

В. С. Фетісов

Статистика & STATISTICA
Частина II.
Базові статистичні методи.
Статистичні критерії.
Навчальний посібник



Ніжинський державний університет
імені Миколи Гоголя

В. С. Фетісов

Статистика & STATISTICA
Частина II.
Базові статистичні методи.
Статистичні критерії

Навчальний посібник

Ніжин
2026

УДК 330.4:519.22:004.9

Ф45

Рекомендовано Вченою радою
Ніжинського державного університету
імені Миколи Гоголя
Протокол № 11 від 30.04.2026 р.

Рецензенти:

Гладун О. М. – заступник директора з наукової роботи Інституту демографії та досліджень якості життя імені Михайла Птухи НАН України, доктор економічних наук, член-кореспондент НАН України.

Гончар І. А. – заступник Голови Державної служби статистики України, кандидат економічних наук, доцент.

Фетісов В. С.

Ф45 Статистика & STATISTICA. Частина II. Базові статистичні методи. Статистичні критерії: навч. посіб. Ніжин : НДУ ім. М. Гоголя, 2026. 196 с.

Мета посібника – показати, як можна здійснювати статистичний аналіз даних на простих і зрозумілих прикладах за допомогою спеціалізованого статистичного пакету STATISTICA.

Друга частина роботи «Статистика & STATISTICA» містить теоретичні відомості щодо базових методів статистики: вибіркового методу дослідження, перевірки гіпотез, індексного метода. Виклад цих методів супроводжується прикладами як за ручним варіантом реалізації, так і за допомогою STATISTICA. Перевірка гіпотез базується на використанні критеріїв, з яких найбільш вживані розглянуті в окремому розділі. Важливою передумовою застосування багатьох методів є вимога нормальності розподілу даних, через що перевірка відповідності емпіричних даних нормальному розподілу виділена в окремий розділ.

Посібник містить також лабораторні завдання для самостійної роботи за допомогою STATISTICA.

Навчальний посібник адресований студентам, викладачам, науковцям і практикам, які під час навчання, роботи або практичних досліджень здійснюють статистичний аналіз даних, у тому числі з використанням спеціалізованого програмного забезпечення. Пропонований навчальний посібник можна використовувати як для роботи зі статистичним пакетом STATISTICA, так і як навчальний посібник з основ статистики.

УДК 330.4:519.22:004.9

© Видавництво НДУ ім. М. Гоголя, 2026

© Фетісов В. С., 2026

Зміст

Умовні позначення.....	5
Передмова	7
1. Вибірковий метод	9
Вибіркові оцінки	10
Незалежні і залежні вибірки.....	18
Способи формування вибіркових сукупностей.....	18
Формування вибіркових сукупностей у STATISTICA	19
Визначення обсягу вибірки	31
2. Перевірка статистичних гіпотез.....	33
Алгоритм перевірки статистичної гіпотези.....	36
Критерії.....	45
F-критерій Фішера-Снедекора.....	45
t-критерій Стьюдента.....	49
t-критерій Стьюдента. Порівняння середньої з еталоном.....	50
Розрахунок t-критерію для незалежних даних	61
Розрахунок t-критерію для залежних даних.....	75
Критерій узгодженості Пірсона χ^2	84
Критерій Манна-Уїтні. Порівняння двох незалежних вбірок.....	88
T-критерій Вілкоксона. Порівняння двох залежних вбірок.....	95
STATISTICA Ймовірнісний калькулятор.....	103
3. Перевірка відповідності емпіричних даних нормальному розподілу	106
Графічні методи.....	107
Критерії нормальності.....	110
Прості критерії.....	111

Критерій нормальності Шапіро-Уїлка.....	116
Критерій узгодженості Пірсона χ^2	123
4. Індексний метод	134
Індивідуальні індекси.....	136
Зведені індекси	141
Індекси середніх величин.....	148
Термінологічний словник.....	152
Лабораторні роботи	158
Лабораторна робота №1. Вибірковий метод.....	158
Лабораторна робота №2. Критерії перевірки статистичної гіпотези.....	160
Завдання 1. Ймовірнісний калькулятор.....	160
Завдання 2. Розрахунок t-критерію для незалежних даних	162
Завдання 3. Розрахунок t-критерію для залежних даних	165
Завдання 4. Розрахунок непараметричних критеріїв	167
Лабораторна робота №3. Перевірка відповідності емпіричних даних нормальному розподілу	169
Лабораторна робота №4. Індексний метод.....	173
Література	174
Додатки	175

Умовні позначення

α	Рівень значущості (ймовірність помилки I роду під час перевірки статистичної гіпотези)
A	Коефіцієнт асиметрії
β	Помилка II роду під час перевірки статистичної гіпотези
E	Ексцес
F	F-критерій Фішера-Снедекора
df	Число ступенів свободи
h	Інтервал
H	Умовне позначення гіпотези (від англ. <i>hypotheses</i> – гіпотеза)
H_0	Гіпотеза, що перевіряється, нульова гіпотеза
H_a	Альтернативна гіпотеза
i	Індивідуальний індекс
I	Зведений або загальний індекс
\bar{l}	Середнє абсолютне відхилення
m	Кількість груп
μ	Середня (стандартна) похибка
Me	Медіана
n	Обсяг вибірки (вибіркової сукупності)
n'	Теоретична частота
N	Чисельність генеральної сукупності
p	1. Частка елементів у генеральній сукупності, який притаманна певна ознака 2. Ймовірність
P	Ймовірність
S	Стандартне відхилення (Середнє квадратичне відхилення)
σ^2	Дисперсія
R	Варіаційний розмах
RS	R-S критерій (критерій Девіда-Хартлі-Пірсона)
t	Критерій Стьюдента
T	T-критерій Вілкоксона

y	Позначення (результативної) ознаки
U	Критерій Манна-Уїтні
v	(variable) Позначення змінної у таблиці STATISTICA
W	Критерій Шапіро-Уїлка
ω	Частка елементів у вибірковій сукупності, який притаманна певна ознака
χ^2	Критерій узгодженості Пірсона
\bar{x}, \bar{y}	Середня величина
\tilde{x}	Вибіркова середня
Δ	Гранична похибка вибірки

Передмова

Сучасний світ – це світ інформації. Завдяки Інтернет ми маємо доступ до величезних обсягів найрізноманітніших даних. Але ці дані стають по справжньому корисними після того, як ми виявляємо існуючі в них закономірності, що дозволяє застосувати їх у практичній діяльності. Наприклад, досить часто це напряму позначається на результатах ведення нашого бізнесу. Розуміння сутності даних допомагає обрати найкращий варіант напрямку розвитку бізнесу, що автоматично ставить вас у значно кращу ситуацію порівняно до такої, коли ви покладаєтесь виключно на інтуїцію і випадок.

Розуміння сутності масових даних можна розкрити тільки після проведення їх *статистичного* аналізу. Аналіз даних потрібний у багатьох сферах людської діяльності. Він застосовується для дослідження процесів, що відбуваються в економіці, демографії, соціології, психології і т. ін., його проводять для вивчення життєвого рівня населення, громадської думки, для оцінки фінансових ризиків, страхової справи, у маркетингових дослідженнях.

Але для проведення статистичного аналізу необхідно мати знання основних принципів роботи з даними, статистичних методів, знання умов, за якими можливо використовувати той чи інший метод та вміння застосовувати їх на практиці. Такі знання надає *статистика*. Статистика дає змогу компактно описати дані, провести їх класифікацію, виявити існуючі в них закономірності, використовуючи при цьому статистичні методи вивчення даних. Іноді навіть найпростіші статистичні методи аналізу допомагають визначити типові риси та внутрішні відмінності даних і на їх підставі здійснити прогнозування та прийняти рішення щодо розвитку певного явища або процесу.

Великі обсяги первинних статистичних даних просто фізично не дозволяють здійснювати вручну статистичний аналіз даних. Вкрай важко зробити навіть просте групування кількох тисяч спостережень, виконати найпростіші розрахунки статистичних

показників, не кажучи вже про застосування складних статистичних методів.

Але всі ці питання успішно вирішуються за допомогою спеціального класу програмного забезпечення – *прикладних статистичних пакетів*, які широко застосовуються під час роботи з первинними даними у найрізноманітніших галузях. Сьогодні на світовому ринку пропонується велика кількість таких пакетів, за допомогою яких можливо виконати різноманітні завдання статистичного аналізу даних. Залежно від завдань, які вони вирішують, їх можна поділити на дві великі групи: статистичні пакети загального призначення (універсальні пакети) і спеціалізовані програмні продукти. *Спеціалізовані пакети* реалізують один або кілька статистичних методів або групу методів, що використовуються в конкретній предметній області. Найчастіше вони орієнтовані на аналіз динамічних рядів, кореляційно-регресійний аналіз, факторний або кластерний аналіз. Застосовувати такі пакети доцільно в тих випадках, коли необхідно систематично вирішувати задачі для галузі, для рішень якої призначений спеціалізований пакет, але можливостей пакетів загального призначення недостатньо. *Універсальні пакети* характеризуються відсутністю безпосередньої орієнтації на специфіку предметної області. Вони пропонують широкий діапазон статистичних методів, ставлячи за мету як до найширшого їх охоплення. Незаперечними лідерами у цій категорії є *STATISTICA* і *SPSS*, які мають дуже схожі можливості.

Автор ставить за мету продемонструвати як саме здійснювати на практиці статистичний аналіз даних за допомогою пакету *STATISTICA*, вважаючи, що набуті при цьому навички допоможуть за необхідності достатньо швидко опанувати роботу і з конкуруючим пакетом *SPSS*. Усі статистичні методи, що розглядаються у посібнику, супроводжуються прикладом їх реалізації у *STATISTICA*.

Посібник адресований студентам, науковцям, викладачам і практикам, які бажають навчитися використовувати статистичні

методи, в тому числі, за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення. Разом і з тим посібник можна використовувати як для самостійного вивчення роботи з програмою *STATISTICA*, так і як навчальний посібник з основ статистики.

Автор висловлює щирю вдячність людям, які допомагали зробити цей посібник якнайкраще. Це офіційні рецензенти, в першу чергу відомий статистик-демограф Олександр Гладун, а також неофіційний рецензент відомий статистик Зінаїда Пальян за цінні зауваження під час рецензування. А ще був і літературний редактор – Олена Коробко, яка ретельно вичитала і виправила весь текст.

1. Вибірковий метод

Зрозуміло, що перш ніж проводити статистичне спостереження, необхідно мати самі дані. При цьому чим більший обсяг даних, тим більш надійними будуть статистичні показники. Найкращим варіантом є обстеження всіх без винятку елементів сукупності. Таке спостереження називається *суцільним*, а сукупність у цьому випадку називають *генеральною*. Відомим прикладом такого спостереження є перепис населення країни. Але проведення таких обстежень вимагає великих зусиль і коштів, тому на практиці використовують інший вид обстежень, коли дані одержують від відібраної певним чином частини сукупності. Таку сукупність називають *вибірковою сукупністю* або просто *вибіркою*, а самі спостереження *вибірковими*.

Головною метою вибіркового спостереження є отримання характеристик, що одержуються від вибіркової сукупності та поширення на генеральну сукупність. Це стає можливим тільки у тому випадку, коли вибіркова сукупність є *репрезентативною*, тобто її структура і властивості відбивають структуру і властивості генеральної сукупності. Репрезентативність вибірки забезпечується завдяки дотриманню спеціальних принципів добору.

Практично ніколи структура і властивості вибірки не будуть збігатися з генеральною сукупністю. Завжди будуть мати місце

розбіжності між характеристиками вибіркової і генеральної сукупності. Ці розбіжності мають назву **похибок репрезентативності**. У свою чергу ці похибки бувають *систематичними* (тенденційними) і *випадковими*. Вибіркове спостереження має сенс тільки у разі випадкових похибок, оскільки систематичні похибки спотворюють явище (процес) тільки в одному напрямку. Відповідно і показники, що будуть одержані за останнім варіантом, будуть хибними.

Якщо відомі числові величини похибки і характеристики вибіркової сукупності, можна одержати оцінки характеристик генеральної сукупності.

Вибіркові оцінки

Математична статистика обґрунтовує формули обчислення випадкових похибок вибірки. При цьому вибір формули для їх обчислення залежить від способу добору елементів вибірки, який може бути повторним або безповторним. Наприклад, усім відомий метод добору жеребкування, за якого кожний з елементів сукупності має однакові шанси потрапити до вибірки. Якщо елемент, що потрапляє до вибірки, надалі не бере участі у відборі, то такий спосіб добору називається **безповторним**.

Якщо ж потрапивши до вибірки елемент повертається до генеральної сукупності і знову може взяти участь у відборі, то такий спосіб добору називається **повторним**.

При проведенні вибіркового спостереження визначають дві найважливіші характеристики, щодо яких і роблять висновки. Це *середня величина* та *частка сукупності, якій притаманна певна ознака*. Оскільки ці показники визначаються одним числом, то їх називають **точковими оцінками** вибірки. При цьому різні варіанти способу добору обумовлюють різні способи обчислення похибок для цих вибіркових характеристик.

Повторний відбір

Середня (стандартна) похибка вибірки для середньої (надалі у посібнику використовуватиме обидва терміни):

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}} \quad (1.1)$$

де $\mu_{\bar{x}}$ – середня або стандартна похибка вибірки,
 σ^2 – вибіркова незміщена оцінка дисперсії,
 n – кількість елементів вибіркової сукупності.

Значення $(n - 1)$ у знаменнику використовується для вибірок невеликого обсягу (малих вибірок), якими вважаються вибірки, що мають менш ніж 30 одиниць сукупності. Отже, якщо обсяг сукупності становить 30 і більше одиниць, то наявність «-1» у знаменнику не вносить істотних змін до розрахунків і «-1» відкидають.

Середня похибка вибірки для частки:

$$\mu_{\omega} = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}} \quad (1.2)$$

де μ_{ω} – середня похибка вибірки для частки,
 ω – частка елементів у вибірковій сукупності, якій притаманна певна ознака.

Безповторний відбір

Середня похибка вибірки для середньої якщо обсяг сукупності становить 30 і більше одиниць:

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \quad (1.3)$$

де N – чисельність генеральної сукупності.

Середня похибка вибірки, що має менш ніж 30 одиниць сукупності:

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)} \quad (1.4)$$

Коригувальний множник $\left(1 - \frac{n}{N}\right)$ за малої величини $\frac{n}{N}$ наближається до «1». Вважається, що якщо частка вибірки $\frac{n}{N} < 5\%$, то розрахунок похибки можна виконувати за формулами для повторної вибірки. Коригувальний множник доцільно використовувати у разі $\frac{n}{N} \geq 5\%$. [1, с. 170]

Середня похибка вибірки для частки:

$$\mu_{\omega} = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \quad (1.5)$$

Середня похибка вибірки має ймовірнісний характер. Тому зробити висновки про генеральну характеристику на підставі вибіркової можна тільки з певним рівнем ймовірності. Середня похибка вибірки пов'язана з рівнем ймовірності через *граничну похибку вибірки*:

$$\Delta = t\mu \quad (1.6)$$

де Δ – гранична похибка вибірки,
 t – квантиль розподілу ймовірностей або довірчий

коефіцієнт, який відповідає певному рівню ймовірності, що використовується як гарант випадку.

Отже, **гранична похибка вибірки** – це максимально можлива похибка для певного рівня ймовірності.

Довірчий коефіцієнт t визначає як співвідносяться гранична та середня похибки вибірки. Так, $t = 1$ для ймовірності 0,683, $t = 2$ – для 0,954 і $t = 3$ – для 0,997. Для малих вибірок, обсяг сукупності яких $n < 30$, квантиль t визначається за розподілом ймовірностей Стьюдента.

Після визначення граничної похибки вибірки розраховують **граничні межі** для характеристик генеральної сукупності: Для середньої величини:

$$\bar{x} = \tilde{x} \mp \Delta_{\bar{x}} \quad (1.7)$$

де \bar{x} – середня генеральної сукупності,

\tilde{x} – середня вибіркової сукупності,

$\Delta_{\bar{x}}$ – гранична похибка вибірки середньої.

Для частки:

$$p = \tilde{\omega} \mp \Delta_{\omega} \quad (1.8)$$

де p – частка елементів у генеральній сукупності, якій притаманна певна ознака,

Δ_{ω} – гранична похибка вибірки для частки.

Граничний інтервал похибок вибірки прийнято називати *довірчим*, що гарантується певним рівнем ймовірності, а сам діапазон значень, що використовується для оцінки характеристики генеральної сукупності, називають **інтервальною оцінкою**, оскільки значення характеристики визначаються з певним рівнем ймовірності на інтервалі.

Приклад 1.1. Відомо, що чисельність студентів навчальної групи університету 30 осіб, що становить 5 % від загальної чисельності студентів університету. Відомі також значення їх середнього зросту $\tilde{x} = 167$ см і середнього квадратичного відхилення $\sigma = 8,5$ см.

Потрібно обчислити граничну похибку вибірки і межі для середнього зросту усіх студентів університету з ймовірністю $p = 0,997$.

Розв'язування задач для вибіркового обстеження завжди починаємо з визначення способу добору, оскільки надалі від цього залежить вибір розрахункових формул. Вибірка містить студентів навчальної групи університету, кожен з яких, зрозуміло, включається до вибірки тільки один раз, тому спосіб добору є неповторним.

За даними прикладу чисельність студентів навчальної становить 5 % від загальної чисельності студентів університету. Ця величина є відношенням $\frac{n}{N}$.

Оскільки обсяг сукупності 30 одиниць, то значення середньої похибки вибірки для середньої розраховуємо за формулою (1.3):

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{8,5^2}{30} (1 - 0,05)} = \sqrt{2,2879} \approx 1,51.$$

Розрахуємо граничну похибку вибірки середньої. Для ймовірності $p = 0,997$ $t = 3$.

Звідси:

$$\Delta_x = t \mu_{\bar{x}} = 3 \cdot 1,51 = 4,54 \approx 4,5 \text{ см.}$$

Межі середнього зросту усіх студентів університету становлять:

$$\bar{x} = \tilde{x} \mp \Delta_x = 167 \mp 4,5 \text{ см.}$$

Таким чином можна стверджувати, що у 997 випадках з 1000 (тобто з ймовірністю 0,997) середній зріст усіх студентів університету знаходиться в межах від $167 - 4,5 = 162,5$ см до $167 + 4,5 = 171,5$ см.

Приклад 1.2. Проведено вибіркоче обстеження 300 студентів навчального закладу, що становить 20 % їх загальної чисельності. Було виявлено, що 45 обстежених студентів є

відмінниками. З ймовірністю 0,954 необхідно визначити частку студентів-відмінників в генеральній сукупності, тобто серед усіх студентів навчального закладу.

Вибірка студентів – безповторна.

Визначимо частку відмінників серед обстежених студентів: $\omega = \frac{45}{300} = 0,15$.

Обсяг генеральної сукупності N в даному випадку можна не визначати, оскільки за умовами прикладу обстежено 20 % загальної численності, а це число є співвідношенням $\frac{n}{N}$, тобто 0,2.

Отже:

$$\mu_{\omega} = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,15 \cdot (1-0,15)}{300} \cdot (1 - 0,2)} \approx 0,018.$$

Розрахуємо граничну похибку вибірки частки. $t = 2$ для ймовірності $p = 0,954$.

Звідси:

$$\Delta = t\mu_{\omega} = 2 \cdot 0,018 = 0,037.$$

Підставимо це значення до формули (1.8):

$$p = \tilde{\omega} \mp \Delta_{\omega} = 0,15 \mp 0,037.$$

Таким чином можна стверджувати, що у 954 випадках з 1000, тобто з ймовірністю $p = 0,954$ кількість студентів-відмінників у загальній кількості студентів навчального закладу буде коливатися в межах від 11,3 % (0,15-0,037) до 18,7 % (0,15+0,037).

Розрахунок стандартної похибки вибірки для середньої у STATISTICA

Приклад 1.3. Магазин побутової техніки надає можливість купувати товари в кредит з терміном виплати заборгованості протягом 30 днів. Проведено вибіркове обстеження 50

клієнтів, що взяли кредит. Потрібно розрахувати середній термін погашення заборгованості за середнім числом днів заборгованості, стандартну похибку вибірки для середньої, граничні межі для середньої обчислити з ймовірністю $p = 0,95$. Визначити, чи відповідає розрахована за даними вибірки середня величина виплати заборгованості нормативному терміну 30 днів.

Таблиця 1.1

Термін виплати клієнтом кредиту, днів

43	39	33	41	45	37	23	39	34	37
15	37	53	33	51	37	44	37	37	27
34	53	28	26	31	45	38	39	35	28
40	33	31	29	40	15	36	37	29	33
32	27	39	40	37	32	31	28	40	32

Для розрахунку середньої похибки вибірки для середньої слід виконати такі дії:

1. В таблиці з даними виділити змінну.
2. Завантажити модуль “Bases Statistics/Tables” (Основні статистики і таблиці). З’явиться вікно “Bases Statistics/Tables:”.
3. Вибрати зі списку вікна статистичну процедуру “Descriptive Statistics” (Описові статистики).
4. Перейти на вкладку “Advanced” (Розширені налаштування) і встановити позначку біля показника “Std. err. of mean” (Стандартна похибка для середньої величини).
5. Граничні межі для середньої встановлюються у показнику “Conf. limits for mean” (Довірчі межі для середньої). Встановлюємо позначку для цього показника. Після цього стає доступним показник “Interval”, в якому задається ймовірність для визначення граничних меж для стандартної похибки середньої величини.
6. Натиснути кнопку «**Summary**» (Результат). З’явиться вікно з описовими статистиками “Descriptive Statistics”.

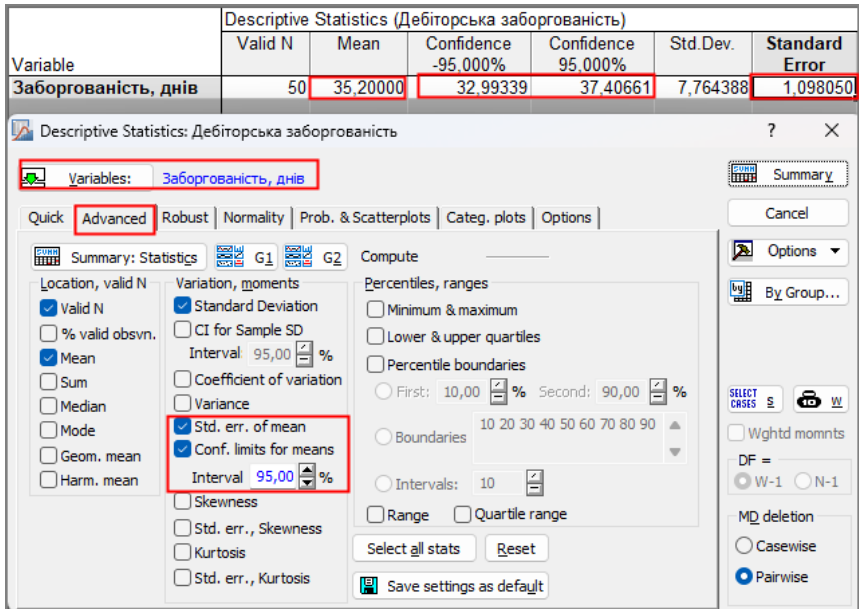


Рисунок 1.1. Налаштування для розрахунку середньої похибки вибірки

Розрахований за даними вибірки з 50 клієнтів середній термін виплати заборгованості (Mean) становить 35,2 дні і відчутно перевищує встановлений магазином термін у 30 днів для погашення кредиту, що, звичайно, є негативним явищем для магазину. Стандартна похибка для середньої величини (Standard Error) становить 1,098. Для ймовірності $p = 0,95$ $t = 1,96$.

Розрахуємо граничну похибку вибірки для середнього терміну виплати заборгованості:

$$\Delta = t\mu_{\bar{x}} \approx 1,96 \cdot 1,098 = 2,15 \text{ днів.}$$

Довірчі межі середнього терміну виплати заборгованості:

$$35,2 - 2,15 \leq \bar{x} \leq 35,2 + 2,15.$$

Отже довірчі межі середнього терміну виплати заборгованості становлять від 33,05 до 37,35 днів.

Таким чином, можна стверджувати, що у 95 випадках зі 100 (тобто з ймовірністю 0,95) термін виплати заборгованості клієнтами магазину знаходиться в межах від 33,05 до 37,35 дня, що відчутно перевищує встановлений магазином термін у 30 днів для погашення кредиту.

Незалежні і залежні вибірки

Незалежні вибірки – це вибірки, що формуються випадковим чином незалежно одна від одної. Наприклад, із сукупності студентів навчального закладу незалежним чином відбирається група юнаків та група дівчат.

Залежні вибірки – це вибірки, що формуються з тієї самої сукупності, але в різні періоди часу, наприклад, значення артеріального тиску тієї самої групи пацієнтів до і після прийому ліків.

Способи формування вибіркової сукупності

На практиці застосовують різні варіанти формування вибірок (вибіркових сукупностей).

Власне випадковий або простий випадковий спосіб, за якого кожному елементу генеральної сукупності надається унікальний номер. Сама вибірка формується за допомогою звичайного жеребкування. Суттєвим недоліком цього способу є фізична неможливість його застосування для великих сукупностей.

Систематичний (механічний). Елементи до вибірки включаються через заздалегідь визначену кількість елементів. Для цього знов-таки заздалегідь визначається обсяг вибірки n і розраховується крок $\frac{N}{n}$, що і буде визначати кількість елементів, які необхідно пропустити у генеральній сукупності N до наступного елемента, що буде потрапляти до вибірки. Після цього *випадковим* чином знаходиться перший елемент вибірки в першому інтервалі, другий елемент залежить від початкового числа і кроку інтервалу. Так, для частки вибірки $l = \frac{n}{N} = 0,1$ кроком інтервалу є число $\frac{n}{N} = \frac{1}{0,1} = 10$, тобто до вибірки має потрапити кожний десятий

елемент. Якщо, наприклад, початковим елементом є випадкове число «3», то другим елементом буде $3+10=13$ -й, третім – $3+20=23$ -й і т. д.

Недоліком цього способу є ймовірність циклічності у генеральній сукупності і можливість збігу елементів, які відбираються, з таким циклом, що, в свою чергу, призведе до появи систематичної похибки. Щоб зменшити ймовірність цього, основу вибірки впорядковують за певними ознаками.

Розшарований (стратифікований). Вибірка формується з урахуванням структури генеральної сукупності. Наприклад, під час дослідження структури регіону за освітою дорослого населення (наявність або відсутність вищої освіти), необхідно включити до вибірки кількість осіб пропорційно фактичній частці їх у генеральній сукупності. При цьому відбір здійснюється незалежно окремо для тих, хто має вищу освіту і тих, хто її не має.

Серійний. Вибіркою є *серія* елементів, тобто неперервна послідовність елементів з генеральної сукупності, перший елемент якої визначається випадковим чином.

Застосування того чи іншого способу визначається дослідником і залежить від мети самого дослідження. Взагалі на практиці достатньо часто використовується *комбінаційний* спосіб, що є поєднанням кількох способів.

Формування вибірових сукупностей у STATISTICA

STATISTICA надає можливість формування вибірок із існуючих робочих таблиць даних, при цьому це можливо зробити різними способами.

Для створення вибірки слід виконати команду **Data ▶ Sampling** (Створити вибірку), після чого відкриється однойменне вікно “Create a Random Sampling” (Створення випадкової вибірки).

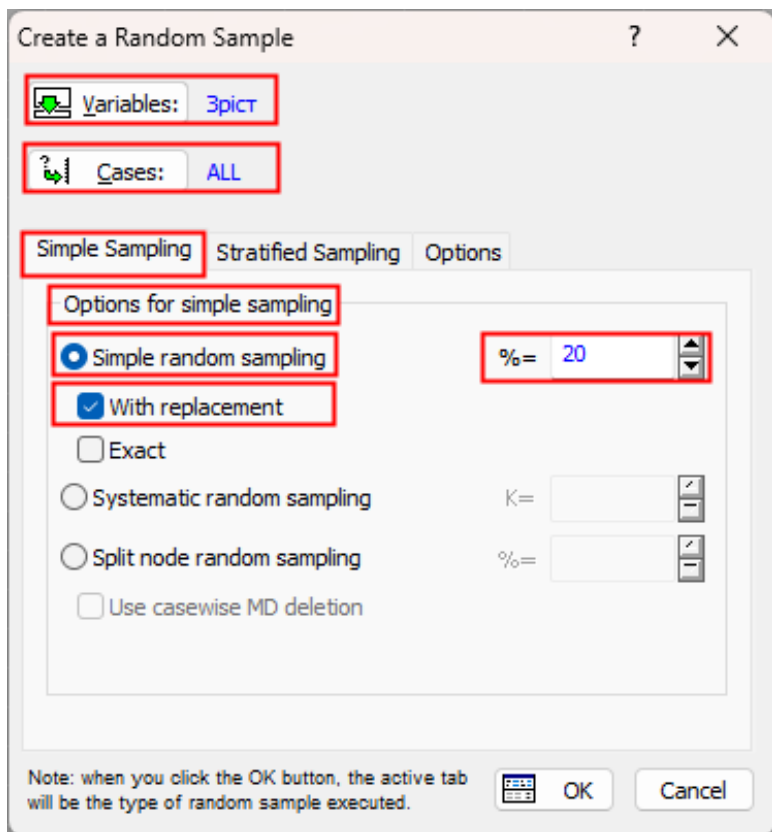


Рисунок 1.2. Налаштування для створення вибірки

Процес формування вибірки починається з визначення змінних та (або) спостережень, з яких саме буде сформована вибіркова сукупність. За замовчуванням вибірка буде формуватися з усіх спостережень (Cases: ALL), а нова таблиця з даними буде містити всі змінні таблиці, з якої формується вибірка. Якщо у новій таблиці з даними не потрібні певні змінні, слід скористатися кнопкою «Variables» (Змінні) і вибрати ті змінні, які потрібно залишити у вибірці.

У цьому ж вікні визначається спосіб формування вибірки та задаються додаткові параметри її формування. Вибір способу визначається на вкладці “Simple Sampling” (Простий вибір) у групі “Options for simple sampling” (Опції для простої вибірки).

За будь-яким способом поле-мітка “With Replacement” (Вибір з поверненням) визначає метод добору елементів вибірки, який, як відомо, може бути повторним (встановлюється прапорець біля цього поля) або неповторним (прапорець не встановлюється).

Розглянемо способи формування вибіркової сукупності, що надає програма.

Власне випадковий або простий випадковий

У групі “Options for simple sampling” слід встановити перемикач в положення “Simple random sampling” (Проста випадкова вибірка) і в полі “%=” визначити відсоток спостережень з таблиці у вибірці.

Натискання кнопки «ОК» спричинить створення нової таблиці з даними, яка міститиме визначений відсоток спостережень поточної робочої таблиці з даними.

Систематичний (механічний)

У групі “Options for simple sampling” слід встановити перемикач в положення “Systematic random sampling” (Систематичний випадковий вибір), а в полі “K” визначити крок – число, що буде визначати кількість елементів, які необхідно пропускати у таблиці даних (генеральній сукупності) до наступного елемента, що буде потрапляти до вибірки. Перший елемент вибірки відшукується випадковим чином серед перших «K» спостережень таблиці даних.

Натискання кнопки «ОК» призведе до створення нової таблиці з даними.

Розподілений випадковий

Такий варіант формування вибірки відсутній серед прийнятих у статистичній практиці, котрі були описані вище. За

цим варіантом таблиця з даними розділяється на дві таблиці, відсоток яких визначається в полі “%=”.

Використання даного варіанту задається у групі “Options for simple sampling” встановленням перемикача в положення “Split node random sampling” (Випадкова вибірка з розділеними групами).

Розшарований (стратифікований)

Нагадую, що такого роду відбір елементів сукупності передбачає включення до вибірки елементів з *урахуванням структури* вибірки. У *STATISICA* застосувати цей метод добору можна у вікні “Create a Random Sampling” на вкладці “Stratified Sampling” (Стратифікована (розшарована) вибірка).

<p>Стратифікація – це розподіл елементів сукупності на групи за певною ознакою.</p>
--

<p>Стратифікований від англ. stratum – шар, пласт, група.</p>

Якщо для розглянутих вище способів формування вибірки відбір змінних був не потрібен, то для цього способу наявність змінної стратифікації є обов’язковою вимогою, тобто у вікні вибору необхідно вибрати змінну. Це є логічним, оскільки дійсно не зрозуміло, за якою саме змінною слід виділяти групи, якщо таких змінних дві або більше.

Наступний приклад демонструє формування розшарованої вибірки за даними соціологічного обстеження респондентів, під час якого з’ясовувалося існування зв’язку між типом характеру людини і способом їх виховання батьками у дитинстві. Під час обстеження в анкеті було виділено чотири способи виховання батьками: у співробітництві, з позиції матеріальної зацікавленості, виховання в недосвідченості або пестошах, або за відсутності звернення уваги на виховання.

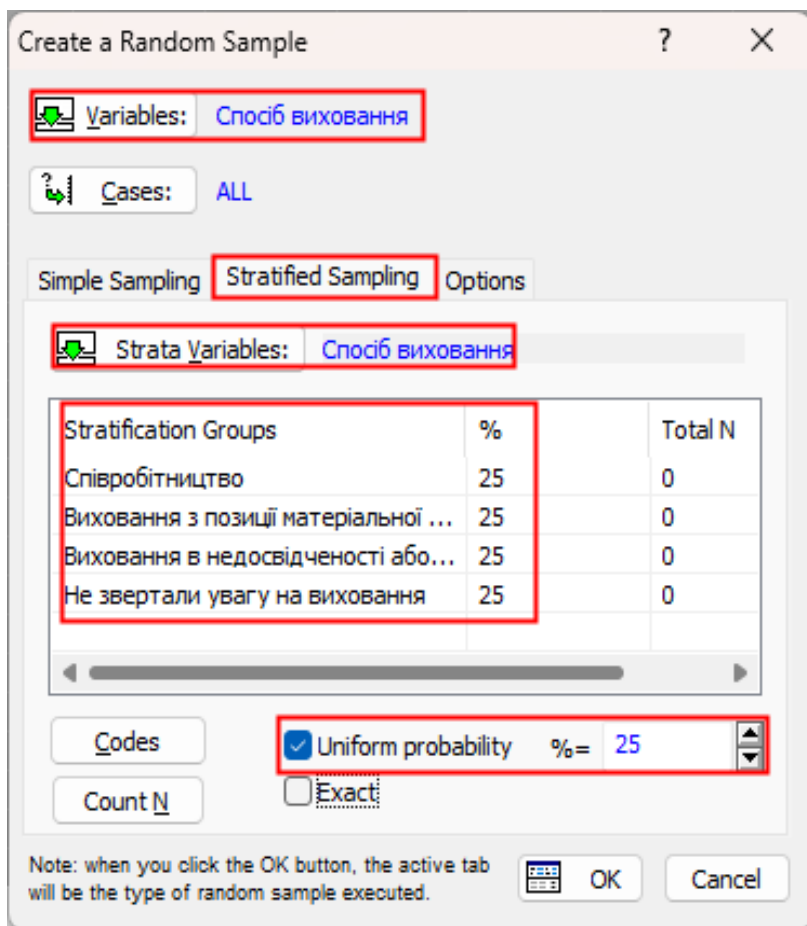


Рисунок 1.3. Налаштування для створення розширеної вибірки

Для її визначення слід натиснути кнопку «**Strata Variables**» (Змінні стратифікації) і визначити змінну стратифікації.

Надалі визначаються групи, за якими буде здійснюватися процес стратифікації. Як правило, це всі групи.

STATISTICA має стандартний механізм відбору груп групувальної ознаки для подальшого аналізу. Доступ до нього здійснюється натисканням кнопки «**Codes**», що спричиняє появу вікна вибору кодів “*Select codes for ...*” (Вибір кодів для...).

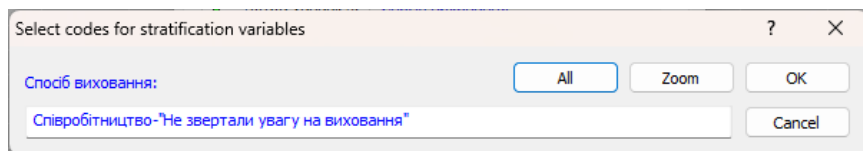


Рисунок 1.4. Вікно вибору кодів

Натисканням кнопки «All» (Всі) здійснюється вибір усіх груп. Після натискання кнопки «Zoom» з'являється вікно, в якому відображаються всі групи, з яких можна здійснити вибір потрібних. Саму назву “Zoom” важко однозначно тлумачити, просто запам'ятайте, що натискання цієї кнопки під час вибору змінних відкриває вікно з кодами (груп), вибір яких встановлює групи групувальної змінної, для яких надалі буде здійснюватися аналіз.

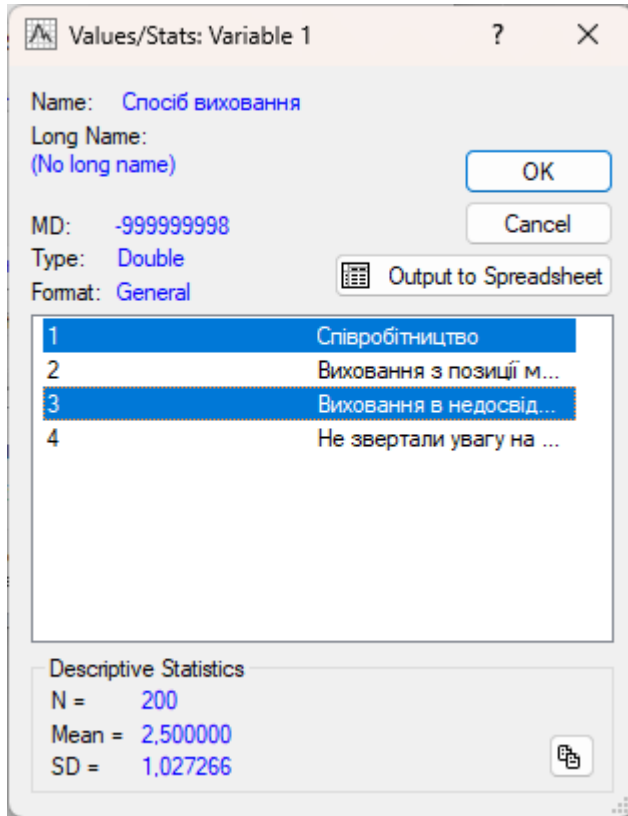


Рисунок 1.5. Відбір груп

Після закінчення добору та натискання кнопки «**OK**» назва відібраної змінної і відібрані групи відображаються у вікні “Create a Random Sampling” на вкладці “Stratified Sampling” (Стратифікована вибірка):

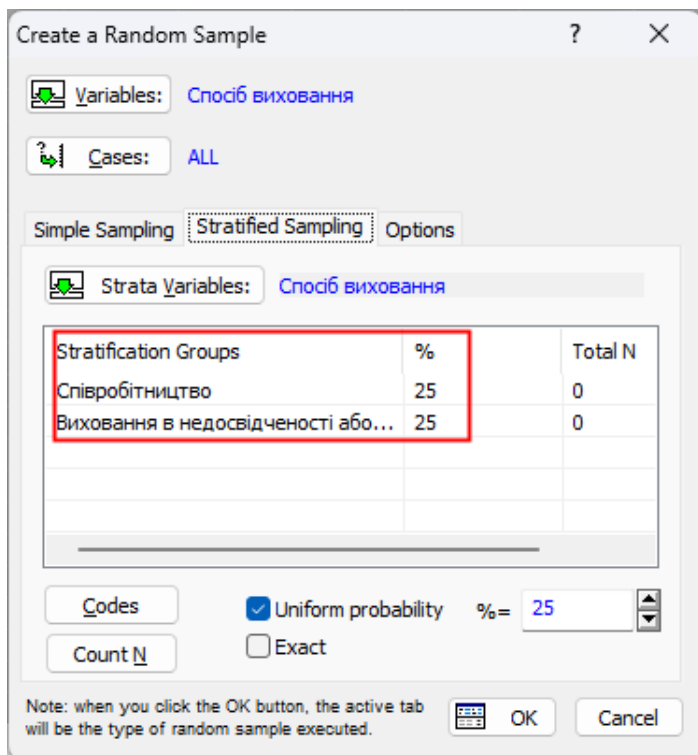


Рисунок 1.6. Групи, відібрані для створення розширеної вибірки

Кількість груп, що відбирається до вибірки, визначається двома полями-мітками: “Uniform Probability” (Рівні ймовірності) і “Exact” (Точне число).

Встановлення прапорця поруч з полем-міткою “Uniform Probability” визначає, що з кожної групи до вибіркової сукупності буде відбиратися кількість елементів сукупності *приблизно* пропорційно її долі у робочій таблиці з даними. Для прикладу, наведеного вище, кількість спостережень в групах 40, 60, 60 і 40, або 20 %, 30 %, 30 % і 20 %. Ця чисельність визначається автоматично після натискання кнопки «CountN».

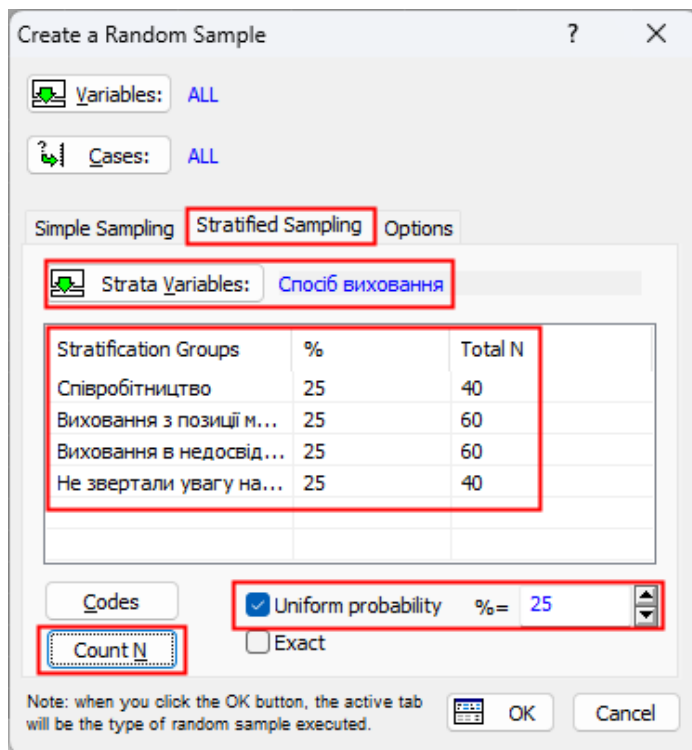


Рисунок 1.7. Результати створення розшарованої вибірки

Важливо пам'ятати, що встановлення добору для *всіх* груп в полі “%=” певного значення, наприклад, 25 %, не буде означати, що до вибірки потрапить 10, 15, 15 і 10 спостережень. Для кожної групи ці значення кожного разу можуть змінюватися, досить відчутно коливаючись, наприклад 9, 18, 16 і 13, а потім 11, 13, 15 і 12 (експериментально одержані автором дані). Більше того, простий підрахунок показує, що навіть чисельність вибірки буде різною: для першої вибірки – 57, а для другої – 51.

За будь-яким варіантом добору слід визначити відсоток спостережень кожної групи, що буде потрапляти до вибірки. Це число може бути загальним, і воно задається в полі “%=”. Але воно

може бути і унікальним для кожної групи. В такому разі воно вводитьься праворуч від назви групи у стовпчику “=”.

Stratification Groups	%	Total N
Співробітництво	15,000000	0
Виховання з позиції м...	35,000000	0
Виховання в недосвід...	15,000000	0
Не звертали увагу на...	35,000000	0

Рисунок 1.8. Створення розшарованої вибірки. Визначення відсотків для груп

Зауважу, що за таким варіантом поле “%=” не заповнюється.

Поле-мітка “Exact” (точно) встановлює, що до кожної групи має потрапити кількість спостережень, яка чітко відповідає її долі у робочій таблиці з даними. Для нашого прикладу чисельність груп становить 40, 60, 60 і 40 спостережень. Якщо встановити відбір для всіх груп в полі “%=”, наприклад, 25 %, то це буде означати, що до вибірки з кожної групи відповідно потрапить 10, 15, 15 і 10 спостережень.

З переліку додаткових параметрів, що розташовані на вкладці “Options” (Варіанти) вікна “Create a Random Sampling”, можна відмітити “Use Diehard-certified random number generator” (Використовуйте генератор випадкових чисел, сертифікований Diehard). Він визначає можливість підключення власного випадкового генератора системи, який, як стверджується, є дуже якісним. Він працює більш повільно, про що, власне кажучи, навіть вказано у назві показника: “note: this algorithm is slower” (Примітка: цей алгоритм працює повільніше), тому його не рекомендують використовувати для великих масивів даних, але для відносно невеликих за обсягом даних (до 1000 спостережень), автор не відчув жодного уповільнення під час формування вибірки.

Формування підмножин

Ще одним способом формування вибірок у програмі є формування підмножин. Цей варіант дозволяє сформувати вибірку із застосуванням користувацьких умов.

Наприклад, необхідно відібрати до вибіркової сукупності спостереження, числові значення яких знаходяться в межах від «150» до «160».

Це здійснюється за таким алгоритмом:

1. Виконати команду **Data ▶ Subset** (Дані – Підмножина), після чого відкриється вікно “Create a Subset” (Створити підмножину).

2. Залишити прапорець “Create new spreadsheet” (Створити нову таблицю), якщо з таблиці з даними необхідно створити нову таблицю.

3. Вибрати змінну, за якою буде здійснюватися відбір.

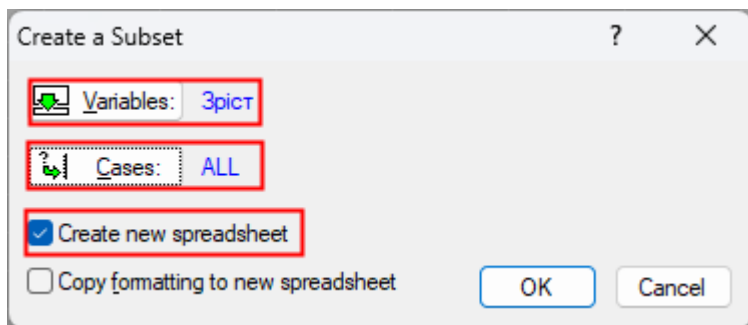


Рисунок 1.9. Початкове вікно створення підмножини

4. Натиснути кнопку «Cases» (Спостереження), що призведе до появи вікна “Spreadsheet Case Selection Conditions” (Умови вибору спостережень електронної таблиці), яке як раз і призначене для завдання умов добору до вибірки.

5. Для завдання умов добору встановити прапорець поруч з полем-міткою “Enable Selection Conditions” (Увімкнути умови добору), після чого стають доступними поля для завдання умов.

6. В групі полів “Include Cases” (Включити спостереження) встановити прапорець поруч з полем-міткою “Specific, selected by” (Конкретні, відібрані за), вказуючи тим самим, що відбір буде здійснюватися за певними правилами. Це у свою чергу зробить доступним поле “Expression” (Вираз), яке розташоване під групою полів “Include Cases”.

7. В текстовому полі “Expression” (Вираз) за звичайними для *STATISTICA* правилами ввести математичний вираз. Якщо, наприклад, числові значення в межах від «150» до «160» відбираються з першої за порядком у таблиці змінної, то вираз матиме вигляд: $v1 \geq 150$ and $v1 \leq 160$.

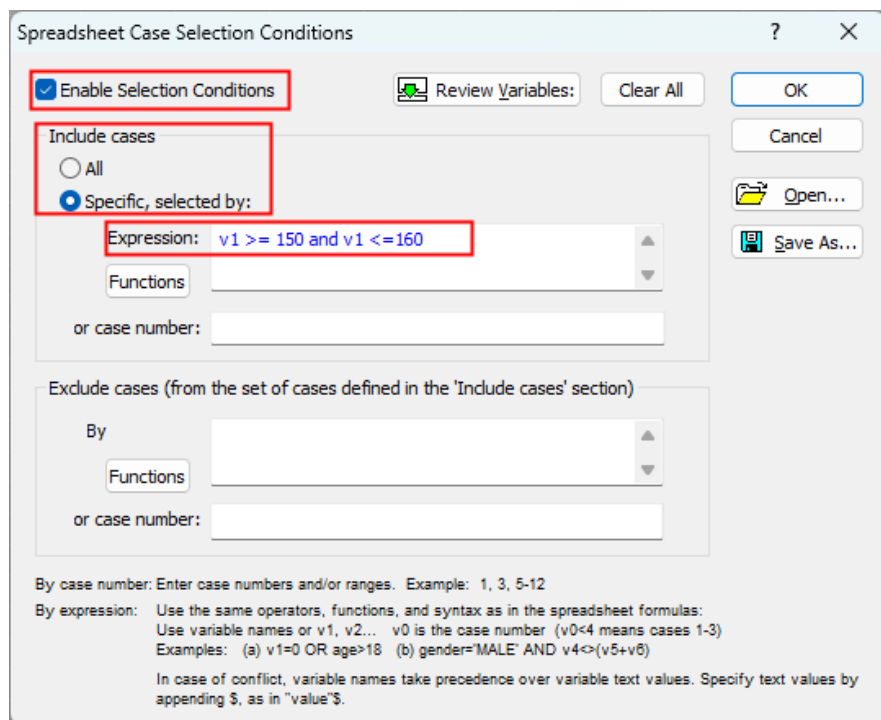


Рисунок 1.10. Формування умов добору до вибіркової сукупності

8. Натискаємо кнопку «ОК» і повертаємось до вікна “Create a Subset”.

9. У цьому вікні натискаємо кнопку «ОК», що призведе до формування вибірки (підмножини).

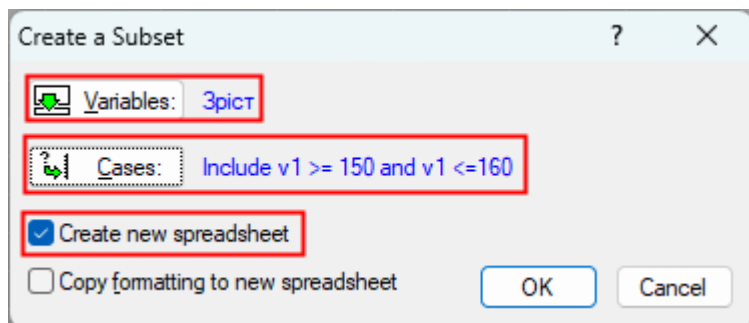


Рисунок 1.11. Останній крок формування вибірки

Для змінної у вибірці, що створюється, можна (і, як правило, доцільно) встановити той самий формат, що був у таб-лиці з даними, для цього слід встановити позначку біля поля-мітки “Copy formatting to new spreadsheets” (Копіювати форматування в нові таблиці).

Визначення обсягу вибірки

Найважливішою умовою застосування вибіркового методу є визначення необхідного для проведення статистичного аналізу обсягу вибірки.

Недостатній обсяг вибірки може стати причиною некоректності висновків, зроблених при використанні певного статистичного методу.

Для визначення обсягу вибірки можуть бути застосовані різні варіанти, за якими обсяг вибірки:

1. заздалегідь обмежений наявними даними;
2. визначається на підставі досвіду дослідника, наприклад, за попереднім аналогічним дослідженням;
3. визначається замовником вибіркового обстеження (наприклад, під час проведення маркетингового обстеження популярності марок миючих засобів замовник вважає, що достатнім обсягом вибірки буде 1000 осіб-респондентів);
4. розраховується на підставі наведених вище формул.

Для повторного добору, використовуючи формули (1.1) і (1.6) маємо:

$$\Delta = t\mu = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

Після нескладних математичних перетворень одержуємо:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2} \quad (1.9)$$

Для безповторного добору, використовуючи формули (1.1) і (1.3) маємо:

$$\Delta = t\mu = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

Звідси:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{t^2 \sigma^2 + \Delta^2 N} \quad (1.10)$$

Проблемою використання цих формул є відсутність значення σ^2 , що на практиці вирішується або шляхом застосування значення, яке розраховується спеціально для оцінки варіації в сукупності за допомогою пробних обстежень або використання значення, одержаного під час попереднього аналогічного дослідження.

Приклад 1.3. Необхідно визначити кількість респондентів (обсяг вибірки) для проведення маркетингового дослідження рівня покупок у відділі товарів побутового призначення з рівнем ймовірності 0,954 з точністю 20 грн. Відомо, що в середньому за одним чеком здійснюється покупка на 300 грн, а середнє відхилення від цієї величини становить 100 грн.

Для рівня ймовірності 0,954 квантиль розподілу t становить «2». Отже:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2} = \frac{2^2 \cdot 100^2}{20^2} = \frac{40000}{400} = 100 \text{ (осіб)}.$$

2. Перевірка статистичних гіпотез

Практично ніколи не буває емпіричних даних у «чистому вигляді». Як правило, вони спотворені різними випадковими факторами, через що під час проведення статистичного дослідження дуже часто одержані показники доводиться супроводжувати перевіркою деяких припущень або гіпотез відносно цих даних. Така перевірка здійснюється за допомогою статистичних гіпотез.

Гіпотеза є теоретичним науковим припущенням, яке вимагає перевірки і доведення. Під **статистичною гіпотезою** зазвичай розуміють певне припущення щодо властивостей генеральної сукупності, яке необхідно перевірити за даними вибіркової сукупності. *Сутністю* перевірки статистичної гіпотези є з'ясування узгодження між даними вибірки і гіпотезою, і розбіжностей між ними, які можуть бути випадковими або ні.

Типове завдання перевірки гіпотез виникає під час необхідності зробити вибір між двома альтернативними рішеннями. Наприклад, фірмою на спортивних змаганнях плавців була протестована нова спортивна форма. Чи дійсно нова форма надає спортсменам можливості покращити результати? Зрозуміло, що альтернативою цьому рішення є відсутність принципового покращення спортивних результатів завдяки використанню нової форми. Відповідно формулюються дві гіпотези: основна

(та, що перевіряється) і альтернативна. Як правило, основна гіпотеза формулюється як відсутність розбіжностей між даними генеральної сукупності і вибірковими даними, хоч це і не є обов'язковим. Практичним аспектом прийняття рішення на користь нової спортивної форми є потреба фінансових вкладень, можливо, достатньо відчутних. Так, у наведеному вище прикладі, значне покращення спортивних результатів завдяки використанню нової форми, дозволить фірмі розпочати її виробництво.

Під час перевірки статистичних гіпотез прийнято застосовувати специфічні позначення і термінологію.

Гіпотеза позначається літерою H (від англ. *hypotheses* – гіпотеза).

Гіпотеза, що перевіряється, позначається як H_0 (вона має назву *нульова гіпотеза*). Гіпотеза, що є її альтернативою, позначається як H_a (*альтернативна гіпотеза*). У математичному записі зміст гіпотези відокремлюється від її позначення через двокрапку, наприклад:

$$H_0: P = A$$

де P – деякий статистичний показник, значення якого згідно гіпотезі, дорівнює A . Зрозуміло, що альтернативна гіпотеза буде мати, наприклад, вигляд $H_a: P < A$ або $H_a: P \neq A$.

Як правило, в якості нульової гіпотези є припущення щодо відсутності відмінностей, наприклад, розбіжностей параметрів у сукупностях, взаємозв'язків між змінними тощо. Це те, що необхідно спростувати, якщо ставиться завдання довести значущість відмінностей.

Альтернативна гіпотеза – це гіпотеза про значущість відмінностей. На практиці це те, що необхідно довести, через що її іноді називають експериментальною.

Слід відмітити, що предметом доказу, як правило, є саме альтернативна гіпотеза, яка конкурує з нульовою. Наприклад під

час перевірки відповідності середніх у двох вибірках, дослідника цікавить саме відмінність між ними,

Під час перевірки гіпотез можливі два види помилок, які відповідно так і називають: помилки першого і другого роду.

Помилка першого роду (ризик I): нульова гіпотеза відхиляється, хоч насправді вона є істинною. Ймовірність припустити помилку 1-го роду позначають через α . Це *рівень статистичної значущості критерію*: нульову гіпотезу відхиляють, якщо одержане (емпіричне) значення рівня значущості p менше рівня статистичної значущості тобто за умови $p < \alpha$. Надалі просто використовуватиметься термін «рівень статистичної значущості» для «еталону», з яким здійснюється порівняння, а термін «рівень значущості» – для емпіричного значення, розрахованого за первісними даними.

Помилка другого роду (ризик II): нульова гіпотезу не відхиляється, хоч насправді вона є хибною, а отже істиною є альтернативна гіпотеза. Вона позначається через β .

На практиці, оскільки висновки базуються на вибіркових даних, завжди є ймовірність помилки першого або другого роду. Ці ризики є конкуруючими і неможливо дати загальну рекомендацію щодо їх мінімізації: мінімізація одного з них автоматично призводить до збільшення іншого. Тому під час перевірки конкретної гіпотези дослідник має самостійно визначити, помилка якого роду буде мати більш важкі наслідки.

Ймовірність ризиків помилкових рішень при перевірці гіпотез можна навести у наступній таблиці.

Таблиця 2.1

Ймовірність ризиків помилкових рішень при перевірці гіпотез

Правильна гіпотеза	Прийнята гіпотеза	
	H_0	H_a
H_0	$1-\alpha$	α
H_a	β	$1-\beta$

Типовими областями перевірки гіпотез є порівняння вибірових характеристик (середньої, частки, дисперсії) з відповідними нормативами, порівняння характеристик двох вибірових сукупностей, оцінювання істотності розбіжностей двох розподілів, дисперсійний та кореляційний аналіз тощо.

Алгоритм перевірки статистичної гіпотези

Перевірка гіпотез здійснюється за допомогою статистичних критеріїв. За цільовим спрямуванням перевірки гіпотез, сформульованих під час статистичної обробки даних, розрізняють кілька груп критеріїв: для виявлення відмінності між вибірками (критерії однорідності), узгодженості, для виявлення аномальних значень і т. ін.

Статистичний критерій – це правило, згідно якого гіпотеза відхиляється або не відхиляється (приймається). Математичною основою будь-якого критерію є якийсь одержаний за експериментальними даними статистичний показник Z (надалі будемо його позначати як $Z_{емп}$) з відомим законом розподілу. Оскільки закон його розподілу відомий, то для кожного значення $Z_{емп}$ можна розрахувати ймовірність $f(Z_{емп})$. Одержане (емпіричне) значення $Z_{емп}$ порівнюється з його табличним (його ще називають критичним) значенням для цього критерію, яке надалі позначатиметься як $Z_{крит}$.

1. Формулюється нульова гіпотеза

Наприклад, є результати підсумкового тестування навчальної групи студентів з курсу «Статистика». Групу було розділено на дві підгрупи, одна з яких навчалася за звичайною методикою, друга – за експериментальною методикою. Слід визначити, чи впливає нова методика навчання на результат. Вище було сказано, що, як правило, в якості нульової гіпотези є припущення щодо відсутності відмінностей впливу. Отже, нульова гіпотеза може бути сформульована так: «Експериментальна методика не впливає на результати навчання» або

«Результати тестування за звичайною та експериментальною методиками не відрізняються».

Якщо середній бал за звичайною методикою позначити як \bar{x} , а середній бал за експериментальною методикою (альтернативне значення) через A , то саму нульову гіпотезу можна записати як $H_0: \bar{x} = A$. Взагалі нульову гіпотезу можна розглядати ще і так: різниця між значеннями, що порівнюються, дорівнює нулю, а якщо вона і відмінна від нуля, то вона має випадковий характер. За таким формулюванням нульову гіпотезу можна також сформулювати так: $H_0: \bar{x} - A = 0$.

2. Формулюється альтернативна гіпотеза

Альтернативну гіпотезу ще називають *конкуруючою*.

Залежно від мети дослідження альтернативна гіпотеза може формулюватися трьома способами:

1. Результати за звичайною та експериментальною методиками відрізняються, при цьому немає значення яка методика краще, що може бути записано як $H_a: \bar{x} \neq A$. Відповідно повністю перевірка гіпотез формулюється так: $H_0: \bar{x} = A$ $H_a: \bar{x} \neq A$. Будується двостороння критична область.

2. Результати за експериментальною методикою краще, ніж за звичайною: $H_a: \bar{x} < A$ або повністю $H_0: \bar{x} = A$ $H_a: \bar{x} < A$. Будується правостороння критична область.

3. Результати за звичайною методикою краще, ніж за експериментальною $H_a: \bar{x} > A$ або повністю $H_0: \bar{x} = A$ $H_a: \bar{x} > A$. Будується лівостороння критична область.

3. Вибрати критерій, необхідний для перевірки нульової гіпотези

Критерії поділяються на дві групи: параметричні і непараметричні, що обумовлено поділом статистичних методів на дві великі групи: параметричні і непараметричні.

Під час використання деяких методів не можна обійтися без обчислення таких основних параметрів розподілу, як

середня величина, дисперсія, тобто параметрів розподілу, тому їх називають **параметричними методами**. Для їх використання потрібні вибірки достатньо великого обсягу.

Непараметричні методи спеціально розроблені для ситуацій, коли нічого не відомо відносно параметрів розподілу, тобто вони не базуються на оцінюванні параметрів (таких як середнє або стандартне відхилення) під час опису розподілу емпіричних даних. Вони дозволяють опрацьовувати дані малих обсягів та (або) розподіл яких є *невідомим*.

Параметричні методи використовують **параметричні критерії** (до яких належать, наприклад, F -критерій Фішера і t -критерій Стьюдента). Під час їх розрахунку використовують параметри сукупності, тобто описові статистики: середню, дисперсію тощо.

Параметричні критерії застосовуються для вибірок із нормальним законом розподілу.

Відповідно непараметричні методи використовують **непараметричні критерії**. Це критерії, які не використовують параметри сукупності, для розрахунку їх використовують частоти або ранги. Наприклад, під час розрахунку критеріїв може здійснюватися порівняння фактичних і теоретичних частот з метою з'ясування міри розбіжності між ними.

Як правило, для кожного параметричного критерію є принаймні один непараметричний аналог.

Непараметричні критерії є менш потужними порівняно до їх параметричних аналогів, тому у тих випадках, коли необхідно з'ясувати відносно невеликий зв'язок між змінними слід використовувати саме параметричний критерій, звичайно, якщо є така можливість.

Якщо даних багато, тобто обсяг сукупності більше 30 елементів, то немає сенсу використовувати непараметричні критерії. Справа в тому, що коли вибірки є достатньо великими, то вибіркові середні, як правило, відповідають нормальному закону, навіть якщо розподіл змінної не відповідає нормальному або змінна виміряна з похибкою. Непараметричні методи найбільш прийнятні, коли обсяг вибірок малий.

Подальший вибір критерію обумовлюється, як правило, ще низкою вимог. Наприклад, під час вибору критерію для виявлення відмінності між двома вибірками (критерії однорідності) слід врахувати такі основні чинники:

1. Чи є вибірки залежними чи ні.
2. Яким має бути мінімальний та(або) максимальний обсяг вибірки.
3. Чи може відрізнятись обсяг вибірок.
4. За якою шкалою вимірюються дані вибірок.

І перелік цих вимог в окремих випадках може бути продовжено.

4. Здійснити розрахунок критерію

За даними вибірки розраховується критерій, тобто статистичний показник $Z_{\text{емп}}$, який називається емпіричним або фактичним, згідно якого здійснюється перевірка гіпотези.

4. Визначається рівень статистичної значущості α

Важливим елементом перевірки гіпотези є вибір рівня значущості (рівень довіри), на якому перевіряється гіпотеза.

Статистичний рівень значущості (його ще називають статистично значущий результат) показує ймовірність *випадкового* числового значення показника, який досліджується. Якщо розрахований за емпіричними даними рівень значущості перевищує цей рівень, то результати відкидаються як помилкові, тому рівень статистичної значущості можна розглядати як припустиму межу рівня помилки.

У статистиці існують загальноприйняті угоди щодо числового значення рівня статистичної значущості. На практиці значення «0,05» є прийнятою *межею статистичної значущості*. Проте слід пам'ятати, що цей рівень означає досить велику ймовірність помилки (5 %). Результати з рівнем статистичної значущості «0,01» зазвичай розглядаються як *статистично значущі*, а результати з рівнем «0,005» або «0,001» як *високо значущі*.

Якщо значення рівня значущості становить, наприклад, «0,05», то його інтерпретують так: тільки в 5 випадках зі 100 під час багаторазових випробувань існує вірогідність помилки.

У статистичній літературі рівень статистичної значущості прийнято позначати літерою α . Рівень значущості пов'язаний з (довірчою) ймовірністю співвідношенням $\alpha = 1 - P$, де P – ймовірність.

Отже рівню статистичної значущості $\alpha = 0,05$ відповідає ймовірність $P = 0,95$.

Надалі для одержаних висновків за гіпотезами будемо використовувати рівень статистичної значущості, наприклад: «гіпотеза відхиляється на рівні статистичної значущості $\alpha = 0,05$ », що тотожно виразу «гіпотеза відхиляється з ймовірністю $P = 0,95$ ». Ці вислови є рівноправними, тому в статистичній літературі використовуються обидва вирази.

Важливість вибору рівня статистичної значущості обумовлюється, як мінімум, двома міркуваннями. По-перше, це важливість результатів дослідження. Зрозуміло, що, наприклад, в медичних дослідженнях, пов'язаних з життям людини, значення рівня повинно бути мінімальним, а для маркетингових досліджень або досліджень роботи техніки можна застосувати відносно велике значення рівня. По-друге, за тими самими даними на одному рівні статистичної значущості

гіпотеза може бути відхилена, а для іншого рівня статистичної значущості – ні.

Вибір рівня статистичної значущості, вище за який результати відкидаються як помилкові, залежить від важливості результатів дослідження: чим вони важливіші, тим менше повинно бути це значення.

Взагалі ж рівень статистичної значущості α – це ймовірність помилки першого роду. Зрозуміло, що чим менше значення α , тим менше ймовірність відхилення правильної нульової гіпотези.

5. Визначити критичну область критерію

Залежно від формулювання альтернативної гіпотези визначаємо її тип.

Якщо альтернативна гіпотеза передбачає визначення факту відмінностей двох сукупностей без урахування їх напрямку («результати за звичайною та експериментальною методиками відрізняються»), то вона є **двосторонньою альтернативою**, а якщо виявляються відмінності на зразок «краще-гірше», тобто передбачає доведення збільшення або зменшення параметра («результати за експериментальною методикою краще, ніж за звичайною» або «результати за звичайною методикою краще, ніж за експериментальною»), тобто визначається напрямом зміни, то вона є **односторонньою альтернативою**. Відповідно від цього залежить критичне значення статистики і критична область.

Для двосторонньої альтернативи: критичне значення – це квантиль рівня $(\frac{\alpha}{2})$.

Для односторонньої альтернативи: критичне значення – це квантиль рівня (α) .

Критичне значення критерію $Z_{\text{крит}}$ поділяє множину вибірових значень Z на дві частини: *область припустимих значень* і *критичну область*.

Критична область – це область значень статистики критерію, за яких нульова гіпотеза відкидається на користь альтернативної.

На наведених нижче рисунках зображені графіки з лівосторонньою і правосторонньою критичною областю (одностороння критична область), а також з двосторонньою критичною областю.

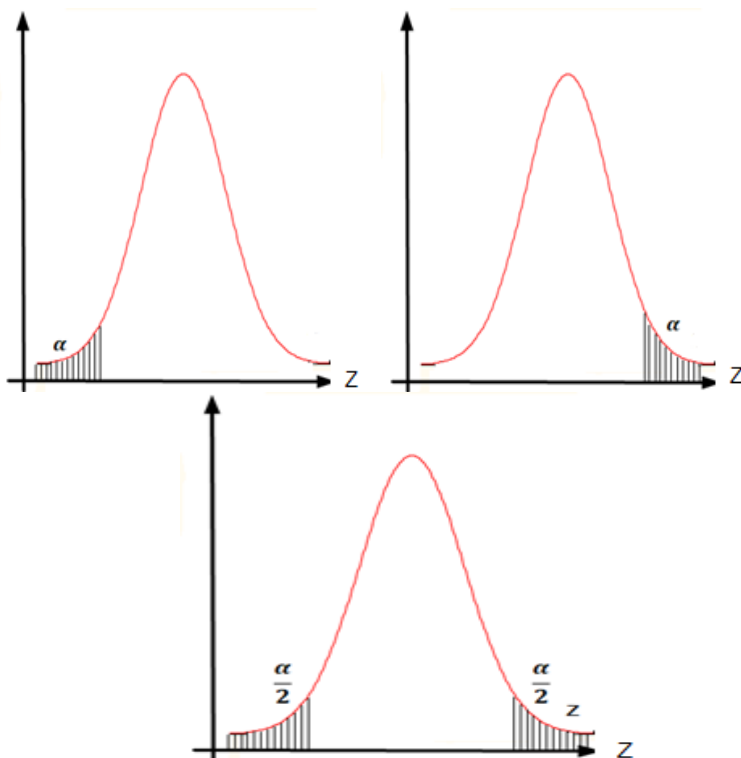


Рисунок 2.1. Критичні області

Якщо завдання дослідження полягає в тому, щоб довести збільшення або зменшення параметра, то такі гіпотези називаються *односторонніми*. Якщо під час дослідження не має значення, в який бік змінився параметр або дослідник просто не впевнений в напрямку його зміни, то гіпотеза має назву *двостороння*.

Відповідно критерії, які перевіряють односторонню гіпотезу, називають *односторонніми*, а ті, що перевіряють двосторонню гіпотезу – *двосторонніми*. Двосторонній критерій є більш суворим порівняно з одностороннім, оскільки перевіряє відмінності зміни в обидва боки.

6. Здійснити порівняння емпіричного та критичного значення критерію

Кінцевим підсумком перевірки є порівняння емпіричного і теоретичного (критичного) значень критерію. За результатами їх порівняння визначають відхиляється чи ні нульова гіпотеза.

Критичні значення критерію $Z_{\text{крит}}$, як правило, беруть зі спеціальних таблиць критичних значень для цього критерію. Практично завжди цими значеннями є «0,05» та «0,01», але деякі таблиці містять значення для таких значень, як «0,1»; «0,025»; «0,001».

Критичні значення в таблицях розраховані для певних рівнів статистичної значущості α і конкретних значень обсягу сукупності.

Надалі критичні значення для деякого показника Z при заданому рівні статистичної значущості α і фактичного числа ступенів свободи df буде позначатися як $Z_{\alpha}(df)$.

Отже здійснюється порівняння розрахованого емпіричного значення $Z_{\text{емп}}$, з його критичним (табличним) значенням

$Z_{\text{крит}}$, для заданого рівня значущості α і наявного обсягу сукупності.

Якщо значення показника $Z_{\text{емп}}$, розрахованого за даними вибірки, потрапляє до критичної області, то нульова статистична гіпотеза H_0 відхиляється, а якщо – до області припустимих значень, то не відхиляється. Саме тому табличне значення $Z_{\text{табл}}$ ще називають **критичним**.

Надалі у посібнику будуть використовуватися обидва терміни – табличне та критичне.

7. Зробити статистичний змістовний висновок

При цьому слід звернути увагу на таке: прийняття гіпотези означає, що вона не суперечить наявним даним і може розглядатися, доки не буде доведено протилежне. Прийняття гіпотези не може довести її правильність.

Тому надалі у посібнику, в разі коли дані вибірки не суперечать нульовій гіпотезі буде застосовуватися вираз «гіпотеза не відхиляється», а коли суперечать – «гіпотеза відхиляється».

При цьому обов'язково слід вказувати на якому рівні статистичної значущості α перевірялася гіпотеза, оскільки на одному рівні гіпотеза може бути відхилена, на іншому – ні.

Приклад статистичного висновку: за наявними даними на рівні статистичної значущості $\alpha = 0,05$ немає підстав відхилити нульову гіпотезу $H_0: \bar{x} = A$ на користь альтернативної, тобто результати за звичайною та експериментальною методиками не відрізняються, а сама відмінність результатів статистично не значуща і пояснюється впливом випадкових факторів.

Критерії

Відповідно цільовому спрямуванню перевірки гіпотез критерії класифікуються за різними видами: критерії виявлення відмінності між вибірками, критерії узгодженості, критерії оцінки зсувів, критерії виявлення автокореляції, критерії перевірки на однорідність (рівність) дисперсії, критерії виявлення аномальних значень тощо. Отже існує множина різноманітних критеріїв, розгляд яких є темою окремих посібників. Але в цій множині можна виділити три дуже відомих параметричних критеріїв, які широко використовуються під час статистичних досліджень. Це критерій узгодженості Пірсона χ^2 , t-критерій Стьюдента і F-критерій Фішера-Снедекора. Також широко вживаються на практиці непараметричні критерії Манна-Уїтні та Т-критерій Вілкоксона, які також реалізовані у *STATISTICA*.

F-критерій Фішера-Снедекора

Критерій Фішера дає змогу порівнювати величини вибірових дисперсій двох незалежних вибірок або генеральних сукупностей. При цьому дані повинні бути розподілені за нормальним законом.

Формуються дві гіпотези:

Дисперсії рівні: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

Дисперсії відрізняються: $H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

Для перевірки нульової гіпотези про рівність дисперсій у генеральних сукупностях слід визначити фактичне (вибіркове) значення F-критерію як відношення вибірових дисперсій, причому більша за величиною дисперсія записується у чисельнику, а менша – у знаменнику. Формула обчислення критерію Фішера має вигляд:

$$F_{\text{емп}} = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (2.1)$$

де S_1^2 і S_2^2 – дисперсії першої (більшої за числовим

значенням) та другої (меншої за числовим значенням) вибірки відповідно.

Оскільки, згідно з умовою критерію, величина чисельника завжди має бути більшою або дорівнювати величині знаменника, то значення $F_{\text{емп}}$ завжди буде більшим або дорівнюватиме одиниці.

Для перевірки гіпотези емпіричне значення $F_{\text{емп}}$ порівнюють із критичним значенням $F_{\alpha}(df_1, df_2)$ при заданому рівні статистичної значущості α і числі ступенів свободи $df_1 = n_1 - 1$ для вибірки, величина дисперсії якої більша, та $df_2 = n_2 - 1$ – для другої вибірки.

Якщо емпіричне значення критерію потрапляє в область припустимих значень ($F_{\text{емп}} \leq F_{\alpha}(df_1, df_2)$), нульова гіпотеза про рівність дисперсій у генеральних сукупностях не відхиляється (дисперсії двох генеральних сукупностей можна вважати рівними). Якщо ж емпіричне значення критерію потрапляє в критичну область $F_{\text{емп}} > F_{\alpha}(df_1, df_2)$, від нульової гіпотези слід відмовитися (дисперсії двох генеральних сукупностей не рівні).

Приклад 2.1. У двох третіх класах проводилося тестування розумового розвитку десяти учнів. Отримані значення середніх величин достовірно не відрізнялися, проте психолога цікавить питання: чи є відмінності в ступені однорідності показників розумового розвитку між класами.

За допомогою критерію Фішера необхідно порівняти дисперсії тестових оцінок в обох класах.

Результати тестування подано в таблиці:

Таблиця 2.2

**Результати тестування розумового розвитку
учнів двох класів**

№ з/п	Перший клас, x_1	Другий клас, x_2
1	90	41
2	29	49
3	39	56
4	79	64
5	88	72
6	53	65
7	34	63
8	40	87
9	75	77
10	79	62
Суми	606	636
Середнє	60,6	63,6

Розрахувавши дисперсії для двох сукупностей отримуємо:

$$S_1^2 = 572,83; S_2^2 = 174,04.$$

Сформулюємо нульову гіпотезу: тестові оцінки в обох класах однакові: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

Альтернативна гіпотеза: тестові оцінки в класах відрізняються: $H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

Розрахуємо емпіричне значення F-критерію:

$$F_{\text{емп}} = \frac{572,83}{174,04} \approx 3,29.$$

За таблицею критичних точок розподілу для F-критерію з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$ і числом ступенів свободи в обох випадках рівних $df = 10 - 1 = 9$ і знаходимо $F_{0,05}(9; 9) = 3,18$.

Оскільки $F_{\text{емп}} = 3,29 > F_{0,05}(9; 9) = 3,18$, то нульова гіпотеза (гіпотеза про однаковість оцінок) відхиляється для заданого рівня статистичної значущості $\alpha = 0,05$, а приймається

альтернативна гіпотеза H_a . Отже, можна стверджувати, що за ступенем однорідності такого показника, як розумовий розвиток, між учнями двох класів є відмінність.

Розрахунок F-критерію Фішера-Снедекора у STATISTICA

Емпіричне значення F-критерію автоматично розраховується у всіх необхідних випадках.

У разі необхідності одержати критичне значення F-критерію слід скористатися ймовірнісним калькулятором, доступ до якого здійснюється за командою **Calculators** ► **Distributions**. Це призведе до появи вікна “Probability Distribution Calculator” (Калькулятор розподілу ймовірностей).

У цьому вікні у списку “Distribution” вибирається “F (Fisher)”, задається значення ймовірності (p:), число ступенів свободи df_1 більшої дисперсії та df_2 меншої дисперсії. Для розрахунку F-критерію слід натиснути кнопку «**Compute**».

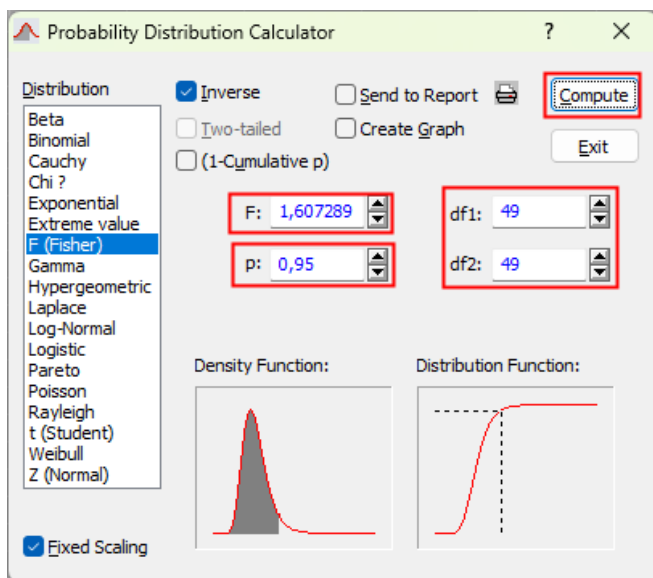


Рисунок 2.2. Розрахунок F-критерію Фішера-Снедекора в калькуляторі розподілу ймовірностей

t-критерій Стьюдента

На практиці часто виникає питання порівняння двох емпіричних розподілів між собою або однієї змінної групи з певним «еталонним» значенням. З цією метою широко використовується *t*-критерій Стьюдента. Однією з головних переваг критерію є широта його застосування. Це – параметричний критерій, що використовується для визначення статистичної значущості відмінностей двох середніх значень у залежних і незалежних вибірках різного обсягу, а також для порівняння середньої величини з деяким «еталонним» значенням.

Незалежні вибірки – це дані, які формально не залежать один від одного, тобто властивості однієї вибірки не мають бути пов'язані з властивостями іншої. Прикладом таких даних можуть бути вибірки дівчат та юнаків навчального закладу.

Залежні вибірки – це ті самі елементи сукупності, значення яких вимірювались в різні періоди часу або в різних умовах. Наприклад, дані про пульс пацієнта до і після прийому антиаритмічного препарату, дані щодо покупок певного товару до і після проведення рекламної компанії цього товару.

Застосування *t*-критерію Стьюдента вимагає певних умов:

1. Порівнюються середні тільки двох вибірок або середня з «еталонним» значенням. Для порівняння трьох і більше середніх використовується дисперсійний аналіз.

2. Обсяг вибірки при використанні одно-вибіркового критерію $n \geq 30$; при використанні для залежних і незалежних вибірок $n_1 \geq 30$ і $n_2 \geq 30$.

3. Ознаки повинні бути кількісними.

4. Вимірювання може бути проведено за шкалою інтервалів і відношень.

5. Вимога нормальності розподілу. В малих вибірках характер розподілу генеральної сукупності позначається на розподілі похибок вибірки. Тому в цьому разі відбір має здійснюватися із сукупності, який має нормальний розподіл.

Для великого обсягу вибірки особливість розподілу в генеральній сукупності не має значення, оскільки розподіл відхилень вибіркового показника від генеральної характеристики завжди виявляється нормальним.

6. Використовується для залежних і незалежних вибірок.

7. Для незалежних вибірок потрібна відсутність значущої різниці між дисперсіями вибірок.

t -критерій є показником, що найчастіше використовують для виявлення різниці між середніми двох розподілів.

Іноді на практиці для перевірки гіпотез з метою визначення статистичної значущості відмінностей двох середніх значень для вибірок великого обсягу замість t -критерію використовують Z -критерій. Це пов'язано з тим, що для таких вибірок розподіл вибіркових середніх асимптотично наближається до нормального, а отже, статистичною характеристикою критерію буде квантиль нормального розподілу Z . Разом із тим, якщо обсяг сукупності $n \geq 30$, то розподіл Стьюдента і нормальний розподіл збігаються, тому не буде великою помилкою використовувати для визначення статистичної значущості відмінностей двох середніх значень t -критерію. Використання Z -критерію з цією метою у посібнику не розглядається.

t -критерій Стьюдента. Порівняння середньої з еталоном

Під час вирішення цієї задачі формулюється нульова гіпотеза про те, що вибіркова середня \tilde{x}_0 відповідає якомусь «еталонному» значенню A , в якості якого може бути технологічний норматив, стандарт тощо, тобто $H_0: \tilde{x}_0 = A$, або різниця $H_0: |\tilde{x}_0 - A| = 0$. На практиці така ситуація є дуже поширеною. Наприклад, вона завжди виникає під час контролю відповідності продукції або її окремих складових на виробництві, у

технологічних процесах тощо, коли потрібно визначити відповідність вибіркової середньої певному еталону: середнім параметрам виробу (висоті, довжині, товщині), середньої вологості речовини і т. ін. Якщо гіпотеза H_0 істинна, то відсутність рівності $\tilde{x}_0 = A$ можлива в результаті дії випадкових чинників і властивої для неї похибки. Отже для перевірки нульової гіпотези $H_0: \tilde{x}_0 = A$ потрібно перевірити, чи є випадковою різниця $|\tilde{x}_0 - A|$.

Враховуючи вищезазначене нульова гіпотеза буде мати вигляд:

$$H_0: \tilde{x}_0 = A \text{ або } H_0: |\tilde{x}_0 - A| = 0,$$

де \tilde{x}_0 – вибіркова середня,

A – еталонне значення, тобто конкретне передбачуване значення середньої генеральної сукупності.

Взагалі у статистиці існують два методи перевірки гіпотез щодо середньої:

1. З використанням довірчих інтервалів генеральної середньої.

2. З використанням критеріїв математичної статистики.

У посібнику розглядається другий метод. Він передбачає розрахунок статистики t , за значенням якої перевіряється правильність нульової гіпотези. При перевірці гіпотези щодо середньої такою статистикою є t -критерій, що являє собою нормоване відхилення вибіркової середньої \tilde{x}_0 від стандарту A :

$$t_{\text{емп}} = \frac{(\tilde{x}_0 - A)}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{(\tilde{x}_0 - A) \cdot \sqrt{n}}{S} \quad (2.2)$$

де \tilde{x}_0 – вибіркова середня,

A – еталонне (передбачуване) значення середньої генеральної сукупності,

S – стандартне відхилення вибірки.

$S = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$ – для вибірки великого обсягу; $S = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}}$ – для малої вибірки.

Ця статистика має розподіл Стьюдента.

Число ступенів свободи для критичного значення t -критерію $t_{кр}$ визначається за формулою:

$$df = n - 1 \quad (2.3)$$

Для заданого рівня значущості α і числа ступенів свободи за відповідною таблицею визначається критичне значення t -критерію $t_{кр}$, яке надалі порівнюється з емпіричним значенням $t_{емп}$.

Взагалі розрахунок емпіричного значення t -критерію залежить ще від того, відома чи не відома дисперсія генеральної сукупності. Але якщо обсяг вибірки досить великий ($n > 30$), то дисперсія вважається відомою, і в її якості можна взяти виправлену вибіркочну дисперсію σ^2 , оскільки в цьому випадку вибіркочна дисперсія та дисперсія генеральної сукупності приблизно однакові.

Гіпотезі, що перевіряється, протистоїть альтернативна гіпотеза (H_a), яка може бути сформульована за одним з трьох варіантів:

$$H_a: \tilde{x}_0 \neq A.$$

$$H_a: \tilde{x}_0 > A.$$

$$H_a: \tilde{x}_0 < A,$$

де \tilde{x}_0 – вибіркочна середня,

A – еталонне значення середньої величини.

Розглянемо процес перевірки нульової гіпотези за цими трьома альтернативними гіпотезами.

Приклад 2.2. На кондитерської фабрики проводився контроль відповідності фактичної ваги коробки цукерок заявленій вазі 200 г.

Наведена нижче таблиця містить дані про вагу контрольної партії з 40 коробок цукерок.

Таблиця 2.3

Результати контрольного зважування коробок цукерок

Вага коробки цукерок, г									
195	199	202	201	201	203	195	200	195	196
201	204	201	201	196	196	198	203	199	205
205	203	200	198	199	200	198	205	201	197
201	200	195	200	197	200	195	202	204	195

Розраховані за цими даними показники:

$$\tilde{x}_0 = 199,65 \text{ г.}$$

$$S = 3,06 \text{ г.}$$

Як вище було зауважено, якщо обсяг вибірки досить великий ($n > 30$), то генеральна дисперсія вважається відомою, і в її якості можна взяти вибіркочну. Це, відповідно, дозволяє одержати значення стандартного відхилення.

$H_a: \tilde{x}_0 \neq A$. Двостороння гіпотеза.

Найпоширеніший варіант, коли за даними вибірки потрібно визначити відповідність одержаної вибіркової середньої певному еталону. При цьому не важливо, в який саме бік є відхилення від еталону, важливо саме доведення відповідності середніх.

Конкуруюче значення відрізняється від еталонного значення середньої величини.

Якщо $|t_{\text{емп}}| < t_{\text{кр}}$, то H_0 не відхиляється; якщо $|t_{\text{емп}}| \geq t_{\text{кр}}$, то H_0 відхиляється.

Потрібно з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$ визначити, чи відповідає середня вага коробки цукерок з контрольної партії заявленій вазі 200 г.

Формулюємо гіпотези:

$$H_0: \tilde{x}_0 = 200 \text{ г.}$$

$$H_a: \tilde{x}_0 \neq 200 \text{ г.}$$

Емпіричне значення t -критерію:

$$t_{\text{емп}} = \frac{(\tilde{x}_0 - A) \cdot \sqrt{n}}{S} = \frac{(199,65 - 200) \cdot \sqrt{40}}{3,06} \approx -0,714.$$

Для цієї гіпотези будується двостороння критична область, оскільки значення вибіркової середньої може бути як більшим, так і меншим за 200 г. За таблицею критичних значень для двосторонньої критичної області з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$ і числом ступенів свободи $df = (n - 1) = 40 - 1 = 39$ критичне значення t -критерію $t_{0,05}(39) = 2,023$.

$t_{\text{емп}} = -0,714 < t_{0,05}(39) = 2,023$, тобто не виходить за межі області припустимих значень. Таким чином, з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$ є підстави не відхиляти нульову гіпотезу, тобто середня вага коробки цукерок з контрольної партії відповідає заявленій вазі 200 г.

$H_a: \tilde{x}_0 > A$. Правостороння гіпотеза.

Конкуруюче значення більше за еталонне значення середньої величини.

Якщо $t_{\text{емп}} < t_{\text{кр}}$, то H_0 не відхиляється; якщо $t_{\text{емп}} \geq t_{\text{кр}}$, то H_0 відхиляється.

Слід визначити, чи дійсно середня вага коробки цукерок з контрольної партії 199,65 г більше за заявлену вагу, що становить 195 г з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,01$.

Формулюємо гіпотези:

$$H_0: \tilde{x}_0 = 195 \text{ г.}$$

$$H_a: \tilde{x}_0 > 195 \text{ г.}$$

Емпіричне значення t -критерію:

$$t_{\text{емп}} = \frac{(\tilde{x}_0 - A) \cdot \sqrt{n}}{S} = \frac{(199,65 - 195) \cdot \sqrt{40}}{3,06} \approx 9,483.$$

Оскільки конкуруюче значення 199,65 г більше за 195 г, то критична область буде правосторонньою. За таблицею критичних значень для односторонньої критичної області, числа ступенів свободи $df = (n - 1) = 40 - 1 = 39$ і рівня статистичної значущості $\alpha = 0,01$ критичне значення одностороннього t -критерію $t_{0,01}(39) = 2,426$.

$t_{\text{емп}} = 9,483 > t_{0,01}(39) = 2,426$, тобто не потрапляє до області припустимих значень. Таким чином, з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,01$ є підстави відхилити нульову гіпотезу, отже середня вага коробки цукерок з контрольної партії більше за заявлену вагу 195 г.

$H_a: \tilde{x}_0 < A$. Лівостороння гіпотеза.

Конкуруюче значення менше еталонного значення середньої величини.

Якщо $t_{\text{емп}} > -t_{\text{кр}}$, то H_0 не відхиляється; якщо $t_{\text{емп}} \leq -t_{\text{кр}}$, то H_0 відхиляється.

Слід визначити, чи дійсно середня вага коробки цукерок з контрольної партії 199,65 г менше за заявлену вагу, що становить 205 г з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$.

Формулюємо гіпотези:

$$H_0: \tilde{x}_0 = 205 \text{ г.}$$

$$H_a: \tilde{x}_0 < 205 \text{ г.}$$

Емпіричне значення t -критерію:

$$t_{\text{емп}} = \frac{(\tilde{x}_0 - A) \cdot \sqrt{n}}{S} = \frac{(199,65 - 205) \cdot \sqrt{40}}{3,06} \approx -10,91.$$

Оскільки конкуруюче значення 199,65 г менше за 205 г, то критична область буде лівосторонньою. За таблицею критичних значень для односторонньої критичної області з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$ і числом ступенів свободи $df = (n - 1) = 40 - 1 = 39$ критичне значення t -критерію $t_{0,05}(39) = 1,685$.

$t_{\text{емп}} = -10,91 < -t_{0,05}(39) = -1,685$, тобто не належать області припустимих значень. Таким чином, на рівні значущості $\alpha = 0,05$ є підстави відхилити нульову гіпотезу, насправді середня вага коробки цукерок з контрольної партії менше за заявлену вагу 205 г.

Розрахунок t -критерію для порівняння середньої з еталоном у STATISTICA

Алгоритм розрахунку критерію має такий вигляд.

1. Завантажити модуль “Bases Statistics/Tables” (Основні статистики і таблиці), після чого з’явиться однойменне вікно.
2. У вікні вибору модуля вибрати процедуру “t-test, single sample” (t-критерій одиночного зразка). З’явиться вікно “T-test for Single Means” (T-критерій для одного середнього значення).

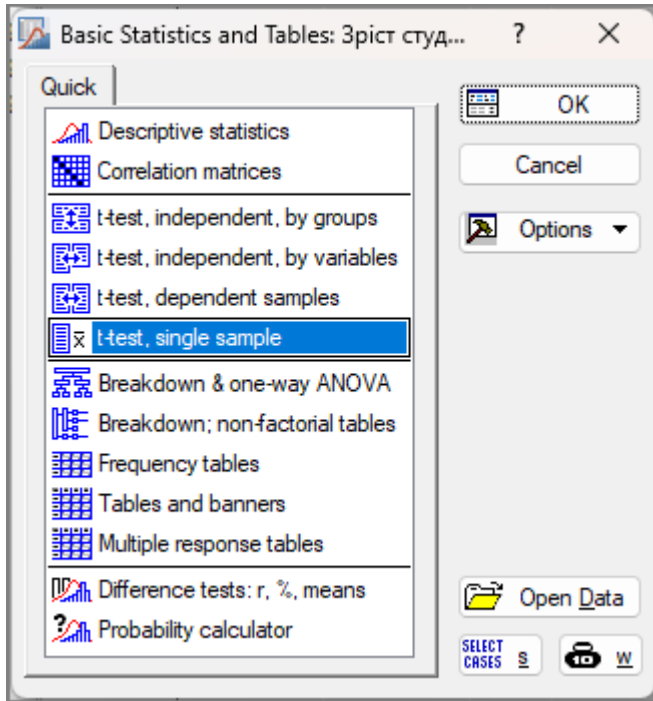


Рисунок 2.3. Вибір модуля розрахунку t-критерію для порівняння середньої з еталоном

3. У цьому вікні доцільно перейти на вкладку “Advanced” (Розширені налаштування). Вводимо еталонне значення середньої величини в полі “Test all means against” (Перевірка середньої проти заданої величини). А в полі “p-level for highlighting:” (Рівень статистичної значущості) задається гранична межа значення рівня статистичної значущості.

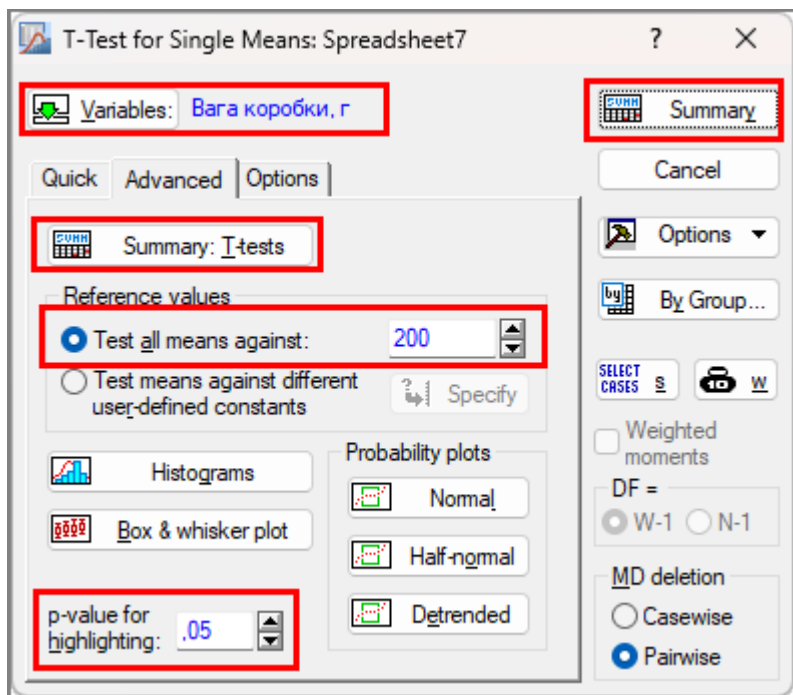


Рисунок 2.4. Налаштування модуля розрахунку t-критерію для порівняння середньої з еталоном

4. Натискання кнопки «**Summary**» (Результат) ініціює виведення підсумкової таблиці.

Підсумкова таблиця містить всі необхідні для аналізу показники:

1. *Mean*. Середнє значення вибіркової середньої.
2. *Std.Dv*. Вибіркове стандартне відхилення.
3. *N*. Обсяг вибірки.
4. *Std.Err*. Стандартна похибка.
5. *Reference Constant*. Еталонне значення середньої величини.
6. *t-value*. Емпіричне значення t-критерію.
7. *df*. Число ступенів свободи.

8. *p*. Ймовірність отримати спостережуване або ще більше відхилення від середньої, якщо гіпотеза правильна.

Test of means against reference constant (value) (Spreadsheet7)								
Variable	Mean	Std.Dv.	N	Std.Err.	Reference Constant	t-value	df	p
Вага коробки, г	199.6500	3.101282	40	0.490356	200.0000	-0.713768	39	0.479621

Рисунок 2.5. Результати розрахунку t-критерію для порівняння середньої з еталоном

Значущі результати t-критерію STATISTICA виділяє червоним кольором.

Результати розрахунку не виділені червоним кольором, що свідчить на користь основної гіпотези, тобто середня вага коробки цукерок з контрольної партії відповідає заявленій вазі 200 г. Статистично це також підтверджує значення $p = 0,479621$, яке значно більше заданого рівня статистичної значущості $\alpha = 0,05$.

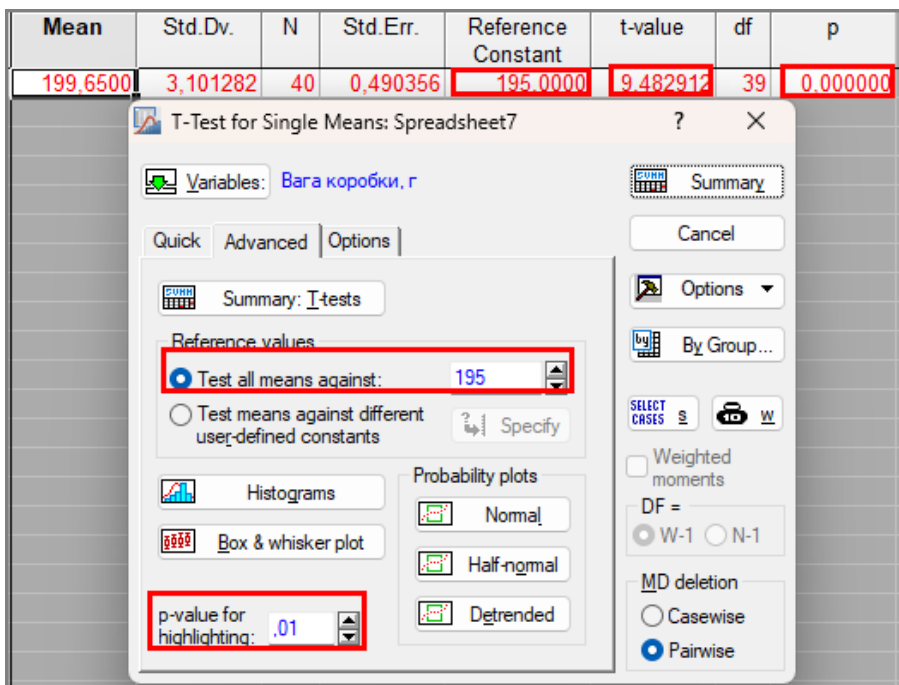


Рисунок 2.6. Розрахунок правостороннього t-критерію

Результати розрахунку виділені червоним кольором, що свідчить на користь альтернативної гіпотези. Статистично це підтверджує нульовим значення $p = 0,000000$.

Отже середня вага коробки цукерок з контрольної партії 199,65 г більше за заявлену вагу 195 г.

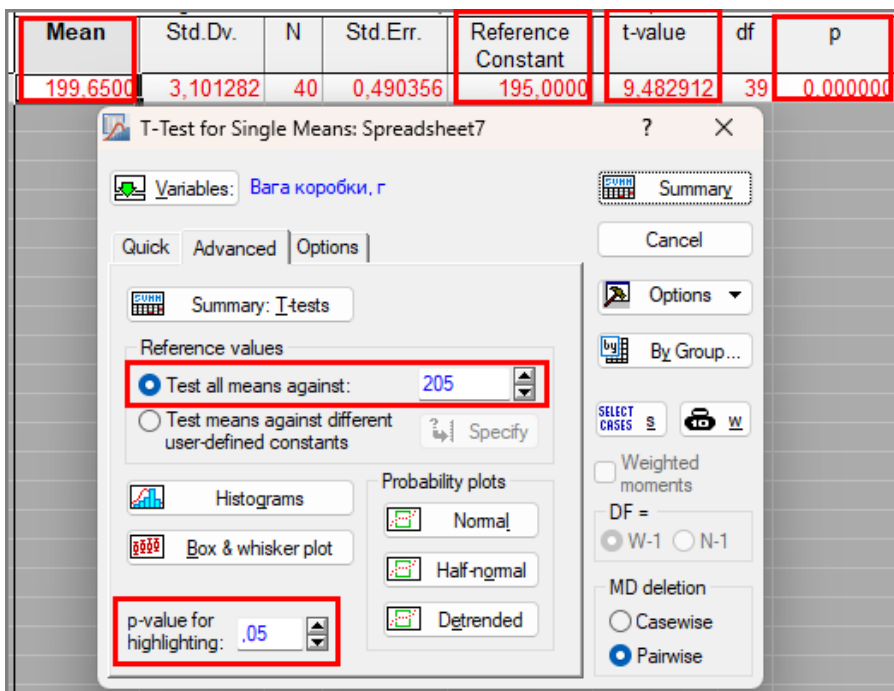


Рисунок 2.7. Розрахунок лівостороннього t-критерію

Результати розрахунку виділені червоним кольором, тобто нульова гіпотеза відхиляється. Статистично це підтверджується нульовим значенням $p = 0,00000$.

Отже, дані розрахунку свідчать на користь альтернативної гіпотези: середня вага коробки цукерок з контрольної партії менше за заявлену вагу 205 г.

Розрахунок t-критерію для незалежних даних

З метою перевірки гіпотези необхідно сформулювати нульову гіпотезу H_0 щодо середніх величин. Вона може ґрунтуватися на припущенні, що вибірки взяті з генеральних сукупностей із рівними середніми величинами (тобто середні

двох вибірок належать до однієї й тієї самої сукупності):

$$H_0: \tilde{x}_1 = \tilde{x}_2 \text{ або } H_0: \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 = 0.$$

Гіпотезі, що перевіряється (нульовій), протистоїть альтернативна гіпотеза (H_a), яка може бути сформульована в загальному вигляді таким чином:

$$H_a: \tilde{x}_1 \neq \tilde{x}_2$$

Для порівняння середніх величин двох розподілів розраховується фактичне значення t-критерію Стьюдента:

$$t_{\text{емп}} = \frac{|\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad (2.4)$$

де \tilde{x}_1 і \tilde{x}_2 – середні арифметичні першої та другої сукупності (групи);

σ_1^2 і σ_2^2 – дисперсії першої та другої сукупності (групи);

n_1 і n_2 – обсяги першої та другої сукупності (групи).

Розраховане фактичне значення t-критерію порівнюють із табличним для заданого рівня статистичної значущості та числа ступенів свободи.

Для незалежних даних число ступенів свободи розраховується за формулою:

$$df = (n_1 + n_2) - 2 \quad (2.5)$$

де n_1 та n_2 – обсяги першої і другої сукупності (групи).

Якщо фактичне значення для певної кількості ступенів свободи та заданого рівня статистичної значущості перевищує

табличне, то робиться висновок щодо значущості різниці між середніми двох розподілів.

Приклад 2.3. За наведеними в табл.2.4 даними слід визначити, чи існує відмінність в зрості між дівчатами та юнаками.

Таблиця 2.4

Зріст студентів навчального закладу за статтю, см

№ з/п	Зріст, см	
	Юнаки	Дівчата
1	171	165
2	182	155
3	166	171
4	166	169
5	175	164
6	173	155
7	180	170
8	184	153
9	165	162
10	164	163
11	172	171
12	175	155
13	170	182
14	175	166
15	190	159
16	165	164
17	180	173
18	192	165
19	180	164
20	184	163
21	182	170

22	183	175
23	170	178
24	172	169
25	175	169
26	163	164
27	165	158
28	190	150
29	179	150
30	175	165
31	169	167
32	178	172
33	173	158
34	179	168
35	184	161
36	177	159
37	175	158
38	167	169
39	170	164
40	175	158
41	173	157
42	173	156
43	180	161
44	159	170
45	166	179
46	184	163
47	175	165
48	184	163
49	172	152
50	170	150

Формулюємо нульову гіпотезу $H_0: \tilde{x}_1 = \tilde{x}_2$, тобто середній зріст дівчат та хлопців не відрізняється.

Формулюємо альтернативну гіпотезу як $H_a: \tilde{x}_1 \neq \tilde{x}_2$.

Таблиця 2.5

Розрахункова таблиця

<i>№ з/п</i>	<i>Хлопці</i>	<i>Дівчата</i>	<i>Хлопці</i>	<i>Дівчата</i>
1	x_1	x_2	$(x_{i1} - \bar{x}_1)^2$	$(x_{i2} - \bar{x}_2)^2$
2	171	165	15,37	1,59
3	182	155	50,13	76,39
4	166	171	79,57	52,71
5	166	169	79,57	27,67
6	175	164	0,01	0,07
7	173	155	3,69	76,39
8	180	170	25,81	39,19
9	184	153	82,45	115,35
10	165	162	98,41	3,03
11	164	163	119,25	0,55
12	172	171	8,53	52,71
13	175	155	0,01	76,39
14	170	182	24,21	333,43
	...			
50	170	150	24,21	188,79
Разом	8746	8187	2773,68	2775,62

$$\tilde{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n_1} = \frac{8746}{50} \approx 174,9 \text{ см.}$$

$$\tilde{x}_2 = \frac{\sum x_2}{n_2} = \frac{8187}{50} \approx 163,7 \text{ см.}$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum (x_{i1} - \bar{x}_1)^2}{n_1} = \frac{2773,68}{50} \approx 55,61.$$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum(x_{i2} - \bar{x}_2)^2}{n_2} = \frac{2775,62}{50} \approx 55,65.$$

Розрахуємо емпіричне значення F-критерію:

$$F_{\text{емп}} = \frac{55,65}{55,61} \approx 1,001.$$

За таблицею критичних точок розподілу для F-критерію з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$ для ступенів свободи в обох випадках рівних $df = 50 - 1 = 49$ знаходимо $F_{0,05}(49; 49) = 1,607$.

Оскільки $F_{\text{емп}} = 1,001 < F_{0,05}(49; 49) = 1,607$, то нульова гіпотеза про те, що дисперсії двох вибірок дорівнюють не відхиляється для рівня статистичної значущості $\alpha = 0,05$, що дозволяє використовувати t-критерій.

Емпіричне значення t-критерію:

$$t_{\text{емп}} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{|174,9 - 163,7|}{\sqrt{\frac{55,5}{50} + \frac{55,5}{50}}} \approx 7,5.$$

Число ступенів свободи $df = 50 + 50 - 2 = 98$.

Для рівня статистичної значущості $\alpha = 0,05$ табличне значення двостороннього критерію $t_{0,05}(98) = 2,276$.

Якщо емпіричне значення для числа ступенів свободи та заданого рівня статистичної значущості перевищує табличне, то гіпотеза про рівність середніх значень у групах відхиляється, тобто різниця між середніми двох розподілів є значущою і навпаки.

Емпіричне значення t -критерію з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$ і числом ступенів свободи $df = 98$ перевищує табличне ($t_{\text{емп}} = 7,5 > t_{0,05}(98) = 2,276$), тобто гіпотеза про рівність середніх значень зросту дівчат та хлопців відхиляється, отже різниця у зрості між ними є значимою.

Розрахунок t -критерію для незалежних даних у STATISTICA

Незалежні дані у *STATISTICA* можуть бути представлені двома способами. В обох випадках таблиця з даними містить два стовпчика (змінні), але по-різному подають значення елементів сукупності:

1. Як *незалежні вибірки за групами*. Один зі стовпчиків даних містить значення залежної змінної, а інший – незалежної. При цьому незалежна змінна містить дані двох вибірок (груп), середні значення яких порівнюються. Ця змінна має назву *групувальна*, оскільки за нею здійснюється визначення до якої вибірки (групи) слід віднести спостереження. Прикладом такої змінної може бути змінна «Стать».

2. Як *незалежні змінні*. За цим варіантом кожний стовпчик містить значення залежної змінної для конкретної незалежної змінної. Якщо розглядати як незалежну змінну «Стать», то один зі стовпчиків міститиме дані для чоловіків, а другий – для жінок.

Розрахунок t -критерію для незалежних вибірок за групами

У табл. 6.3 наведені дані про зріст дівчат та хлопців. За допомогою t -критерію потрібно з'ясувати, чи існують відмінності в зрості між цими двома групами.

Фрагмент таблиці з даними в цьому випадку у *STATISTICA* наведений на рисунку нижче. Вона містить дві змінні: залежної – «Зріст» і незалежної – «Стать». Кожне спостереження містить значення залежної змінної і групи, до

якої належить незалежна змінна. Групувальною змінною є змінна «Стать». Вона набуває два значення: «1» і «2», якими відповідно кодується значення ознаки «Хлопці» та «Дівчата».

	1 Зріст	2 Стать
1	171	1
2	165	2
3	155	2
4	171	2
5	182	1
6	166	1
7	169	2
8	166	1
9	175	1
10	173	1
11	180	1
12	184	1
13	164	2
14	155	2
15	165	1
16	164	1
17	170	2
18	172	1
19	175	1
20	153	2
21	162	2
22	163	2
23	170	1
24	175	1

Рисунок 2.8. Вигляд даних про зріст дівчат та хлопців для незалежних вибірок за групами

Алгоритм розрахунку критерію наступний.

1. Завантажити модуль “Bases Statistics/Tables” (Основні статистики і таблиці), в результаті чого відкриється однойменне вікно.

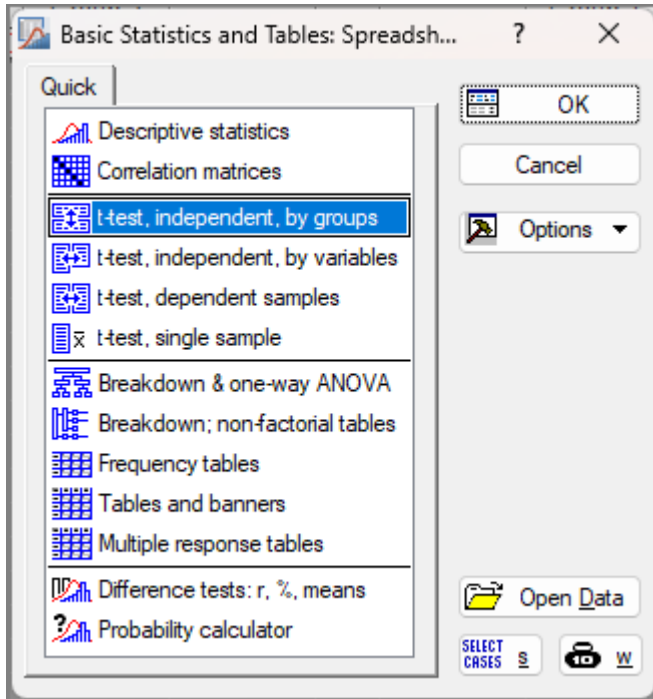


Рисунок 2.9. Вибір модуля розрахунку t-критерію для незалежних вибірок за групами

2. У вікні вибору модуля вибрати статистичну процедуру “t-test, independent, by groups” (t-критерій для незалежних вибірок за групами). З’явиться вікно “T-test for Independent Samples by Groups” (*T-тест для незалежних вибірок за групами*).

3. Натиснути кнопку «**Variables (groups)**» (Змінні (групи)). У вікні “Select the depended variables and one grouping

variable” (Виберіть залежні змінні та одну групувальну змінну) вибираємо зі списку “Depended variables” (Залежні змінні) змінну «Зріст», а зі списку “Grouping variable” (Змінна групування) групувальну змінну «Стать». Закінчуємо вибір натисканням кнопки «OK».

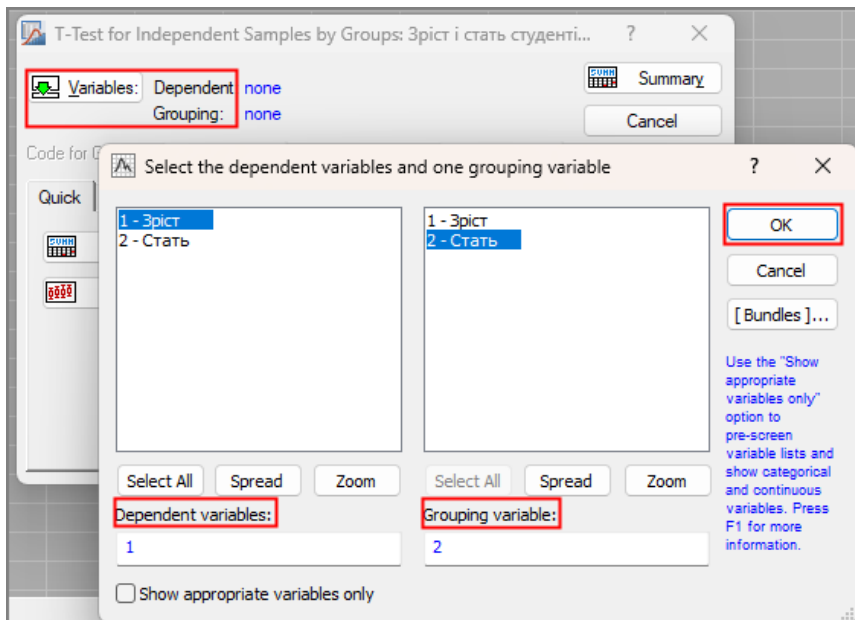


Рисунок 2.10. Вибір змінних

Натискання кнопки «Summary» (Результат) ініціює розрахунок t-критерію.

T-tests: Grouping: Стать (Зріст і стать студентів вищого навчального закладу)											
Group 1: x											
Group 2: д											
Variable	Mean x	Mean д	t-value	df	p	Valid N x	Valid N д	Std.Dev. x	Std.Dev. д	F-ratio Variances	p Variances
Зріст	174.9200	163.7400	7.428579	98	0.000000	50	50	7.523677	7.526308	1.000699	0.998057

Рисунок 2.11. Результати розрахунку t-критерію для незалежних вибірок за групами

Одержана таблиця містить всі необхідні для аналізу показники. Вони виділені червоним кольором, тобто вказують на значущість різниці за зростом дівчат та хлопців.

Звертаємо увагу на значення F-критерію. Пам'ятаємо, що однією з умов використання t-критерію для незалежних вибірок є відсутність значущої різниці між дисперсіями вибірок. Для цього необхідно перевірити гіпотезу про рівність дисперсій за допомогою F-критерію. У даному випадку, як бачимо, значення стандартних відхилень (σ , відповідно, і дисперсій) для обох груп практично збігаються. Власне кажучи, для використання t-критерію повинна виконуватися ще вимога нормальності розподілу, про що мова піде в наступному розділі.

Зміст таблиці:

1. *Mean x*. Середнє значення першої групи (хлопці).
2. *Mean d*. Середнє значення другої групи (дівчата).
3. *t-value*. Емпіричне значення t-критерію.
4. *df*. Число ступенів свободи.
5. *p*. Рівень значущості (ймовірність відхилення результату).
6. *Valid N x*. Кількість коректних спостережень першої групи.
7. *Valid N d*. Кількість коректних спостережень другої групи.
8. *Std.Dev. x*. Стандартне відхилення першої групи (хлопці).
9. *Std.Dev. d*. Стандартне відхилення другої групи (хлопці).
10. *F-ratio Variances*. Емпіричне значення F-критерію, за допомогою якого перевіряють гіпотезу про рівність дисперсій у порівнюваних вибірках.

11. *p Variances*. Ймовірність помилки для F-критерію.

На наш погляд, до цієї таблиці бажано було б додати ще критичне значення F-критерію, але це принципова позиція розробників пакету, тому всі теоретичні значення критеріїв слід визначати окремо.

З дуже високою ймовірністю (яка практично дорівнює одиниці) є підстави вважати різницю за зростом дівчат та хлопців суттєвою. Дуже наочно це характеризує діаграма розмаху, доступ до якої можна одержати з вікна статистичної процедури.

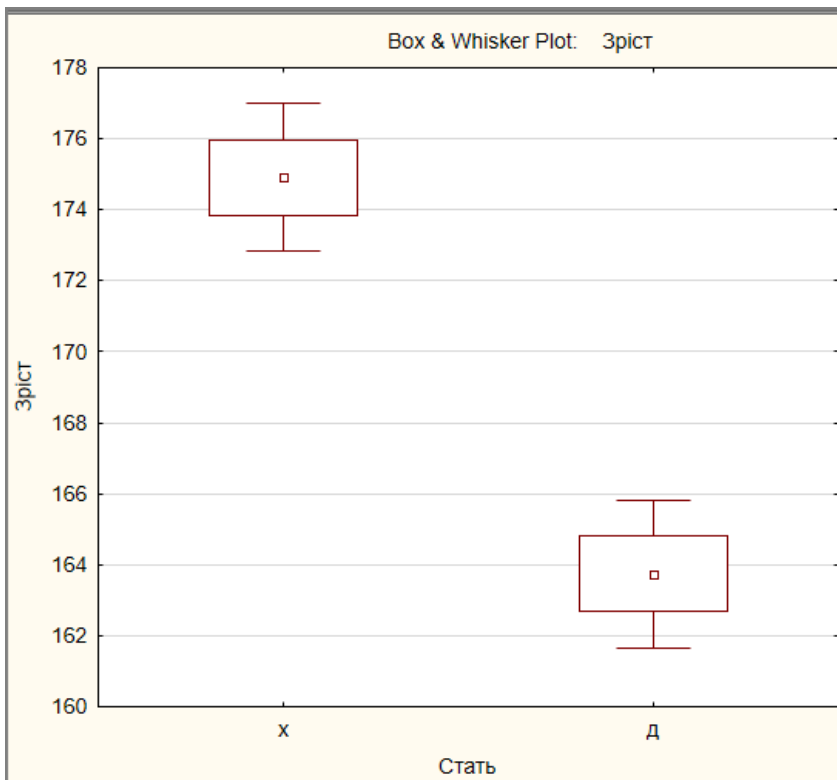


Рисунок 2.12. Діаграма розмаху груп дівчат та хлопців за зростом для незалежних вибірок за групами

Розрахунок t-критерію для незалежних змінних

Здійсимо розрахунок t-критерію для незалежних змінних для тих самих даних про зріст 100 студентів університету (по 50 дівчат і хлопців). Дані у цьому випадку зведені в дві групи (змінні) за статтю, так як це здійснено в табл. 2.4.

Аналогічно виглядає і таблиця з даним у *STATISTICA*, фрагмент якої подано на наступному рисунку.

	1 Хлопці	2 Дівчата
1	171	165
2	182	155
3	166	171
4	166	169
5	175	164
6	173	155
7	180	170
8	184	153
9	165	162
10	164	163
11	172	171
12	175	155
13	170	182
14	175	166
15	190	159
16	165	164
17	180	173
18	192	165
19	180	164
20	184	163

Рисунок 2.13. Вигляд даних про зріст дівчат та хлопців для незалежних змінних

Алгоритм розрахунку критерію наступний.

1. Завантажити модуль “Bases Statistics/Tables” (Основні статистики і таблиці), після чого з’явиться однойменне вікно.

2. У вікні вибору модуля вибрати статистичну процедуру “t-test, independent, by variables” (t-критерій для незалежних змінних). З’явиться вікно “T-test for Independent Samples by Variables” (T-критерій для незалежних вибірок за змінними).

3. Натиснути кнопку «**Variables (groups)**» (Змінні (групи)) і відібрати одну змінну з кожного списку. Порядок вибору зі списків ролі не грає.

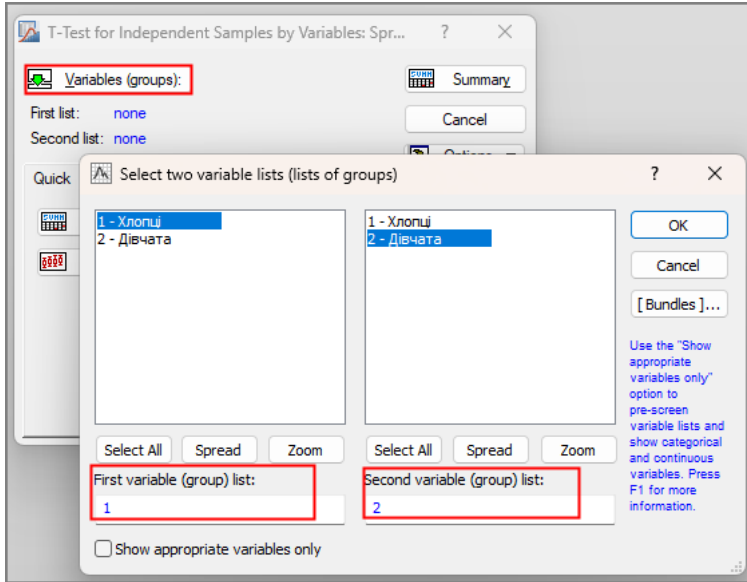


Рисунок 2.14. Вибір змінних для розрахунку t-критерію для незалежних змінних

Подальший аналіз тотожний розглянутому вище аналізу. Так, натискання кнопки «**Summary: T-tests**» (Результати розрахунку t-критерію) ініціює розрахунок t-критерію та інших необхідних для аналізу показників.

		T-test for Independent Samples (Spreadsheet3)									
		Note: Variables were treated as independent samples									
Group 1 vs. Group 2	Mean Group 1	Mean Group 2	t-value	df	p	Valid N Group 1	Valid N Group 2	Std.Dev. Group 1	Std.Dev. Group 2	F-ratio Variances	p Variances
Хлопці vs. Дівчата	174.9200	163.7400	7.428579	98	0.000000	50	50	7.523677	7.526308	1.000699	0.998057

Рисунок 2.15. Результати розрахунку t-критерію для незалежних змінних

Значення в таблиці ідентичні розглянутим вище, оскільки розрахунок було здійснено за тими самими даними, тільки сама таблиця з даними має дещо інший вигляд.

Наочно ці розбіжності демонструє діаграма розмаху, для побудови якої слід натиснути кнопку «**Box & whisker plots**» (Діаграми розмаху)

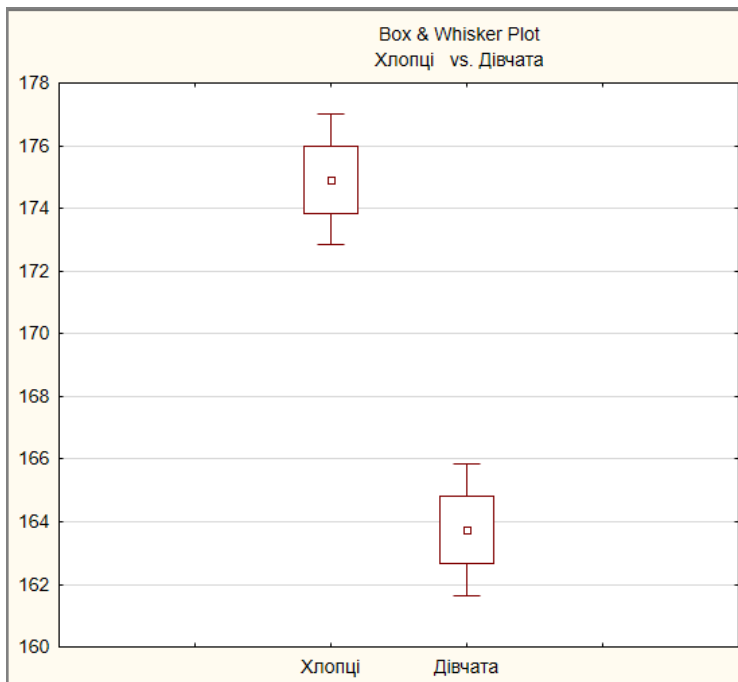


Рисунок 2.16. Діаграма розмаху груп дівчат та хлопців за зростом для незалежних змінних

Розрахунок t -критерію для залежних даних

Метод дає змогу перевірити гіпотезу про те, що середні значення двох генеральних сукупностей, з яких витягнуто залежні вибірки, що порівнюються, відрізняються одна від одної. Припущення залежності найчастіше означає, що ознаку виміряно на одній і тій самій вибірці двічі. Найпростіший приклад, коли в деякій групі осіб виміряли частоту пульсу і величину артеріального тиску, потім попросили зробити, скажімо, двадцять присідань, і провели ті самі вимірювання повторно.

Зрозуміло, що реакція серцево-судинної системи кожної людини буде індивідуальною, до того ж результати вимірювань, отримані «після того», перебуватимуть у зв'язку з вихідним станом «до того». Отже, у загальному випадку кожному представнику однієї вибірки поставлено у відповідність представника з іншої вибірки і вони попарно об'єднані.

Емпіричне значення t-критерію для залежних вибірок:

$$t_{\text{емп}} = \frac{M_d}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} \quad (2.6)$$

де M_d – середня різниця значень,
 S_d – стандартне відхилення різниць,
 n – кількість спостережень.
 Ця статистика має розподіл $t(n - 1)$.

Розглянемо алгоритм на прикладі даних про пульс хворих до і після прийому антиаритмічного препарату.

Таблиця 2.6

Результати вимірювання пульсу хворих до і після прийому антиаритмічного препарату

№ з/п	До прийому	Після прийому
1	84	76
2	94	84
3	88	79
4	90	81
5	90	81
6	94	84
7	92	83
8	95	85
9	92	83
10	98	89

№ з/п	До прийому	Після прийому
11	95	92
12	95	92
13	104	94
14	107	96
15	96	86
16	99	92
17	105	90
18	88	94
19	91	94
20	89	77
21	106	76
22	93	90
23	92	85
24	92	81
25	91	81
26	86	76
27	93	94
28	86	80
29	102	76
30	97	87
31	85	81

З метою перевірки необхідно сформулювати нульову гіпотезу H_0 щодо середніх величин «До прийому препарату» і «Після прийому препарату». Вона може ґрунтуватися на припущенні, що середні двох вибірок не змінилися:

$$H_0: \tilde{x}_1 = \tilde{x}_2 \text{ або } H_0: \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 = 0.$$

Гіпотезі, що перевіряється (нульовій), протистоїть альтернативна гіпотеза (H_a), яка може бути сформульована в загальному вигляді таким чином:

$$H_a: \tilde{x}_1 \neq \tilde{x}_2 \text{ або } H_a: \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 \neq 0.$$

Таблиця 2.7

Розрахункова таблиця

x_1	x_2	$d = x_1 - x_2$	$(d - \bar{d})^2$	$(x_1 - \tilde{x}_1)^2$	$(x_2 - \tilde{x}_2)^2$
84	76	8	0,09	96,80	90,93
94	84	9	0,43	0,06	0,80
88	79	9	0,00	38,92	39,63
90	81	9	0,09	14,74	17,10
90	81	9	0,09	14,74	17,10
94	84	9	0,43	0,06	0,80
92	83	9	0,29	2,07	3,90
95	85	9	0,60	0,92	0,03
92	83	9	0,29	2,07	3,90
98	89	10	1,29	20,81	11,73
95	92	3	30,29	1,35	44,42
95	92	3	30,29	1,35	44,42
104	94	10	3,02	111,54	77,87
107	96	11	3,91	168,00	120,66
96	86	10	0,80	4,67	1,60
99	92	7	2,90	26,64	47,12
105	90	15	39,65	124,57	23,66
88	94	-6	216,18	34,09	78,58
91	94	-3	136,97	8,06	78,58
89	77	12	10,87	23,41	66,19
106	76	30	453,55	147,90	83,46
93	90	3	32,53	0,70	23,66
92	85	7	2,90	3,38	0,02
92	81	11	5,28	3,38	17,10
91	81	10	1,68	8,06	17,10
86	76	10	1,68	61,45	83,46
93	94	-1	94,15	0,70	78,58
86	80	6	7,31	61,45	26,37
102	76	26	299,18	66,61	83,46
97	87	10	1,68	9,99	3,48
85	81	4	22,12	78,12	17,10
2909	2639	270	1400,53	1136,59	1202,81

$$\begin{aligned}\tilde{x}_1 &= \frac{\sum x_1}{n} = \frac{2909}{31} \approx 93,84 \text{ ударів за хвилину.} \\ \tilde{x}_2 &= \frac{\sum x_2}{n} = \frac{2639}{31} \approx 85,14 \text{ ударів за хвилину.} \\ \sigma_1^2 &= \frac{\sum (x_1 - \tilde{x}_1)^2}{n} = \frac{1136,59}{31} \approx 6,16. \\ \sigma_{x_2}^2 &= \frac{\sum (x_2 - \tilde{x}_2)^2}{n} = \frac{1202,81}{31} \approx 6,33.\end{aligned}$$

Розрахуємо емпіричне значення F-критерію:

$$F_{\text{емп}} = \frac{6,33}{6,16} \approx 1,029.$$

За таблицею критичних точок розподілу для F-критерію з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$ і числом ступенів свободи $df = 31 - 1 = 30$ знаходимо критичне значення $F_{0,05}(30; 30) = 1,841$.

Оскільки $F_{\text{емп}} = 1,029 < F_{0,05}(30; 30) = 1,841$, то нульова гіпотеза про те, що дисперсії двох вибірок дорівнюють, не відхиляється з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$, що дозволяє використовувати t-критерій.

Розрахуємо середню різницю значень за формулою:

$$M_d = \frac{\sum d}{n} = \frac{270}{31} \approx 269,8.$$

Знайдемо середнє квадратичне відхилення різниць від середньої за формулою:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (M_d - d)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{269,8}{31-1}} = 6,83.$$

Емпіричне значення t-критерію для залежних даних:

$$t_{\text{емп}} = \frac{|M_d|}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} = \frac{26968}{\frac{6,83}{\sqrt{31}}} \approx 7,092.$$

Для залежних даних число ступенів свободи $df = n - 1 = 31 - 1 = 30$.

З рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$ і числом ступенів свободи $df = 9$ табличне значення $t_{0,05}(30) = 2,36$.

Емпіричне значення t-критерію для числа ступенів свободи $df = 9$ і заданого рівня статистичної значущості $\alpha = 0,05$ перевищує табличне $t_{\text{емп}} = 7,092 > t_{0,05}(30) = 2,36$, то гіпотеза про рівність середніх значень відхиляється, отже, різниця пульсу хворих до і після прийому антиаритмічного препарату є значущою, тобто препарат дійсно впливає на зменшення пульсу хворих.

Розрахунок t-критерію для залежних даних у STATISTICA

Розглянемо алгоритм на прикладі наведених вище даних про пульс хворих до і після прийому антиаритмічного препарату з табл. 2.6.

Проведення аналізу

1. Завантажити модуль “Bases Statistics/Tables” (Основні статистики і таблиці), після чого з’явиться однойменне вікно.

2. У вікні вибору модуля вибрати статистичну процедуру “t-test, dependent samples” (t-критерій для залежних вибірок). З’явиться вікно “T-test for Dependent Samples”.

3. Натиснути кнопку «**Variables**» (Змінні) і відібрати змінні для аналізу.

4. Закрити вікно відбору змінних, натиснувши «**OK**».

5. На вкладці “Advanced” (Розширені налаштування) в полі

“p-level for highlighting:” (Рівень статистичної значущості) задається гранична межа значення рівня значущості. “CI for estimates” (Довірчий інтервал для оцінювання), зазвичай він становить 95 %.

Взагалі “p-level” є основним результатом перевірки статистичної гіпотези. Його можна визначити як ймовірність отримання конкретного результату за емпіричними даними за умови, що насправді для генеральної сукупності правильною є нульова гіпотеза. Саме рівень значущості є кількісною оцінкою надійності висновку, що приймається: чим менша ця ймовірність, то більш надійним є висновок.

У *STATISTICA* рівень статистичної значущості позначається *p-level* або *p-level for highlighting*. За замовчуванням його значення дорівнює «0,05» (Нагадаємо, що на практиці значення «0,05» є прийнятою межею статистичної значущості).

Саме з ним під час перевірки статистичної гіпотези здійснюється порівняння розрахованого рівня значущості:

- Якщо розрахований рівень значущості “p” менший або дорівнює заданому рівню статистичної значущості, наприклад, «0,05», то робиться висновок, що відмінності значущі і нульову гіпотезу відхиляють.

- Якщо розрахований рівень значущості “p” більший за заданий рівень статистичної значущості, наприклад, «0,05», то робиться висновок, що відмінності не значущі і нульову гіпотезу не відхиляють.

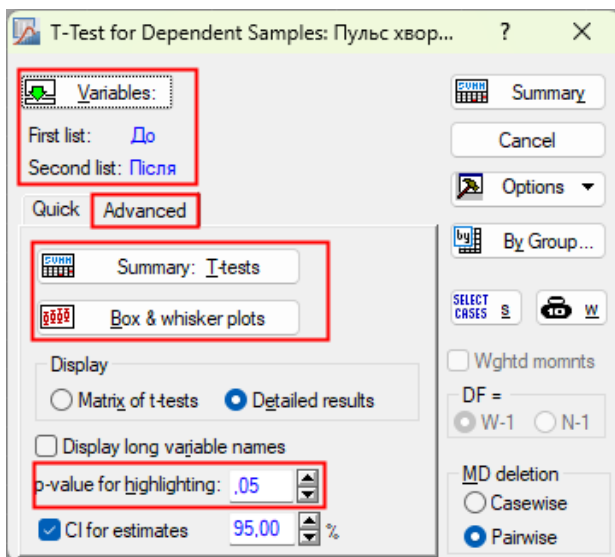


Рисунок 2.17. Налаштування модуля розрахунку t-критерію для залежних даних

6. Натискання кнопки «**Summary: T-tests**» (Результати розрахунку t-критерію) ініціює розрахунок емпіричного значення t-критерію та необхідних для аналізу показників.

T-test for Dependent Samples (Пульс хворого до і після прийому анти-аритмічного препарату 31)										
Marked differences are significant at $p < .05000$										
Variable	Mean	Std.Dv.	N	Diff.	Std.Dv. Diff.	t	df	p	Confidence -95.000%	Confidence +95.000%
До	93.83871	6.132410								
Після	85.12903	6.328464	31	8.709677	6.851732	7.077543	30	0.000000	6.196442	11.22291

Рисунок 2.18. Результати розрахунку t-критерію для залежних даних

Червоний колір свідчить на користь суттєвих відмінностей між середніми.

Значення “Mean” та “Std.Dv.” відображають середнє арифметичне і стандартне відхилення значень пульсу хворих до і після прийому антиаритмічного препарату. Як бачимо, середнє арифметичне значення до і після прийому суттєво відрізняється.

Стандартні відхилення в обох випадках практично збігаються, що є передумовою використання t-критерію (що правда для підтвердження цього необхідно розрахувати емпіричне значення F-критерію і порівняти його з теоретичним).

Інші показники:

1. *N*. Кількість одиниць сукупності.
2. *Diff*. Середня різниця значень двох вибірок.
3. *Std.Dev. Diff*. Стандартне відхилення різниці значень двох вибірок.
4. *t*. Емпіричне значення t-критерію.
5. *df*. Число ступенів свободи.
6. *P*. Ймовірність відхилення результату.
7. *Confidence*. Довірчі межі для середнього значення.

Натискання кнопки «**Box & whisker plots**» (Діаграми розмаху) ініціює побудову діаграми розмаху. Саме діаграма розмаху надає наочне візуальне уявлення розбіжності середніх у двох вибірках.

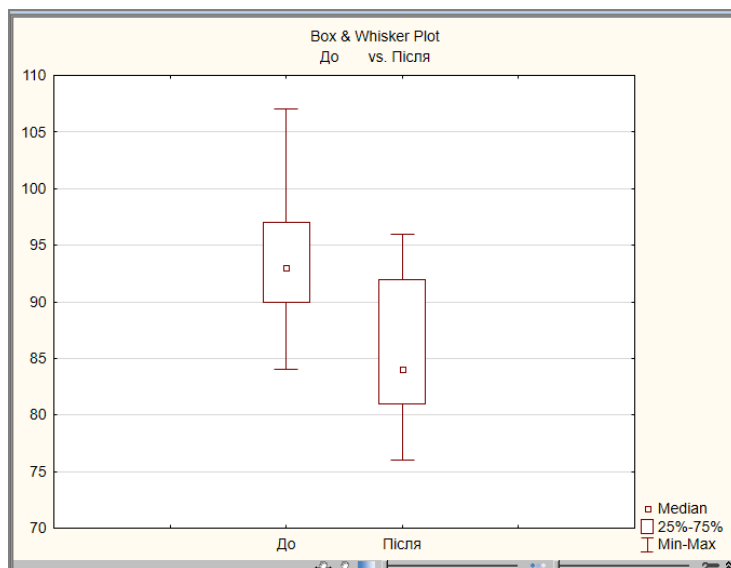


Рисунок 2.19. Діаграма розмаху значень пульсу хворих до і після прийому антиаритмічного препарату

Критерій узгодженості Пірсона χ^2

Цей критерій є найчастіше вживаним критерієм для перевірки гіпотези відповідності вибірки деякому теоретичному закону розподілу, в тому числі нормальному, а також для перевірки гіпотези відсутності відмінностей між двома емпіричними розподілами (вибірками). Зауважимо, що критерій використовується також для виявлення наявності зв'язку між атрибутивними ознаками з великим числом градацій, про що мова піде у наступних розділах.

Суттєвим плюсом критерію є те, що емпіричні дані можуть бути подані за будь-якою шкалою, а – головне – відсутність вимоги нормальності, а отже критерій можна використовувати для будь-якого ряду розподілу.

Разом із тим, застосування критерію обумовлюється низкою вимог:

1. Вибірки мають бути випадковими та незалежними.
2. Кількість спостережень у вибірках має бути більше 30 (за деякими джерелами не менше 50). Загальна кількість елементів сукупності не обмежується, причому зі збільшенням обсягу вибірки точність критерію підвищується.

При перевірці гіпотези відповідності вибірки деякому теоретичному закону розподілу повинні також виконуватися ще дві вимоги:

1. Теоретична частота для кожної клітинки таблиці не може бути меншою «5». Це пов'язано з ймовірнісним характером критерію, який перевіряє вірогідність для кожної клітинки, і якщо значення в клітинці є маленьким, то її вірогідність не можна оцінити з потрібною точністю.
2. Сума частот за всіма інтервалами має дорівнювати загальній кількості спостережень.

Критерій працює зі згрупованими даними. Сам ряд розподілу може бути як інтервальним, так і дискретним.

Формули для розрахунку емпіричного значення χ^2 для перевірки гіпотези відповідності вибірки деякому теоретичному закону розподілу і для перевірки гіпотези про відсутність відмінностей між двома емпіричними розподілами відрізняються, але сутність критерію залишається незмінною. За умови повного збігу емпіричного і теоретичного або двох емпіричних розподілів величина $\chi^2 = 0$, і що більшою є розбіжність між розподілами, які зіставляють, тим більша величина емпіричного значення χ^2 .

Надалі визначається теоретичне значення критерію χ^2 , яке знаходиться за таблицями критичних значень критерію для певної кількості ступенів свободи та заданого рівня статистичної значущості α .

Критичні точки розподілу χ^2 містяться у відповідній таблиці додатку 3.

Якщо $\chi_{кр}^2 > \chi_{емп}^2$, то гіпотеза не відхиляється, а якщо $\chi_{кр}^2 < \chi_{емп}^2$, то відхиляється.

Ступені свободи у статистиці (Degrees of freedom) – це кількість значень (або елементів у вибірці), здатних змінюватися, що використовується для розрахунку статистичного показника.

Приклад 2.4. Для трьох елементів сукупності середнє значення становить $\bar{x} = 5$. Для розрахунку цього показника достатньо мати значення будь-яких двох елементів. Наприклад, якщо відомі значення x становлять 3 і 10, то «вільним» елементом, додавання якого до двох відомих значень дає змогу однозначно визначити значення $\bar{x} = 5$ дорівнює «2»: $\bar{x} = \frac{3+10+2}{3} = 5$. Цей підхід буде вірним для будь-яких значень обсягу сукупності. Отже число ступенів свободи для розрахунку цієї статистики буде $n - 1$, де n – обсяг сукупності.

Перевірка гіпотези відсутності відмінностей між двома емпіричними розподілами

У цьому випадку емпіричне значення χ^2 розраховується за формулою:

$$\chi_{\text{емп}}^2 = \frac{1}{n_1 n_2} \sum_{i=1}^k \frac{(n_1 f_{2i} - n_2 f_{1i})^2}{f_{1i} + f_{2i}} \quad (2.7)$$

де n_1 – кількість елементів сукупності першої вибірки;
 n_2 – кількість елементів сукупності другої вибірки;
 f_{1i} і f_{2i} , – частоти груп першої та другої вибірки.

Зауважимо, що для перевірки цієї гіпотези використовуються й інші формули розрахунку значення χ^2 , наприклад, якщо обсяги сукупності однакові, але наведена формула (2.7) є універсальною, тому її можна використовувати і якщо обсяги сукупності співпадають, і якщо вони відрізняються.

Приклад 2.5. У двох школах міста перевірялась успішність знання фізики учнями десятих класів. Для цього в обох школах була проведена контрольна робота для відібраних випадковим чином 50 учнів. Перевірялося припущення про те, що суттєвої різниці в рівні знань учнями фізики у двох школах не існує. Сформулюємо гіпотези:

H_0 : Відмінності між успішністю знань фізики учнями в обох школах відсутні.

H_A : Успішність знань фізики учнями десятих класів у двох школах відрізняється.

Таблиця 2.8

Розрахункова таблиця

Оцінка	Школа 1	Школа 2	$\frac{(n_1 f_{2i} - n_2 f_{1i})^2}{f_{1i} + f_{2i}}$
2	4	7	2045,45
3	19	24	1453,49
4	19	14	1893,94
5	8	5	1730,77
Разом	50	50	7123,65

$$\chi_{\text{емп}}^2 = \frac{1}{50 \cdot 50} \cdot 7123,65 = 2,85.$$

Число ступенів свободи χ^2 критерію розраховується по-різному залежно від характеру гіпотези, що перевіряється та особливостей вихідної інформації [2, с. 193].

У цьому випадку число ступенів свободи розраховується за формулою:

$$df = m - 1 \quad (2.8)$$

де m – кількість інтервалів.

За таблицею критичних значень з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$ і числом ступенів свободи $df = 4 - 1 = 3$ визначаємо $\chi_{0,05}^2(3) = 7,815$.

Оскільки $\chi_{0,05}^2(4) > \chi_{\text{емп}}^2 = 2,85$, то робимо висновок, що нульова гіпотеза з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$ та числом ступенів свободи $df = 3$ не відхиляється, тобто, відмінності між успішністю знань фізики учнями десятих класів у двох школах відсутні.

В *STATISTICA* порівняння двох емпіричних розподілів за критерієм χ^2 не передбачено.

Критерій Манна–Уїтні. Порівняння двох незалежних вибірок

Як вище було відзначено, кожний параметричний критерій має аналог серед множини непараметричних критеріїв.

U-критерій Манна-Уїтні – непараметричний статистичний критерій, який використовують для порівняння двох незалежних вибірок за рівнем будь-якої ознаки, вимірної кількісно. Отже, він перевіряє гіпотезу про статистичну однорідність двох вибірок і є непараметричним аналогом t-критерію.

Умови застосування:

- Застосовується для двох вибірок.
- Відсутність вимоги нормальності розподілу вибірок, що порівнюються.
- Підходить для порівняння малих вибірок: у кожній із вибірок має бути не менше трьох спостережень. Допускається, щоб в одній вибірці було два спостереження, але в другій тоді має бути не менше п'яти спостережень.
- У кожній вибірці має бути не більше 60 спостережень.

На відміну від t-критерію U-критерій Манна-Уїтні може бути застосований для маленьких вибірок, він не вимагає нормальності їх розподілу і рівності дисперсій.

Приклад 2.6. В двох групах учнів протягом навчального року використовувалися стара і нова методики навчання інформатики. Після закінчення навчального року було здійснено тестування учнів за невербальною шкалою.

За наведеними даними слід зробити висновки: чи існує відмінність між цими двома методиками.

Таблиця 2.9

**Результати учнів за двома методиками навчання
інформатики, бали**

<i>№ з/п</i>	<i>Група 1 (стара методика), x_1</i>	<i>Група 2 (нова методика), x_2</i>
1	29	32
2	29	33
3	11	14
4	8	12
5	12	14
6	13	14
7	13	12
8	13	13
9	11	15
10	12	13
11	14	11
12	13	12
13	12	14
14	14	13
15	10	
16	13	
Разом	16	14

Сформулюємо нульову та альтернативну гіпотези.

H_0 : Відмінності між даними двох методик є випадковими.

H_a : Відмінності між даними методик не є випадковими.

Елементи з обох порівнюваних вибірок складають єдиний ранжирований ряд шляхом розміщення елементів сукупності за ступенем зростання ознаки (бали) та присвоєння меншому значенню меншого рангу. У разі рівних значень ознаки у кількох одиниць кожній з них присвоюється середнє арифметичне послідовних значень рангів, а самі такі ранги називають *зв'язаними*. Наприклад, два елементи, що мають в єдиному впорядкованому ряду 27 і 28 номер, мають однакові значення 29 балів. Отже, кожному з них присвоюється однаковий ранг, що дорівнює $\frac{(27 + 28)}{2} = 27,5$.

Далі знову поділяємо єдиний ранжирований ряд на два, що складаються відповідно з одиниць першої та другої вибірок, запам'ятовуючи при цьому значення рангів для кожної одиниці. Підраховуємо окремо суму рангів, які припали на частку елементів першої вибірки, і окремо – на частку елементів другої вибірки.

Таблиця 2.10

Розрахунок критерію Манна-Уїтні

<i>№ з/п</i>	<i>Група</i>	<i>Бали</i>	<i>Загальний ранг</i>	<i>Ранги x_1</i>	<i>Ранги x_2</i>
1	1	8	1,0	1,0	
2	1	10	2,0	2,0	
3	1	11	4,0	4,0	
4	1	11	4,0	4,0	
5	2	11	4,0		4,0
6	1	12	8,5	8,5	
7	1	12	8,5	8,5	
8	1	12	8,5	8,5	
9	2	12	8,5		8,5
10	2	12	8,5		8,5
11	2	12	8,5		8,5
12	1	13	15,5	15,5	
13	1	13	15,5	15,5	
14	1	13	15,5	15,5	
15	1	13	15,5	15,5	
16	1	13	15,5	15,5	
17	2	13	15,5		15,5
18	2	13	15,5		15,5
19	2	13	15,5		15,5
20	1	14	22,5	22,5	
21	1	14	22,5	22,5	
22	2	14	22,5		22,5
23	2	14	22,5		22,5
24	2	14	22,5		22,5
25	2	14	22,5		22,5
26	2	15	26,0		26,0
27	1	29	27,5	27,5	

<i>№ з/п</i>	<i>Група</i>	<i>Бали</i>	<i>Загальний ранг</i>	<i>Ранги x_1</i>	<i>Ранги x_2</i>
28	1	29	27,5	27,5	
29	2	32	29,0		29,0
30	2	33	30,0		30,0
Разом				214,0	251,0

Визначаємо більшу з двох рангових сум (T_x), що відповідає вибірці з n_x елементами. Для першої вибірки $T_{x_1} = 214$, для другої – $T_{x_2} = 251$. Максимальне значення $T_x = 251$, йому відповідає друга вибірка, тобто $n_x = 14$.

Значення U-критерію Манна-Уїтні розраховується за формулою:

$$U_{\text{емп}} = n_1 n_2 + \frac{n_x(n_x + 1)}{2} - T_x \quad (2.9)$$

де n_1 – кількість елементів у першій вибірці,
 n_2 – кількість елементів у другій вибірці,
 n_x – кількість спостережень у групі з більшою ранговою сумою,
 T_x – більша з двох рангових сум.

Таким чином $U_{\text{емп}} = 16 \cdot 14 + \frac{14(14+1)}{2} - 251 = 78$.

З рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$ табличне значення $U_{0,05}(16,14) = 64$ (критичні значення критерію див. додаток 4).

Оскільки $U_{\text{емп}} = 78 > U_{0,05}(16,14) = 64$, то нульова гіпотеза не відхиляється. Отже, для заданого рівня статистичної значущості $\alpha = 0,05$ різниці між старою і новою методиками навчання інформатики не виявлено, отже нова методика не ефективна.

Розрахунок критерію Манна-Уїтні у STATISTICA

Розглянемо алгоритм розрахунку на прикладі наведених вище даних з табл. 2.9 про дві групи учнів, які протягом навчального року займалися за старою і новою методикою навчання інформатики.

Дані для розрахунку мають вигляд:

	1	2
	Бали	N групи
1	29	1
2	29	1
3	11	1
4	8	1
5	12	1
6	13	1
7	13	1
8	13	1
9	11	1
10	12	1
11	14	1
12	13	1
13	12	1
14	14	1
15	10	1
16	13	1
17	32	2
18	33	2
19	14	2
20	12	2
21	14	2
22	14	2
23	12	2
24	13	2
25	15	2
26	13	2
27	11	2
28	12	2
29	14	2
30	13	2

Рисунок 2.20. Вигляд даних для розрахунку критерію Манна-Уїтні

Алгоритм розрахунку має таку послідовність.

1. Завантажити модуль “Nonparametrics” (Непараметричні (статистики)), після чого з’явиться вікно “Nonparametrics Statistics”.

2. У вікні вибору модуля вибрати статистичну процедуру “Comparing two independent samples (groups)” (Порівняння двох

незалежних вибірок (груп)) та натиснути кнопку «ОК». З'явиться вікно “Comparing two groups”.

3. Натиснути кнопку «Variables» (Змінні) і відібрати змінні для аналізу:

- Dependent variable (залежна змінна). Для нашого прикладу це «Кількість балів».

- Indep. (grouping) variable (незалежна (групуюча) змінна). Для нашого прикладу це «№ групи».

4. Закрити вікно відбору змінних, натиснувши «ОК».

5. У разі необхідності в полі “p-level for highlighting:” (Рівень статистичної значущості) змінити значення, яке за замовчуванням становить «0,05».

6. Натиснути кнопку «Mann-Whitney U test» або «M-W U test».

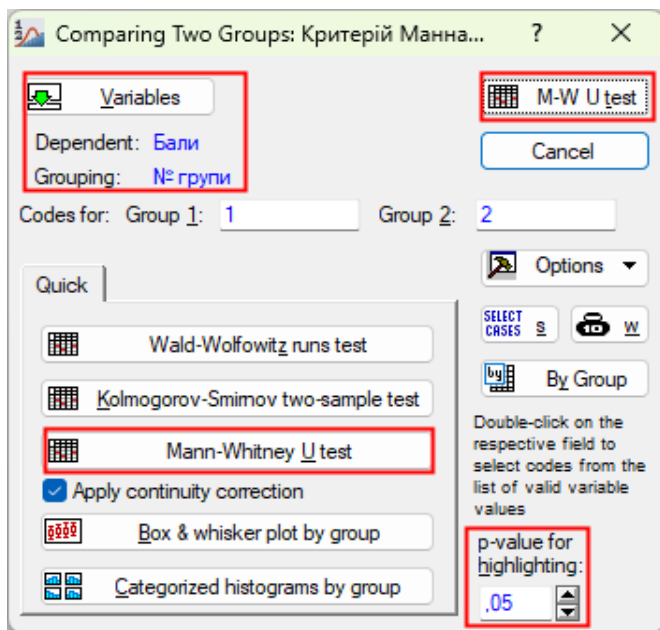


Рисунок 2.21. Налаштування модуля для розрахунку критерію Манна-Уїтні

Підсумки розрахунку критерію наведені на наступному рисунку:

Mann-Whitney U Test (w/ continuity correction) (Критерій Манна-Уїтні)									
By variable № групи									
Marked tests are significant at p < .05000									
variable	Rank Sum Group 1	Rank Sum Group 2	U	Z	p-value	Z adjusted	p-value	Valid N Group 1	Valid N Group 2
Бали	214,0000	251,0000	78,00000	-1,39261	0,163738	-1,41792	0,156216	16	14

Рисунок 2.22. Результати розрахунку критерію Манна-Уїтні

Значущі результати розрахунку U-критерію Манна-Уїтні *STATISTICA* виділяє червоним кольором.

Оскільки результати не виділені червоним кольором, то це свідчить про відсутність відмінностей між середніми.

Перші дві колонки містять рангові суми (T_x), що відповідають вибіркам з n_x елементами. Для першої вибірки “Rank Sum Group 1” (Сума рангів для групи 1) $T_{x_1} = 214$, для другої “Rank Sum Group 2” (Сума рангів для групи 2) – $T_{x_2} = 251$. Третя колонка містить емпіричне значення U-критерію Манна-Уїтні $U_{\text{емп}} = 78$.

Висновок щодо відсутності відмінностей значень між результатами тестування робиться на підставі рівня статистичної значущості (p-value). При цьому таблиця містить два значення рівня статистичної значущості p-value.

У разі значення загальної вибірки достатньо великого обсягу (20 і більше) слід орієнтуватися на значення, що знаходиться після показника “Z”, а в іншому випадку – після показника “Z adjusted”.

У нашому випадку загальна кількість одиниць сукупності становить 30, тому вибираємо значення рівня статистичної значущості $p = 0,156216$. Оскільки воно значно більше заданого рівня значущості $\alpha = 0,05$, то робимо висновок, що відмінності між старою і новою методикою навчання інформатики статистично не значущі.

Дійсно, якщо побудувати діаграму розмаху («**Box & whisker plots**»), то побачимо, що значення середніх балів у групах учнів практично збігаються.

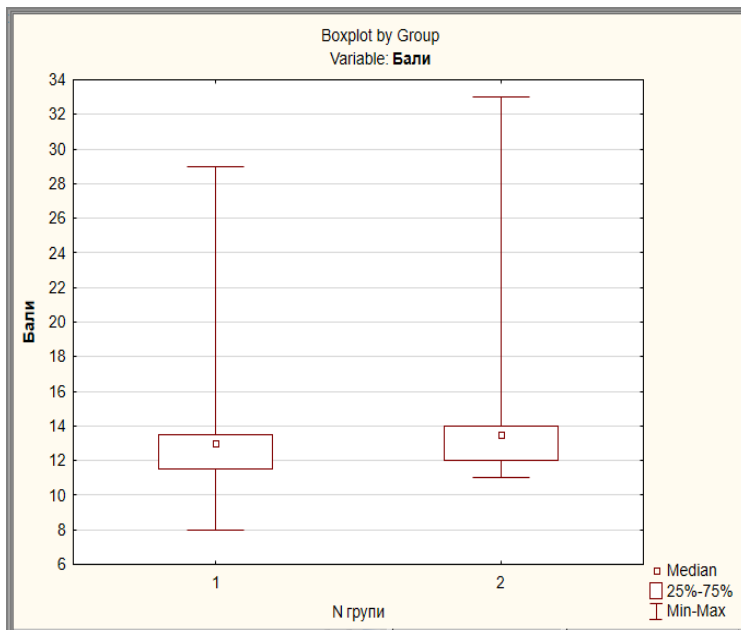


Рисунок 2.23. Діаграма розмаху для груп, що навчалися за старою і новою методикою навчання інформатики

Т-критерій Вілкоксона. Порівняння двох залежних вибірок

Непараметричний Т-критерій Вілкоксона може застосовуватися як для порівняння двох незалежних вибірок, так і двох залежних. Критерій Вілкоксона дає змогу оцінити різницю між медіанами двох генеральних сукупностей.

Розглянемо його застосування для залежних вибірок, оскільки він саме так використовується у *STATISTICA*.

За своєю потужністю критерій Вілкоксона практично не відрізняється від t-критерію. Водночас для його використання відсутня необхідність нормального розподілу генеральних сукупностей двох вибірок. Крім того, критерій Вілкоксона можна застосовувати навіть тоді, коли наявні тільки рангові показники. Ця ситуація досить часто трапляється в маркетингових дослідженнях, коли відсутність числових даних не дає змоги застосовувати t-критерій.

Для залежних даних критерій застосовується для зіставлення показників, вимірних у двох різних умовах за тією самою вибіркою. Він дає змогу встановити не тільки спрямованість змін, а й їхню вираженість. За його допомогою визначається, чи є зрушення показників у якомусь одному напрямку більш інтенсивними, ніж в іншому.

Умови застосування:

1. Мінімальна кількість елементів у вибірці, які пройшли вимірювання за двома умовами – 5.

2. Максимальна кількість елементів у вибірці – 50, що диктується верхньою межею наявних таблиць.

3. Нульові зсуви з розгляду виключаються, і кількість спостережень зменшується на кількість цих нульових зсувів. Але можна обійти це обмеження, сформулювавши гіпотези, що включають відсутність змін, наприклад: «Зсув у бік збільшення значень перевищує зсув у бік зменшення значень і тенденцію збереження їх на колишньому рівні».

Сутність методу полягає в тому, що зіставляється вираженість зрушень у тому чи іншому напрямках за абсолютною величиною. Для цього спочатку ранжуються всі абсолютні величини зсувів, а потім підсумовуються ранги. Якщо зсуви в бік збільшення і зменшення відбуваються випадково, то суми рангів їх абсолютних значень будуть приблизно однаковими. Якщо ж інтенсивність зсуву в одному з напрямків переважає, то сума рангів абсолютних значень зсувів у протилежний бік буде значно нижчою, ніж це могло б бути за випадкових змін.

Спочатку виходять з припущення, що типовим зрушенням буде зрушення в напрямку, який трапляється частіше, а нетиповим (рідкісним) зрушенням – зрушення в напрямку, який трапляється рідше.

Алгоритм підрахунку T-критерію Вілкоксона:

1. Скласти список елементів вибірки у будь-якому порядку, наприклад, за алфавітом.

2. Обчислити різницю між індивідуальними значеннями в другому і першому вимірах («після» – «до»).

3. Визначити, яких значень різниць менше трапляється: додатних чи від’ємних. Типовим зсувом буде зсув у напрямку, що частіше трапляється, а нетиповим, або рідкісним, зсувом – зсув у напрямку, що рідше трапляється. Визначити, що вважатиметься «типовим» зсувом і сформулювати відповідні гіпотези.

4. Перевести різниці в абсолютні величини і записати їх окремим стовпчиком.

5. Здійснити ранжування величини різниць за абсолютною величиною, присвоюючи меншому значенню менший ранг. Перевірити збіг отриманої суми рангів із розрахунковою.

6. Підрахувати суму рангів із більш рідкісним знаком за формулою: $T = \sum R_t$, где $\sum R_t$ – рангові значення.

7. Визначити критичні значення T-критерію для наявного обсягу сукупності та для заданого рівня статистичної значущості за таблицею критичних значень T-критерію Вілкоксона.

Якщо $T_{емп}$ менше або дорівнює $T_{кр}$, то зсув у «типовий» бік за інтенсивністю достовірно переважає.

Приклад 2.7. Чи узгоджуються результати тестування десяти студентів за двома різними методиками, наведеними в таблиці.

Таблиця 2.11

**Результати тестування студентів за двома різними
методиками**

1 методика (бали)	95	90	86	84	75	70	62	60	57	50
2 методика (бали)	92	93	83	80	55	60	45	72	62	70

Результати тестування виражаються шкалою рангів, а самі оцінки являють собою показники, які були виміряні у двох різних умовах (за двома різними методиками) на одній і тій самій вибірці студентів. У цьому разі для зіставлення показників можна використовувати критерій Вілкоксона.

Сформулюємо основну та альтернативну гіпотези.

H_0 : Відмінності між даними двох вибірок є випадковими.

H_a : Відмінності між даними двох вибірок не є випадковими.

Таблиця 2.12

Розрахунок критерію Вілкоксона

<i>№ з/п</i>	<i>1 методика, бали</i>	<i>2 методика, бали</i>	<i>2-1</i>	<i> 2-1 </i>	<i>Ранг</i>	<i>Додатні значення</i>	<i>Від'ємні значення</i>
1	95	92	-3	3	2,0		2
2	90	93	3	3	2,0	2	
3	86	83	-3	3	2,0		2
4	84	80	-4	4	4,0		4
5	75	55	-20	20	9,5		9,5
6	70	60	-10	10	6,0		6
7	62	45	-17	17	8,0		8
8	60	72	12	12	7,0	7	
9	57	62	5	5	5,0	5	
10	50	70	20	20	9,5	9,5	
Разом					55,0	23,5	31,5

Обчислюємо різниці між індивідуальними значеннями для першої та другої груп.

Переводимо різниці в абсолютні величини і записуємо їх окремим стовпчиком.

Ранжуємо абсолютні величини різниць, присвоюючи меншому значенню менший ранг.

Перевіряємо збіг отриманої суми рангів $T = 55,0$ з розрахунковою: $T = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{10(10+1)}{2} = 55$. Суми збіглися, що свідчить про правильність ранжування.

Після обчислення різниці між індивідуальними значеннями для першої та другої методик, визначаємо, яких значень різниць менше зустрічається: додатних чи від'ємних. Типовим зсувом буде зсув у напрямку, який зустрічається частіше, а нетиповим зсувом (рідкісним) – зсув у напрямку, який трапляється рідше. «Типовим» зсувом є зсув у бік від'ємних значень, оскільки таких різниць більше. Сума рангів із більш рідкісним знаком («+») і є емпіричним значенням Т-критерію:

$$T_{\text{емп}} = \sum R_t = 2 + 7 + 5 + 9,5 = 23,5.$$

Критичне значення критерію Т-Вілкоксона для $n = 10$ і $\alpha = 0,05$ за таблицею критичних значень $T_{0,05}(10) = 10$ (критичні значення критерію див. додаток 5). Оскільки $T_{\text{емп}} = 23,5 > T_{0,05}(10) = 10$, то гіпотеза H_0 не відхиляється. Отже відмінності між двома методиками навчання студентів не підтверджується.

Розрахунок Т-критерію Вілкоксона у STATISTICA

Розглянемо алгоритм на прикладі наведених вище даних у табл. 2.11 про результати тестування студентів за двома різними методиками.

Дані для розрахунку мають вигляд:

	Результати тестування	
	1 Методика 1	2 Методика 2
1	95	92
2	90	93
3	86	83
4	84	80
5	75	55
6	70	60
7	62	45
8	60	72
9	57	62
10	50	70

Рисунок 2.24. Вигляд даних для розрахунку Т-критерію Вілкоксона

1. Завантажити модуль “Nonparametrics” (Непараметричні [статистики]), після чого з’явиться вікно “Nonparametrics Statistics”.

2. У вікні вибору модуля вибрати статистичну процедуру “Comparing two dependent samples (variables)” (Порівняння двох залежних вибірок (змінних)) і натиснути кнопку «ОК». З’явиться вікно “Comparing two groups”.

3. Натиснути кнопку «Variables» (Змінні) і вибрати у першому списку (“List 1”) першу методику, а зі списку “List 2” другу методику.

4. Закрити вікно відбору змінних, натиснувши «ОК».

5. У разі необхідності в полі “p-level for highlighting:” (Рівень статистичної значущості) визначити значення рівня значущості, яке за замовчуванням пропонується встановити на рівні «0,05».

6. Натиснути кнопку «Wilcoxon matched pairs test» (Тест парних порівнянь Вілкоксона).

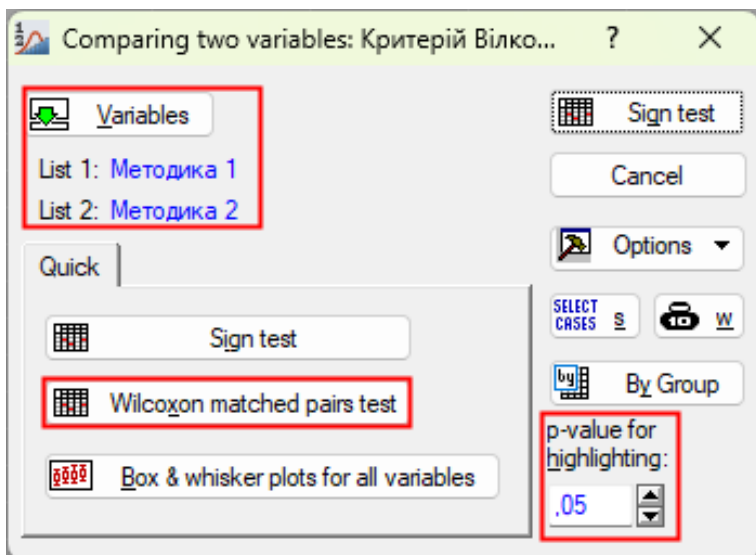


Рисунок 2.25. Налаштування модуля для розрахунку Т-критерію Вілкоксона

Результати розрахунку критерію наведені на наступному рисунку:

		Wilcoxon Matched Pairs Test (Критерій Вілкоксона)			
		Marked tests are significant at $p < .05000$			
Pair of Variables		Valid N	T	Z	p-value
Методика 1 & Методика 2		10	23.50000	0,407718	0.683481

Рисунок 2.26. Результати розрахунку Т-критерію Вілкоксона

Значущі результати Т-критерію Вілкоксона *STATISTICA* виділяє червоним кольором.

Результати не виділені червоним кольором, що свідчить про відсутність відмінностей між методиками.

Колонка “Т” містить емпіричне значення Т-критерію Вілкоксона: $T = 23,5$.

Оскільки рівень значущості $p - value = 0,683481$, що значно більше для заданого рівня статистичної значущості $\alpha = 0,05$, то робиться висновок, що відмінності в методиках навчання не значущі.

Дійсно, якщо побудувати діаграму розмаху, («**Box & whisker plots**»), то побачимо, що для обох методик навчання середні значення балів практично збігаються.

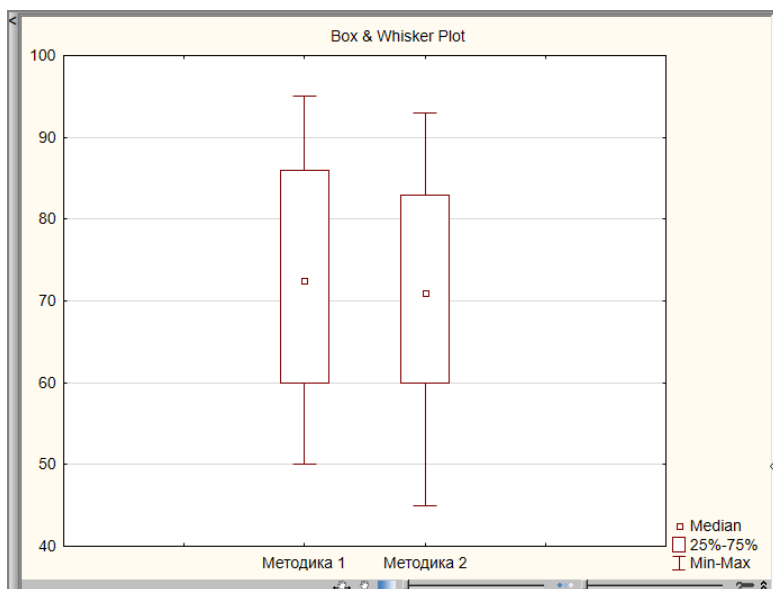


Рисунок 2.27. Діаграма розмаху груп студентів, що навчалися за різними методиками

Зазначимо, що *STATISTICA* для порівняння двох залежних вибірок має ще один непараметричний критерій G-критерій знаків (Мак-Немара) Sign Test, який є аналогом Т-критерію Вілкоксона. Він дає змогу встановити, в який бік у вибірці загалом змінюються значення ознаки під час переходу від першого виміру до другого:

чи змінюються показники в бік поліпшення, підвищення або посилення або, навпаки, в бік погіршення, зниження або послаблення.

STATISTICA Ймовірнісний калькулятор

Під час розрахунку критеріїв порівнюються дві величини: емпірична, розрахована за певною формулою, і критична (або теоретична), значення якої містить певна таблиця. За допомогою ймовірного калькулятора можна швидко знайти критичні значення для багатьох популярних критеріїв, тобто замінює тим самим паперові таблиці ймовірнісних розподілів. Взагалі, за його допомогою можна ефективно вирішувати багато статистичних завдань, наприклад, швидко побудувати графіки найбільш розповсюджених функцій розподілу.

У посібнику в додатках, що містять таблиці критичних значень для деяких критеріїв, поруч зі «звичайними» паперовими таблицями наводиться алгоритм розрахунку їх значень за допомогою ймовірнісного калькулятора.

Алгоритм використання ймовірнісного калькулятора такий.

1. Звернення до калькулятора можна зробити кількома шляхами:

- Завантажити модуль “Bases Statistics/Tables” (Основні статистики і таблиці) і вибрати в однойменному вікні статистичну процедуру “Probability Calculator” (ймовірнісний калькулятор) і натиснути «ОК».

- Виконати команду **Statistics ▶ Calculators ▶ Distributions...**
- Звернутися до нього з кнопки меню дій, що найбільш часто виконуються.

2. З’явиться вікно “Probability Distribution Calculator” (калькулятор ймовірнісних розподілів). Список розподілів містить найбільш поширені розподіли: нормальний, логнормальний, розподіл Стюдента і т. ін., з якого вибирається потрібний розподіл.

3. Після вибору розподілу у вікні з’являються поля-параметри для заданого розподілу і відображаються графіки

щільності та розподілу. При зміні параметрів автоматично змінюються форми цих графіків.

4. У верхній частині вікна розташовано кілька додаткових полів з таким призначенням:

- “Inverse”, зворотна функція розподілу.
- “Two-tailed”, двостороння функція.
- Встановлення прапорця поруч з полем-міткою “Create Graph” (Створити графік) ініціює при розрахунку побудову в окремому вікні графіка щільності і функції розподілу.

5. Після введення значень параметрів функції і натискання кнопки «**Compute**» (Обчислити) відбувається розрахунок відповідного значення (наприклад, для нормального розподілу – відповідного квантиля).

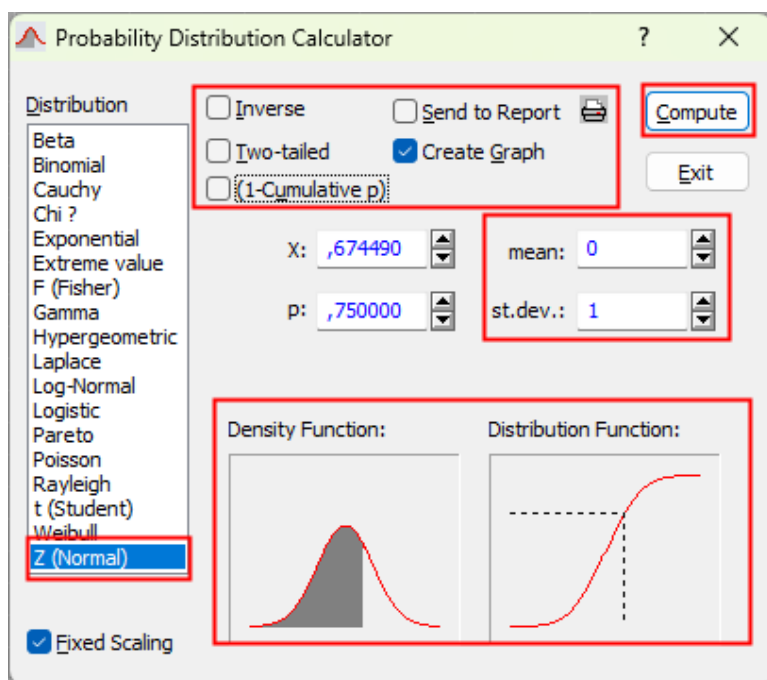


Рисунок 2.28. Вікно вибору розподілу ймовірнісного калькулятора

Як вище було зауважено, за допомогою ймовірнісного калькулятора можна ефективно вирішувати багато статистичних завдань. Наприклад, за його допомогою можна дуже просто побудувати нормальний розподіл за будь-якими значеннями його параметрів (середня величина і стандартне відхилення) та одержати ймовірнісні оцінки. Разом із тим калькулятор дає змогу виконати і зворотні обчислення: за заданими значеннями параметрів обчислити рівень ймовірності.

Приклад 2.8. Відомо, що у регіоні зріст дорослих чоловіків наближено має нормальний розподіл із середньою 174 см і стандартним відхиленням 5,3 см. Яка ймовірність того, що зріст випадково вибраного чоловіка не більше 177 см і не менше 171 см?

Алгоритм розв'язування має такий вигляд:

1. Зі списку розподілів вибрати “Z Normal” (Нормальний розподіл).
2. Встановити для середньої величини (mean) значення 174 см і для стандартного відхилення (st.dev) значення 5,3 см.
3. В полі “X” ввести значення «177» і обчислити значення “p”. Для нашого прикладу $p = 0,714$.

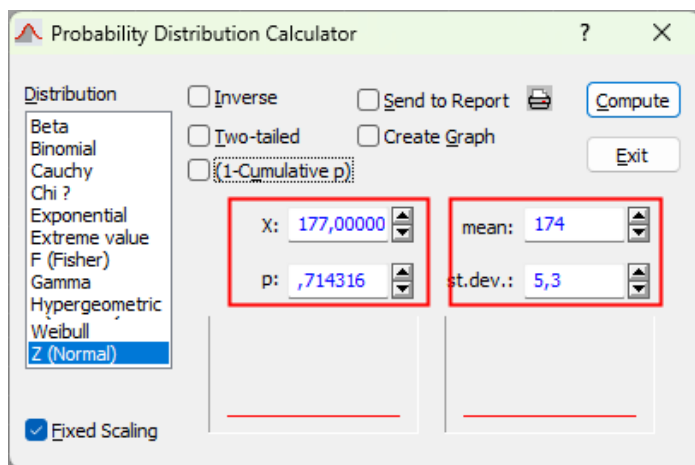


Рисунок 2.29. Розрахунок описових статистик нормального розподілу

4. Виконати аналогічні дії для значення $x = 171$ см. Для нашого прикладу $p = 0,286$.

5. Різниця між першим і другим значення $0,714 - 0,286 = 0,428$ і буде ймовірністю того, що зріст випадково вибраного чоловіка знаходиться в межах від 171 см до 177 см.

3. Перевірка відповідності емпіричних даних нормальному розподілу

Перевірка відповідності емпіричних даних нормальному розподілу дуже часто передує застосуванню того чи іншого статистичного методу.

Під час аналізу часто за допомогою певного критерію перевіряється певна гіпотеза. У багатьох випадках використання певного критерію для аналізу даних вимагає нормальності розподілу емпіричних даних. Це стосується саме параметричних критеріїв, а ось для непараметричних критеріїв вимога нормальності розподілу емпіричних даних відсутня. Тому статистичний аналіз при використанні параметричного критерію має розпочинатися перевіркою нормальності розподілу емпіричних даних, оскільки застосування параметричних критеріїв для аналізу емпіричних даних, які мають не нормальний характер розподілу призводить до хибних висновків.

Застосування параметричних критеріїв для аналізу емпіричних даних, які мають не нормальний характер розподілу призводить до хибних висновків.

Розглянемо методи та критерії перевірки відповідності емпіричних даних нормальному розподілу на прикладі даних, наведених у табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Зріст студентів навчального закладу, см

171	180	162	166	164	178	179	168	166	184
165	184	163	192	170	169	184	167	158	170
155	164	170	159	172	169	150	170	169	172
171	155	175	164	175	179	150	175	164	179
182	165	190	173	163	164	165	161	158	163
166	164	165	180	165	175	167	173	157	165
169	170	171	184	163	158	177	159	184	163
166	172	155	182	170	169	172	173	156	170
175	175	180	183	175	178	175	180	161	152
173	153	182	165	190	173	158	159	175	150

Графічні методи

Щодо нормальності розподілу можна зробити вже певний висновок візуально з його графіка у вигляді гістограми, якщо вона має вигляд дзвоноподібної форми. Якщо побудувати графік за емпіричними даними та за очікуваною теоретичною кривою нормального розподілу, то візуально достатньо просто визначити чи є розподіл нормальним. Чим ближче один до одного розташовані графіки, тим ближче емпіричний розподіл наближається до нормального.

Побудуємо гістограму за даними табл. 3.1.

Розрахуємо кількість груп за формулою Стерджеса:

$$m = 1 + 3,322 \lg(n) = 1 + 3,332 \lg(100) = 8.$$

Побудуємо гістограму в модулі “Graphs” (Графіка). У вікні налаштувань побудови графіку визначаємо вісім груп.



Наявність позначки в групі “Fit type” (Тип підгонки) біля поля-мітки “Normal” ініціює відображення на графіку теоретичної кривої нормального розподілу.

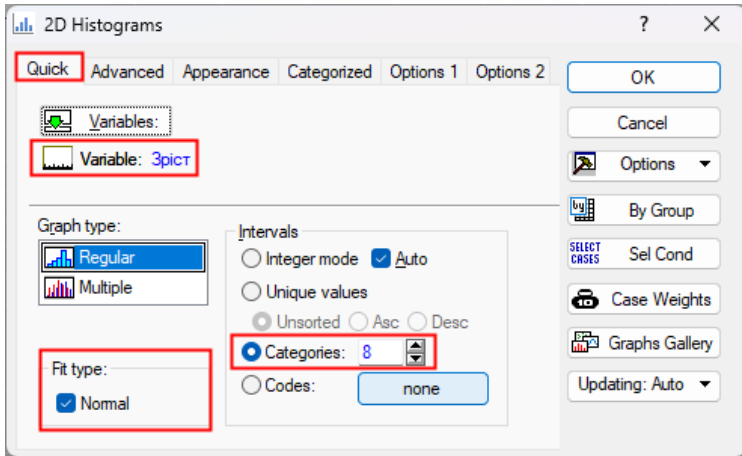


Рисунок 3.1. Налаштування побудови гістограми за емпіричними даними і очікуваним нормальним розподілом в модулі “Graphs”

Побудована гістограма має такий вигляд.

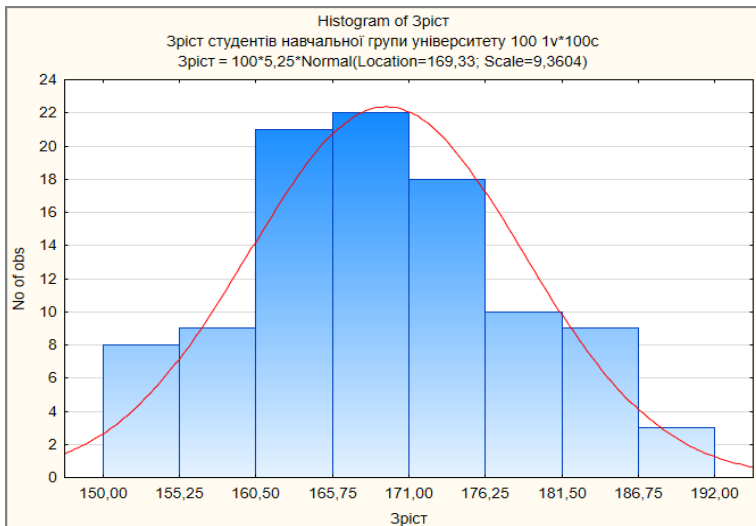


Рисунок 3.2. Гістограма за емпіричними даними і очікуваним нормальним розподілом в модулі “Graphs”

Форма гістограми схожа з дзвоноподібною формою, що свідчить на користь нормальності розподілу.

Ефективною альтернативою гістограмі є *графік нормальних ймовірностей*. У ньому емпіричні дані впорядковуються за зростанням і порівнюються зі значеннями, вибраними для надання результуючому графіку вигляду, близького до прямої лінії, якщо дані розподілені приблизно нормально. Якщо розподіл даних є приблизно нормальним, то точки на нормальному графіку ймовірностей приблизно розташовані на прямій лінії. Відхилення від прямої лінії вказує на те, що емпіричний розподіл не є нормальним.

Побудувати графік нормальної ймовірності можна в модулі “Bases Statistics/Tables” (Основні статистики і таблиці). Це здійснюється за таким алгоритмом:

1. У вікні модуля вибрати статистичну процедуру “Descriptive Statistics:” (Описові статистики).

2. Вибрати змінну, для якої буде здійснюватися перевірка на нормальність.

3. У вікні описових статистик перейти на вкладку “Prob. & Scatterplots” (Ймовірність та графіки розсіювання).

4. Натиснути кнопку «**Normal probability plot**» (Графік нормальної ймовірності).

З форми графіка бачимо, що емпіричні дані щільно розташовані біля прямої лінії, що свідчить на користь гіпотези щодо нормальності даних.

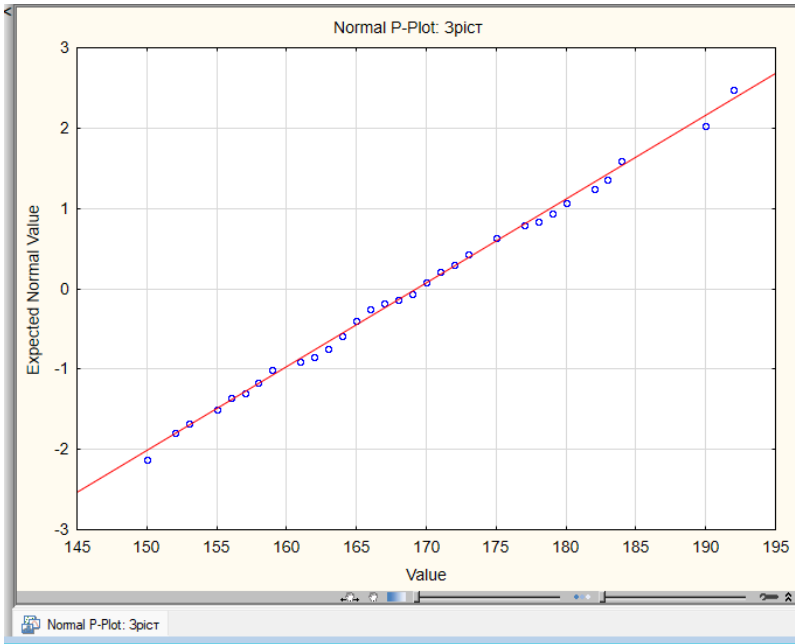


Рисунок 3.3. Графік нормальних ймовірностей

Критерії нормальності

Але, як правило, з форми графіка не завжди просто визначити чи є розподіл нормальним. І взагалі потрібно дати математичне підтвердження факту нормальності розподілу. Для перевірки гіпотези на нормальність розподілу використовують низку критеріїв нормальності, які є окремим випадком критеріїв узгодженості:

1. Середнє абсолютне відхилення.
2. R-S критерій (критерій Девида-Хартлі-Пірсона).
3. Критерій трьох сигм.
4. Показники асиметрії і ексцесу.
5. Критерій Колмогорова-Смирнова.
6. Критерій Шапіро-Уїлка.
7. Критерій χ^2 .

На практиці пріоритет віддається критерію χ^2 . Якщо ж використання його не можливе (наприклад, мала кількість частот в групах), то можна застосувати прості критерії, наприклад, обчислити асиметрію, ексцес і їх помилки репрезентативності, застосувати R-S критерій тощо.

Прості критерії

Середнє абсолютне відхилення

Для перевірки гіпотези нормальності розподілу скористаємося методом за середнім абсолютним відхиленням, який використовується при об'ємі вибірки $n < 120$.

Обчислюється середнє абсолютне відхилення: $\bar{l} = \sum \frac{|x - \bar{x}|}{n}$.

Обчислюється середнє квадратичне відхилення $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$.

Для сукупності, що має наближено нормальний закон розподілу, повинна виконуватися нерівність:

$$\left| \frac{\bar{l}}{\sigma} - 0,7979 \right| - \frac{0,4}{\sqrt{n}} < 0 \quad (3.1)$$

Таблиця 3.2

Розрахункова таблиця перевірки гіпотези нормальності за критерієм середнього абсолютного відхилення

№ з/п	Зріст, см x	$ x - \bar{x} $	$(x - \bar{x})^2$
1	171	1,67	2,79
2	165	4,33	18,75
3	155	14,33	205,35
4	171	1,67	2,79
5	182	12,67	160,53
6	166	3,33	11,09
7	169	0,33	0,11
8	166	3,33	11,09

9	175	5,67	32,15
10	173	3,67	13,47
...			
100	150	1,19	1,42
Разом	16933	751,00	8674,11

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{16933}{100} \approx 169,33 \text{ см.}$$

$$\bar{l} = \sum \frac{|x - \bar{x}|}{n} = \frac{751}{100} \approx 7,51 \text{ см.}$$

$$\sigma^2 = \frac{(x - \bar{x})^2}{n} = \frac{8674,11}{100} \approx 86,74 \text{ см.}$$

$$\sigma = \sqrt{86,74} \approx 9,31.$$

$$\left| \frac{\bar{l}}{\sigma} - 0,7979 \right| - \frac{0,4}{\sqrt{n}} = \left| \frac{7,51}{9,31} - 0,7979 \right| - \frac{0,4}{\sqrt{100}} \approx -0,032.$$

Для вибірки, що має наближено нормальний закон розподілу, одержане значення має бути менше «0». Оскільки розраховане значення дорівнює -0,032, то це дає підставу вважати, що вибірка студентів навчальної групи навчального закладу за зростом має приблизно нормальний закон розподілу.

R-S критерій (критерій Девіда-Хартлі-Пірсона)

Критерій використовується при обсязі вибірки $3 < n < 1000$.

Критерій розраховується за формулою:

$$RS = \frac{x_{max} - x_{min}}{\sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}} = \frac{R}{\sigma} \quad (3.2)$$

де $R = x_{max} - x_{min}$ – варіаційний розмах;

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}} - \text{стандартне відхилення.}$$

Після розрахунку одержане значення порівнюється з верхніми і нижніми межами цього відношення, що містяться в таблиці критичних меж для цього відношення. Якщо значення RS менше нижньої або більше верхньої межі, то гіпотеза про нормальність розподілу відхиляється.

Для нашого прикладу.

$$x_{max} = 192 \text{ см.}$$

$$x_{min} = 150 \text{ см.}$$

$$R = x_{max} - x_{min} = 192 - 150 = 42 \text{ см.}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}} \approx 9,31.$$

$$RS = \frac{R}{s} = \frac{42}{9,31} = 4,51.$$

Емпіричне значення критерію порівнюють із нижньою і верхньою межею з таблиці критичних меж відношення RS (див. додаток 6). Для $\alpha = 0,05$ і $n = 100$ вони дорівнюють 4,31 і 5,9.

Якщо розрахунковий критерій потрапляє всередину табличних меж, то вибірка приблизно підпорядкована нормальному закону.

У нашому випадку емпіричне значення критерію $4,31 < \frac{R}{s} = 4,51 < 5,9$, тобто потрапляє всередину критичних меж, а отже, вибірка приблизно підпорядкована нормальному закону.

За правилом «3 σ » (трьох сигм)

Перевірку підпорядкування розподілу сукупності нормальному закону розподілу можна здійснити за правилом «3 σ » (трьох сигм).

Для цього значення трьох інтервалів емпіричного ряду розподілу порівнюють із теоретичними.

Таблиця 3.3

**«Норма розподілу» (теоретична величина)
для нормальному закону розподілу**

№	Інтервали	«Норма розподілу», %
1	$\bar{x} \pm \sigma$	68,3
2	$\bar{x} \pm 2\sigma$	95,4
3	$\bar{x} \pm 3\sigma$	99,7

Знайдемо інтервали:

1-й інтервал: $\bar{x} - \sigma = 169,33 - 9,31 = 160,02$ – нижня межа інтервалу,

$\bar{x} + \sigma = 169,33 + 9,31 = 178,64$ – верхня межа інтервалу;

2-й інтервал. $\bar{x} - 2\sigma = 169,33 - 2 \cdot 9,31 = 150,70$ – нижня межа інтервалу,

$\bar{x} + 2\sigma = 169,33 + 2 \cdot 9,31 = 187,96$ – верхня межа інтервалу;

3-й інтервал. $\bar{x} - 3\sigma = 169,33 - 3 \cdot 9,31 = 141,39$ – нижня межа інтервалу,

$\bar{x} + 3\sigma = 169,33 + 3 \cdot 9,31 = 197,27$ – верхня межа інтервалу.

Під час розподілу деякі студенти потраплять до всіх трьох інтервалів, деякі – тільки до другого і третього, а деякі – тільки до третього.

Таблиця 3.4

Розрахункова таблиця

№	Інтервали	Кількість одиниць, що входять до інтервалу	Питома вага одиниць, по відношенню до загальної чисельності, %	Норма розподілу, %
1	$\bar{x} \pm \sigma$	64	64,0 %	68,3
2	$\bar{x} \pm 2\sigma$	94	94,0 %	95,4
3	$\bar{x} \pm 3\sigma$	100	100,0 %	99,7

Порівнюючи фактичну кількість одиниць, що входять до інтервалу, з нормою розподілу, бачимо, що всі значення в інтервалах незначно відрізняються від норми. Це дає змогу зробити висновок про те, що розподіл сукупності підпорядковується нормальному закону розподілу.

Показники асиметрії і ексцесу

Серед показників варіації існують дві статистики, які дають уяву відносно нормальності розподілу: *коефіцієнт асиметрії* і *ексцес*, математичний розрахунок яких буде наведено у відповідному розділі. В нормальному розподілі значення коефіцієнта асиметрії і ексцесу дорівнює «0». Крім того, значення середньої і медіани мають збігатися.

Одержати ці показники можна в модулі “Bases Statistics/Tables” (Основні статистики і таблиці):

1. У вікні модуля вибрати статистичну процедуру “Descriptive Statistics:” (Описові статистики).

2. Вибрати змінну, щодо якої буде здійснюватися перевірка на нормальність.

3. У вікні описових статистик перейти на вкладку “Advanced” (Розширені налаштування).

4. Встановити позначки біля показників:

- Mean (Середнє).
- Median (Медіана).
- Skewness (Асиметрія).
- Std. err. Skewness (Стандартна помилка асиметрії).
- Kurtosis (Ексцес).
- Std. err. Kurtosis (Стандартна помилка ексцесу).

5. Натиснути кнопку «**Summary**» (Результат).

На наступному рисунку наведені розраховані показники змінної «Зріст студентів» з табл. 3.1:

Variable	Mean	Median	Mode	Skewness	Std.Err. Skewness	Kurtosis	Std.Err. Kurtosis
Зріст	169,3300	169,5000	175,0000	0,090085	0,241380	-0,344477	0,478331

Рисунок 3.4. Показники коефіцієнт асиметрії і ексцес у вікні модуля описових статистик

Бачимо, що значення середньої і медіани дуже близькі за значеннями.

Значення коефіцієнта асиметрії достатньо близько до «0» (0,09), а значення стандартної похибки коефіцієнта асиметрії становить приблизно 0,24. В якості тесту на нормальність можна використати відношення коефіцієнта асиметрії до її стандартної похибки. Якщо це значення знаходиться в межах від «-2» до «2», то гіпотеза щодо нормальності не відхиляється. У нашому прикладі одержуємо значення $0,09 : 0,2414 = 0,0097$, що не дає підставу відхилити гіпотезу щодо нормальності. Маємо також на увазі, що у симетричному (нормальному) розподілі $A = 0$, що в даному випадку повністю виконується. Відношення ексцесу до стандартної похибки ексцесу становить $-0,345 : 0,479 = -0,72$. Отже, і це значення не дає підставу відхилити гіпотезу щодо нормальності розподілу.

Критерій нормальності Шапіро-Уїлка

Чітке математичне підтвердження нормальності розподілу здійснюється з використанням спеціальних статистичних критеріїв нормальності. У *STATISTICA* з цією метою застосовують критерії Колмогорова-Смірнова/Лілієфорса і Шапіро-Уїлка. Вони перевіряють нульову гіпотезу щодо відсутності відмінностей між емпіричним розподілом та теоретичним очікуваним нормальним розподілом.

Критерій Колмогорова-Смірнова (позначається D) базується на максимальній відмінності між емпіричною функцією і теоретичною функцією розподілу. Якщо статистика D є значущою, то

гіпотеза, що емпіричний розподіл є нормальним, має бути відхилена. Для багатьох програм, розраховані значення ймовірності мають силу, коли середнє та стандартизоване відхилення нормального розподілу відоме апріорі та не оцінене за емпіричними даними. Проте зазвичай ці характеристики обчислені за емпіричними даними. У цьому випадку критерій нормальності містить складну умовну гіпотезу і використовується ймовірність Лілієфорса (Lilliefors probabilities).

Взагалі є різні думки відносно умови обмеження обсягу сукупності для використання критерію Шапіро-Уїлка. Одні пропонують обмежити його використання для вибірки межею 2000 спостережень (а якщо більше – використовувати критерій Колмогорова-Смірнова), інші в якості межі визначають 5000 спостережень, а деякі взагалі стверджують, що для нього немає обмежень на обсяг сукупності.

Критерій Шапіро-Уїлка обчислюється за формулою:

$$W = \frac{\sum_{i=1}^n (a_{n-i+1} (X_{n-i+1} - X_i))^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \frac{b^2}{S^2} \quad (3.3)$$

де \bar{X} – середня вибірки,

a_{n-i+1} – коефіцієнти для розрахунку критерію, що містяться в спеціальних таблицях.

Сам тест на нормальність за критерієм Шапіро-Уїлка є перевіркою нульової гіпотези про те, що емпіричний розподіл не відрізняється від очікуваного теоретичного нормального розподілу. Альтернативною гіпотезою є те, що розподіл відрізняється від нормального.

При цьому значення W прагне наблизитися до «1» для будь-яких рівнів значущості α . Чим ближче значення W наближається до «1», тим менше вірогідність помилково прийняти гіпотезу щодо нормальності розподілу.

Під час використання критерію необхідно звертати увагу в першу чергу не на значення коефіцієнта W , а на значення α . Нульова гіпотеза щодо нормальності розподілу не відхиляється, якщо розрахований за емпіричними даними p -рівень значущості перевищує рівень статистичної значущості $\alpha = 0,05$.

Розрахунок критерію нормальності Шапіро-Уїлка у STATISTICA

У *STATISTICA* критерій Шапіро-Уїлка зараз є привілейованим критерієм на нормальність, оскільки його властивості у більшості випадків мають помітно більшу потужність порівняно до альтернативних критеріїв, тобто він частіше виявляє відмінності між розподілами в тих випадках, коли вони дійсно є, а критерій Колмогорова-Смірнова залишається в функціоналі програми завдяки його історичній популярності.

У *STATISTICA* використовується вдосконалена версія алгоритму розрахунку критерію (Royston, 1982 p.), яку можна застосовувати до вибірок, що містять до 2000 спостережень.

Перевірити розподіл на нормальність за критерієм Шапіро-Уїлка можна в різних статистичних процедурах. Якщо ж це робити під час побудови гістограми в модулі “Graphs”, то на вкладці “Advanced” (Розширені налаштування) вікна налаштувань побудови гістограми слід тільки встановити прапорець біля назви критерію “Shapiro-Wilk’s W test” (Критерій Шапіро-Уїлка). Тут також можна визначити необхідність розрахувати критерій нормальності Колмогорова-Смірнова “Kolmogorov-Smirnov test”.

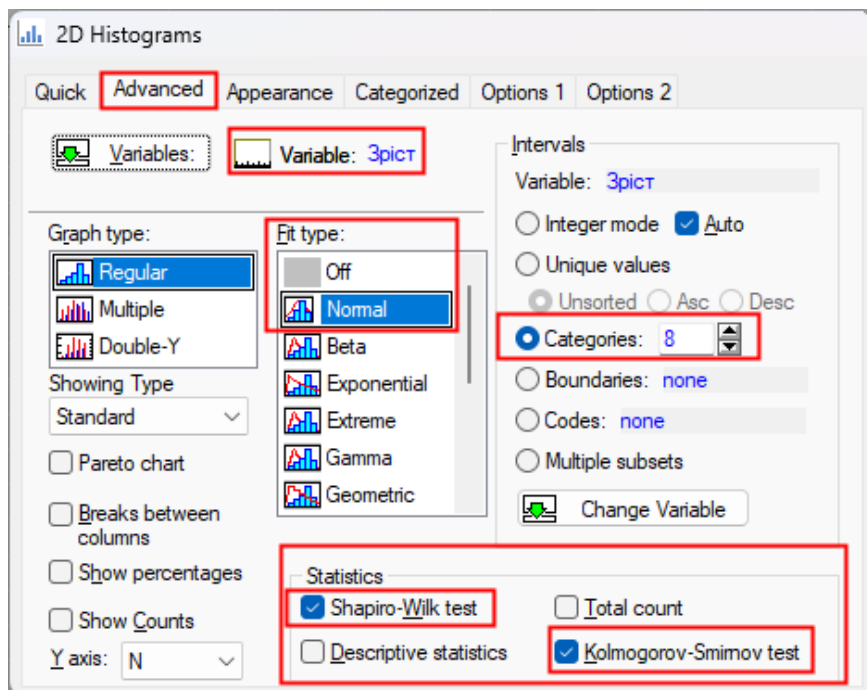


Рисунок 3.5. Налаштування побудови гістограми для одержання критеріїв Шапіро-Уїлка та Колмогорова-Смірнова в модулі “Graphs”

В результаті буде відображено вікно разом з розрахованими критеріями.

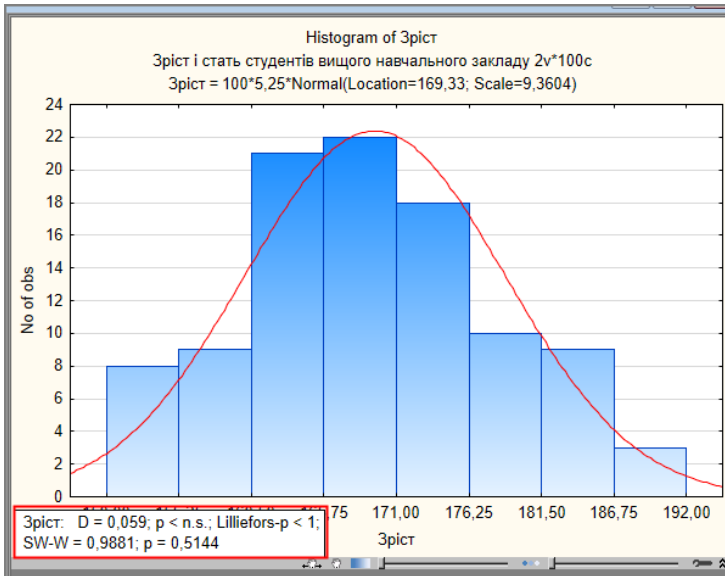


Рисунок 3.6. Гістограма з очікуваним нормальним розподілом і критеріями Шапіро-Уїлка та Колмогорова-Смірнова в модулі “Graphs”

Перевірити розподіл на нормальність за критерієм Шапіро-Уїлка можна зробити також в модулі “Bases Statistics/ Tables” (Основні статистики і таблиці»):

1. У вікні модуля вибрати статистичну процедуру “Descriptive Statistics:” (Описові статистики).

2. У вікні описових статистик перейти на вкладку “Normality” (Нормальність).

3. Якщо змінна є неперервною, то в полі “Number of intervals” (Кількість інтервалів) визначається кількість інтервалів групування. Зверніть увагу, що межі інтервалів в процедурі будуть “круглими” значеннями (кратними п’яти або десяти) і фактична кількість інтервалів може відрізнятись від заданої кількості. Нагадаю, що під час побудови групувань в процедурі “Frequency tables” (Таблиці частот) для цього використовується параметр

“Neat” intervals; approximate no.” (кратні інтервали, приблизна кількість). В даному випадку ця назва не використовується, що може бути джерелом непорозумінь.

4. Для відображення очікуваних теоретичних частот разом з фактичним розподілом слід встановити прапорець поруч з полеміткою “Normal expected frequencies” (Нормальні частоти, що очікуються).

5. Для розрахунку потрібного критерію на нормальність встановити прапорець біля назв критеріїв “Kolmogorov-Smirnov & Lilliefors test for normality” (Критерії нормальності Колмогорова-Смірнова і Лілієфорса”) та (або) “Shapiro-Wilk’s W test” (Критерій Шапіро-Уїлка).

6. На вкладці “Categ. plots” в полі “Confidence interval” (Довірчий інтервал) задаємо значення ймовірності (рівня значущості).

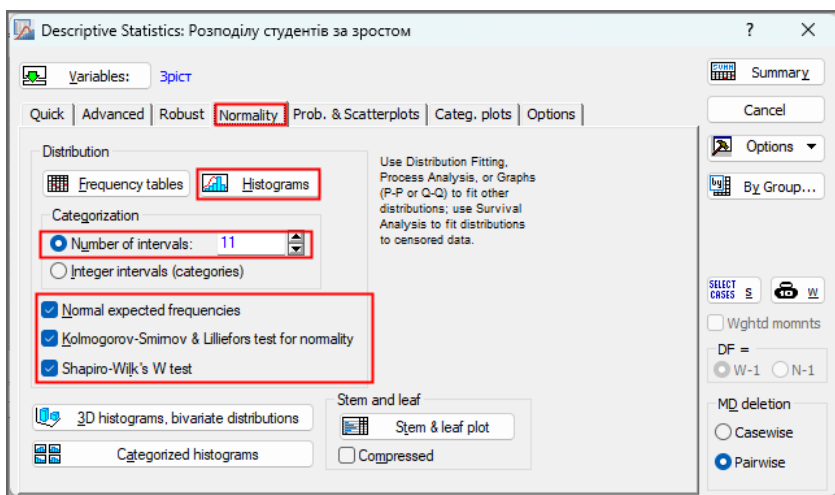


Рисунок 3.7. Налаштування побудови гістограми для розрахунку критеріїв Шапіро-Уїлка та Колмогорова-Смірнова в модулі “Statistics”

Натискаємо кнопку «Histograms» і одержуємо наступні результати. Розраховані критерії відображаються у верхній частині вікна.

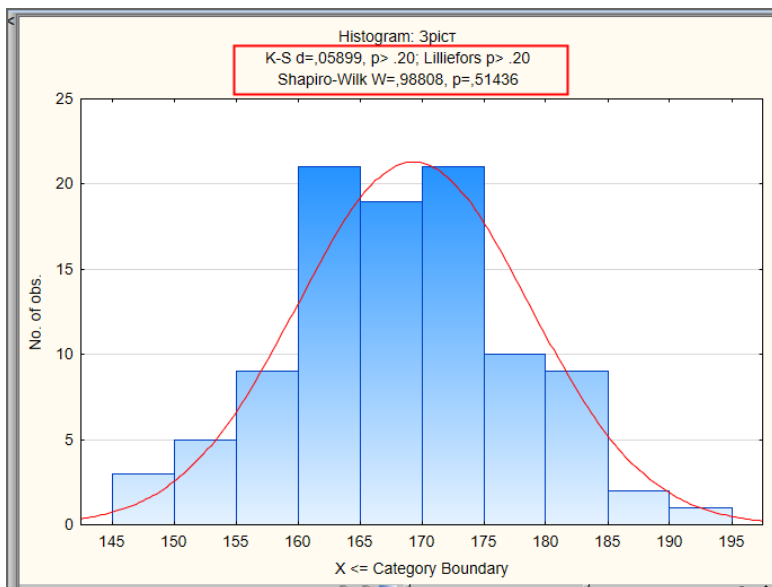


Рисунок 3.8. Гістограма з очікуваним нормальним розподілом і критеріями Шапіро-Уїлка та Колмогорова-Смірнова в модулі “Statistics”

Графіки на рис. 3.2 і 3.6. відрізняються, тому що емпіричний розподіл в двох процедурах має різну кількість інтервалів, про що йшлося вище.

За формою гістограми бачимо, що емпіричний розподіл достатньо непогано описується теоретичною кривою нормального розподілу.

Як вище було зазначено, чим ближче значення W -критерію Шапіро-Уїлка наближається до «1», тим менше вірогідність помилково прийняти гіпотезу щодо нормальності розподілу. У нашому випадку значення $W = 0,988$, тобто практично дорівнює «1». Значення $p = 0,514$, тобто розрахована за емпіричними

даними статистична значущість (нагадаємо, що у *STATISTICA* рівень значущості позначається p) значно перевищує рівень критичного значення $\alpha = 0,05$. Отже, це дає підставу вважати, що гіпотеза про те, що емпіричний розподіл відповідає нормальному розподілу, не відхиляється. Про це також свідчать розраховані критерії Колмогорова-Смірнова і Лілієфорса, значення яких також більше критичного рівня.

Критерій узгодженості Пірсона χ^2

Незважаючи на те, що *STATISTICA* в якості основного критерію для перевірки гіпотези про відповідність емпіричного розподілу нормальному розподілу пропонує критерій Шапіро-Уїлка, багато дослідників використовують з цією метою критерій Пірсона χ^2 . Цей критерій є найчастіше вживаним критерієм для перевірки гіпотези відповідності вибірки деякому теоретичному закону розподілу, в тому числі нормальному. Саме його застосовують для вибірок великого обсягу, без обмеження кількості елементів сукупності.

З цією метою частоти емпіричного ряду розподілу порівнюються з теоретичними частотами нормального розподілу.

Отже, потрібно за емпіричними даними обчислити теоретичні частоти кривої нормального розподілу n' , що для дискретних рядів здійснюється за формулою:

$$n'_j = \frac{nh}{S} \varphi(u_i) \quad (3.4)$$

де $u_i = \frac{x'_i - \bar{x}}{s}$,

n – обсяг вибірки,

h – ширина інтервалу,

S – середнє квадратичне відхилення,

$\varphi(u_i)$ – значення ординат кривої нормального розподілу, які можна отримати за таблицею значень інтеграла ймовірностей:

$$\varphi(u_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (3.5)$$

Теоретичні частоти кривої нормального розподілу розраховуються для тих самих значень параметрів емпіричного розподілу.

Значення критерію χ^2 розраховується за формулою:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - n'_j)^2}{n'_j} \quad (3.6)$$

де n_j – емпіричні частоти,

n'_j – теоретичні частоти.

Надалі визначається теоретичне значення критерію χ^2 , яке знаходиться за таблицями критичних значень критерію (критичні значення критерію див. додаток 3) для певної кількості ступенів свободи та заданого рівня статистичної значущості.

Число ступенів свободи в даному випадку визначається за формулою:

$$df = m - r - 1 \quad (3.7)$$

де m – кількість інтервалів,

r – кількість оцінюваних параметрів нормального закону розподілу. Для нормального закону оцінюються два параметри: середня арифметична і середнє квадратичне відхилення, отже значення r в даному випадку завжди дорівнює 2, а формулу (3.7) можна записати як $df = m - 3$.

За таблицею критичних значень з рівнем статистичної значущості α і числом ступенів свободи визначаємо $\chi_{кр}^2$.

Якщо $\chi_{кр}^2 > \chi_{емп}^2$, то гіпотеза не відхиляється, а якщо $\chi_{кр}^2 < \chi_{емп}^2$, то відхиляється.

Розглянемо методику побудови теоретичного ряду нормального ряду розподілу на прикладі ряду розподілу студентів за зростом з табл. 3.1.

Здійснимо групування за десятьма групами, після чого розрахуємо параметри ряду розподілу.

Таблиця 3.5

Розрахункова таблиця

x_i	x_{i+1}	n_i	x'_i	$x'_i n_i$	$(\bar{x} - x_i)^2 n_i$
145,0	150,0	3	147,5	442,5	1291,688
150,0	155,0	5	152,5	762,5	1240,313
155,0	160,0	9	157,5	1417,5	1040,063
160,0	165,0	21	162,5	3412,5	694,313
165,0	170,0	19	167,5	3182,5	10,688
170,0	175,0	21	172,5	3622,5	379,313
175,0	180,0	10	177,5	1775,0	855,625
180,0	185,0	9	182,5	1642,5	1827,563
185,0	190,0	2	187,5	375,0	741,125
190,0	195,0	1	192,5	192,5	588,063
Разом		100		16825,0	8668,750

Середнє арифметичне: $\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{n} = \frac{16825}{100} \approx 168,25$ см.

Дисперсія: $\sigma^2 = \frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2 n_i}{n - 1} = \frac{8668,75}{99} \approx 87,563$.

Середнє квадратичне відхилення: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{87,563} \approx 9,36$ см.

Висуваємо гіпотезу H_0 : розподіл генеральної сукупності підпорядкований нормальному закону з параметрами $\bar{x} = 169,33$ см і $\sigma = 9,358$ см.

Перевіримо цю гіпотезу з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$.

Пронормуємо випадкову величину x , тобто перейдемо до величини $z = \frac{x - \bar{x}}{s}$.

Обчислимо кінці інтервалів: $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$, $z_{i+1} = \frac{x_{i+1} - \bar{x}}{s}$.

Обчислимо теоретичні частоти $n'_i = nP_i$.

$P_i = \varphi(z_{i+1}) - \varphi(z_i)$ – ймовірність потрапляння в інтервал (z_i, z_{i+1}) , де $\varphi(z_i)$ – функція Лапласа.

Результати обчислень містяться в наступній таблиці.

Таблиця 3.6

Таблиця розрахунку критерію χ^2 для інтервального ряду розподілу

x_i	x_{i+1}	n_i	z_i	z_{i+1}	$\varphi(z_i)$	$\varphi(z_{i+1})$	P_i	n'_i	$\frac{(n_i - n'_i)}{n'_i}$
145	150	3	-	2,065	0,50000	0,48054	0,01946	1,946	0,571
150	155	5	2,065	1,531	0,48054	0,43710	0,04344	4,344	0,099
155	160	9	1,531	0,997	0,43710	0,34056	0,09655	9,655	0,044
160	165	21	0,997	0,463	0,34056	0,17817	0,16239	16,239	1,396
165	170	19	0,463	0,072	0,17817	0,02853	0,20670	20,670	0,135
170	175	21	0,072	0,606	0,02853	0,22766	0,19913	19,913	0,059
175	180	10	0,606	1,140	0,22766	0,37284	0,14518	14,518	1,406
180	185	9	1,140	1,674	0,37284	0,45294	0,08010	8,010	0,122
185	190	2	1,674	2,208	0,45294	0,48639	0,03344	3,344	0,540
190	195	1	2,208	-	0,48639	0,50000	0,01361	1,361	0,096
Разом		100						100,0	4,470

Під час перевірки гіпотези на нормальність емпіричного розподілу застосування критерію χ^2 вимагає дотримання двох умов:

1. Сума теоретичних частот за всіма інтервалами має дорівнювати загальній кількості спостережень.

2. Теоретична частота інтервалу не може бути меншою «5».

У нашому випадку суми теоретичних та емпіричних частот повністю збігаються. Але, як бачимо з таблиці, у нас є три інтервали, де теоретичні частоти менше п'яти. Тому, перед тим, як порівнювати теоретичні та емпіричні частоти, слід об'єднати ці інтервали таким чином, щоб об'єднана частота була більше п'яти. У нашому випадку слід об'єднати перший і другий інтервал, а також три останніх.

Таблиця 3.7

Таблиця з об'єднаними частотами

Фактична частота, <i>n</i>	Теоретична частота, <i>n'</i>	$\frac{(n - n')^2}{n'}$
8	6,29	0,465
9	9,65	0,044
21	16,24	1,396
19	20,67	0,135
21	19,91	0,059
10	14,52	1,406
12	12,72	0,040
Разом	100	3,546

Емпіричне значення χ^2 -критерію:

$$\chi^2_{\text{емп}} = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i} = 3,546.$$

За таблицею критичних значень з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$ і числом ступенів свободи $df = 7 - 2 - 1 = 4$ визначаємо $\chi^2_{0,05}(4) = 9,488$.

Оскільки $\chi^2_{0,05}(4) = 9,488 > \chi^2_{\text{емп}} = 3,546$, то робимо висновок, що нульову гіпотезу при заданому рівні статистичної

значущості $\alpha = 0,05$ можна прийняти. Отже відповідність між емпіричним і теоретичним нормальним розподілом є статистично значущою. Іншими словами, теоретичний нормальний розподіл задовільно описує емпіричні дані, тобто розподіл студентів за зростом відповідає нормальному розподілу.

Розрахунок критерію узгодженості Пірсона χ^2 у STATISTICA

Розглянемо алгоритм розрахунку критерію χ^2 у *STATISTICA* за даними про зріст студентів з табл. 3.1.

За цим алгоритмом критерій розраховується за неперервними даними, з яких надалі утворюється інтервальне групування.

1. Виконати команду **Statistics ▶ Distribution Fitting** (Статистичні процедури, підгонка під розподіл).

2. У вікні “Distribution Fitting” вибрати зі списку “continuous distributions” (неперервні розподіли) потрібний вигляд розподілу. Для нашого прикладу виберемо “Normal” (Нормальний), після чого натискаємо кнопку «OK».

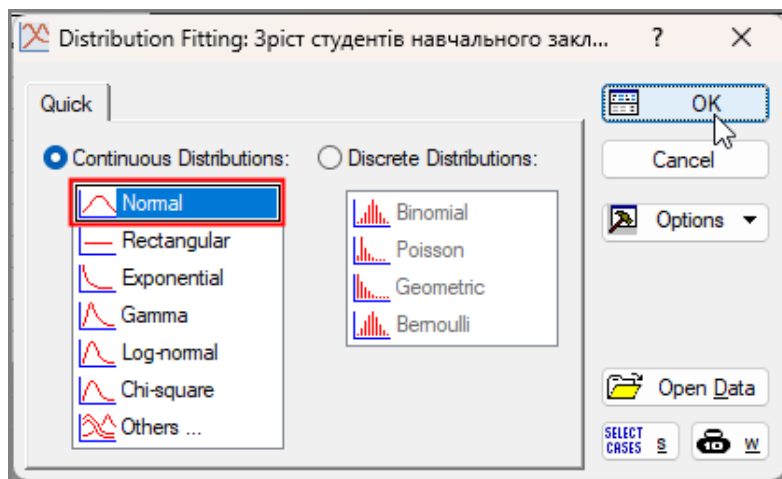


Рисунок 3.9. Вибір нормального розподілу у вікні процедури підгонки

3. Це призведе до появи вікна “Fitting Continuous Distribution” (Підігнати для безперервного розподілу).

4. У цьому вікні слід здійснити наступні налаштування:

- Вибрати змінну, для якої буде здійснюватися аналіз на нормальність її розподілу.

- На вкладці “Parameters” у полі “Number of categories” (Кількість груп) можна змінити запропоновану системою кількість груп. При цьому система автоматично відображає емпіричні значення середньої (Mean) і дисперсії (Variance) ряду розподілу.

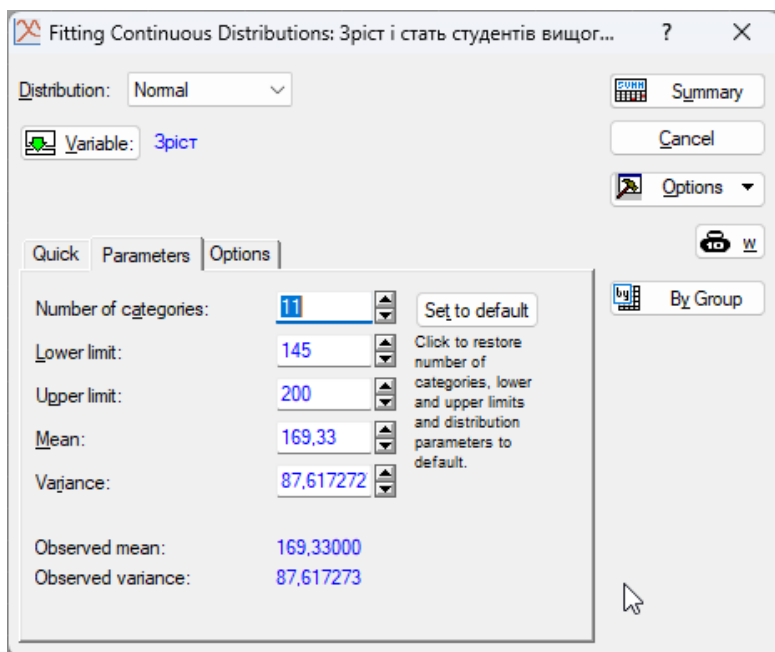


Рисунок 3.10. Налаштування підгонки під нормальний розподіл. Вкладка “Parameters”

- На вкладці “Options” можна змінити параметри графіка, встановивши замість розподілу частот (Frequency distribution)

кумулятивний розподіл (Cumulative distribution) та (або) змінити частоти (Raw frequencies) на частки (Relative frequencies). Принципове значення має наявність прапорця (у системі в налаштуваннях він встановлюється за замовчуванням) біля показника “Combine Categories” (Об’єднати групи). Об’єднанню підлягають рядки для яких теоретичне значення менше «5», на що вказує допоміжний текст під показником: “if expected bin-frequency is less or equal to 5, then combine with adjusted bins” (якщо очікувана частота менша або дорівнює «5», то об’єднати інтервали).

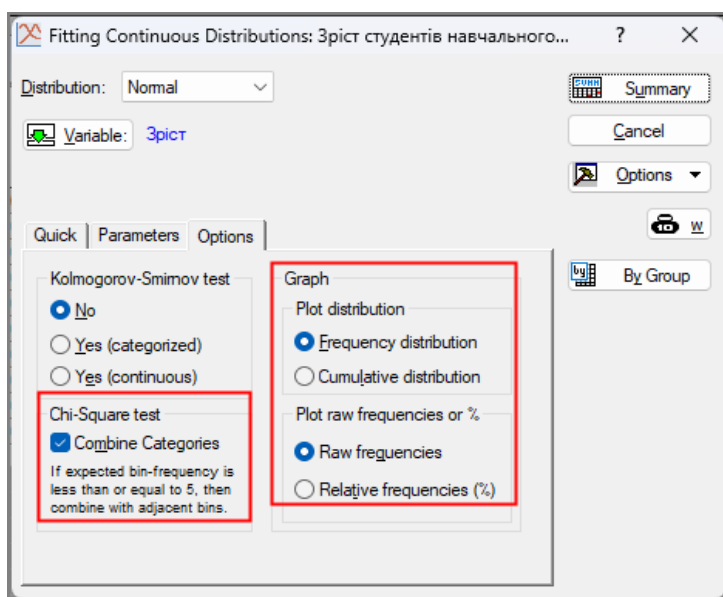


Рисунок 3.11. Налаштування підгонки під нормальний розподіл. Вкладка “Options”

5. Переходимо на вкладку “Quick”, де можна вибрати подання результату:

- у табличному вигляді “Observed and expected distribution” (Емпіричний та очікуваний розподіл):

Variable: Зпiср, Distribution: Normal (Зпiср і стaть студентiв вищого навчального закладу)
 Chi-Square = 3.54627, df = 4 (adjusted), p = 0.47088

Upper Boundary	Observed Frequency	Cumulative Observed	Percent Observed	Cumul. % Observed	Expected Frequency	Cumulative Expected	Percent Expected	Cumul. % Expected	Observed-Expected
<= 150,00000	3	3	3,00000	3,0000	1,94577	1,9458	1,94577	1,9458	1,05423
155,00000	5	8	5,00000	8,0000	4,34374	6,2895	4,34374	6,2895	0,65626
160,00000	9	17	9,00000	17,0000	9,65475	15,9443	9,65475	15,9443	-0,65475
165,00000	21	38	21,00000	38,0000	16,23877	32,1830	16,23877	32,1830	4,76123
170,00000	19	57	19,00000	57,0000	20,67008	52,8531	20,67008	52,8531	-1,67008
175,00000	21	78	21,00000	78,0000	19,91260	72,7657	19,91260	72,7657	1,08740
180,00000	10	88	10,00000	88,0000	14,51804	87,2838	14,51804	87,2838	-4,51804
185,00000	9	97	9,00000	97,0000	8,01042	95,2942	8,01042	95,2942	0,98958
190,00000	2	99	2,00000	99,0000	3,34443	98,6386	3,34443	98,6386	-1,34443
195,00000	1	100	1,00000	100,0000	1,05643	99,6950	1,05643	99,6950	-0,05643
< Infinity	0	100	0,00000	100,0000	0,30496	100,0000	0,30496	100,0000	-0,30496

Variable: Зпiср, Distribution: Normal (Зпiср і стaть студент...

Рисунок 3.12. Вікно відображення результатів підгонки під нормальний розподіл у табличному вигляді

- у вигляді графіка “Plot of observed and expected distribution” (Графік емпіричного та очікуваного розподілу).

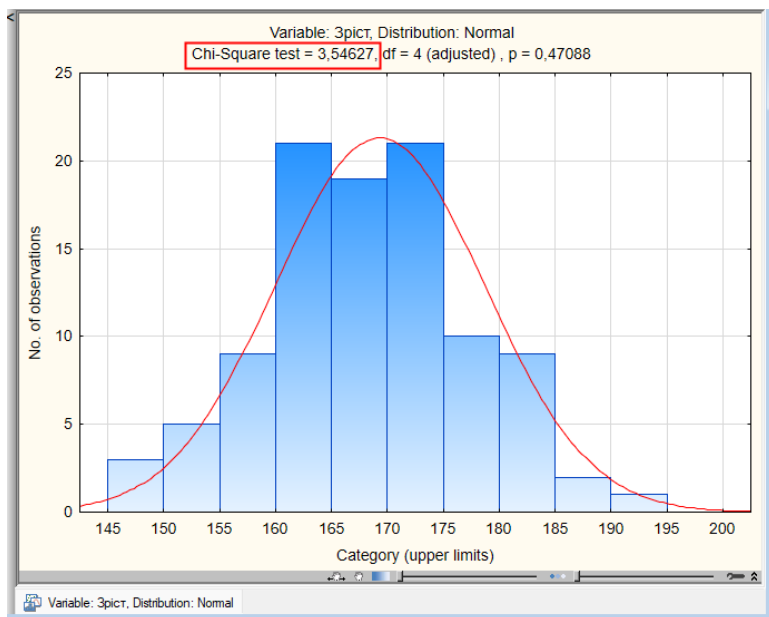


Рисунок 3.13. Вікно відображення результатів підгонки під нормальний розподіл у графічному вигляді

За будь-яким варіантом одержуємо значення критерію Пірсона χ^2 .

Розраховане значення χ^2 -критерію $\chi_{\text{емп}}^2 = 3,546$ повністю збігається зі значенням, одержаним за ручним розрахунком.

Як вище було зазначено, однією з умов використання критерію χ^2 є вимога, щоб теоретична частота в інтервалі не була меншою «5». На це, до речі, вказує текст “adjusted” (скоригований) після значення числа ступенів свободи. *STATISTICA* «вирішила» проблему для таких інтервалів завдяки наявності прапорця біля показника “Combine Categories” (Об’єднати категорії); об’єднала їх і визначила число ступенів свободи вже для об’єднаних груп: $df = 7 - 2 - 1 = 4$. Відповідно і розрахунок значення χ^2 -критерію здійснюється саме для об’єднаних даних.

Для знаходження критичного значення χ^2 -критерію скористаємося ймовірнісним калькулятором:

1. За командою **Statistics ► Calculators ► Distributions...** завантажити ймовірнісний калькулятор.

2. У списку “Distribution” (Розподіл) вибрати “Chi ?”.

3. В полі “df” (ступені свободи) ввести значення ступенів свободи «4».

4. У полі “p” задаємо значення ймовірності (рівень значущості). У нашому прикладі $\alpha = 0,05$, тому вводимо значення «0,95».

5. Натиснути кнопку «**Compute**» (Обчислити).

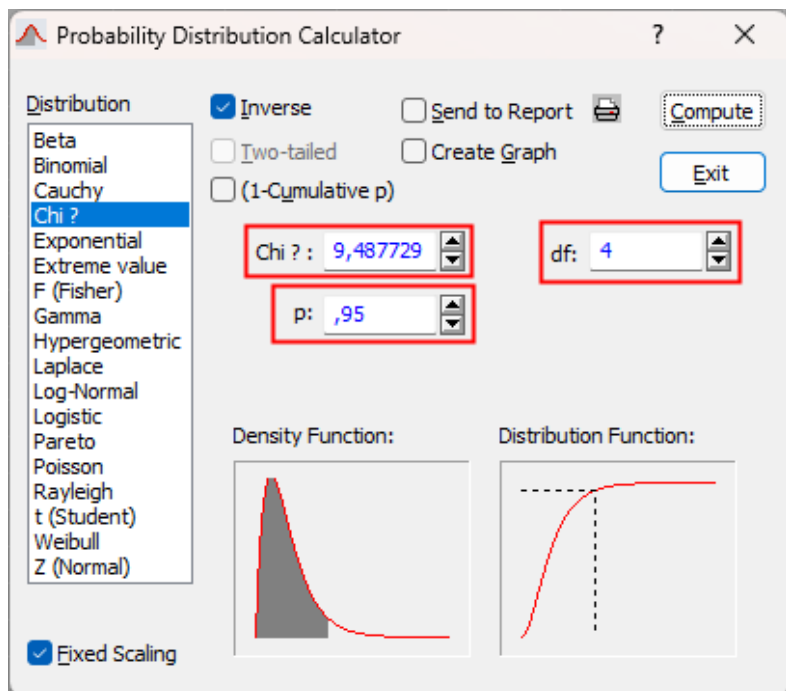


Рисунок 3.14. Знаходження критичного значення χ^2 -критерію у ймовірнісному калькуляторі

Розраховане калькулятором значення $\chi_{0,05}^2(4) = 9,488$.

Оскільки $\chi_{0,05}^2(4) = 9,488 > \chi_{емп}^2 = 3,546$, то робимо висновок, що нульова гіпотеза для заданого рівня статистичної значущості $\alpha = 0,05$ не відхиляється.

Отже, підведемо підсумки проведених розрахунків.

Абсолютно всі розрахунки свідчать про те, що розподіл студентів за зростом відповідає нормальному розподілу, а саме:

1. Нормально-ймовірнісний графік.
2. Дуже близькі значення середньої і медіани.
3. Відношення коефіцієнта асиметрії до її стандартної похибки становить 0,0097, а відношення ексцесу до його стандартної похибки становить «1,2». Обидва значення також

знаходяться в межах від «-2» до «2», отже гіпотеза щодо нормальності розподілу не відхиляється.

4. І найголовніше: всі критерії узгодженості, а саме Шапіро-Уїлка ($p = 0,514$), Колмогорова-Смірнова, Лілієфорса ($p > 0,05$) і χ^2 -критерій ($\chi_{0,05}^2(4) = 9,488 > \chi_{емп}^2 = 3,546$) не відхиляють гіпотезу про те, що розподіл сукупності відповідає нормальному закону з рівнем статистичної значущості $\alpha = 0,05$.

4. Індексний метод

Індексний метод широко вживаний при вивченні суспільно-економічних явищ. Само слово «індекс» (index) означає показник. Цей термін використовується в різних науках, але особливого поширення він набув в економіці та статистиці.

Під *індексом* розуміють відносний показник, що характеризує зміну величини будь-якого явища в часі, просторі або порівняно з будь-яким еталоном (нормативом, планом, прогнозом тощо). Розрізняють індекси динаміки, територіальні індекси, індекси виконання планів тощо. В усіх цих випадках порівнюються саме *однойменні* показники, наприклад ціни одиниці конкретного товару, розміри посівної площі сільськогосподарської культури певного виду в господарстві за певний проміжок часу, або виконання плану виробництва конкретної позиції номенклатури.

При використанні індексного методу у статистиці використовують загальноприйняті позначення.

Сам індекс залежно від ступеня охоплення елементів сукупності позначається великою або маленькою літерою «і». Прийнято називати період часу, з яким здійснюється порівняння, *базисним*, а той, який порівнюється, – *звітним*. Показники базисного періоду мають у формулах підрядковий знак «0», а звітного – «1». Якщо зміна явища вивчається за кілька періодів, то вони позначаються відповідно «0», «1», «2» і так далі. Показник, зміну якого характеризує індекс, називають *індексованою величиною*. Йому надається умовне загальноприйняте позначення. Для основних показників, зміна яких вивчається за

допомогою індексного методу, прийнято використовувати наступні умовні позначення:

q – кількість проданого товару (або обсяг виробленої продукції) певного виду в натуральному виразі (від англ. *quantity* – кількість).

p – ціна одиниці товару чи продукції (від англ. *price* – ціна).

z – собівартість одиниці продукції.

t – витрати робочого часу (праці) на виробництво одиниці продукції, тобто її трудомісткість.

y – врожайність певної культури з 1 га.

n – розмір посівної площі.

Розрізняють кілька класифікацій індексів.

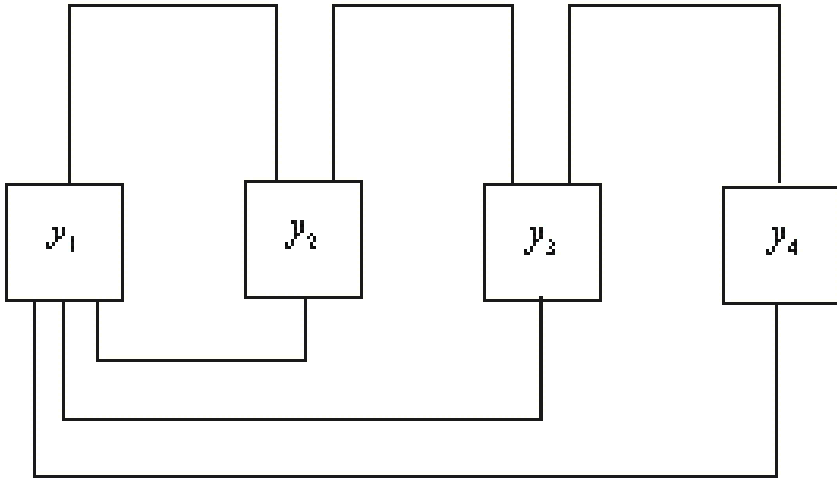
За ступенями охоплення елементів сукупності розрізняють **індивідуальні** (елементарні) та **зведені** (складні). Індивідуальні індекси позначаються маленькою літерою «i», а зведені – великою «I». **Індивідуальний індекс** – це співвідношення рівнів показника якогось індивідуального явища, наприклад, обсягу виробництва конкретного виду продукції, ціни одиниці товару певного виду і та ін. **Зведений індекс** – це співвідношення рівнів показника, до складу якого входять різнорідні елементи. Такими елементами є, наприклад, сукупність товарів у кондитерському відділі супермаркету, номенклатура продукції, що випускається підприємством.

Залежно від форми побудови зведених індексів розрізняють **агрегатні індекси** та **індекси середніх величин**.

Залежно від бази порівняння розрізняють динамічні (у часі), територіальні (у просторі), міжгрупові (за певним стандартом).

Динамічні індекси можуть бути **базисними** і **ланцюговими**. Якщо вивчається загальна зміна явища за весь період часу, що досліджується, то обчислюються **базисні** індекси, а якщо вивчається зміна явища від одного періоду до іншого, то використовуються **ланцюгові** індекси.

Ланцюгова система



Базисна система

Рисунок 4.1 Базисні і ланцюгові індекси

де y_i – певний період часу.

Базисні індекси характеризують зміну рівнів явища порівняно до однієї, постійної бази порівняння. На наведеному рисунку всі рівні ряду порівнюються з першим рівнем y_1 . Ланцюгові індекси характеризують зміну рівнів явища порівняно до бази порівняння, що постійно змінюється. Як правило проводиться порівняння кожного наступного рівня з попереднім, а саме y_2 з y_1 , y_3 з y_2 і т. д.

Індивідуальні індекси

Індивідуальні індекси позначаються літерою « i ».

На підставі наведених вище умовних позначень, формули індивідуальних індексів мають такий вигляд.

Індекс фізичного обсягу проданого товару або виготовленої продукції:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \quad (4.1)$$

де q_0 – обсяг реалізованого товару або виготовленої продукції в базисному періоді,

q_1 – обсяг проданого товару або виготовленої продукції в звітному періоді.

Індекс ціни:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \quad (4.2)$$

де p_0 – ціна реалізованого товару або виготовленої продукції в базисному періоді,

p_1 – ціна реалізованого товару або виготовленої продукції в звітному періоді.

Індекс собівартості:

$$i_z = \frac{z_1}{z_0} \quad (4.3)$$

де z_0 – собівартість виготовленої продукції в базисному періоді,

z_1 – собівартість виготовленої продукції в звітному періоді.

Виходячи з наведених вище позначень, а також зі змісту економічних показників, можна записати: pq – загальна вартість конкретного виду проданого товару, тобто товарообіг або вартість виготовленої продукції певної позиції номенклатури. Виходячи з цього індекс загальної вартості конкретного виду проданого товару (тобто товарообіг), або вартості виготовленої продукції певної позиції номенклатури має вигляд:

$$i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} \quad (4.4)$$

Техніка розрахунку індивідуальних індексів демонструє табл. 4.1. Розрахунок достатньо простий.

Таблиця 4.1

Продаж продуктів харчування на міському ринку

Товар	Ціна за 1 кг, грн		i_p	Продано, кг		i_q	Розрахункові дані		
	III кв.	IV кв.		III кв.	IV кв.		$p_0 q_0$	$p_1 q_1$	i_{pq}
	p_0	p_1		q_0	q_1				
А	135,0	142,0	1,05	1320	1400	1,06	17820	19880	1,12
Б	155,0	156,0	1,01	1000	1360	1,36	15500	21216	1,37
В	240,0	250,0	1,04	980	800	0,82	23520	20000	0,85

З таблиці видно, що ціни на всі продукти у звітному періоді порівняно з базисним зросли, а чисельне значення цього зростання саме і дають індивідуальні індекси ціни. Наприклад, для продукту А індивідуальний індекс ціни становить $i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{142}{135} \approx 1,05$. Отже ціна на цей продукт в IV кварталі порівняно з III кварталом зросла на 5 %. Аналогічну тенденцію демонструють ціни на товари Б і В. Також зросли продажі товарів А і Б, а товарів В, навпаки, зменшилися. Наприклад, для продукту А індивідуальний індекс фізичного обсягу проданого товару становить $i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{1400}{1320} \approx 1,06$. Отже продажі цього продукту в IV кварталі порівняно з III кварталом збільшилися на 6 %.

Товарообіг зріс за продуктами А і Б. Водночас для продукту В спостерігається зниження продажів: $i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} = \frac{20000}{23520} \approx 0,85$. Таким чином, товарообіг продукту В зменшився на 15 %.

Для індивідуальних індексів характерні певні закономірності, які можна подати у вигляді наступних взаємозв'язків між показниками.

1. Добуток ланцюгових індексів дорівнює кінцевому базисному:

$$\frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q_2}{q_1} = \frac{q_2}{q_0} \quad (4.5)$$

2. Частка від ділення наступного базисного індексу на попередній дорівнює відповідному ланцюговому, тобто:

$$\frac{q_2}{q_0} : \frac{q_1}{q_0} = \frac{q_2}{q_1} \quad (4.6)$$

3. Частка від ділення одиниці на індивідуальний індекс прямого показника дорівнює індивідуальному індексу, що характеризує зміну оберненого йому показника. Так, якщо індекс кількості виробленої продукції за одиницю часу дорівнює, наприклад, 1,25, то індекс витрат часу на виготовлення одиниці продукції (трудомісткість) становитиме $1 : 1,25 = 0,8$.

4. Індивідуальні індекси, що характеризують зміну явищ, об'єднані як співмножники, мають такий взаємозв'язок: добуток індексів співмножників дорівнює індексу добутку. Наприклад, індекс товарообігу дорівнює добутку індексу ціни та індексу фізичного обсягу товарообігу:

$$i_{pq} = i_p i_q \quad (4.7)$$

Такі індекси називають *сполученими, співзалежними*.

Останній взаємозв'язок дозволяє здійснювати перевірку коректності розрахунків.

Так, товарообіг для продукту А становить: $i_{pq} = \frac{p_1q_1}{p_0q_0} = \frac{19880}{17820} \approx 1,1156$. Аналогічний результат отримаємо, якщо виконаємо наступний розрахунок $i_{pq} = i_p i_q = 1,0519 \cdot 1,0606 \approx 1,1156$. У даному випадку свідомо були взяті значення індексів з чотирма знаками після коми, тому що використання заокруглених до двох знаків значення індексів під час розрахунків не дають коректний результат.

Розрахунок індивідуальних індексів у STATISTICA

STATISTICA не має спеціальних модулів для розрахунків за індексним методом. На наш погляд, це пов'язано з тим, що розрахунки за цим методом є достатньо простими і їх можна легко виконати навіть за допомогою звичайного калькулятора, а якщо є потреба в їх подальшому збереженні і багаторазових розрахунках, то зробити це можна за допомогою електронної таблиці. Разом із тим, наприклад, розрахунок індивідуальних індексів просто реалізується також у *STATISTICA*. Розглянемо його реалізацію, скориставшись для цього даними продажу продуктів харчування на міському ринку табл. 4.1.

Розрахунок індивідуальних індексів виконати дуже просто, застосувавши змінні з формулами розрахунку індексів.

Формування таблиці з даними наведено на наступних рисунках.

Розрахунок індивідуальних індексів					
1 Ціна базис	2 Ціна звіт	3 Індекс ціни = v_2/v_1	4 Кількість базис	5 Кількість звіт	6 Індекс фізичного обсягу = v_5/v_4
135,00	142,00	1,05185	1320,00	1400,00	1,06061
155,00	156,00	1,00645	1000,00	1360,00	1,36000
240,00	250,00	1,04167	980,00	800,00	0,81633

Рисунок 4.2. Вигляд даних для розрахунку індивідуальних індексів

7 p_0q_0 $=v_1 \cdot v_4$	8 p_1q_1 $=v_2 \cdot v_5$	9 Індекс товарообігу $=v_8/v_7$
178200,00	198800,00	1,11560
155000,00	212160,00	1,36877
235200,00	200000,00	0,85034

Рисунок 4.3. Вигляд даних для розрахунку індивідуальних індексів (продовження)

Зведені індекси

Під час аналізу динаміки складних об'єктів, що складаються з різнорідних сукупностей, великий інтерес має оцінка динаміки показників усієї сукупності загалом. У таких випадках використовують *зведені індекси*. Зведений індекс позначається літерою «I». Такі індекси характеризують зміну складних економічних явищ під впливом кількох чинників (співмножників). Наприклад, зміна товарообігу може бути викликана як зниженням або підвищенням цін на окремі товари, так і зміною кількості реалізованих товарів. Як правило, розглядаються два, рідше – три співмножники. Надалі буде розглядатися найпростіший, але найбільш часто використовуваний варіант побудови індексу – двофакторна система взаємопов'язаних індексів.

При побудові зведеного індексу виникає проблема, яка пов'язана з тим, що до його складу індексу можуть входити різнорідні елементи, які, як правило, не можна безпосередньо порівняти. Наприклад, під час побудови зведеного індексу товарообігу продуктового магазину слід порівняти товари, що вимірюються в кілограмах, літрах, штуках. Отже, перш ніж будувати такий індекс, слід привести їх до співставного вигляду. В даному

випадку для цього використовуються ціни товарів. Якщо перемножити ціну конкретного товару на обсяг його реалізації, ми одержимо вартісні показники, які можна підсумувати, а значить і порівняти їх у цілому. Сам розрахунок зведеного індексу товарообігу має вигляд:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \quad (4.8)$$

де $p_1 q_1$ – товарообіг конкретних товарів у звітному періоді,
 $p_0 q_0$ – товарообіг конкретних товарів в базисному періоді.

В якості співмножників для інших індексів можна використати собівартість або трудомісткість одиниці продукції. Такі показники класифікують як *інтенсивні* або *якісні*. А ще називають коефіцієнтами-сумірниками.

Але розрахунок зведеного індексу вказує тільки на загальну зміну явища, але не дає відповідь на те, за рахунок яких саме факторів відбувалася ця зміна. Повертаючись до зведеного індексу товарообігу логічно запитати: а за рахунок саме чого відбулася зміна товарообігу? Якщо збільшення товарообігу магазину відбулося за рахунок збільшення цін, то яка, власне кажучи, в цьому заслуга персоналу магазину? Якщо ж це відбулося за рахунок збільшення кількості реалізованого товару, то можна припустити, що це є результатом певних дій персоналу.

Для того, щоб визначити вплив одного з факторів (співмножників) на зміну товарообігу, слід інший умовно залишити незмінним, тобто зафіксувати на рівні одного якогось періоду. Для цього слід визначити сутність співмножника, вони мають бути класифіковані або як *екстенсивні (об'ємні)* або як *інтенсивні (якісні)*. Вище вже було сказано, які показники класифікуються як інтенсивні. До іншої групи відносяться співмножники, які характеризують обсяг реалізованих товарів, виготовленої продукції, розміри посівної площі. Повертаємось до наведеного

вище прикладу, коли зміна товарообігу може бути викликана або зміною цін на окремі товари, або зміною кількості реалізованих товарів. Кількість реалізованих товарів є екстенсивним співмножником, а ціна – інтенсивним. Після того, як визначена сутність факторів-співмножників, для визначення їх впливу на кінцевий результат до них застосовується існуюче у статистиці правило:

Інтенсивні фактори-співмножники фіксуються на рівні базисного періоду, а екстенсивні – на рівні звітного.

На підставі цього правила, загальний індекс фізичного обсягу проданих товарів (реалізованої продукції), розраховується за формулою:

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} \quad (4.9)$$

Цей індекс показує, як змінився обсяг проданих товарів у *базисних* цінах.

Формула загального індексу цін:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \quad (4.10)$$

Цей індекс показує, як змінилися ціни проданих товарів за умови фіксації кількості проданих товарів на рівні звітного періоду.

Таким чином, загальний індекс товарообігу (4.8) характеризує його зміну за рахунок зміни ціни і кількості проданих товарів, загальний індекс фізичного обсягу проданих товарів (реалізованої продукції) (4.9) – за рахунок зміни екстенсивного, а загальний індекс цін (4.10) – інтенсивного фактора.

У кожному з наведених загальних індексів один із співмножників є величиною індексованою, тобто тією, зміна якої характеризується за допомогою певного індексу, а другий співмножник – величина фіксована, що умовно лишається незмінною.

Всі загальні двофакторні індекси інтенсивних показників будуються так само, як індекс цін, а екстенсивних – як фізичного обсягу проданих товарів.

Сама система (взаємопов'язаних) індексів (4.8) – (4.10) називається *системою індексів*, а форма їх обчислення має назву *агрегатної*. Отже, *агрегатні індекси* – це індекси, в яких чисельник і знаменник є сумою добутків двох показників, один з яких змінюється, тобто виступає як індексована величина, а інший залишається незмінним і відіграє роль сумірника (ваги) за два періоди, що порівнюються.

Індекси цін і фізичного обсягу продукції є факторними щодо індексу товарообігу:

$$I_{pq} = I_p I_q \quad (4.11)$$

або

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} \quad (4.12)$$

Цей взаємозв'язок може бути використаний для перевірки правильності розрахунку індексів.

Використання агрегатних індексів надає можливість визначити абсолютну зміну (збільшення або зменшення) показника в звітному періоді порівняно з базисним. Він розраховується як різниця між чисельником та знаменником.

З формули (4.9) абсолютна зміна товарообігу за рахунок змін фізичного обсягу проданих товарів (реалізованої продукції):

$$\Delta_{pq}^q = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 \quad (4.13)$$

З формули (4.10) абсолютна зміна товарообігу за рахунок цін проданих товарів (реалізованої продукції):

$$\Delta_{pq}^p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 \quad (4.14)$$

І, нарешті, абсолютна зміна товарообігу за рахунок зміни як ціни, так і кількості реалізованого товару має вигляд:

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = \Delta_{pq}^p + \Delta_{pq}^q \quad (4.15)$$

Розглянемо методику побудови системи взаємопов'язаних індексів за даними табл. 4.2. Вона практично повторює табл. 4.1, але додається ще розрахунковий стовпчик $p_0 q_1$ і підсумки за екстенсивними показниками та добутками показників.

Таблиця 4.2

Продаж продуктів харчування на міському ринку.

Зведені індекси

Група продукту	Ціна за 1 кг, грн		Продано, кг		Розрахункові дані, грн		
	<i>III кв.</i>	<i>IV кв.</i>	<i>III кв.</i>	<i>IV кв.</i>	$p_0 q_0$	$p_0 q_1$	$p_1 q_1$
	p_0	p_1	q_0	q_1			
А	135,0	142,0	1320	1400	17820	18900	19880
Б	155,0	156,0	1000	1360	15500	21080	21216
В	240,0	250,0	980	800	23520	19200	20000
Разом					56840	59180	61096
					0	0	0

Загальний індекс цін на продаж продуктів харчування на міському ринку:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{610960}{591800} = 1,0324 \text{ або } 103,24 \%$$

Загалом ціни у звітному періоді порівняно з базисним зросли на 3,24 %.

Загальний індекс фізичного обсягу продаж продуктів харчування на міському ринку:

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{591800}{568400} = 1,0412 \text{ або } 104,12 \%$$

Загалом фізичний обсяг продаж продуктів харчування на міському ринку в IV кварталі порівняно з III кварталом збільшився на 4,12 %.

Загальний індекс товарообігу у фактичних цінах:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{610960}{568400} = 1,0749 \text{ або } 107,49 \%$$

Загалом товарообіг у IV кварталі порівняно з III кварталом збільшився на 7,49 %.

Перевіримо взаємозв'язок між агрегатними індексами для нашого прикладу:

$$\begin{aligned} \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} &= \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{591800}{568400} \cdot \frac{610960}{591800} \\ &= 1,0412 * 1,0324 = 1,0749. \end{aligned}$$

Це повністю відповідає значенню загального індексу товарообігу у фактичних цінах і підтверджує наявність зв'язку між агрегатними індексами.

Зміна товарообігу відбулася за рахунок двох чинників: зміни цін і зміни фізичного обсягу реалізації продукції.

Визначимо вплив кожного фактора шляхом віднімання від чисельника відповідного індексу його знаменника.

Зміна товарообігу за рахунок зміни фізичного обсягу продаж продуктів харчування на міському ринку:

$$\Delta_{pq}^q = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 591800 - 568400 = 23400 \text{ грн.}$$

Зміна товарообігу за рахунок зміни цін:

$$\Delta_{pq}^p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 610960 - 591800 = 19160 \text{ грн.}$$

Абсолютна зміна товарообігу:

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = \Delta_{pq}^p + \Delta_{pq}^q$$

$$\Delta_{pq} = 610960 - 568400 = 42560 \text{ грн.}$$

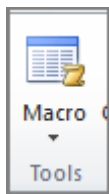
Перевіримо результат: $\Delta_{pq} = \Delta_{pq}^p + \Delta_{pq}^q = 23400 + 19160 = 42560$ грн.

Загалом розраховані індекси показують зростання товарообігу продуктів харчування на міському ринку у звітному періоді порівняно з базисним, яке зумовлене меншою мірою зростанням цін, а більшою – зростанням продажу продуктів.

Розрахунок зведених індексів у *STATISTICA*

У цьому випадку вирішити проблему тільки шляхом застосування до змінних розрахункових формул не вийде, оскільки розрахунок зведених індексів вимагає застосування підсумків.

Виконати такий розрахунок можна шляхом створення макросу. Він не дуже складний, але вимагає знання мови Visual Basic. *STATISTICA* містить у своєму складі редактор для роботи з цією мовою, що надає можливість створювати власні макроси. Система дозволяє виконувати створені (або запозичені) макроси. До інструментів для роботи з макросами можна дістатися, наприклад, з головного меню “Home”, який містить пункт



“Macro” , який надає доступ до інструментів створення, редагування та виконання макросів.

Посібник не призначено для вивчення мови Visual Basic, через що ця тема в ньому не розглядається. Разом із тим, враховуючи необхідність достатньо високого рівня знань мови для створення макросу розрахунку зведених індексів, автор у додатку 7 наводить повний код такого макросу та мінімальні інструкції його використання у *STATISTICA*.

Результат роботи цього макросу наведено на рисунку нижче.

Розрахунок зведених індексів							
1	2	3	4	5	6	7	8
	Ціна базис	Ціна звіт	Кількість базис	Кількість звіт	p0q0	p0q1	p1q1
1	135,00	142,00	1320	1400	178200	189000	198800
2	155,00	156,00	1000	1360	155000	210800	212160
3	240,00	250,00	980	800	235200	192000	200000
4	Разом				568400	591800	610960
5							
6	I товаробігу	1,0749					
7	I ціни	1,0324					
8	I фіз.обсягу	1,0412					
9							
10	Абсолютні зміни	за рахунок:					
11	Обох факторів	42560,00					
12	Ціни	19160,00					
13	Фіз.обсягу	23400,00					

Рисунок 4.4. Розрахунок зведених індексів у *STATISTICA* за допомогою макросу

Індекси середніх величин

Індексний метод застосовують також для вивчення динаміки середніх величин і виявлення чинників, що впливають на динаміку середніх. Ці завдання розв’язують за допомогою системи взаємопов’язаних індексів змінного та постійного складу і структурних зрушень.

Всі три індекси розраховуються за формулою середньої зваженої $\frac{\sum xf}{\sum f}$, в якій через «x» позначається значення ознаки, а через «f» – їх частки.

Індекс змінного складу показує зміну середньої рівня показника у звітному періоді відносно середньої базисного періоду:

$$I_{\text{змін.складу}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} \quad (4.16)$$

З формули (4.16) бачимо, що зміна середньої може бути обумовлена двома чинниками: зміною самих значень ознаки (x) і зміною структури сукупності. Зміна структури означає зміну частини елементів сукупності для певних значень ознаки. Найбільш просто пояснити таку зміну на прикладі зміни оцінок студентів під час складання іспиту. Якщо частка студентів з оцінкою «5» порівняно з попереднім іспитом збільшилась, то це призведе до підвищення середнього балу в групі і навпаки.

Отже зміна середньої рівня показника у звітному періоді відносно середньої базисного періоду може бути обумовлена двома чинниками.

Зміна середньої рівня показника за рахунок зміни тільки значень ознаки надає **індекс фіксованого складу**:

$$I_{\text{фікс.складу}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \quad (4.17)$$

В цьому індексі незмінною залишається структура сукупності, яка фіксується на рівні звітного періоду.

Зміна середньої рівня показника за рахунок зміни тільки зміни структури надає **індекс структурних зрушень**:

$$I_{\text{структ.зруш.}} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} \quad (4.18)$$

В цьому індексі незмінною залишається значення ознаки x , які фіксується на рівні базисного періоду.

Між наведеними вище індексами існує взаємозв'язок:

$$I_{\text{змін.складу}} = I_{\text{фікс.складу}} * I_{\text{структ.зруш.}} \quad (4.19)$$

Таблиця 4.3

Обсяг виготовленої продукції та собівартість її виробництва на підприємстві

Вид продукції	Собівартість одиниці продукції, грн, z		Кількість виготовленої продукції, q		Розрахункові дані, грн		
	<i>I кв.</i> z_0	<i>IV кв.</i> z_1	<i>I кв.</i> q_0	<i>IV кв.</i> q_1	$z_0 q_0$	$z_0 q_1$	$z_1 q_1$
А	13	14	2100	2400	27300	31200	33600
Б	15	15	1000	1800	15000	27000	27000
В	24	22	1100	1200	26400	28800	26400
Разом					68700	87000	87000

$$I_{\text{змін.складу}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{87000}{5400} : \frac{687000}{4200} = 0,985 \text{ або } 98,5 \%$$

Індекс показує, що середня собівартість одиниці продукції у звітному періоді порівняно з базисним зменшились на 1,5 %, що, безумовно, є позитивним явищем.

Ця зміна може бути спричинена двома чинниками: зміною самих значень ознаки (собівартості одиниці продукції) і зміною структури виробництва продукції.

$$I_{\text{фікс.складу}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{87000}{5400} : \frac{87000}{5400} = 1,0 \text{ або } 100,0 \%$$

Зміна собівартості одиниці продукції для всіх видів продукції у звітному періоді порівняно з базисним не змінила середньої собівартості одиниці продукції.

$$I_{\text{структ.сдвигов}} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{87000}{5400} : \frac{68700}{4200} = 0,985 \text{ або } 98,5 \%$$

Таким чином, середня собівартість одиниці продукції за всіма видами продукції у звітному періоді порівняно з базисним зменшилася на 1,5 % за рахунок зміни структури продукції (її асортименту).

Перевіримо взаємозв'язок між цими індексами:

$$I_{\text{змін.складу}} = I_{\text{фікс.складу}} * I_{\text{структ.зруш}} = 1,0 * 0,985 = 0,985.$$

Визначимо вплив кожного чинника шляхом віднімання з чисельника відповідного індексу його знаменника і отримаємо: за рахунок зміни собівартості одиниці продукції:

$$\Delta_{zq}^z = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1$$

$$\Delta_{zq}^z = 87000 - 87000 = 0 \text{ грн.}$$

за рахунок зміни фізичного обсягу продукції:

$$\Delta_{zq}^q = \sum z_0 q_1 - \sum z_0 q_0$$

$$\Delta_{zq}^q = 87000 - 68700 = 18300 \text{ грн.}$$

Сума економії витрат на весь випуск продукції внаслідок зміни середньої собівартості одиниці продукції становить:

$$\Delta = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_0 = 87000 - 68700 = 18300 \text{ грн.}$$

При цьому вся вона одержана тільки за рахунок зміни структури продукції (її асортименту).

Термінологічний словник

Агрегатні індекси. Індекси, в яких чисельник і знаменник є сумою добутків двох показників, один з яких змінюється, тобто виступає як індексована величина, а інший залишається незмінним і відіграє роль сумірника (ваги) за два періоди, що порівнюються.

Альтернативна гіпотеза. Гіпотеза, що заперечує нульову гіпотези (тієї, яка перевіряється).

Асиметрія (Skewness). Показник, що характеризує ступінь зміщення ряду розподілу відносно середнього значення за величиною і напрямком. У симетричній кривій розподілу коефіцієнт асиметрії дорівнює нулю, якщо цей коефіцієнт значно відрізняється від «0», розподіл є асиметричним.

Базисний період часу. Період часу, який є початковим при порівнянні в індексному методі.

Безповторний відбір до вибірки. Після потрапляння до вибірки елемент виключається з подальшого добору.

Варіанта кількісної ознаки. Конкретні числові значення, які набуває ознака у ряду розподілу.

Варіаційний розмах. Різниця між найменшим і найбільшим значенням ознаки в сукупності.

Вибіркова сукупність. Певна, спеціальним чином відібрана частина генеральної сукупності, за якою здійснюється статистичне дослідження.

Власне випадковий відбір. Спосіб формування вибіркової сукупності, за якого кожному елементу генеральної сукупності надається унікальний номер. Сама вибірка формується за допомогою звичайного жеребкування.

Генеральна сукупність. Сукупність, відносно якої передбачається зробити висновки при вивченні конкретного завдання, що містить всі без винятку елементи. Саме з неї надалі здійснюється відбір елементів до вибіркової сукупності.

Гістограма. Розподіл частот значень змінної або частот значень на кожному з інтервалів, на які поділена змінна.

Гранична похибка вибірки. Максимальна можлива похибка для певного рівня ймовірності.

Групувальна ознака. Ознака, за якою будуються групи під час групування елементів сукупності.

Групування. Процес розподілу сукупності на групи з метою виявлення спільних рис і суттєвих відмінностей між елементами сукупності.

Двостороння гіпотеза. Формулюється за умови, що під час дослідження не має значення у який бік змінився параметр або дослідник просто не впевнений в напрямку його зміни.

Дисперсія. Середній квадрат відхилень індивідуальних значень ознаки відносно їх середнього значення.

Довірчий інтервал (CI). Діапазон значень, що використовується для оцінки статистичної характеристики у ролі якої, як правило, виступає середня.

Зв'язані ранги. Однакові значення ознаки у вибірці під час проведення процедури ранжування.

Змінна (variable). Назва ознаки одиниці сукупності в STATISTICA. Цей термін також використовується у математичній статистиці.

Екцес (Kurtosis). Показник, що характеризує ступінь концентрації значень ознаки навколо середнього значення. Він є своєрідною мірою крутизни кривої. У кривій нормального розподілу екцес дорівнює нулю. Якщо екцес більший нуля – крутизна розподілу вище нормального (гостровершинний розподіл), якщо менший, то крива розподілу характеризується плосковершинністю.

Загальна дисперсія. Характеризує варіацію ознаки навколо її середньої величини.

Залежні вибірки. Вибірки, що формуються з тієї самої сукупності, але в різні періоди часу.

Зведений індекс. Співвідношення рівнів показника, до складу якого входять різномірні елементи.

Звітний період часу. Період часу, за який порівнюється показник в індексному методі.

Індекс. Відносний показник, що характеризує зміну величини будь-якого явища в часі, просторі або порівняно з будь-яким еталоном (нормативом, планом, прогнозом тощо).

Індекс змінного складу. Показує зміну середньої рівня показника у звітному періоді відносно середньої базисного періоду.

Індекс структурних зрушень. Показує зміну середньої рівня показника за рахунок зміни тільки зміни структури сукупності.

Індекс фіксованого складу. Показує зміну середньої рівня показника за рахунок зміни тільки значень ознаки.

Індексована величина. Показник, зміну якого характеризує індекс.

Індивідуальний індекс. Співвідношення рівнів показника якогось індивідуального явища, наприклад, обсягу виробництва конкретного виду продукції.

Інтервал. Різниця між двома сусідніми значеннями групової ознаки, які називають нижньою та верхньою межами інтервалу.

Конкуруюча гіпотеза. Див. *альтернативна гіпотеза*.

Крива розподілу. Графічне зображення ряду розподілу.

Критичне значення критерію. Це граничне значення, яке є межею для множини значень критерію, за яких основна гіпотеза відхиляється.

Критична область критерію. Область значень статистики критерію, за яких нульова гіпотеза відкидається на користь альтернативної.

Медіана. Варіанта, що ділить впорядкований ряд розподілу на дві рівних за чисельністю частини.

Мода. Варіанта, якій у ряду розподілу відповідає найбільша частота.

Незалежні вибірки. Вибірки, що формуються випадковим чином незалежно одна від одної. Наприклад, з сукупності студентів навчального закладу незалежним чином відбирається група юнаків та група дівчат.

Непараметричні критерії. Критерії, які не використовують параметри сукупності, тобто описові статистики; під час їх розрахунку використовують частоти або ранги.

Непараметричні методи. Статистичні методи, що використовуються, якщо нічого не відомо відносно характеру

розподілу змінної, тобто вони не базуються на оцінці параметрів (таких як середня або стандартне відхилення) під час опису розподілу емпіричних даних.

Нормальний розподіл. Симетричний дзвоноподібний розподіл, в якому збігаються середня, мода та медіана. Більшість параметричних критеріїв розроблено для аналізу параметрів, що мають нормальний розподіл.

Нульова гіпотеза. Статистична гіпотеза, що перевіряється.

Область припустимих значень. Сукупність значень критерію, за яких статистичну гіпотезу приймають.

Обсяг вибірки. Кількість елементів сукупності, що використовується під час дослідження.

Одностороння гіпотеза. Формулюється за умови, коли завдання дослідження полягає в тому, щоб довести або збільшення, або зменшення параметра.

Ознака. Властивість елемента сукупності, яка є об'єктом дослідження. Ознаки можуть мати різний тип, наприклад, вік, спеціальність, зріст, коефіцієнт інтелекту тощо.

Параметричні критерії. Критерії, які під час розрахунку базуються на параметрах сукупності, тобто описових статистиках (середня величина і дисперсія).

Повторний відбір до вибірки. Можливість повторного потрапляння до вибірки: елемент повертається до генеральної сукупності і знову бере участь у відборі.

Помилка першого роду (ризик I). Ситуація, коли під час перевірки статистичної гіпотези відхиляється нульова гіпотеза, хоч насправді вона є істинною. Ймовірність припустити помилку 1-го роду позначають через α .

Помилка другого роду (ризик II). Ситуація, коли під час перевірки статистичної гіпотези не відхиляється нульова гіпотеза, хоч насправді вона є хибною, а отже істиною є альтернативна гіпотеза. Вона позначається через β .

Похибка репрезентативності. Розбіжності між характеристиками вибіркової і генеральної сукупності.

Ранг. Порядковий номер значень ознаки, розташованих у порядку збільшення або зменшення.

Рангова шкала. Інша назва порядкової шкали.

Ранжування. Процедура, яка передбачає розташування значень ознаки за *порядковими номерами*. Найбільшому (або найменшому) значенню надається перший порядковий номер, наступному за величиною значенню – другий і т. д. за мірою спадання (або зростання) значення ознаки.

Репрезентативна вибірка. Вибіркова сукупність, структура і властивості якої відбивають структуру і властивості генеральної сукупності.

Рівень значущості. Фактичне (емпіричне) значення, розраховане за первісними даними.

Розширений відбір. Спосіб формування вибіркової сукупності, за якого вона формується з урахуванням структури генеральної сукупності.

Ряд розподілу. Групування, що складається тільки зі значень групувальної ознаки і їх частот.

Середня величина. Узагальнюючий показник, що характеризує типовий рівень варіюючої ознаки в якісно однорідній сукупності.

Серійний відбір. Спосіб формування вибіркової сукупності, за якого вона формується з серії елементів, тобто неперервної послідовності елементів генеральної сукупності, перший елемент якої визначається випадковим чином.

Систематичний (механічний) відбір. Спосіб формування вибіркової сукупності, за якого елементи до неї включаються через заздалегідь визначену кількість елементів.

Стандартне відхилення середньої. Величина, на яку відрізняється середнє значення вибірки від середнього значення генеральної сукупності за умови, що розподіл є наближеним до нормального.

Статистика критерію. Розраховане значення, згідно якого роблять висновок щодо справедливості статистичної гіпотези.

Статистична гіпотеза. Певне припущення щодо властивостей генеральної сукупності, яке необхідно перевірити за даними вибіркової сукупності.

Статистичний графік. Засіб подання статистичних даних за допомогою різноманітних графічних знаків та символів.

Статистичний критерій. Правило, згідно якого статистична гіпотеза відхиляється або не відхиляється (приймається).

Статистична сукупність. Множина елементів, поєднаних спільними умовами існування та розвитку.

Статистичний показник. Узагальнююча характеристика явища, в якому поєднується кількісна і якісна його визначеність.

Статистичний рівень значущості (статистично значущий результат). Ймовірність випадкового виникнення числового значення показника, що досліджується. Якщо розрахований за емпіричними даними рівень значущості перевищує цей рівень, то результати відкидаються як помилкові, тому рівень статистичної значущості можна розглядати як припустиму межу рівня помилки. Якщо значення показника становить, наприклад, «0,05», то його інтерпретують так: тільки в 5 випадках зі 100 (або в одному випадку з 20) під час багаторазових випробувань існує вірогідність помилки. Статистичний рівень значущості можна також трактувати як ймовірність прийняття помилкової гіпотези, або – навпаки – ймовірність помилкового відхилення нульової гіпотези.

Стратифікація – це розподіл елементів сукупності на якісно однорідні групи (шари, страти) за певною ознакою.

Ступені свободи. Кількість значень (або елементів у вибірці), здатних змінюватися, що використовується для розрахунку статистичного показника.

Суцільне спостереження. Спостереження, під час якого обстежуються всі без винятку елементи сукупності.

Частоти. Значення, що показують, скільки разів повторюються окремі значення варіанти у групуванні.

Шкала. Засіб кількісного вимірювання та / або впорядкування ознак.

Лабораторні роботи

Загальні вказівки до виконання:

«Індивідуальний номер» – Ваш номер у навчальному журналі групи (курсу).

Лабораторна робота №1. Вибірковий метод

Мета. Вивчити можливості *STATISTICA* для роботи з вибірками.

Вказівки до виконання:

Розрахунки та інтерпретацію одержаних результатів оформіть у вигляді звіту. Всі результати роботи в *STATISTICA* зберігайте у вигляді проекту.

Завдання.

1. Магазин побутової техніки дозволяє купувати товари в кредит з терміном виплати заборгованості протягом 25 днів. Проведено вибіркове обстеження 32 клієнтів. Потрібно розрахувати середній термін погашення заборгованості за середнім числом днів заборгованості, стандартну похибку вибірки для середньої. Граничні межі для середньої обчислити з ймовірністю $p = 0,99$. Визначити, чи відповідає розрахована за даними вибірки середня величина виплати заборгованості нормативному терміну 25 днів.

Таблиця Л1.1

Термін виплати клієнтом кредиту, днів

20	26	27	27	23	28	25	26
22	25	20	25	21	20	27	26
24	30	22	23	30	25	21	24
25	26	20	30	20	25	24	20

2. За даними таблиці сформувати вибірки з 16 спостережень:
 - Власне випадковим способом повторним та безповторним методом.
 - Систематичним способом з кроком «2».
3. Створити дві вибірки з рівною кількістю спостережень розподіленим випадковим способом.



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати:**

1. Для чого у статистиці використовують вибірковий метод?
2. Яка сукупність називається «вибірковою», а яка – «генеральною»?
3. Коли вибірка називається «репрезентативною»?
4. Які похибки називаються похибками репрезентативності?
5. Що таке «повторний» та «безповторний» відбір?
6. Яка різниця між незалежною та залежною вибірками?
7. Як називаються показники, щодо яких роблять висновки під час проведення вибіркового спостереження?
8. Що таке «точкові» оцінки? У чому суть точкової оцінки параметра генеральної сукупності?
9. Що таке «інтервальні» оцінки вибірки? У чому суть інтервальної оцінки параметра генеральної сукупності?
10. Що таке «власне випадковий» спосіб формування вибірки?
11. Що таке «систематичний» спосіб формування вибірки?
12. Що таке «розподілений випадковий» спосіб формування вибірки?
13. Що таке «стратифікація»?
14. Що таке «розшарований» спосіб формування вибірки?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **вміти:**

1. Розрахувати стандартну помилку середньої вибірки, визначити граничні (довірчі) межі похибки середньої вибірки.
2. Встановити потрібний рівень ймовірності під час розрахунку граничних меж похибки середньої вибірки.
3. Сформувати вибірку власне випадковим способом.
4. Сформувати вибірку систематичним способом.

Лабораторна робота №2. Критерії перевірки статистичної гіпотези

Завдання 1. Ймовірнісний калькулятор

Мета. Навчитися працювати з ймовірнісним калькулятором.

Вказівки до виконання:

1. Рівень ймовірності для нормального розподілу задається у полі «р».

2. Дослідження і інтерпретацію одержаних результатів оформити у вигляді звіту. Всі результати роботи в *STATISTICA* зберігайте у вигляді проєкту.

Завдання

1. Завантажте ймовірнісний калькулятор.

2. У двох навчальних групах було проведення тестування зі статистики. Дисперсії для груп становлять $\sigma_{x_1}^2 = 112,53$ та $\sigma_{x_2}^2 = 274,54$. За допомогою критерію Фішера необхідно порівняти дисперсії тестових оцінок в цих групах. Зробити висновок.

3. Виберіть нормальний розподіл і виконайте для нього такі дії:

- Визначте, як змінюються графіки функцій зі зміною величини ймовірності за фіксованих значеннях інших параметрів.

- Встановіть для розподілу рівень ймовірності, який розрахуйте за формулою «Індивідуальний номер» : «кількість студентів у групі».

- Визначте, як змінюються графіки функцій зі зміною середньої величини при фіксованому значенню стандартного відхилення.

- Визначте, як змінюються графіки функцій зі зміною стандартного відхилення при фіксованому значенню середньої.

- Збережіть один із графіків.

4. Використовуючи нормальний розподіл, виконайте таке завдання. Відомо, що середній зріст студентів університету становить $165 + (\text{«Індивідуальний номер»} * 0,5)$ см для стандартного відхилення 8,5 см. Визначити ймовірність того, що зріст випадково відібраного студента знаходиться в межах від 180 см до 183 см.

5. Виберіть розподіл χ^2 (Хи-2).

• Встановіть значення числа ступенів свободи відповідно Вашому «індивідуальному номеру»; якщо він більше «20», то встановити значення «20»; ймовірність «0,95».

• Розрахуйте квантиль χ^2 -розподілу і порівняйте його з табличним з додатку 3. Чи збігаються вони?



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати**:

1. Яке призначення ймовірнісного калькулятора?
2. Як звернутися до ймовірнісного калькулятора?
3. Якими параметрами характеризується нормальний розподіл?
4. Як змінюються графіки функцій нормального розподілу при зміні середньої величини?
5. Як змінюються графіки функцій нормального розподілу зі зміною стандартного відхилення?
6. Як зберегти графіки функцій?
7. Які параметри нормального розподілу слід задати для того, щоб розрахувати рівень ймовірності?
8. Як розрахувати рівень ймовірності для нормального розподілу в межах двох значень середньої величини?
9. Для чого призначений квантиль χ^2 -розподілу?
10. Які параметри χ^2 -розподілу необхідно задати для розрахунку його квантиля?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **вміти**:

1. Обчислити рівень ймовірності за заданими параметрами нормального розподілу.
2. Розрахувати рівень ймовірності для нормального розподілу в межах двох значень середньої величини.
3. Зберегти графіки функцій.
4. Розрахувати критичні точки t -розподілу Стьюдента за допомогою ймовірнісного калькулятора.

5. Розрахувати критичні точки F-розподілу Фішера-Снедекора за допомогою ймовірнісного калькулятора.

6. Розрахувати критичні точки розподілу χ^2 за допомогою ймовірнісного калькулятора.

Завдання 2. Розрахунок t-критерію для незалежних даних

Мета. Вивчити можливості *STATISTICA* розрахунку t-критерію для незалежних даних.

Вказівки до виконання: Розрахунки та інтерпретацію одержаних результатів оформити у вигляді звіту. Всі результати роботи в *STATISTICA* зберігайте у вигляді проекту.

Завдання. У групі пацієнтів протягом місяця здійснювалася апробація нового медичного препарату для зменшення рівня концентрації холестерину в крові. Друга група пацієнтів не приймала цей препарат. За наведеними нижче даними з'ясуйте, чи впливає цей препарат на зменшення рівня концентрації холестерину в крові, тобто чи дає він лікувальний ефект.

Таблиця Л2.1

Значення рівня холестерину у пацієнтів

Не приймали препарат	Приймали препарат
5,53	6,37
5,96	4,55
6,15	5,73
6,75	4,52
6,86	6,72
6,22	4,85
6,28	5,94
7,11	5,50
4,80	5,30
6,12	5,52
7,72	
7,19	

6,99	
6,57	
5,84	
7,71	

Таблиця ЛІ2.2

Значення рівня холестерину у пацієнтів за статтю

Рівень холестерину	Стать
5,53	ч
5,96	ж
6,15	ч
6,75	ж
6,72	ч
6,22	ж
6,28	ч
7,11	ж
5,3	ч
5,52	ж
7,72	ч
7,19	ж
6,99	ч
7,57	ж
6,84	ч
5,5	ж
6,37	ч
4,55	ж
5,73	ч
4,52	ж
8,86	ч
4,85	ж
5,94	ч
7,71	ж
4,76	ч
8,12	ж

1. За даними табл. Л2.1 і Л2.2 розрахуйте t-критерій для незалежних змінних і незалежних вибірок за групами. Подальші дії виконуйте для обох таблиць з даними.

2. Встановіть рівень статистичної значущості «0,05».

3. Поясніть зміст одержаних показників.

4. Чи є значущими відмінності між групами? Що є підставою для Ваших висновків?

5. Встановіть рівень статистичної значущості «0,01».

6. Чи є значущими відмінності між групами? Що є підставою для Ваших висновків?

7. Побудуйте діаграму розмаху.

8. За допомогою ймовірного калькулятора визначте критичне значення t-критерію Стьюдента.



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати**:

1. Чому критерії називаються «параметричними» або «непараметричними»?

2. Що таке «односторонній» критерій?

3. Які умови застосування t-критерію?

4. Які є обмеження для застосування t-критерію Стьюдента?

5. Як приймається рішення на підставі t-критерію Стьюдента?

6. Що таке «рівень статистичної значущості» (ймовірність похибки)? Для чого він призначений?

7. Як впливає рівень статистичної значущості на визначення відмінностей між групами?

8. Який вид графіка використовується під час розрахунку t-критерію для незалежних даних?

9. Як визначити критичне значення t-критерію Стьюдента?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **вміти**:

1. Встановити потрібний рівень статистичної значущості.

2. Розрахувати t-критерій для незалежних змінних.

3. Розрахувати t-критерій для незалежних вибірок за групами.

4. Дати інтерпретацію одержаних показників.
5. Побудувати діаграму розмаху.
6. За допомогою ймовірнісного калькулятора визначити критичне значення t-критерію Стьюдента.

Завдання 3. Розрахунок t-критерію для залежних даних

Мета. Вивчити можливості *STATISTICA* розрахунку t-критерію для залежних даних.

Вказівки до виконання: Розрахунки та інтерпретацію одержаних результатів оформити у вигляді звіту. Всі результати роботи в *STATISTICA* зберігайте у вигляді проекту.

Завдання. У таблиці Л2.3 наведено дані про щоденний обіг супермаркету до і після публікації реклами (тис. у. о.). Перший стовпчик містить дані про обіг супермаркету до публікації реклами, другий – через два тижні після її публікації. Слід визначити, чи є ефект від публікації реклами, тобто чи збільшився товарообіг супермаркету після проведення рекламної кампанії.

Таблиця Л2.3

Щоденний обіг супермаркету до і після публікації реклами (тис. у. о.)

№ з/п	До публікації	Після публікації
1	165,2	171,8
2	155,4	182,4
3	171,5	166,5
4	169,3	166,8
5	164,3	175,8
6	155,3	173,1
7	170,7	180,0
8	153,1	184,8
9	162,7	165,1
10	163,3	164,6
11	171,8	172,9
12	155,9	175,9

13	182,0	170,7
14	166,2	175,0
15	159,5	190,9

1. Створіть файл даних про щоденний обіг супермаркету до і після публікації реклами за даними таблиці Л2.3. При введенні даних додайте до всіх даних значення Вашого «індивідуального номера».

2. Зверніться до відповідного модуля.
3. Встановіть рівень статистичної значущості «0,01».
4. За допомогою відповідного модуля розрахуйте t-критерій.
5. Чи є значущими відмінності в даних до і після проведення рекламної кампанії? Що є підставою для Ваших висновків?
6. Встановіть рівень статистичної значущості «0,05» і знов розрахуйте t-критерій.
7. Чи є значущими відмінності в даних до і після проведення рекламної кампанії? Що є підставою для Ваших висновків?
8. Побудуйте графік «Діаграма розмаху».
9. Дайте інтерпретацію елементів графіка.



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати:**

1. Що таке залежна і незалежна змінна?
2. Яка різниця у поданні даних для проведення аналізу за допомогою «t-критерію для незалежних вибірок» і «t-критерію для незалежних змінних»?
3. Який вид графіка використовується під час розрахунку t-критерію для залежних даних?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **вміти:**

1. Визначити залежну і незалежну змінні.
2. Розрахувати t-критерій для залежних даних.
3. Побудувати діаграму розсіювання.

Завдання 4. Розрахунок непараметричних критеріїв

Мета. Вивчити можливості *STATISTICA* для розрахунку непараметричних критеріїв.

Вказівки до виконання: Розрахунки та інтерпретацію одержаних результатів оформити у вигляді звіту. Всі результати роботи в *STATISTICA* зберігайте у вигляді проекту.

Завдання.

1. За допомогою критерію Манна-Уїтні з'ясуйте, чи можна стверджувати, що рівень інтернет-залежності у дівчат і у юнаків відрізняється?

Таблиця Л2.4

Час, що проводять в месенджерах юнаки та дівчата, год

Стать	Час, проведений в месенджерах, год.	Стать	Час, проведений в месенджерах, год.
Дівчина	2	Дівчина	2
Дівчина	1	Дівчина	3
Дівчина	8	Юнак	1
Дівчина	3	Юнак	1
Дівчина	1	Юнак	1
Дівчина	4	Юнак	5
Дівчина	2	Юнак	6
Дівчина	2	Юнак	3
Дівчина	6	Юнак	4
Дівчина	2	Юнак	1

2. Для менеджерів торговельної фірми була проведена програма тренінга креативності в продажах. До і після її проведення за спеціальною методикою була визначена поточна креативність менеджерів в балах за 10-бальною шкалою. За допомогою Т-критерію Вілкоксона з'ясуйте, чи можна стверджувати, що програма тренінга креативності сприяла підвищенню рівня креативності менеджерів?

**Показники рівня креативності менеджерів фірми
до і після проведення тренінгу, бали**

Менеджер	Рівень креативності, бали	
	До тренінга	Після тренінга
Ігор О.	7	8
Ганна І.	5	8
Сергій Т.	5	6
Марія С.	6	7
Світлана І.	4	6
Тетяна О.	7	7
Олександр П.	6	8
Катерина М.	5	7
Валерій С.	6	6
Оксана О.	7	7
Іван Ю.	6	8
Олена В.	6	7
Ліна Ю.	5	7
Андрій В.	6	7
Вадим П.	7	7
Вікторія С.	5	7
Ольга А.	6	6
Яна П.	7	7
Костянтин С.	6	7



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати**:

1. Які критерії називають непараметричними?
2. Які умови застосування критерію Манна-Уїтні?
3. Чи вимагає критерій Манна-Уїтні нормальності розподілу вибірок, що порівнюються?
4. Сформулювати нульову та альтернативну гіпотези для обох критеріїв.

5. За якими результатами приймається або відхиляється гіпотеза при використанні критерію Манна-Уїтні?
6. Які умови застосування Т-критерію Вілкоксона?
7. Чи вимагає Т-критерій Вілкоксона нормальності розподілу вибірок, що порівнюються?
8. Для якого роду вибірок (залежних або незалежних) використовується Т-критерій Вілкоксона у *STATISTICA*?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **вміти:**

1. Сформувати дані для розрахунку критерію Манна-Уїтні.
2. Сформувати дані для розрахунку Т-критерію Вілкоксона.
3. Зробити висновки щодо значущості відмінностей між групами на підставі одержаних за розрахунком результатів.

Лабораторна робота №3. Перевірка відповідності емпіричних даних нормальному розподілу

Мета. Ознайомитися з критеріями та методами перевірки відповідності емпіричних даних нормальному розподілу за допомогою *STATISTICA*.

Вказівки до виконання:

1. Розрахунки та інтерпретацію одержаних результатів оформіть у вигляді звіту. Все результати роботи в *STATISTICA* зберігайте у вигляді проекту.

2. Під час виконання деяких пунктів завдань буде необхідно здійснити групування даних. Здійсніть групування даних за 11-ма інтервалами.

Завдання. У табл. ЛЗ.1 наведені дані про середній час реакції водія на порушення правил дорожнього руху іншими учасниками дорожнього руху. За цими даними потрібно здійснити перевірку їх відповідності нормальному розподілу.

Таблиця ЛЗ.1

**Середній час реакції водія на порушення правил
дорожнього руху іншими учасниками дорожнього руху,
секунди**

<i>№ з/п</i>	<i>Час, сек</i>	<i>№ з/п</i>	<i>Час, сек</i>	<i>№ з/п</i>	<i>Час, сек</i>
1	0,1	35	1,4	69	0,3
2	0,9	36	0,9	70	1,1
3	1,5	37	0,2	71	1,6
4	0,6	38	0,9	72	1,7
5	1,5	39	1,5	73	0,7
6	0,6	40	0,9	74	1,2
7	1,0	41	1,6	75	1,8
8	1,0	42	0,6	76	0,8
9	1,5	43	0,6	77	1,3
10	0,7	44	1,7	78	1,9
11	0,4	45	1,7	79	0,8
12	1,0	46	1,1	80	1,5
13	1,2	47	0,5	81	0,4
14	2,2	48	1,1	82	0,5
15	1,6	49	1,7	83	1,1
16	0,5	50	1,1	84	1,1
17	0,5	51	0,8	85	1,7
18	0,9	52	1,3	86	1,2
19	1,5	53	1,3	87	0,7
20	2,1	54	1,8	88	0,7
21	1,2	55	0,5	89	0,5
22	1,3	56	0,9	90	1,0
23	0,6	57	1,9	91	1,6
24	0,6	58	0,8	92	1,1
25	0,9	59	1,2	93	0,6
26	1,4	60	1,9	94	0,9
27	1,8	61	0,7	95	1,4
28	0,7	62	1,0	96	0,9
29	0,7	63	1,4	97	1,6

30	1,2	64	0,2	98	1,5
31	1,8	65	0,3	99	1,0
32	2,0	66	1,3	100	0,5
33	0,8	67	1,7		
34	0,8	68	1,3		

1. Побудуйте гістограму розподілу.
2. Побудуйте графік нормальних ймовірностей.
3. Перевірте гіпотезу нормальності розподілу за такими критеріями:

- за розмахом варіації;
- за критерієм середнього абсолютного відхилення;
- за коефіцієнтами асиметрії та ексцесу;
- за критерієм χ^2 -квадрат;
- за критерієм Колмогорова;
- за критерієм Шапіро-Уїлка.

4. Зробіть загальні висновки щодо відповідності емпіричних даних нормальному розподілу.



Контроль знань та навичок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати**:

1. В зв'язку з чим виникає необхідність перевірки нормальності розподілу?
2. Які графічні методи використовують для візуальної перевірки відповідності даних на нормальність?
3. Що називають законом розподілу випадкової величини?
4. Що означає «нормальний» закон розподілу?
5. Який вигляд має графік нормального закону розподілу?
6. Назвіть основні параметри нормального закону розподілу.
7. Які є методи перевірки гіпотези нормальності розподілу?
8. Для чого використовується показник «ексцес»?
9. Для чого використовується показник «коефіцієнт асиметрії»?

10. Формулювання та сутність правила «3-х сигм».
11. Що таке «критерій узгодженості»?
12. Який алгоритм використання критерію узгодженості?
13. Які умови застосування критерію узгодженості Пірсона χ^2 ?
14. Як здійснити перевірку даних на нормальність за допомогою χ^2 -критерію?
15. Як здійснити перевірку даних на нормальність за допомогою критерію Шапіро-Уїлка?
16. Як здійснити перевірку даних на нормальність за допомогою розмаху варіації?
17. Як здійснити перевірку даних на нормальність за допомогою критерію середнього абсолютного відхилення?
18. Як здійснити перевірку даних на нормальність за допомогою коефіцієнтів асиметрії та ексцесу?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **вміти:**

1. Побудувати гістограму розподілу.
2. Побудувати графік нормальних ймовірностей.
3. Побудувати графік емпіричного розподілу водночас з теоретичними частотами нормального розподілу.
4. Здійснити перевірку даних на нормальність за допомогою критерію Шапіро-Уїлка.
5. Здійснити перевірку даних на нормальність за допомогою χ^2 -критерію.
6. Знайти теоретичне значення χ^2 -критерію. Зробити висновки.
7. Здійснити перевірку даних на нормальність за допомогою розмаху варіації.
8. Здійснити перевірку даних на нормальність за допомогою критерію середнього абсолютного відхилення.
9. Здійснити перевірку даних на нормальність за допомогою коефіцієнтів асиметрії та ексцесу.

Лабораторна робота №4. Індексний метод

Мета. Навчитися здійснювати розрахунок індивідуальних індексів у середовищі *STATISTICA*.

Вказівки до виконання: Розрахунки та інтерпретацію одержаних результатів оформіть у вигляді звіту.

Таблиця Л4.1

Динаміка реалізації овочевої продукції на міському ринку

Група продукту	Ціна за 1 кг., у. о.		Реалізовано, т	
	III кв.	IV кв.	III кв.	IV кв.
А	1,45	1,50	1300	1400
Б	1,60	1,65	1000	1300
В	2,50	2,50	900	800

Завдання. За даними таблиці Л4.1 виконати наступні дії:

1. Розрахувати індивідуальні індекси фізичного обсягу, цін, товарообігу.
2. Перевірити взаємозв'язок між обчисленими індексами.
3. Зробіть висновки для всіх одержаних результатів.

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **знати:**

1. Що являє собою індивідуальний індекс?
2. Що являє собою зведений індекс?
3. Що показують загальні індекси фізичного обсягу, цін, товарообігу?
4. Як визначити абсолютну зміну товарообігу за рахунок зміни цін і фізичного обсягу реалізації?
5. Що показує індекс ціни змінного складу?
6. Що показує індекс ціни постійного складу?
7. Що показує індекс структурних зрушень?
8. Як перевірити взаємозв'язок отриманих результатів?

Після виконання лабораторної роботи студент повинен **вміти:**

1. Виконати розрахунок індивідуальних індексів.
2. Дати інтерпретацію одержаним результатам.
3. Перевірити взаємозв'язок одержаних результатів.

Література

1. Гладун О.М. Вибіркові обстеження населення: методологія, методика, практика: Монографія. – Ніжин: ТОВ «Видавництво „Аспект-Поліграф», 2008. – 348 с.
2. Єріна А.М., Пальян З.О. Статистика: підручник. / А. М. Єріна, З. О. Пальян – К.: КНЕУ, 2010. – 351 с.
3. Мормоза А. Т. Теорія статистики: підручник. / А. Т. Мормоза – 2-е вид. перероб. та доп. – К.: «Центр учбової літератури», 2013. – 592 с.
4. Фетісов В. С. Пакет статистичного аналізу даних STATISTICA: навчальний посібник. / В. С. Фетісов – Ніжин: Видавництво НДУ ім. М.Гоголя, 2018. – 102 с.
5. Фетісов В. С. Побудова групвань з використанням пакета STATISTICA. – Статистика України, 2019, № 1, с. 121-129.
6. Фетісов В. Практичні питання формування вибірових сукупностей у STATISTICA. Наукові записки. Серія «Психолого-педагогічні науки»; (Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя), 2025, (1), с. 121-129.
7. Фетісов В.С. Прикладні пакети статистичної обробки: лабораторний практикум / В. С. Фетісов – Ніжин: Видавництво НДУ ім. М. Гоголя, 2010. – 27 с.
8. Norman R. Draper, Harry Smith Applied Regression Analysis 3nd. Ed. A Wiley-Interscience Publication – New York, 1998. – 706 p.
9. Stanton A. Glantz. Primer of Biostatistics. Phd Seventh Edition. New York: by The McGraw-Hill Companies, Inc., 2012. – 327 p.
10. StatSoft. Офіційний сайт. [Електронний ресурс] Режим доступу: <https://www.statistica.com/en/software/statistica-evaluation>

Додатки

Додаток 1

Критичні точки t -розподілу Стьюдента

Ймовірнісний калькулятор

1. **Calculators** ▶ **Distributions**.
2. У вікні “Probability Distribution Calculator” (Калькулятор розподілу ймовірностей):
 - Distribution (Розподіл): “t (Student)”.
 - df – число ступенів свободи.
 - p – значення ймовірності (1 – рівень значущості).
 - Two-tailed. Встановити позначку біля цього пункту, якщо потрібно обчислити двосторонній критерій.
3. Натиснути кнопку «**Compute**».

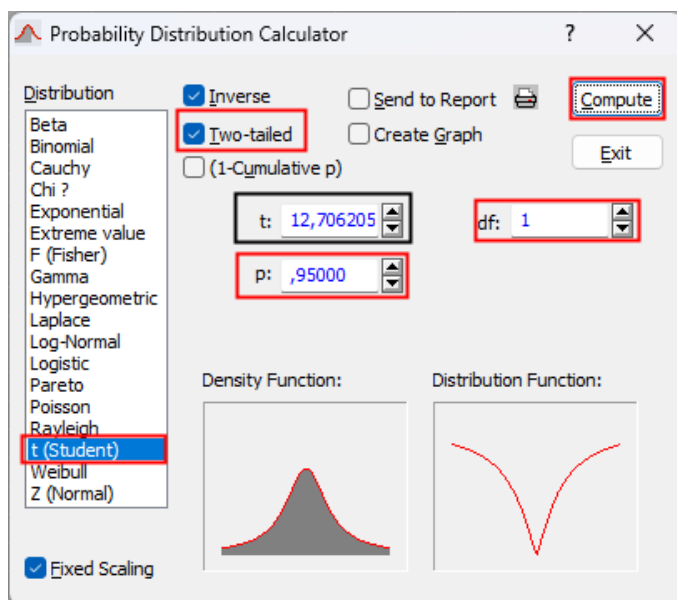


Рисунок Д.1. Розрахунок критичних точок t -розподілу Стьюдента за допомогою ймовірнісного калькулятора

Таблиця Д.1

**Табличні значення критичних точок t -розподілу
Стьюдента**

<i>df</i>	<i>Рівень статистичної значущості α</i>		
	<i>0,05</i>	<i>0,01</i>	<i>0,001</i>
1	12,70	63,65	636,61
2	4,303	9,925	31,602
3	3,182	5,841	12,923
4	2,776	4,604	8,610
5	2,571	4,032	6,869
6	2,447	3,707	5,959
7	2,365	3,499	5,408
8	2,306	3,355	5,041
9	2,262	3,250	4,781
10	2,228	3,169	4,587
11	2,201	3,106	4,437
12	2,179	3,055	4,318
13	2,160	3,012	4,221
14	2,145	2,977	4,140
15	2,131	2,947	4,073
16	2,120	2,921	4,015
17	2,110	2,898	3,965
18	2,101	2,878	3,922
19	2,093	2,861	3,883
20	2,086	2,845	3,850
21	2,080	2,831	3,819
22	2,074	2,819	3,792
23	2,069	2,807	3,768

24	2,064	2,797	3,745
25	2,060	2,787	3,725
26	2,056	2,779	3,707
27	2,052	2,771	3,690
28	2,049	2,763	3,674
29	2,045	2,756	3,659
30	2,042	2,750	3,646
40	2,021	2,704	3,551
50	2,009	2,678	3,496
60	2,000	2,660	3,460
80	1,990	2,639	3,416
100	1,984	2,626	3,390
150	1,976	2,609	3,357
200	1,972	2,601	3,340
250	1,969	2,596	3,330

Критичні точки F-розподілу Фішера-Снедекора

Ймовірнісний калькулятор

1. Calculators ► Distributions.

2. У вікні “Probability Distribution Calculator”

(Калькулятор розподілу ймовірностей):

- Distribution (Розподіл): “F (Fisher)”.
- df_1 – число ступенів свободи для більшої дисперсії.
- df_2 – число ступенів свободи для меншої дисперсії.
- p – значення ймовірності (1 – рівень значущості).

3. Натиснути кнопку «Compute».

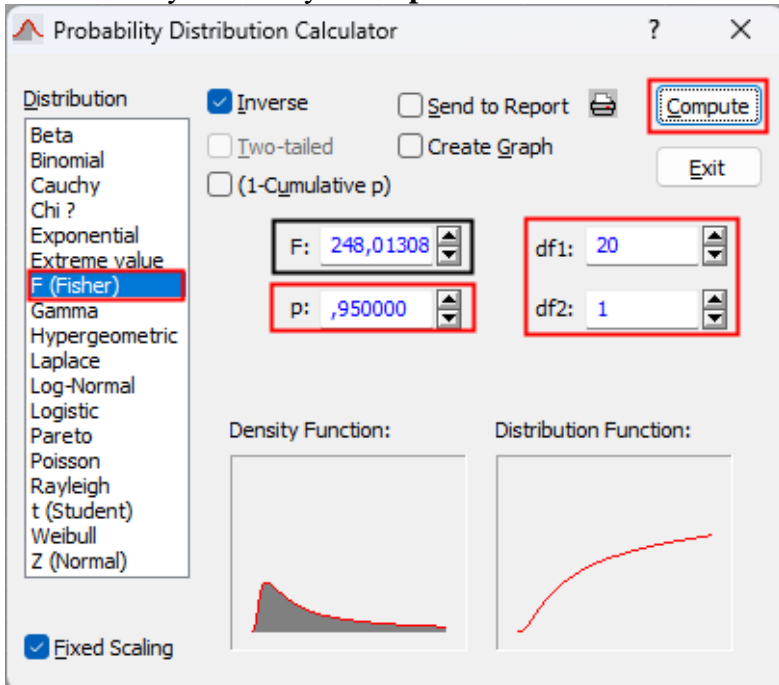


Рисунок Д.2. Розрахунок критичних точок F-розподілу Фішера-Снедекора за допомогою ймовірнісного калькулятора

**Табличні значення критичних точок F-розподілу
Фішера-Снедекора для $\alpha = 0,05$**

df_2	df_1										
	1	2	3	4	5	6	8	12	20	50	∞
1	161	200	216	225	230	234	239	244	248	252	254
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,44	19,47	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,66	8,58	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,80	5,70	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,56	4,44	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,87	3,75	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,44	3,32	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,15	3,03	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,93	2,80	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,77	2,64	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,65	2,50	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,54	2,40	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,46	2,32	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,39	2,24	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,33	2,18	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,28	2,13	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,23	2,08	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,19	2,04	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,15	2,00	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,12	1,96	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,09	1,93	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,07	1,91	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,04	1,88	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	2,02	1,86	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	2,00	1,84	1,71

26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,99	1,82	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,97	1,80	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,96	1,78	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,94	1,77	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,93	1,76	1,62
32	4,15	3,30	2,90	2,67	2,51	2,40	2,25	2,07	1,91	1,74	1,59
34	4,13	3,28	2,88	2,65	2,49	2,38	2,23	2,05	1,89	1,71	1,57
36	4,11	3,26	2,86	2,63	2,48	2,36	2,21	2,03	1,87	1,69	1,55
38	4,10	3,25	2,85	2,62	2,46	2,35	2,19	2,02	1,85	1,67	1,53
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,46	2,34	2,18	2,00	1,84	1,68	1,49
42	4,07	3,22	2,83	2,59	2,44	2,32	2,17	1,99	1,82	1,64	1,48
44	4,06	3,21	2,82	2,58	2,43	2,31	2,16	1,98	1,81	1,63	1,46
46	4,05	3,20	2,81	2,57	2,42	2,30	2,14	1,97	1,80	1,62	1,45
48	4,04	3,19	2,80	2,56	2,41	2,30	2,14	1,96	1,79	1,61	1,44
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,78	1,60	1,41
55	4,02	3,17	2,78	2,54	2,38	2,27	2,11	1,93	1,76	1,58	1,39
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,75	1,56	1,37
65	3,99	3,14	2,75	2,51	2,36	2,24	2,08	1,90	1,73	1,54	1,35
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,72	1,53	1,32
80	3,96	3,11	2,72	2,48	2,33	2,21	2,05	1,88	1,70	1,51	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,68	1,48	1,25
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,65	1,45	1,22
150	3,91	3,06	2,67	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,64	1,44	1,19
200	3,89	3,04	2,65	2,41	2,26	2,14	1,98	1,80	1,62	1,42	1,13
400	3,86	3,02	2,62	2,39	2,23	2,12	1,96	1,78	1,60	1,38	1,08
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,58	1,36	1,00
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,57	1,35	1,00

Критичні точки розподілу χ^2

Ймовірнісний калькулятор

1. Calculators ► Distributions.

2. У вікні “Probability Distribution Calculator”

(Калькулятор розподілу ймовірностей):

- Distribution (Розподіл): “Chi ?”.
- df – число ступенів свободи.
- p – значення ймовірності (1 – рівень значущості).

3. Натиснути кнопку «Compute».

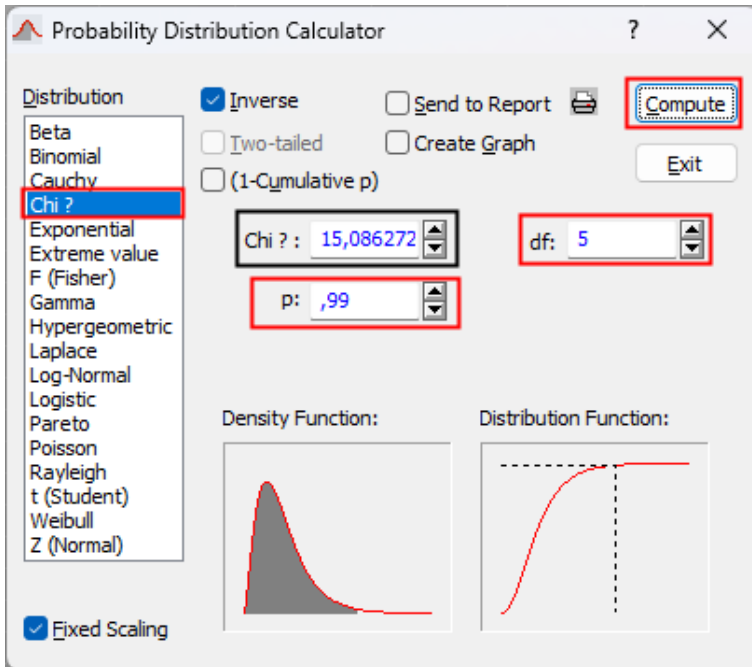


Рисунок Д.3. Розрахунок критичних точок розподілу χ^2 за допомогою ймовірнісного калькулятора

Табличні значення розподілу χ^2

Число ступенів свободи df	Рівень статистичної значущості α			
	0,01	0,05	0,95	0,99
1	6,63	3,84	0,0039	0,000016
2	9,21	5,99	0,103	0,02
3	11,34	7,81	0,352	0,113
4	13,28	9,49	0,711	0,30
5	15,09	11,07	1,15	0,55
6	16,81	12,59	1,64	0,87
7	18,48	14,07	2,17	1,24
8	20,09	15,51	2,73	1,65
9	21,67	16,92	3,33	2,09
10	23,21	18,31	3,94	2,56
11	24,72	19,68	4,57	3,05
12	26,22	21,03	5,23	3,57
13	27,69	22,36	5,89	4,11
14	29,14	23,68	6,57	4,66
15	30,58	25,00	7,26	5,23
16	32,00	26,30	7,96	5,81
17	33,41	27,59	8,67	6,41
18	34,81	28,87	9,39	7,01
19	36,19	30,14	10,12	7,63
20	37,57	31,41	10,85	8,26
21	38,93	32,67	11,59	8,90
22	40,29	33,92	12,34	9,54
23	41,64	35,17	13,09	10,20
24	42,98	36,42	13,85	10,86
25	44,31	37,65	14,61	11,52
26	45,64	38,89	15,38	12,20
27	46,96	40,11	16,15	12,88
28	48,28	41,34	16,93	13,56
29	49,59	42,56	17,71	14,26

30	50,89	43,77	18,49	14,95
31	52,19	44,99	19,28	15,66
32	53,49	46,19	20,07	16,36
33	54,78	47,40	20,87	17,07
34	56,06	48,60	21,66	17,79
35	57,34	49,80	22,47	18,51
36	58,62	51,00	23,27	19,23
37	59,89	52,19	24,07	19,96
38	61,16	53,38	24,88	20,69
39	62,43	54,57	25,70	21,43
40	63,69	55,76	26,51	22,16
41	64,95	56,94	27,33	22,91
42	66,21	58,12	28,14	23,65
43	67,46	59,30	28,96	24,40
44	68,71	60,48	29,79	25,15
45	69,96	61,66	30,61	25,90
46	71,20	62,83	31,44	26,66
47	72,44	64,00	32,27	27,42
48	73,68	65,17	33,10	28,18
49	74,92	66,34	33,93	28,94
50	76,15	67,50	34,76	29,71

Критичні значення U-критерію Манна-Уїтні для $\alpha = 0,05$

N2	N1													
	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
5	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8	10	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9	12	15	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10	14	17	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11	16	19	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12	18	22	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13	20	24	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
14	22	26	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
15	24	29	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
16	26	31	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
17	28	34	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
18	30	36	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
19	32	38	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
20	34	41	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127

Критичні значення Т-критерію Вілкоксона для $\alpha = 0,05$

Обсяг сукупності (n)	Рівень значущості	
	0,05	0,01
5	0	—
6	2	—
7	3	0
8	5	1
9	8	3
10	10	5
11	13	7
12	17	9
13	21	12
14	25	15
15	30	19
16	35	23
17	41	27
18	47	32
19	53	37
20	60	43
21	67	49
22	75	55
23	83	62
24	91	69
25	100	76
26	110	84
27	119	92
28	130	101
29	140	110
30	151	120
31	163	130
32	175	140
33	187	151
34	200	162
35	213	173
36	227	185

37	241	198
38	256	211
39	271	224
40	286	238
41	302	252
42	319	266
43	336	281
44	353	296
45	371	312
46	389	328
47	407	345
48	426	362
49	446	379
50	466	397

Критичні межі відношення t/s для $\alpha = 0,05$

<i>Обсяг сукупності (n)</i>	<i>Нижня межа</i>	<i>Верхня межа</i>
8	2,500	3,308
10	2,670	3,570
12	2,800	3,780
14	2,920	3,950
16	3,010	4,090
18	3,100	4,210
20	3,180	4,320
25	3,340	4,530
30	3,470	4,700
35	3,580	4,840
40	3,670	4,960
45	3,750	5,060
50	3,830	5,140
100	4,310	5,900

Робота з макросами в середовищі *STATISTICA Visual Basic*

За наявності макросів під час завантаження системи виводиться вікно з попередженням щодо їхньої присутності.

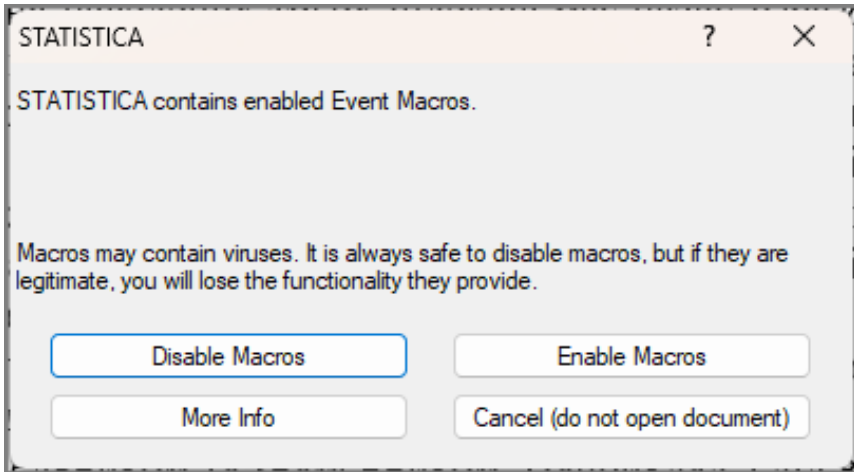


Рисунок Д.4. Попередження системи щодо наявності макросів під час завантаження *STATISTICA*

Користувач може просто обрати пункт “Enable Macros” (дозволити роботу з макросами). Але, звичайно, такий варіант є незручним, якщо система має макроси, які постійно потрібні для роботи. У цьому випадку слід здійснити таке настроювання системи:

1. Звернутися до настроювань системи “Options” (Варіанти).
2. У вікні настроювань слід визначитися з двома попередженнями:

- “Display warning when opening STATISTICA with event Macros enabled” (Попереджувати при відкритті STATISTICA з увімкненими макросами).
- “Display warning when opening a document with event

Macros” (Попереджувати при відкритті документа з макросами подій).

На наведеному рисунку відключені повідомлення для обох випадків, оскільки макроси відомі користувачу.

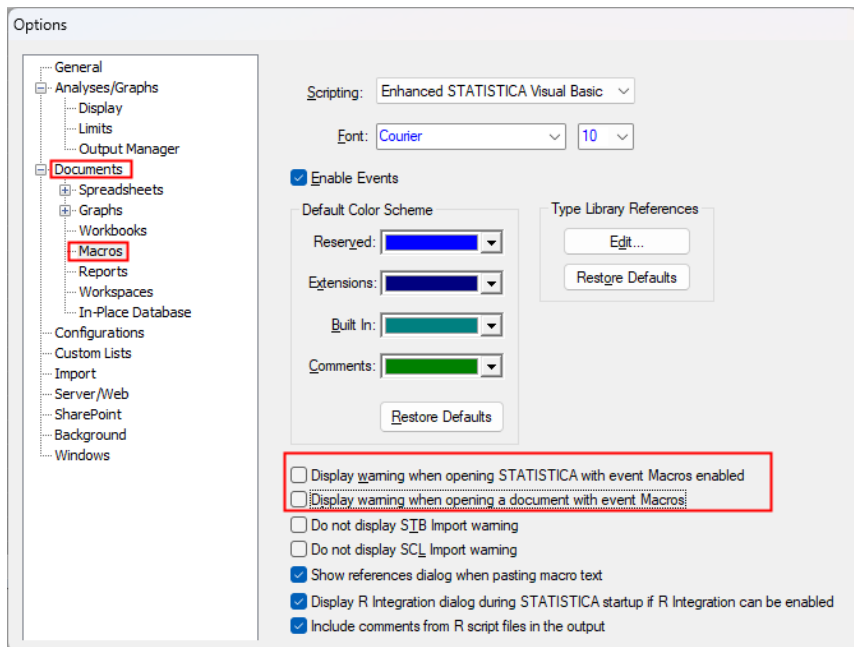


Рисунок Д.5. Відключення попереджень системи щодо наявності макросів під час завантаження *STATISTICA*

Для використання макросу, код якого наведений нижче, його потрібно спочатку створити. Для цього слід здійснити такі дії:

1. Виконайте команду **Tools ▶ Macro ▶ Macros** (Інструменти, макроси).
2. У вікні “Macros” натисніть кнопку “New” (новий).

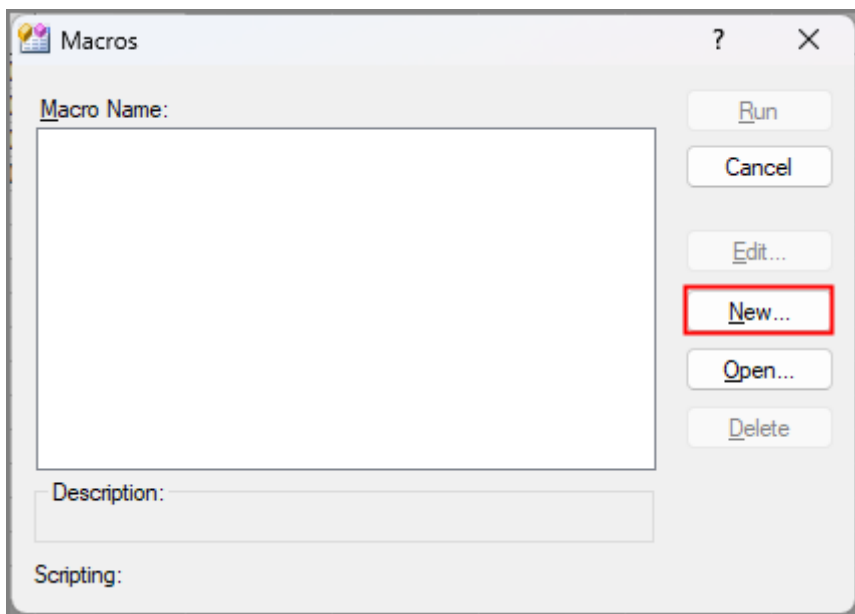


Рисунок Д.6. Початкове вікно створення макросу

3. У вікні “New Macro” (новий макрос) заповнити поле “Name” (ім’я макросу). Власне кажучи, більше нічого не треба, хоч можна ще (для себе) заповнити поле “Description” (опис макросу).

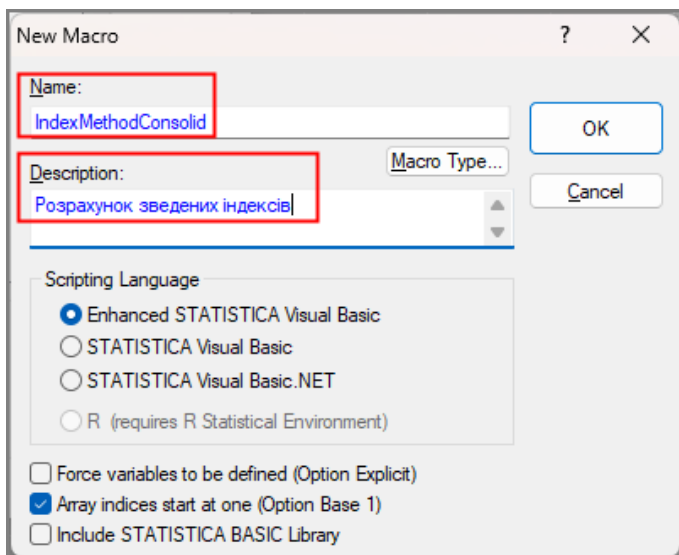


Рисунок Д.7. Кінцеве вікно створення макросу

4. Натиснути «**ОК**», після чого з'явиться вікно редактору Visual Basic, яке містить оператори початку і кінця макросу.

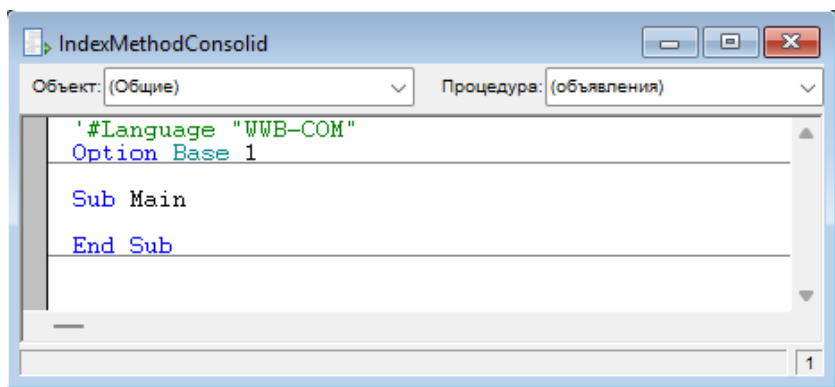


Рисунок Д.8. Початковий код макросу

Надалі завдання полягає у введенні наведеного нижче програмного коду в тіло макросу.

Sub Main

```
Dim S1 As Spreadsheet
Set S1 = ActiveDataSet
Dim SumP0Q0, SumP0Q1, SumP1Q1
Dim n As Integer ' Фактична кількість
елементів (рядків з 'даними)
Const nMAX As Integer = 20' Максимально
можлива кількість 'елементів (рядків з
даними)
Dim i,j As Integer
SumP0Q0 = 0
SumP0Q1 = 0
SumP1Q1 = 0
```

' Визначення кількості елементів (рядків з даними)

```
n = 0
For i = 1 To nMAX
    If S1.Value(i,2) < 0.01 Then Exit For
    n = n + 1
Next i
```

' видалення попередніх даних та форматування

```
S1.CellsRange(n+1,1,nMAX,8).Value = ""
S1.CellsRange(n+1,1,nMAX,8).ClearFormats
```

' Підрахунок показників

```
For i = 1 To n
    S1.Value(i,6) = S1.Value(i,2) *
```

```

S1.Value(i,4)
    SumP0Q0 = SumP0Q0 + S1.Value(i,6)
    S1.Value(i,7) = S1.Value(i,2) *
S1.Value(i,5)
    SumP0Q1 = SumP0Q1 + S1.Value(i,7)
    S1.Value(i,8) = S1.Value(i,3) *
S1.Value(i,5)
    SumP1Q1 = SumP1Q1 + S1.Value(i,8)
Next i

```

' Виділення клітинок напівжирним, форматування

```

    S1.CellsRange(i,1,i,8).Font.Bold = True
    S1.CellsRange(i,1,i,8).NumberFormat =
"0.00"
    S1.CellsRange(i+2,1,i+9,2).Font.Bold =
True
    S1.CellsRange(i+2,2,i+4,2).NumberFormat
= "0.0000"
    S1.CellsRange(i+7,2,i+9,2).NumberFormat
= "0.00"
    S1.CellsRange(i+2,2,i+9,2).HorizontalAli
gnment = 3

```

' Запис результатів

```

S1.Value(i,1) = "Разом"
S1.Value(i,6) = SumP0Q0
S1.Value(i,7) = SumP0Q1
S1.Value(i,8) = SumP1Q1
S1.Value(i+2,1) = "І товарообігу"
S1.Value(i+2,2) = SumP1Q1 / SumP0Q0
S1.Value(i+3,1) = "І ціни"
S1.Value(i+3,2) = SumP1Q1 / SumP0Q1
S1.Value(i+4,1) = "І фіз.обсягу"

```

`S1.Value(i+4,2) = SumP0Q1 / SumP0Q0`

`S1.Value(i+6,1) = "Абсолютні зміни"`

`S1.Value(i+6,2) = "за рахунок:"`

`S1.Value(i+7,1) = "Обох факторів"`

`S1.Value(i+7,2) = SumP1Q1 - SumP0Q0`

`S1.Value(i+8,1) = "Ціни"`

`S1.Value(i+8,2) = SumP1Q1 - SumP0Q1`

`S1.Value(i+9,1) = "Фіз.обсягу"`

`S1.Value(i+9,2) = SumP0Q1 - SumP0Q0`

End Sub

Для роботи макросу потрібно створити таблицю з даними за наступним зразком. Загальна кількість рядків в таблиці дорівнює 20. Кількість рядків з вашими даними не повинна перевищувати 10 (що, на наш погляд, цілком достатньо). Втім, ви можете змінювати цю кількість, для чого змініть число 10 для константи **nMAX** і відповідно змініть кількість рядків для таблиці.


Таблиця з даними відкривається до виконання макросу.

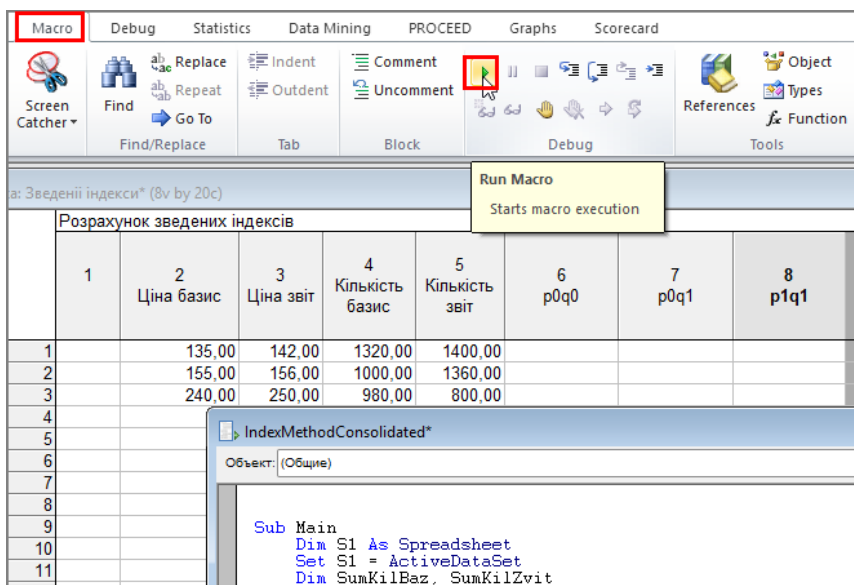
Розрахунок зведених індексів							
1	2 Ціна базис	3 Ціна звіт	4 Кількість базис	5 Кількість звіт	6 p0q0	7 p0q1	8 p1q1
	135,00	142,00	1320,00	1400,00			
	155,00	156,00	1000,00	1360,00			
	240,00	250,00	980,00	800,00			

Рисунок Д.9. Таблиця з даними для макросу

Відкрити макрос можна різними шляхами. Наприклад, це можна зробити звичайним шляхом, використавши команду **Home ▶ Open**.

Після відкриття макросу в головному меню з'являється пункт **Macro** для роботи з макросами.

Для виконання макросу слід натиснути піктограму  “Run Macro” (Виконати макрос). Ті, хто вже мав справу з макросами, бачать, що це стандартна піктограма для виконання макросу.



а: Зведені індекси* (8v by 20c)

	1	2	3	4	5	6	7	8
		Ціна базис	Ціна звіт	Кількість базис	Кількість звіт	p0q0	p0q1	p1q1
1		135,00	142,00	1320,00	1400,00			
2		155,00	156,00	1000,00	1360,00			
3		240,00	250,00	980,00	800,00			
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								

Run Macro
Starts macro execution

IndexMethodConsolidated*
Об'єкт: (Общие)

```
Sub Main
Dim S1 As Spreadsheet
Set S1 = ActiveDataSet
Dim SumKilBaz, SumKilZvit
```

Рисунок Д.10. Завантаження макросу

Навчальне видання

В. С. Фетісов
Статистика & STATISTICA
Частина II.
Базові статистичні методи.
Статистичні критерії

Навчальний посібник

Технічний редактор – І. П. Борис
Верстка, макетування – В. М. Косяк

Підписано до друку 30.04.2026 р.	Формат 60x84/16	Папір офсетний
Гарнітура Arial	Обл.-вид. арк. 7,16	Ел. вид.
Замовлення № 173	Ум. друк. арк. 11,4	



Ніжинський державний університет
імені Миколи Гоголя.
м. Ніжин, вул. Воздвиженська, 3^А
(04631)7-19-72
E-mail: vidavn_ndu@ukr.net
www.ndu.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 2137 від 29.03.05 р.