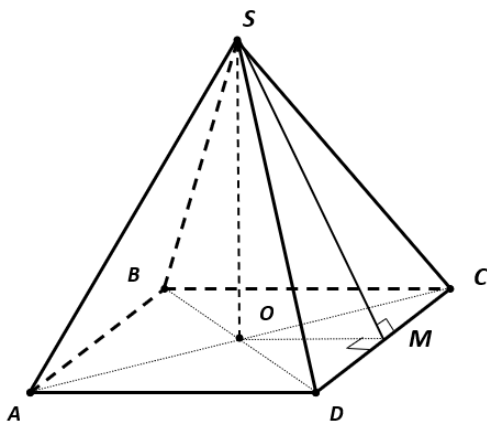


Рис. 5

**Тема «Піраміди, у яких задано відстані між точками та елементами»**

**Задача 1.** Дано правильну чотирикутну піраміду. Відстань від середини висоти піраміди до середини апофеми дорівнює 3 см. Знайти площу основи піраміди.



*Розв'язання.*

---



---



---



---

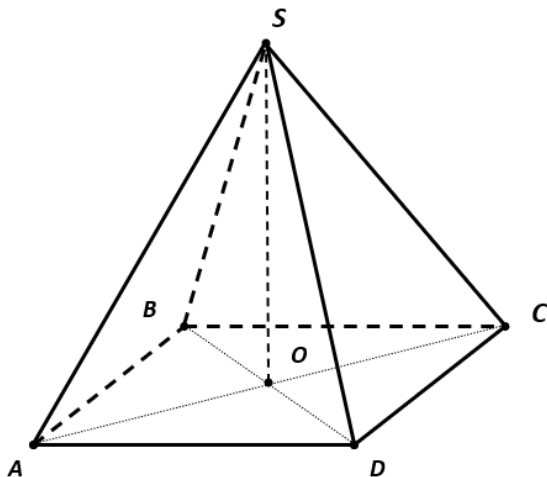


---



---

**Задача 2 (С – 34 Б2-1).** У правильній чотирикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює  $\beta$ . Відстань від основи висоти піраміди до середини бічного ребра дорівнює  $d$ . Знайдіть апофему піраміди.



*Розв'язання.*

---



---



---



---

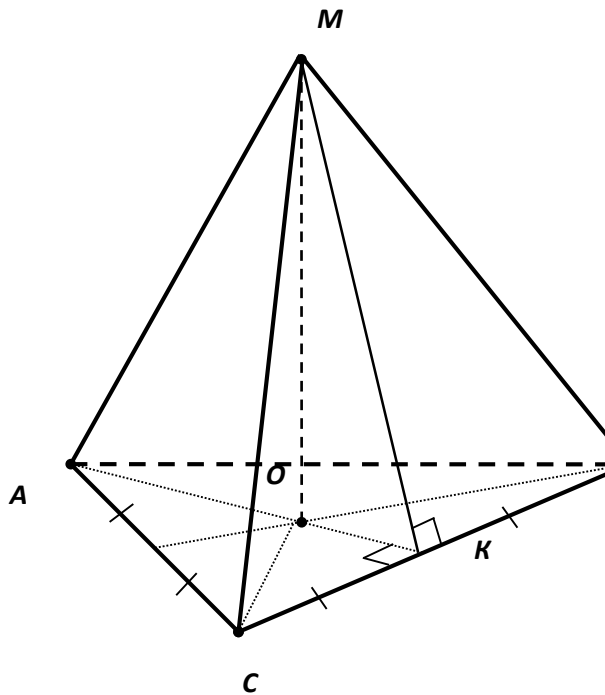


---



---

**Задача 3** (С-34 А2-2). У правильній трикутній піраміді двогранний кут при основі дорівнює  $\alpha$ . Відстань від основи висоти піраміди до її апофеми дорівнює  $l$ . Знайдіть висоту піраміди.



*Розв'язання.*

---

---

---

---

---

---

---

---

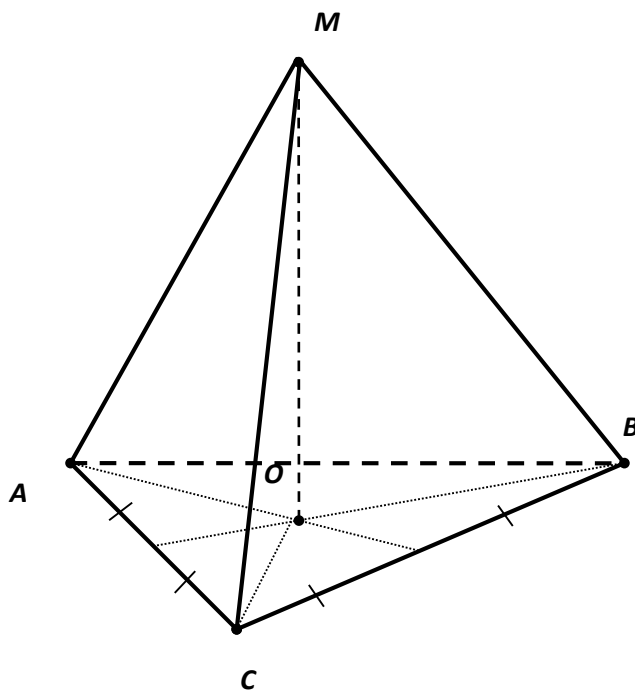
---

---

---

---

**Задача 4.** У правильній трикутній піраміді  $MABC$  бічні грані нахилені до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Відстань від вершини  $A$  основи до бічної грані  $СМВ$  дорівнює  $3\sqrt{3}$  см. Знайти апофему піраміди.



*Розв'язання.*

---

---

---

---

---

---

---

---

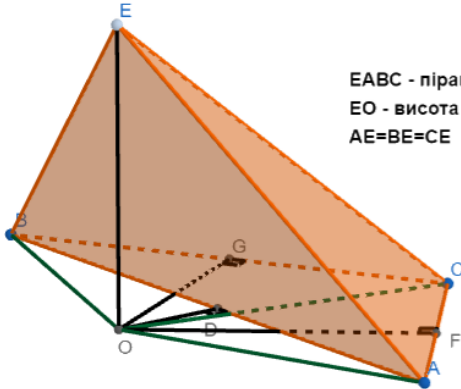

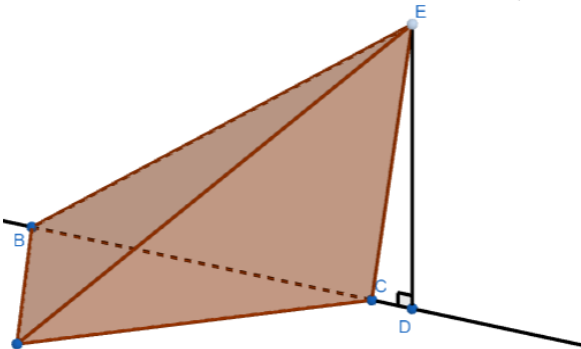

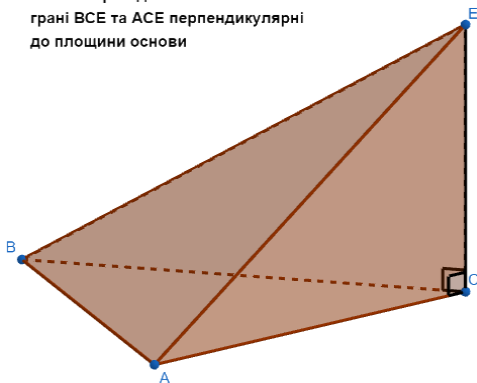

---

---

---

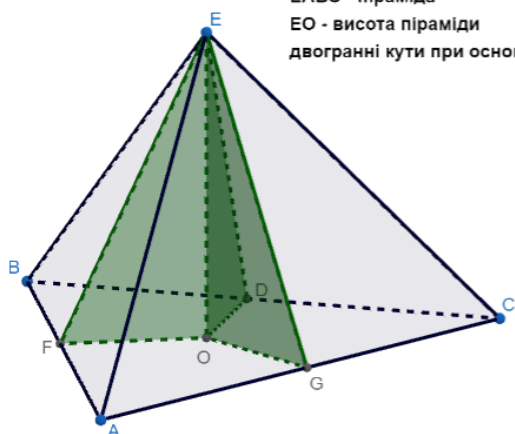
---

Картка. Доступ до динамічних моделей, створених в GeoGebra  
 Дослідження положення основи висоти піраміди

	Зображення, покликання	QR код доступу до моделі
<b>Піраміда з рівними бічними ребрами</b>		
1	 <p>EABC - піраміда EO - висота AE=BE=CE</p> <p><a href="https://www.geogebra.org/m/jprjyabn">https://www.geogebra.org/m/jprjyabn</a></p>	
<b>Піраміда, у якої одна бічна грань перпендикулярна до площини основи</b>		
2	 <p>EABC - піраміда Грань BCE перпендикулярна до площини основи піраміди</p> <p><a href="https://www.geogebra.org/m/bfsneu5a">https://www.geogebra.org/m/bfsneu5a</a></p>	
<b>Піраміда, у якої дві бічні грані перпендикулярні до площини основи</b>		
3	 <p>EABC - піраміда грані BCE та ACE перпендикулярні до площини основи</p> <p><a href="https://www.geogebra.org/m/eab8d6ub">https://www.geogebra.org/m/eab8d6ub</a></p>	

## Піраміда з рівними двогранными кутами при основі

4



<https://www.geogebra.org/m/adakbgw5>



## ПЛАН-КОНСПЕКТ УРОКУ

### «Піраміда. Узагальнення знань. Контрольна робота з теми «Піраміда»

#### **Мета:**

- узагальнити та систематизувати знання учнів про властивості пірамід, формувати вміння аналізувати залежність між елементами піраміди для виконання практичних завдань;

- у формі контрольної роботи перевірити рівень засвоєння учнями матеріалу з теми «Піраміда»;

- розвивати аналітико-синтетичне мислення, критичне мислення, образну і смислову пам'ять, увагу, просторові уявлення і уяву, поглибити вміння робити висновки, узагальнювати;

- виховувати, наполегливість, інтерес до математики, формувати графічну культуру.

#### **Завдання:**

1) систематизувати знання про положення основи висоти піраміди залежно від властивостей піраміди, многокутника, який лежить в основі;

2) формувати в учнів вміння аналізувати зв'язки та відношення між елементами піраміди;

3) формувати в учнів вміння визначати загальні алгоритми розв'язування певних типів задач.

4) перевірити рівень засвоєння учнями матеріалу з теми «Піраміда»;

#### **Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності здобувачів освіти:**

1) уміють визначати положення основи висоти піраміди залежно від властивостей піраміди;

2) уміють визначати особливості зображення пірамід залежно від їх властивостей;

3) на основі аналізу залежностей між елементами піраміди визначають основні формули, теореми, які можуть бути використані при розв'язуванні задач певних типів.

**Тип уроку:** урок узагальнення, систематизації та перевірки знань

**Обладнання:** лінійка, косинець, комп'ютер, мультимедійний проєктор, екран, динамічні зображення «Піраміда з рівними ребрами», «Піраміда з рівними двогранными кутами», «Піраміда з перпендикулярною бічною гранню», «Піраміда з перпендикулярним бічним ребром», створені за допомогою GeoGebra, дидактичні матеріали (листки з друкованою основою (таблиця, фрагменти задач), картки із завданням для контрольної роботи), підручники.

## Перебіг уроку

### I. Повідомлення теми, мети і завдань уроку. Мотивація навчальної діяльності учнів

Повідомлення учням плану проведення уроку:

1. Повторення основних теоретичних відомостей про піраміду;
2. Аналіз особливостей розміщення основи висоти піраміди залежно від її властивостей;
3. Визначення формул, тригонометричних функцій, теорем, які можуть бути використані при розв'язуванні задач на піраміду.

4. Визначення меж, в яких може змінюватися може змінюватись: 1) кут  $\alpha$  при вершині правильної чотирикутної піраміди  $SABCD$ ; 2) кут  $\beta$  між бічним ребром і стороною основи; 3) двогранний кут  $\varphi$  при бічному ребрі?  
*Учитель:* зверніть увагу на рисунок на дошці (рис. 1). Подумайте, яким методом можна дослідити межі зміни кута? Проведемо це дослідження пізніше.

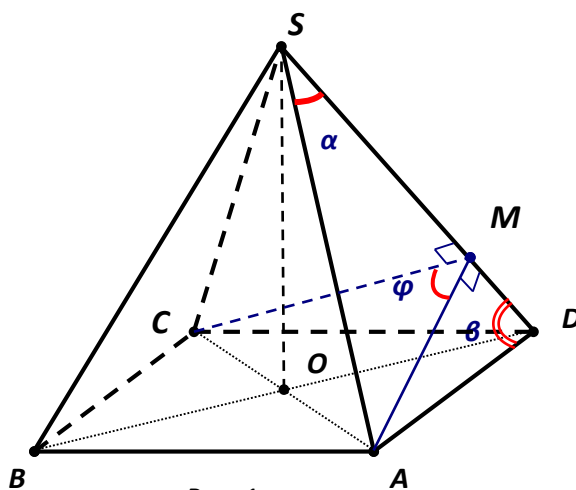


Рис. 1

5. Розв'язування задачі учнями, які отримали випереджаюче домашнє завдання.

6. Контрольна робота

### II. Відтворення та корекція опорних знань

*Приєм «Запитання – відповідь».* Учні задають одне одному запитання з теми, які вони підготували вдома (фронтальна форма роботи). Орієнтовний перелік запитань:

- 1) Що таке многогранник?
- 2) Що таке піраміда?
- 3) Що таке правильна піраміда?

- 4) Сформулюйте властивості правильної піраміди.
- 5) Що таке діагональний переріз піраміди?
- 6) Сформулюйте властивості паралельних перерізів піраміди.
- 7) Як відносяться площі поверхонь подібних пірамід?
- 8) За якою формулою можна обчислити площу бічної поверхні правильної піраміди?
- 9) Який алгоритм побудови кута нахилу бічного ребра до площини основи піраміди, лінійного кута двогранного кута при ребрі основи піраміди?

### III. Повторення, аналіз і систематизація основних фактів, понять

**Приєм «Фронтальна бесіда».** Учитель демонструє динамічні зображення пірамід з різними властивостями.

Пізнавальне завдання учням: на основі аналізу зображень **заповнити таблицю**.

1. Відомо, що всі бічні ребра піраміди рівні. Які особливості розміщення основи висоти піраміди (рис. 2)? (*є центром кола, описаного навколо основи піраміди*)
2. Якими властивостями, крім вказаної, володіє піраміда, у якої вершина проектується у центр кола, описаного навколо основи (рис. 2)?
3. Який вид трикутника (основи піраміди), якщо центр описаного кола лежить всередині трикутника (рис. 2)? (*гострокутний*)

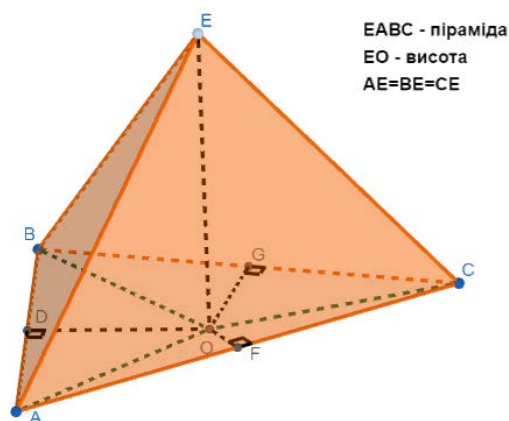


Рис. 2

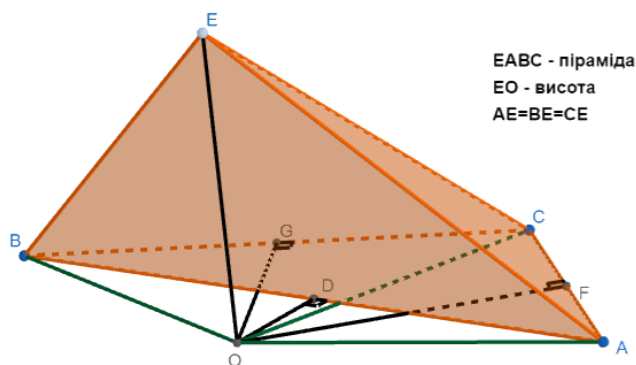


Рис. 3

4. Який вид трикутника (основи піраміди), якщо центр описаного кола лежить зовні трикутника (рис. 3)? (*тупокутний*)
5. Який вид трикутника (основи піраміди), якщо центр описаного кола є серединою однієї із сторін трикутника (рис. 4)? (*прямокутний*)

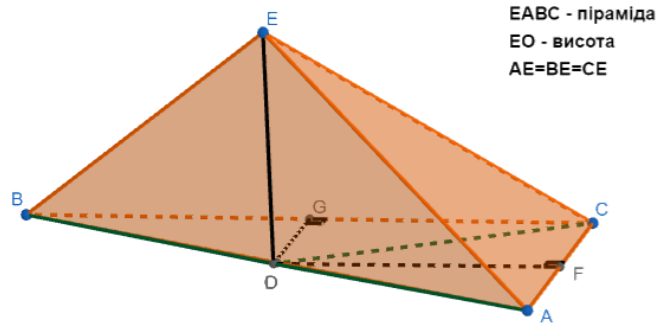


Рис. 4

6. Який вид трикутника (основи піраміди), якщо центр описаного кола лежить на медіані (або на її продовженні), проведеній до однієї із сторін трикутника (рис. 5)? (*рівнобедрений*)

7. Який вид трикутника (основи піраміди), якщо центр описаного кола є точкою перетину 2 медіан трикутника (рис. 6)? Як називається піраміда у такому випадку? (*рівносторонній, піраміда - правильна*)

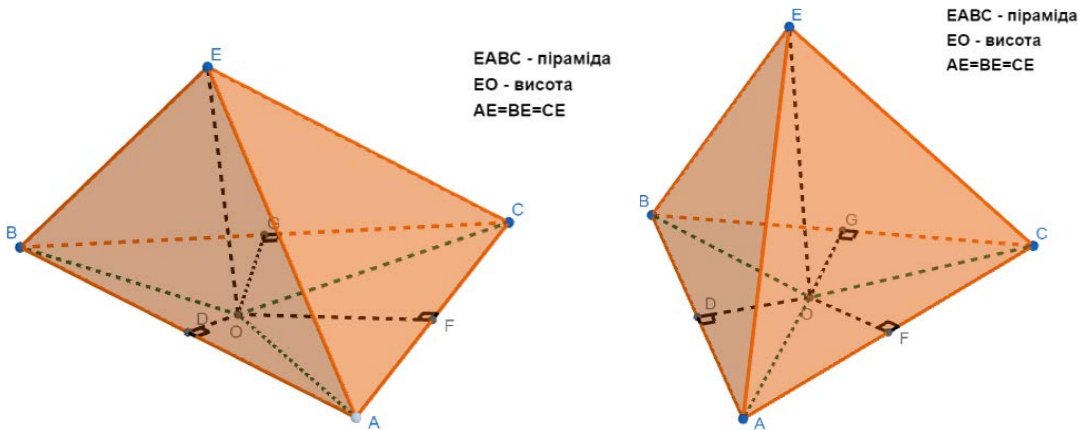
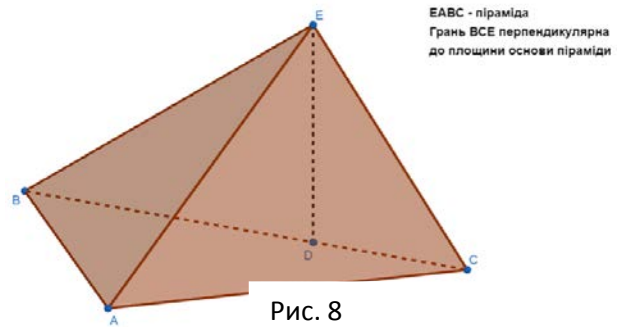
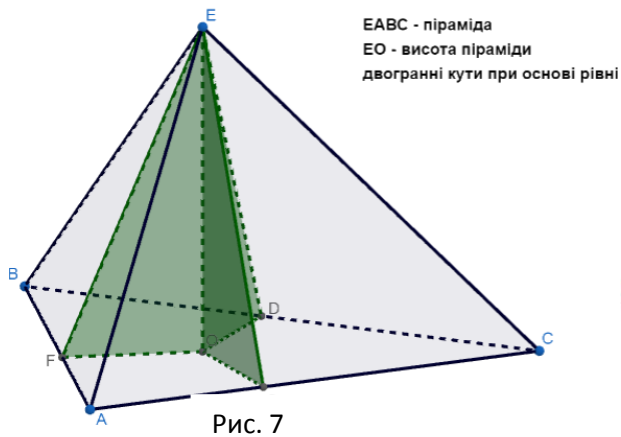


Рис. 5

Рис. 6

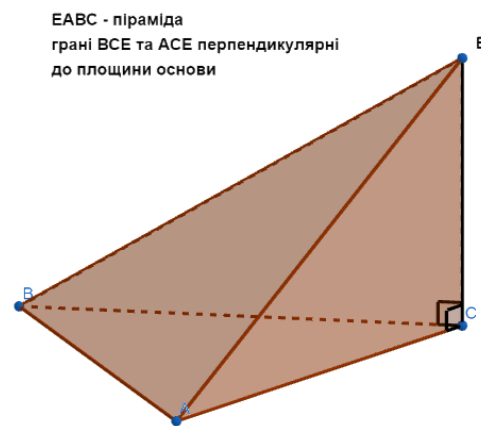
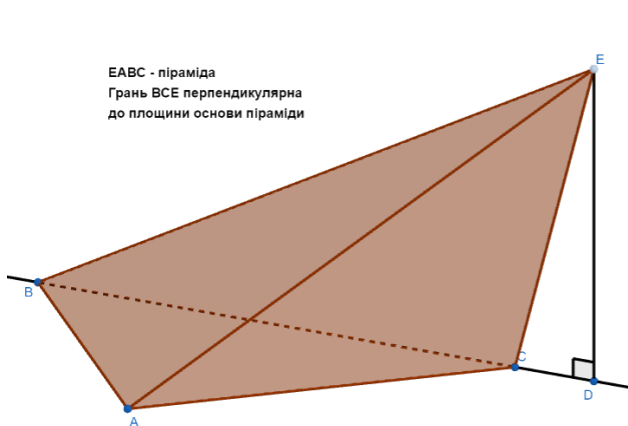
8. Відомо, що всі двогранні кути при ребрах основи піраміди рівні. Які особливості розміщення основи висоти піраміди (рис. 7)? (*є центром кола, вписаного в основу піраміди*)

9. Якими властивостями, крім вказаної, володіє піраміда, у якої вершина проектується у центр кола, вписаного в основу (рис. 7)?



10. Відомо, що піраміда володіє перерахованими вище властивостями. В яку точку основи проектується вершина піраміди? Як називається така піраміда?

11. Відомо, що одна бічна грань піраміди перпендикулярна до площини основи. Які особливості розміщення основи висоти піраміди (рис. 8, 9)? (лежить на стороні основи піраміди, або на її продовженні)



12. Відомо, що дві суміжні бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи. Які особливості розміщення основи висоти піраміди (рис. 10)? (є вершиною основи піраміди)

Таблиця

№ п/п	Властивість піраміди	Особливості розміщення основи висоти піраміди
1	- Усі бічні ребра піраміди рівні; - Нахилені до площини основи під однаковими кутами; - Утворюють однакові кути з висотою піраміди.	<i>є центром кола, описаного навколо основи піраміди</i>
2	- Усі двогранні кути при ребрах основи піраміди рівні; - Усі бічні грані утворюють однакові кути з висотою піраміди; - Висоти бічних граней, які проведені до сторони основи, рівні.	<i>є центром кола, вписаного в основу піраміди</i>
3	Піраміда є правильною (має властивості, зазначені у пунктах 1 і 2)	<i>є центром правильного многокутника, основи піраміди</i>
4	Одна бічна грань перпендикулярна до площини основи піраміди	<i>лежить на стороні основи піраміди або на її продовженні</i>
5	Дві суміжні бічні грані перпендикулярні до площини основи піраміди	<i>є вершиною основи піраміди</i>

#### IV. Застосування системи знань для виконання практичних завдань

На дошці записи:

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}, \quad R = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \quad R = a, \quad r = \frac{a}{2\sqrt{3}}, \quad r = \frac{a}{2}, \quad R = \frac{abc}{4S}, \quad r = \frac{2S}{a+b+c}, \quad R = \frac{c}{2}.$$

Учням роздано картки із записаними фрагментами задач.

#### Робота в парах

**Завдання учням:** біля кожного фрагменту умови задачі підписати формулу, яка МОЖЕ БУТИ ВИКОРИСТАНА в розв'язуванні даної задачі.

**ФРАГМЕНТ 1:** «... усі бічні ребра трикутної піраміди утворюють з площиною основи кут  $\alpha$ , сторони основи дорівнюють  $a, b, c$ . Знайдіть висоту

піраміди». ( $R = \frac{abc}{4S}$ )

**ФРАГМЕНТ 2:** «...знайти бічне ребро правильної чотирикутної піраміди, якщо дано сторону основи і висоту піраміди». ( $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ )

**ФРАГМЕНТ 3:** «...висота правильної трикутної піраміди дорівнює  $h$ , а сторона основи  $a$ . Знайдіть довжину бічного ребра піраміди». ( $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$ )

**ФРАГМЕНТ 4:** «... основою піраміди є прямокутний трикутник, а усі бічні ребра рівні. Знайти висоту піраміди». ( $R = \frac{c}{2}$ )

**ФРАГМЕНТ 5:** «... усі бічні грані трикутної піраміди нахилені до площини основи під кутом  $\alpha$ , сторони основи дорівнюють  $a, b, c$ . Знайдіть висоту піраміди». ( $r = \frac{2S}{a+b+c}$ )

**ФРАГМЕНТ 6:** «...бічна грань правильної трикутної піраміди нахилена до площини основи під кутом  $\alpha$ . Знайти апофему піраміди». ( $r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ )

**ФРАГМЕНТ 7:** «...знайти апофему правильної чотирикутної піраміди, якщо дано сторону основи і висоту піраміди». ( $r = \frac{a}{2}$ )

**ФРАГМЕНТ 8:** «... довжина бічного ребра правильної шестикутної піраміди дорівнює  $l$ , а сторона основи  $a$ . Знайдіть кут нахилу бічного ребра до площини основи піраміди». ( $R = a$ )

На етапі перевірки відповідей (фронтальна робота) учні обґрунтовують свій вибір. Після обговорення кожного фрагменту, учитель демонструє рисунки для підтвердження або спростування гіпотез учнів

**Приєм «Учні у ролі вчителя».** 2 учні розв'язують на дошці задачу, яку отримали у якості випереджаючого домашнього завдання (один робить записи, інший пояснює хід розв'язання, співпрацює з класом)

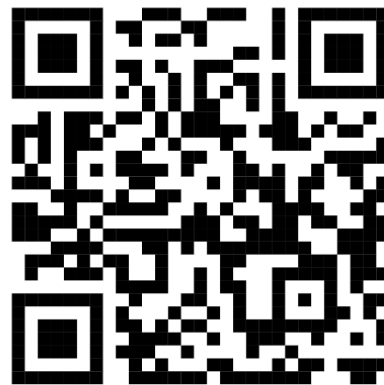
**Задача 1** ([1], ст. 101). Основа піраміди — прямокутний трикутник з гіпотенузою  $c$  і гострим кутом  $\alpha$ . Бічна грань, яка містить катет, протилежний до даного кута, перпендикулярна до площини основи, а дві інші грані нахилені до неї під кутом  $\beta$ .

- Обґрунтуйте положення висоти піраміди.
- Обґрунтуйте положення основи висоти піраміди.
- Знайдіть висоту піраміди.
- Знайдіть бічну поверхню піраміди.

Відповідь:  $c \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \beta$ ,  $\frac{c^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cos \alpha}{2 \cos \beta} (\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha + 1)$ .

**Задача 2.** (умову даної задачі було сформульовано на початку уроку).  $SABCD$  – правильна чотирикутна піраміда. В яких межах може змінюватись: 1) кут  $\alpha$  при її вершині; 2) кут  $\beta$  між бічним ребром і стороною основи; 3) двогранний кут  $\varphi$  при бічному ребрі?

Розглянемо за допомогою динамічного зображення піраміди зміну зазначених кутів від зміни висоти піраміди.



<https://www.geogebra.org/m/hu7dn9sz>

1) Якщо висота  $SO$  піраміди зменшується до 0, то кут  $ASD$  прямує до кута  $AOD$ , а якщо вона збільшується, то величина кута  $\alpha$  прямує до 0 (рис. ). Отже,  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  (рис. 11, 12).

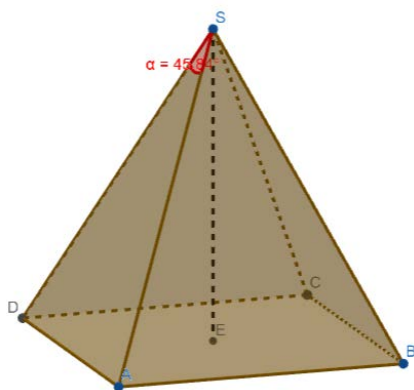


Рис. 11

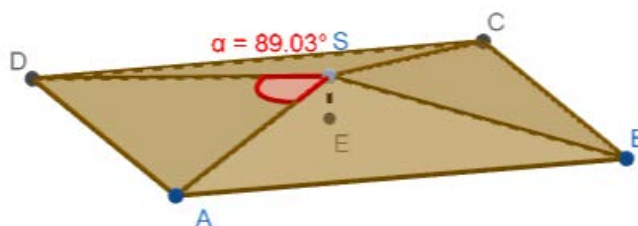


Рис. 12

2) Якщо висота  $SO$  піраміди зменшується, то кут  $SDA$  прямує до кута  $ODA$ , а якщо вона необмежено збільшується, то ребро  $SD$  наближається до перпендикуляра, проведеного до основи піраміди через її вершину  $D$  (рис. 13, 14). Отже,  $45^\circ < \beta < 90^\circ$ .

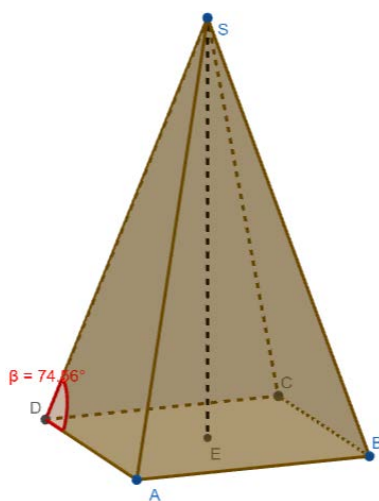


Рис. 13

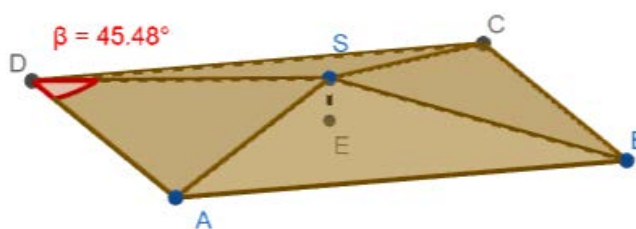


Рис. 14

3) Із зменшенням висоти піраміди  $SO$  кут  $AMC$  прямує до кута  $AOC$ , а із збільшенням – до кута  $ADC$  (рис. 15 - 17). Отже,  $90^\circ < \varphi < 180^\circ$ .

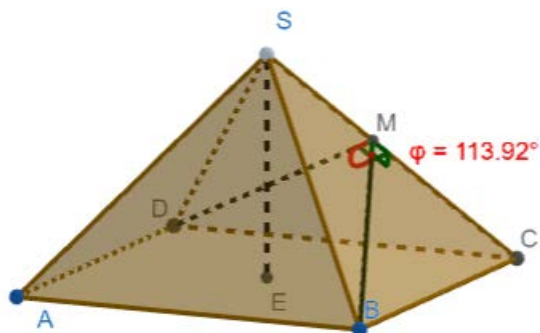


Рис. 15

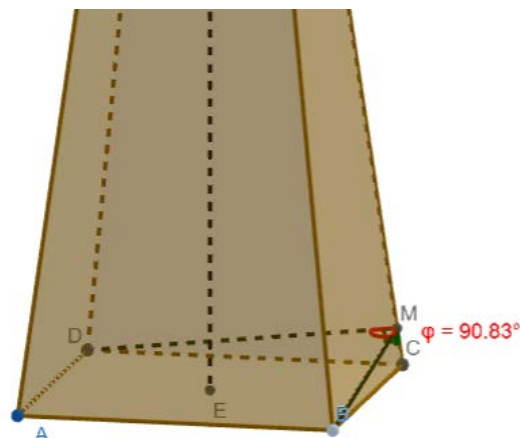


Рис. 16

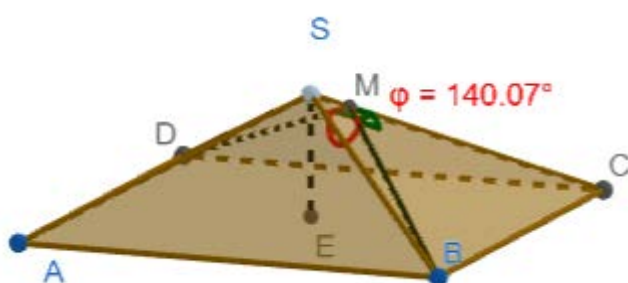


Рис. 17

## V. Контрольна робота з теми «Піраміда»

Час виконання роботи 40 хв. Учні отримують картки із завданнями. Зразки варіантів додано у дидактичних матеріалах до уроку.

## VI. Підсумки уроку. Повідомлення домашнього завдання

*Базовий рівень* (виконують усі учні класу):

1. Опрацювати конспект, працювати з динамічними моделями.
2. Розв'язати задачу № 3.54 [3, с. 32].
3. Розв'язати задачу [2]: У правильній трикутній піраміді бічна грань нахилена до площини основи під кутом  $\alpha$ . Відстань від основи висоти піраміди до її апофеми дорівнює  $l$ . Знайдіть апофему і бічну поверхню піраміди.

*Додаткова задача* [2]: Основа піраміди – прямокутний трикутник з гострим кутом  $\alpha$ . Бічні грані піраміди, які містять катети трикутника, перпендикулярні до площини основи, а третя бічна грань нахилена до площини основи під кутом  $\beta$ . Відстань від основи висоти до цієї грані дорівнює  $l$ . Знайдіть бічну поверхню піраміди.

## Дидактичні матеріали для підсумкового контролю

### Контрольна робота з теми «Піраміда»

#### Варіант № 1

1. Знайти площу бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди, у якій бічне ребро дорівнює 15 см, а сторона основи – 18 см.

А	Б	В	Г	Д
256 см <sup>2</sup>	324 см <sup>2</sup>	432 см <sup>2</sup>	480 см <sup>2</sup>	600 см <sup>2</sup>

2. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 10 см. Знайдіть висоту піраміди, якщо найбільша сторона основи дорівнює 16 см.

А	Б	В	Г	Д
6 см	7 см	8 см	9 см	12 см

3. Основою піраміди є рівнобедрений трикутник зі сторонами 10 см, 10 см і 12 см. Усі бічні грані нахилені до основи під кутом 60°. Знайти висоту піраміди.

А	Б	В	Г	Д
3 см	$3\sqrt{3}$ см	$\sqrt{3}$ см	$6\sqrt{3}$ см	Інша відповідь

4. Основа піраміди – прямокутник зі сторонами 1 см і  $\sqrt{2}$  см. Дві суміжні бічні грані перпендикулярні до площини основи. Знайдіть висоту піраміди, якщо найбільше ребро піраміди нахилене до площини основи під кутом 30°.

5. У правильній трикутній піраміді кут нахилу бічного ребра до площини основи дорівнює  $\alpha$ , а відстань від основи висоти до бічного ребра дорівнює  $d$ . Знайдіть повну поверхню піраміди

6. Основа піраміди – рівнобедрений трикутник з бічною стороною  $b$  і кутом при вершині  $\alpha$ . Бічні грані, які містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а третя бічна грань нахилена до неї під кутом  $\beta$ . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

*Контрольна робота з теми «Піраміда»*

**Варіант № 2**

1. Знайти площу бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди, у якій висота дорівнює 12 см, а апофема – 13 см.

А	Б	В	Г	Д
130 см <sup>2</sup>	520 см <sup>2</sup>	260 см <sup>2</sup>	480 см <sup>2</sup>	Інша відповідь

2. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 10 см. Знайдіть найбільшу сторону основи, якщо висота піраміди дорівнює 8 см.

А	Б	В	Г	Д
6 см	7 см	8 см	9 см	12 см

3. Основою піраміди є рівнобедрений трикутник зі сторонами 13 см, 13 см і 10 см. Усі бічні грані нахилені до основи під кутом 45°. Знайти висоту піраміди.

А	Б	В	Г	Д
3 см	$\frac{10}{3}$ см	$\frac{5}{3}$ см	5 см	Інша відповідь

4. Основа піраміди – прямокутник зі сторонами 2 см і  $2\sqrt{2}$  см. Дві суміжні бічні грані перпендикулярні до площини основи. Знайдіть висоту піраміди, якщо найбільше ребро піраміди нахилене до площини основи під кутом 30°.

5. У правильній трикутній піраміді відрізок, що сполучає основу висоти з серединою бічного ребра, дорівнює  $l$  і утворює з висотою піраміди кут  $\alpha$ . Знайдіть повну поверхню піраміди.

4. Основа піраміди – рівнобедрений трикутник з основою  $b$  і кутом при основі  $\alpha$ . Бічні грані, які містять бічні сторони трикутника, перпендикулярні до площини основи, а третя бічна грань нахилена до неї під кутом  $\beta$ . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

*Контрольна робота з теми «Піраміда»*

**Варіант № 3**

1. Знайти площу бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди, у якій бічне ребро дорівнює 17 см, а апофема – 15 см.

А	Б	В	Г	Д
256 см <sup>2</sup>	324 см <sup>2</sup>	432 см <sup>2</sup>	480 см <sup>2</sup>	600 см <sup>2</sup>

2. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 5 см. Знайдіть висоту піраміди, якщо найбільша сторона основи дорівнює 8 см.

А	Б	В	Г	Д
8 см	4 см	3 см	6 см	Інша відповідь

3. Основою піраміди є рівнобедрений трикутник зі сторонами 10 см, 10 см і 12 см. Усі бічні грані нахилені до основи під кутом  $45^\circ$ . Знайти висоту піраміди.

А	Б	В	Г	Д
3 см	$3\sqrt{3}$ см	$\sqrt{3}$ см	$6\sqrt{3}$ см	Інша відповідь

4. Основа піраміди – прямокутник зі сторонами 1 см і  $\sqrt{2}$  см. Дві суміжні бічні грані перпендикулярні до площини основи. Знайдіть висоту піраміди, якщо найбільше ребро піраміди нахилене до площини основи під кутом  $60^\circ$ .

5. У правильній трикутній піраміді кут нахилу бічного ребра до площини основи дорівнює  $\beta$ , а відстань від основи висоти до бічного ребра дорівнює  $m$ . Знайдіть повну поверхню піраміди.

6. Основа піраміди – рівнобедрений трикутник з бічною стороною  $b$  і кутом при основі  $\alpha$ . Бічні грані, які містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а третя бічна грань нахилена до неї під кутом  $\beta$ . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

### Контрольна робота з теми «Піраміда»

#### Варіант № 4

1. Знайти площу бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди, у якій висота дорівнює 12 см, а сторона основи – 10 см.

А	Б	В	Г	Д
$130 \text{ см}^2$	$520 \text{ см}^2$	$260 \text{ см}^2$	$480 \text{ см}^2$	Інша відповідь

2. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 5 см. Знайдіть найбільшу сторону основи, якщо висота піраміди дорівнює 4 см.

А	Б	В	Г	Д
6 см	12 см	8 см	9 см	Інша відповідь

3. Основою піраміди є рівнобедрений трикутник зі сторонами 13 см, 13 см і 10 см. Усі бічні грані нахилені до основи під кутом  $60^\circ$ . Знайти висоту піраміди.

А	Б	В	Г	Д
$3\sqrt{3}$ см	$\frac{10\sqrt{3}}{3}$ см	$\frac{5\sqrt{3}}{3}$ см	$\frac{10}{3}$ см	Інша відповідь

4. Основа піраміди – прямокутник зі сторонами 2 см і  $2\sqrt{2}$  см. Дві суміжні бічні грані перпендикулярні до площини основи. Знайдіть висоту піраміди, якщо найбільше ребро піраміди нахилене до площини основи під кутом  $60^\circ$ .

5. У правильній трикутній піраміді відрізок, що сполучає основу висоти з серединою бічного ребра, дорівнює  $d$  і утворює з висотою піраміди кут  $\beta$ . Знайдіть повну поверхню піраміди.

6. Основа піраміди – рівнобедрений трикутник з бічною стороною  $b$  і кутом при основі  $\alpha$ . Бічні грані, які містять бічні сторони трикутника, перпендикулярні до площини основи, а третя бічна грань нахилена до неї під кутом  $\beta$ . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

# ДИДАКТИЧНІ МАТЕРІАЛИ ДО ВИВЧЕННЯ ТЕМИ

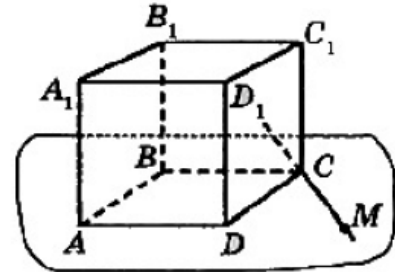
## Картка 1

### Актуалізація опорних знань до вивчення теми «Піраміда та її елементи»

*Профільний рівень, 11 клас*

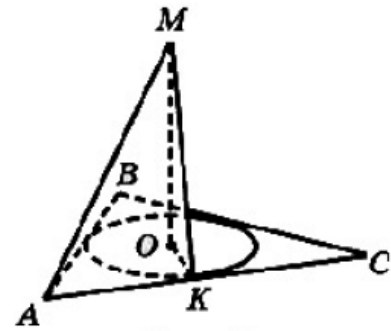
1. Точка  $M$  належить площині грані  $ABCD$  прямокутного паралелепіпеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Знайдіть кут між прямими  $A_1 D_1$  і  $CM$ , якщо  $\angle B C M = 140^\circ$ .

А	Б	В	Г
$40^\circ$	$50^\circ$	$90^\circ$	$140^\circ$



2. На малюнку точка  $O$  – центр вписаного в трикутник  $ABC$  кола,  $OM \perp (ABC)$ ,  $OK \perp AC$ . Відстані від точки  $M$  до точки  $A$  і  $K$  дорівнюють  $a$  і  $b$  відповідно порівняйте величини  $a$  і  $b$ , якщо можливо.

А	Б	В	Г
$a < b$	$a = b$	$a > b$	порівняти неможливо



3. Площина, перпендикулярна до катета  $AB$  прямокутного трикутника  $ABC$ , перетинає його в точці  $M$ , а гіпотенузу  $AC$  – у точці  $N$ . Знайдіть  $MN$ , якщо  $AN = NC = 5$ ,  $AB = 8$ .

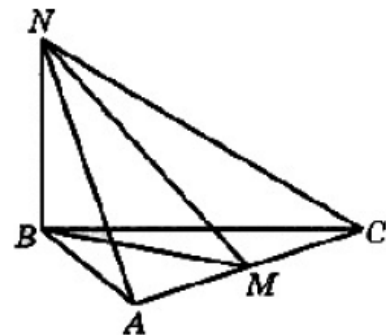
А	Б	В	Г
3	4	5	6

4. Точка, віддалена від усіх вершин прямокутного трикутника на 4 см, розташована на відстані 1 см від площі трикутника. Знайдіть довжину гіпотенузи трикутника.

А	Б	В	Г
$\sqrt{15}$ см	$2\sqrt{15}$ см	$\sqrt{17}$ см	$2\sqrt{17}$ см

5. Відрізок  $NB$  – перпендикуляр до площини правильного трикутника  $ABC$ , точка  $M$  – середина сторони  $AC$ . Укажіть лінійний кут двогранного кута з ребром  $AC$ .

А	Б	В	Г
$\angle N B M$	$\angle N A B$	$\angle N C B$	$\angle N M B$



## Картка 2. Бланк завдань

### Перерізи піраміди

#### Виконання графічних вправ

1. Побудуйте зображення тетраедра.
2. Побудуйте переріз піраміди  $SABC$  площиною  $MNK$  (рис.1)

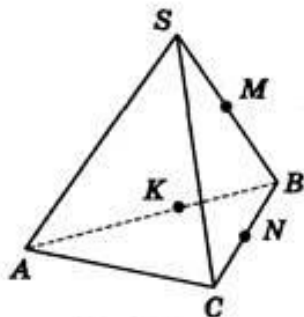


Рис. 1

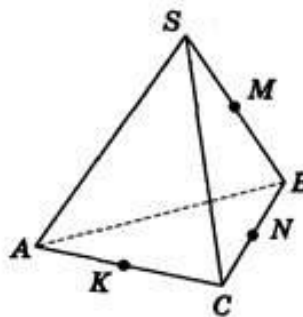


Рис. 2

3. Побудуйте переріз піраміди  $SABC$  площиною, яка проходить через точки  $M, N, K$  — середини ребер  $SB, BC, AC$  відповідно (рис. 2). Знайдіть його периметр, якщо  $SB = 4$  см,  $AB = 2$  см.

4. Перерізи піраміди площинами, які проходять через її вершину є трикутники (рис. 3, 4, 5).

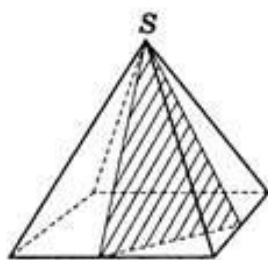


Рис. 3

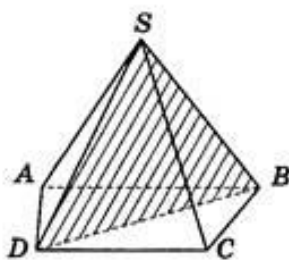


Рис. 4

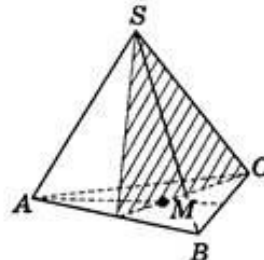


Рис. 5

**Діагональним перерізом** піраміди називається переріз піраміди площиною, яка проходить через два несусідні бічні ребра піраміди (рис. 4).

5. Доведіть, що діагональні перерізи піраміди — трикутники.

6. Скільки діагональних перерізів має трикутна піраміда? (Відповідь: жодного)

7. Скільки діагональних перерізів можна провести в  $n$ -кутній піраміді ( $n > 3$ )? (Відповідь.  $\frac{n(n-3)}{2}$ .)

8. Доведіть, що переріз, який проходить через висоту піраміди, перпендикулярний до площини її основи.

9. Побудуйте переріз піраміди  $SABC$  площиною  $MNK$  (рис. 6).

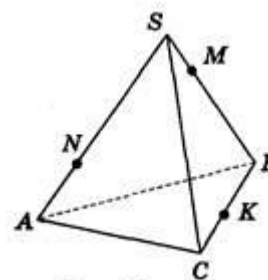


Рис. 6

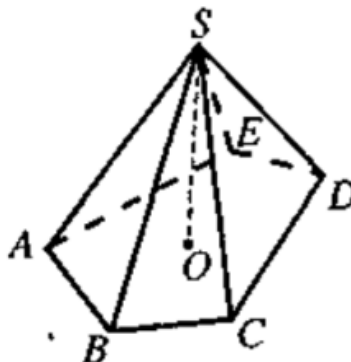
### Картка 3. Бланк завдань

#### Контрольна робота з теми «Піраміда. Площа поверхні піраміди»

Профільний рівень, 11 клас

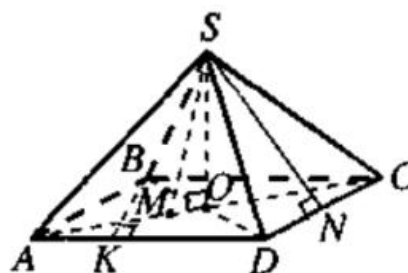
1. У піраміді, зображеній на рисунку, бічним ребром є...

- а) SB;
- б) AB;
- в) SO;
- г)  $\Delta ABS$



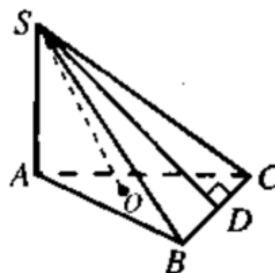
2. Висотою правильної піраміди, зображеної на рисунку, є...

- а) SM;
- б) SO;
- в) SN;
- г) BK.



3. Якщо дві грані SAB та SAC перпендикулярні до площини основи трикутної піраміди SABC, а висота грані SBC, то висотою піраміди є...

- а) SA;
- б) SB;
- в) SD;
- г) SO.



4. Якщо периметр основи правильної трикутної піраміди 15 см, апофема – 4 см, то площа її бічної поверхні дорівнює...

- а)  $15 \cdot 4 \text{ см}^2$ ; б)  $\frac{15 \cdot 4}{2} \text{ см}^2$ ; в)  $15 \cdot 4 \cdot 2 \text{ см}^2$ ; г)  $\frac{15+4}{2} \text{ см}^2$ .

5. Якщо площа основи правильної трикутної піраміди  $25 \text{ см}^2$ , а площа бічної грані  $10 \text{ см}^2$ , то площа повної поверхні піраміди дорівнює...

- а)  $(25 + 10) \text{ см}^2$ ; б)  $(25 + 10) \cdot 4 \text{ см}^2$ ;
- в)  $(25 + 4 \cdot 10) \text{ см}^2$ ; г)  $(25 + 3 \cdot 10) \text{ см}^2$ .

6. Основа піраміди – прямокутник зі сторонами 12 см і 16 см. Усі бічні ребра піраміди рівні, а висота дорівнює 24 см. Знайдіть довжину бічного ребра піраміди.

7. В основі піраміди лежить ромб, діагоналі якого дорівнюють 16 см і 12 см. Знайдіть висоту бічної грані піраміди, якщо висота піраміди дорівнює 15 см.

8. Основа піраміди рівнобедрений трикутник з бічною стороною 12 см і кутом при основі  $30^\circ$ . Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

9. Основою піраміди  $SABCD$  є ромб  $ABCD$ , більша діагональ якого  $AC = 30$ . Грань  $SBC$  є рівнобедреним трикутником  $SB = SC$  і перпендикулярна до площини основи піраміди. Ребро  $SC$  нахилено до площини основи піраміди під кутом  $30^\circ$ . Визначте кут між площинами  $(SAD)$  і  $(ABC)$ , якщо висота піраміди дорівнює 5.
10. У правильній трикутній піраміді сторона основи 4 см, а плоский кут при вершині дорівнює  $60^\circ$ . Через одну із сторін основи перпендикулярно до протилежного ребра проведено переріз. Знайдіть його площу.

#### Картка 4

Приклади завдань практичного змісту для організації роботи в групах чи проектної діяльності з теми «Піраміда».

**Задача.** Томатна паста «Чумак» розфасована у пачки, що мають форму трикутної піраміди, усі грані якої – рівнобедрені трикутники з периметром 30 см та основою 6 см. Скільки матеріалу йде на виготовлення однієї пачки, якщо на з'єднання додати 2% матеріалу?

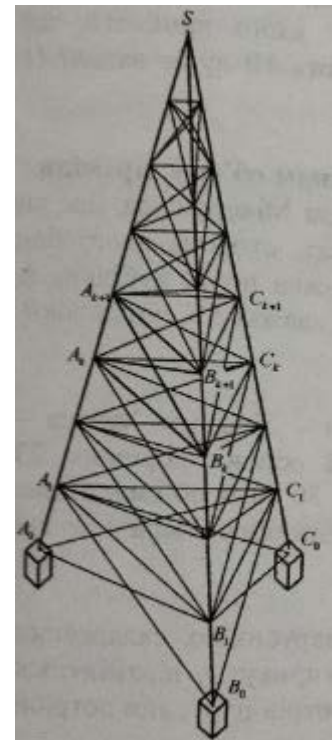
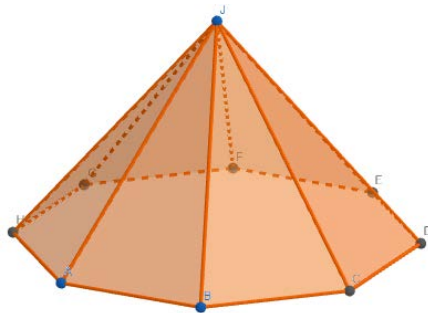


Порівняйте отримане значення з площею матеріалу, що можна використати на виготовлення трикутної піраміди, у якої кожна грань є правильним трикутником з периметром 30 см, на з'єднання додайте 2% матеріалу.

(Рисунок до задачі з сайту <https://chumak.com/product/505> ).

**Задача [9, с. 117]** Щогла антени радіостанції має форму правильної трикутної піраміди. Висота щогли  $SO=h$ . Відстань між опорними точками  $AB=BC=CA=a$ . Для міцності опорні стрижні сполучені між собою за допомогою горизонтальних і косих стрижнів, причому яруси горизонтальних стрижнів поділяють кожний з опорних стрижнів на рівних частин. Визначить довжини стрижнів щогли.

(Рисунок до задачі з посібника [9]).



**Задача [9, с. 117].** Купол дзвіниці має форму правильної восьмикутної піраміди, сторона основи якої 8 футів, апофема – 7 сажнів і 5 футів. За скільки днів зможуть покрити цей купол 4 робітники, якщо для покриття 27 квадратних футів поверхні даху один робітник витрачає чверть дня?

**Задача [9, с. 118].** Відома піраміда Хеопса спочатку мала висоту 147 м і займала квадратну площу 34300 м<sup>2</sup>. Скільки тонн вапна потрібно для облицювання цієї споруди, якщо прийняти, що на кожний квадратний метр використовують 10 пудів вапна? (1т = 61пуд).

(Рисунок до задачі з сайту <https://tse-tsikavo.com.ua/piramida-heopsa-pershe-chudo-svitu/> )



### Список використаних джерел

1. Істер О., Єргіна О. Геометрія : (профіль. рівень) : підруч. для 11 кл. закл. заг. серед. освіти. Київ : Генеза, 2019. 288 с.
2. Єршова А.П., Голобородько В.В. Самостійні та контрольні роботи з геометрії для 10-11 класу. Харків: Гімназія, 2005. 176 с.
3. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія : проф. рівень : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків : Гімназія, 2019. 204 с.
4. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Рабінович Ю.М., Якір М.С. Збірник задач і завдань для тематичного оцінювання з геометрії для 11 класу. – Харків : Гімназія, 2001. – 128 с.
5. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Пихтар М.П., Рубльов Б.В., Семенов В.В., Якір М.С.) URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/Navchalni.prohramy/2021/14.07/Model.navch.prohr.5-9.klas.NUSH-roetar.z.2022/Matem.osv.galuz-5-6-kl/Matem.5-6-kl.Merzlyak.ta.in.14.07.pdf> (дата звернення: 03.02.2025)
6. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів закладів загальної середньої освіти. Профільний рівень. Геометрія 11-й клас (наказ МОН України від 23.10.2017 № 1407). URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv> (дата звернення: 10.01.2025)

7. Перелік слів із правильним наголосом до ЗНО/НМТ-2025 URL: <https://osvita.ua/test/training/materialy-instrumenty/65116/> (дата звернення: 28.01.2025)
8. Слєпкань З. І. Методика навчання математики : підручник, 2-ге вид. допов. та переробл. Київ: Вища школа, 2006. 582 с.
9. Швець В.О., Прус А.В. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії : авчальний посібник. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2007. 156 с.
10. [Math Vocabulary](#): Polyhedron – Definition, Examples, Practice Problems, FAQs.  
URL: <https://www.splashlearn.com/math-vocabulary/geometry/polyhedron>  
(дата звернення: 31.01.2025)
11. Surface Area of Prism  
URL: <https://www.cuemath.com/measurement/surface-area-of-prism/> (дата звернення: 31.01.2025)
12. Surface Area of Pyramid URL: <https://www.cuemath.com/measurement/surface-area-of-pyramid/> (дата звернення: 31.01.2025)

Для нотаток

Для нотаток

Для нотаток

Для нотаток

**Навчально-методичне видання**

**БАГАТОВЕКТОРНА МОДЕЛЬ  
ОСВІТНЬОГО СЕРЕДОВИЩА ЛІЦЕЮ**

**Частина 1**

---

Підписано до друку 14.11.2025 р. Формат 60x84/16. Папір офсет.  
Гарнітура Times Ум. др. арк. 9, 3. Обл.-вид. арк. 8,3  
Тираж 120 прим. Зам. № 2319

---

Видавець і виготівник ФОП Лисенко М.М.  
16600, м. Ніжин Чернігівської області, вул. Шевченка, 20  
Тел.: (067) 4412124  
E-mail: vidavec.lisenko@gmail.com

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру  
видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції  
серія ДК № 2776 від 26.02.2007